

RUPRECHT-KARLS-UNIVERSITÄT HEIDELBERG



Albert Hertel

Implementierung und Verifizierung eines
Algorithmus zur Charakterisierung kapazitiv
gekoppelter supraleitender $\lambda/4$ -Resonatoren

Bachelorarbeit

März 2015

KIRCHHOFF-INSTITUT FÜR PHYSIK

Fakultät für Physik und Astronomie
Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg

BACHELORARBEIT

im Studiengang Physik

vorgelegt von

Albert Hertel

aus Kolosovski (Russland)

2015

Implementierung und Verifizierung eines
Algorithmus zur Charakterisierung kapazitiv
gekoppelter supraleitender $\lambda/4$ -Resonatoren

Die Bachelorarbeit wurde von Albert Hertel
ausgeführt am 26.03.2015 Kirchhoff-Institut für Physik
unter der Betreuung von
Herrn Prof. Dr. C. Enss

Im Rahmen dieser Arbeit wurde ein Algorithmus entwickelt und getestet, mit dessen Hilfe die charakteristischen Parameter, d.h. die Resonanzfrequenz sowie die verschiedenen Beiträge zur belasteten Güte, von kapazitiv an eine Durchgangsleitung gekoppelten $\lambda/4$ -Resonatoren zuverlässig bestimmt werden können. Bei dem implementierten Algorithmus wurden nicht nur der erwartete Frequenzverlauf des komplexen Streuparameters $S_{21}(f)$, sondern auch die Einflüsse des zur Charakterisierung der Resonatoren verwendeten Messaufbaus, insbesondere die endliche Kabellaufzeit und die Systemdämpfung, berücksichtigt. Die Stabilität, Genauigkeit und Geschwindigkeit des Algorithmus wurden anschließend anhand von experimentellen Daten überprüft. Hierzu wurde der Streuparameter S_{21} für die zur Frequenzcodierung bei einem entwickelten Mikrowellen-SQUID-Multiplexer verwendeten $\lambda/4$ -Resonatoren als Funktion der Temperatur und Leistung des Hochfrequenzsignals gemessen. Die gewonnenen Ergebnisse werden mit anderen Arbeiten sowie mit den Entwurfsdaten des Mikrowellen-SQUID-Multiplexers verglichen.

Implementation and verification of an algorithm for characterizing capacitively coupled superconducting quarter wave resonators

This thesis describes the development and test of an algorithm that is suited for the determination of the resonance frequency as well as the different contributions to the loaded quality factor of capacitively coupled superconducting quarter wave resonators. This algorithm takes into account both the expected frequency response of the complex scattering parameter $S_{21}(f)$ and the influence of the measurement setup used for the characterization of the resonators, particularly the finite cable delay and the system damping factor. Furthermore the stability, precision and computing speed of the algorithm have been verified using experimental data. For this purpose the scattering parameter S_{21} of the $\lambda/4$ -resonators used for the frequency encoding with a microwave-SQUID-multiplexer, which is currently developed, was measured as a function of temperature and power of the high frequency signal. The obtained results were compared with other scientific work as well as the design values of the multiplexer.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Theoretische Grundlagen	3
2.1	Hochfrequenzeigenschaften eines Supraleiters	3
2.2	Koplanare Wellenleiter	4
2.3	Supraleitende koplanare $\lambda/4$ -Resonatoren	5
2.4	Güte und Verluste	7
2.5	Reale Transmission	9
3	Algorithmus zur Datenauswertung	13
3.1	Algebraische Anpassung an einen Kreis	13
3.2	Algorithmus zur Bestimmung der charakteristischen Resonatorparameter	15
4	Experimenteller Aufbau	21
5	Experimentelle Ergebnisse	25
5.1	Stabilität des Algorithmus	25
5.2	Temperaturabhängigkeit der charakteristischen Resonatorparameter . .	28
5.3	Leistungsabhängigkeit der Resonatorparameter	31
6	Zusammenfassung und Ausblick	35
	Literaturverzeichnis	37

Danksagung

39

1. Einleitung

In vielen Bereichen der Physik gewinnen Tieftemperatur-Teilchendetektoren immer mehr an Bedeutung. Aufgrund ihrer hohen Quanteneffizienz, die Werte von nahezu 100 % erreichen kann, ihrer großen Energiebandbreite sowie ihrem hohen Auflösungsvermögen, werden sie beispielsweise zur hochauflösenden Röntgenspektroskopie in der Atomphysik oder Röntgenastronomie verwendet. Metallische magnetische Kalorimeter stellen eine spezielle Klasse dieser Tieftemperatur-Teilchendetektoren dar, für die experimentell nicht nur eine Energieauflösung von 1,6 eV bei einer Photonenenergie von 6 keV, sondern auch eine Signalanstiegszeit unter 100 ns sowie eine sehr gute Linearität im abgedeckten Spektralbereich gezeigt werden konnte.

Ein metallisches magnetisches Kalorimeter besteht aus einem an die jeweilige Anwendung angepassten Teilchenabsorber, der thermisch an einen paramagnetischen Temperatursensor gekoppelt ist. Dieser befindet sich in einem äußeren Magnetfeld und zeigt daher eine temperaturabhängige Magnetisierung. Der Sensor ist ferner schwach an ein Wärmebad mit konstanter Temperatur gekoppelt, sodass der Detektor in Abwesenheit eines äußeren Energieeintrags einen wohldefinierten Zustand annehmen kann. Die Absorption eines energetischen Teilchens führt zu einer Temperaturerhöhung des Detektors, die wiederum aufgrund des paramagnetischen Verhaltens zu einer Abnahme der Magnetisierung des Sensors führt. Diese Magnetisierungsänderung kann in Form einer magnetischen Flussänderung mit Hilfe eines supraleitenden Quanteninterferenzdetektors (SQUID) ausgelesen werden.

Typischerweise werden heutzutage einkanalige dc-SQUIDs zur Auslesung magnetischer Kalorimeter verwendet. Diese zeichnen sich durch eine hohe Systembandbreite sowie ein geringes Rauschen aus. Für die Auslesung großer Detektorarrays mit mehreren hundert oder tausend Detektoren sind einkanalige dc-SQUIDs allerdings nur bedingt geeignet, da sich die durch die SQUIDs dissipierte Leistung aufsummiert und bei großen Arrays leicht einige Mikrowatt betragen kann. Diese Leistung wird in unmittelbarer Nähe der Detektoren dissipiert und kann dazu führen, dass die Temperatur der Detektoren signifikant gegenüber der Temperatur des Kryostaten erhöht wird. Dies wirkt sich negativ auf die erreichbare Energieauflösung der Detektoren aus. Außerdem nimmt die Systemkomplexität, d.h. die Zahl der erforderlichen SQUID-Elektroniken sowie zur Verdrahtung benötigten Leitungen linear mit der Zahl der Detektoren zu. Daher wird in der Arbeitsgruppe, in der die hier vorliegende Arbeit durchgeführt wurde, ein Mikrowellen-SQUID-Multiplexer entwickelt, der eine Auslesung eines Detektorarrays mit nur zwei Koaxialkabeln und einem Tieftemperaturverstärker erlaubt und demnach die Zahl der erforderlichen Leitungen sowie die in

der Nähe der Detektoren dissipierte Leistung signifikant reduziert [Kem12].

Bei dem Mikrowellen-SQUID-Multiplexer erfolgt die Auslesung eines Detektors mit Hilfe eines ungeschunteten, nicht-hysteretischen rf-SQUIDs, das induktiv an einen supraleitenden $\lambda/4$ -Resonator gekoppelt ist und sich physikalisch wie eine parametrische Induktivität verhält, deren Wert durch den magnetischen Fluss, der das SQUID durchsetzt, bestimmt wird. In dieser Konfiguration führt ein Detektorsignal zu einer Änderung der SQUID-Induktivität und wird aufgrund der Kopplung an den Resonator in eine induktivitätsabhängige Verschiebung der Resonanzfrequenz übersetzt. Eine kapazitive Kopplung mehrerer Resonatoren mit unterschiedlicher Resonanzfrequenz an eine gemeinsame Durchgangsleitung ermöglicht eine zeitgleiche Auslesung aller Resonatoren und folglich aller Detektoren [Mat08, Nor13, Kem14].

Zur Charakterisierung und Optimierung eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers müssen die charakteristischen Parameter der Resonatoren, zu denen etwa die Resonanzfrequenz oder die belastete Güte zählen, bestimmt werden. Dies ist jedoch nicht auf einfache Art und Weise möglich, da die Resonanzkurven durch Einflüsse des Messaufbaus, wie etwa der Systemdämpfung oder der Kabellaufzeit, verformt werden. Aus diesem Grund wurde im Rahmen dieser Arbeit ein Algorithmus implementiert, mit dessen Hilfe auf Grundlage von experimentellen aufgezeichneten Resonanzkurven zuverlässig die Güten und die Resonanzfrequenz der Resonatoren bestimmt werden können.

In Kapitel 2 werden zunächst theoretische Grundlagen, die zum Verständnis dieser Arbeit erforderlich sind, diskutiert. Hierbei wird nicht nur die Oberflächenimpedanz eines Supraleiters diskutiert, sondern auch die Geometrie der betrachteten $\lambda/4$ -Resonatoren, die verschiedenen Verlustmechanismen der Resonatoren beschrieben sowie abschließend ein Ausdruck zur Beschreibung der Transmissionskurven von $\lambda/4$ -Resonatoren gegeben.

Kapitel 3 diskutiert den implementierten Algorithmus und stellt dar, wie schrittweise die Einflüsse des Messaufbaus aus den Daten eliminiert werden.

In Kapitel 4 wird der experimentelle Aufbau, der zur Messungen von Resonanzkurven, mit denen der implementierte Algorithmus getestet wurde, verwendet wurde, im Detail beschrieben. Hierbei werden die Funktionen der einzelnen Elemente des Messaufbaus diskutiert und das Design des zum Test des Algorithmus verwendeten Mikrowellen-SQUID-Multiplexers erläutert.

Kapitel 5 beinhaltet eine Diskussion der Stabilität des Algorithmus bei der Anwendung auf reale unkalibrierte Messdaten. Des Weiteren wird der Algorithmus zur Charakterisierung eines zufällig ausgewählten Resonators bei verschiedenen Temperaturen und Eingangsleistungen verwendet und es werden die Ergebnisse mit der Arbeit [Gao08] verglichen.

2. Theoretische Grundlagen

In der Einleitung wurde bereits erläutert, dass im Rahmen dieser Arbeit ein Algorithmus zur Auswertung der charakteristischen Parameter von $\lambda/4$ -Resonatoren, die kapazitiv an eine Durchgangsleitung gekoppelt sind, entwickelt und getestet wurde. Zum Test dieses Algorithmus wurden supraleitende, koplanare $\lambda/4$ -Leitungsresonatoren verwendet, die zur Codierung der unterschiedlichen Detektorsignale bei einem in der Arbeitsgruppe entwickelten Mikrowellen-SQUID-Multiplexer verwendet werden.

In den folgenden Abschnitten sollen nun die physikalischen Grundlagen beschrieben werden, die zum Verständnis des implementierten Algorithmus sowie der durchgeführten Messungen notwendig sind. Hierfür werden zunächst kurz die Hochfrequenzeigenschaften eines Supraleiters sowie die Eigenschaften supraleitender, koplanarer Wellenleiter beschrieben. Im Anschluss daran werden die Grundlagen von kapazitiv an eine Durchgangsleitung gekoppelten $\lambda/4$ -Resonatoren beschrieben, sowie eine Formel, die die Transmission eines hochfrequenten Signals entlang der Durchgangsleitung beschreibt, hergeleitet. Diese Formel stellt die Grundlage des in Kapitel 3 diskutierten Auswertalgorithmus dar.

2.1 Hochfrequenzeigenschaften eines Supraleiters

Eine dünne supraleitende Schicht zeigt unterhalb der kritischen Temperatur T_C einen verschwindenden Gleichstromwiderstand. Allerdings besitzt sie im Falle von Wechselstrom eine endliche Oberflächenimpedanz $Z_S = R_S + i\omega L_S$, die sich aus einem resistiven Anteil R_S und einem induktiven Anteil L_S zusammensetzt. Der resistive Anteil R_S , der ohmsche Verluste im Supraleiter beschreibt, wird von Quasiteilchen verursacht, deren Streumechanismus sich kaum von dem von Elektronen in einem Normalleiter unterscheidet. Der induktive Anteil $i\omega L_S$, wobei ω die Kreisfrequenz des elektromagnetischen Feldes ist, setzt sich aus der magnetischen Induktivität L_m und einer kinetischen Induktivität L_{Kin} zusammen, die das Verhalten von Cooper-Paaren in einem hochfrequenten elektromagnetischen Feld beschreibt. Wegen ihrer Massenträgheit können Cooper-Paare nicht instantan durch ein elektrisches Feld beschleunigt werden, sondern folgen diesem mit einer gewissen Verzögerung. Da dies verlustfrei geschieht, wird dieser Effekt mit dem Begriff der kinetischen Induktivität beschrieben. Da R_S direkt mit der Anzahl der Quasiteilchen verknüpft ist, und diese wiederum exponentiell mit der Temperatur abnimmt, wird die Oberflächenimpedanz

bei Temperaturen $T \ll T_C$ allein durch die Oberflächeninduktivität $i\omega L_S$ dominiert. Der Oberflächenwiderstand R_S und die Oberflächeninduktivität L_S können auf die komplexe Leitfähigkeit $\sigma = \sigma_1 - i\sigma_2$ zurückgeführt werden [Bar57]. Die Ausdrücke für die Oberflächenimpedanz Z_S unterscheiden sich für London-Supraleiter ($\lambda \gg \xi_0$) und Pippard-Supraleiter ($\lambda \ll \xi_0$), wobei λ hier die Eindringtiefe des magnetischen Feldes und ξ_0 die Kohärenzlänge der Cooper-Paare bezeichnen. Im Grenzfall $\sigma_2 \gg \sigma_1$, was bei tiefen Temperaturen der Fall ist, ergeben sich folgende Ausdrücke für eine dünne, supraleitende Schicht mit der Dicke d im Limit $l_e \gg \lambda$, wobei l_e die freie Weglänge der Elektronen bezeichnet:

$$R_S = \mu_0 \lambda \omega \frac{\sigma_1}{2\sigma_2} \beta \coth\left(\frac{d}{\lambda}\right) \quad (2.1)$$

$$L_S = \mu_0 \lambda \coth\left(\frac{d}{\lambda}\right) \quad (2.2)$$

Der Parameter $\beta = 1 + \frac{2d/\lambda}{\sinh(2d/\lambda)}$ nimmt für dünne Filme, d.h. für $d \rightarrow 0$, den Wert $\beta = 2$ an, während für Vollmaterial mit $d \rightarrow \infty$ gilt $\beta = 1$.

2.2 Koplanare Wellenleiter

Der schematische Aufbau eines koplanaren Wellenleiters ist in Abbildung 2.1 dargestellt. Wie in der Abbildung zu erkennen ist, besteht ein koplanarer Wellenleiter aus einem metallischen Streifenleiter der Breite s , der sich auf einem Substrat mit Permittivität ϵ_r befindet und von zwei parallel laufenden Masseflächen im Abstand w umgeben ist. Elektromagnetische Wellen können sich bei dieser Geometrie in Form

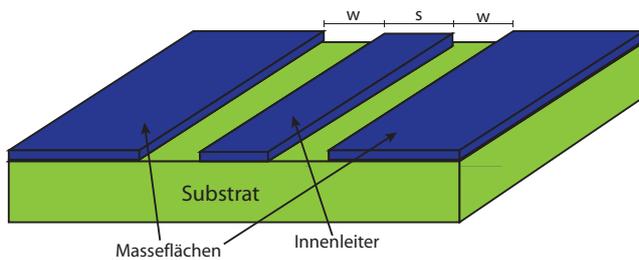


Abb. 2.1: Schematischer Aufbau eines koplanaren Wellenleiters. Der Innenleiter der Breite s besitzt zu den Masseflächen den Abstand w .

einer transversalen elektromagnetischen Welle (TEM-Mode) ausbreiten. Diese Mode ist dadurch gekennzeichnet, dass der Wellenvektor \mathbf{k} , das elektrische Feld \mathbf{E} , sowie die magnetische Flussdichte \mathbf{B} senkrecht zueinander stehen. Hieraus ergeben sich eine Reihe von Vorteilen, die beispielsweise in [Sim01] ausführlich diskutiert sind und hier daher nur kurz wiedergegeben werden sollen: Die charakteristische Impedanz eines koplanaren Wellenleiters hängt nur vom Verhältnis $s/(s + 2w)$ und der

Permittivität des Substrats ab. Es ist somit ohne großen technischen Aufwand möglich, koplanare Wellenleiter unterschiedlicher Größe mit identischer Impedanz auf einem Substrat zu platzieren. Der Herstellungsvorgang ist verhältnismäßig einfach und besitzt eine geringe Fehleranfälligkeit, da lediglich eine Metallschicht auf dem Substrat aufgebracht und strukturiert werden muss. Des Weiteren nehmen Feld- und Stromdichten senkrecht zur Wellenausbreitung exponentiell ab, so dass Masseflächen, welche etwa die fünf-fache Breite des Innenleiters besitzen, praktisch als unendlich ausgedehnte Masseflächen betrachtet werden können [Ham11]. Dies erlaubt eine sehr hohe Packungsdichte.

2.3 Supraleitende koplanare $\lambda/4$ -Resonatoren

Bei einem koplanaren $\lambda/4$ -Leitungsresonator, wie er im Rahmen dieser Arbeit zum Testen des implementierten Algorithmus verwendet worden ist, handelt es sich um einen koplanaren Wellenleiter der Länge l , der an einem Ende mit den Masseflächen kurzgeschlossen ist und auf der gegenüberliegenden Seite ein offenes Ende, d.h. keinen Kontakt zu den Masseflächen, besitzt. Die Resonanzbedingung für einen solchen Resonator ergibt sich aus geometrischen Überlegungen zu

$$(2n + 1)\frac{\lambda}{4} = l \quad \text{mit } n \geq 0. \quad (2.3)$$

Dabei bezeichnen λ die Wellenlänge und n die Modenzahl. Die zugehörigen Resonanzfrequenzen $f_0^{(n)}$ der n -ten Mode sind durch

$$f_0^{(n)} = (2n + 1)f_0 \quad \text{mit } f_0 = \frac{1}{4l\sqrt{L'C'}} \quad (2.4)$$

gegeben, wobei L' und C' den Induktivitäts- und Kapazitätsbelag des Wellenleiters und f_0 die Resonanzfrequenz der Grundmode mit $n = 0$ bezeichnen.

Abbildung 2.2 zeigt eine schematische Darstellung eines $\lambda/4$ -Leitungsresonators mit charakteristischer Impedanz Z_{LR} , der durch eine Induktivität L_A abgeschlossen und kapazitiv an eine Durchgangsleitung mit charakteristischer Impedanz Z_0 gekoppelt ist. Diese Anordnung entspricht den zum Test des implementierten Algorithmus verwendeten Strukturen, die die zentralen Elemente des verwendeten Mikrowellen-SQUID-Multiplexers darstellen.

Die Eingangsimpedanz Z_{in} des in Abbildung 2.2 dargestellten schematischen Aufbaus (gestrichelte Box) ist nach [Col00] durch

$$Z_{in} = Z_{LR} \frac{i\omega L_A + Z_{LR} \tanh(\gamma l)}{Z_0 + i\omega L_A \tanh(\gamma l)} \quad (2.5)$$

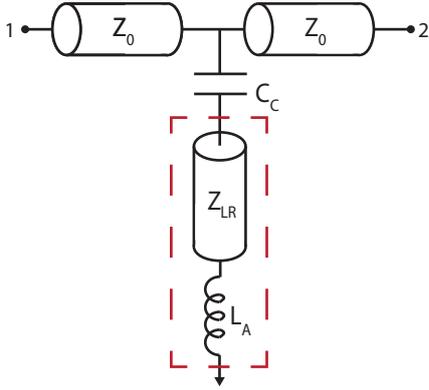


Abb. 2.2: Schematische Darstellung eines $\lambda/4$ -Resonators mit Impedanz Z_{LR} , der mit einer Induktivität L_A abgeschlossen und über eine Kapazität C_C an eine Durchgangsleitung mit Impedanz Z_0 gekoppelt ist. Am Anschluss 1 kann ein Hochfrequenzsignal eingespeist und am Anschluss 2 ausgelesen werden.

gegeben. Hierbei bezeichnet $\gamma = \rho + i\beta$ die Übertragungskonstante, welche sich aus der Dämpfungskonstante ρ und der Phasenkonstante β zusammensetzt, während ω die Kreisfrequenz des Eingangssignals ist. Sowohl die ohmschen Verluste, die in Supraleitern bei hochfrequenten Strömen aufgrund von Quasiteilchen auftreten, als auch Strahlungsverluste und dielektrische Verluste werden durch die Dämpfungskonstante α berücksichtigt. Mit Hilfe der Phasengeschwindigkeit $v_{ph} = (L'C')^{-1/2}$ kann die Phasenkonstante $\beta = \omega/v_{ph}$ definiert werden. Die intrinsische Güte Q_i des Resonators kann durch ρ und β ausgedrückt werden. Sie ist ein Maß für die Energie, welche im Resonator, bezogen auf den Energieverlust pro Periode, gespeichert werden kann und wird im nächsten Kapitel ausführlich diskutiert [Bar09].

$$Q_i = \frac{\beta}{2\rho} \quad (2.6)$$

Da die Schaltung, die in Abbildung 2.2 dargestellt ist, eine Reihenschaltung aus $\lambda/4$ -Resonator und Durchgangsleitung darstellt, kann die Gesamtimpedanz Z durch

$$Z = \frac{1}{i\omega C} + Z_{LR} \frac{i\omega L_A + Z_{LR} \tanh[\beta l(\frac{2}{Q_i} + i)]}{Z_0 + i\omega L_A \tanh[\beta l(\frac{2}{Q_i} + i)]} \quad (2.7)$$

beschrieben werden. Der Streuparameter $S_{21} = 2/(2 + Z_0/Z)$, der die Transmission zwischen den Anschlüssen 1 und 2 beschreibt, kann in der Nähe der Resonanzfrequenz f_r dann wie folgt dargestellt werden:

$$S_{21} = \frac{S_{21}^{\min} + 2iQ_1\delta f_r/f_r}{1 + 2iQ_1\delta f_r/f_r} \quad (2.8)$$

Hierbei bezeichnet $\delta f_r = |f - f_r|$ die Abweichung der Eingangsfrequenz von der Resonanzfrequenz und Q_1 die belastete Güte des Resonators. Die Tiefe S_{21}^{\min} der Resonanzkurve ist durch $S_{21}^{\min} = Q_1/Q_i$ gegeben. Es ist zu beachten, dass die Resonanzfrequenz f_r des Gesamtsystems aufgrund des induktiven Abschlusses sowie der

kapazitiven Kopplung von der Resonanz des unbelasteten Leitungsresonators f_0 zu kleineren Frequenzen hin verschoben ist. Die tatsächliche Resonanzfrequenz ist unter den Voraussetzungen $\omega_0 C_C Z_{LR} \ll 1$ und $\omega_0 L_A \ll Z_{LR}$ durch den Ausdruck

$$f_r = \frac{f_0}{1 + 4f_0 C_C Z_{LR} + 4f_0 \frac{L_A}{Z_{LR}}} \quad (2.9)$$

gegeben [Mat11].

Wird nun bei einer derartigen kapazitiven Kopplung eines $\lambda/4$ -Resonators ein hochfrequentes Signal in den Anschluss 1 der Durchgangsleitung eingespeist, so wird das Signal bei Frequenzen nahe der Resonanzfrequenz fast vollständig reflektiert, während bei Frequenzen weit oberhalb oder weit unterhalb der Resonanzfrequenz das Signal nahezu ohne Abschwächung die Durchgangsleitung durchlaufen kann, wie in Abbildung 2.3 dargestellt ist. Daraus ergibt sich die Möglichkeit mehrere Resonato-

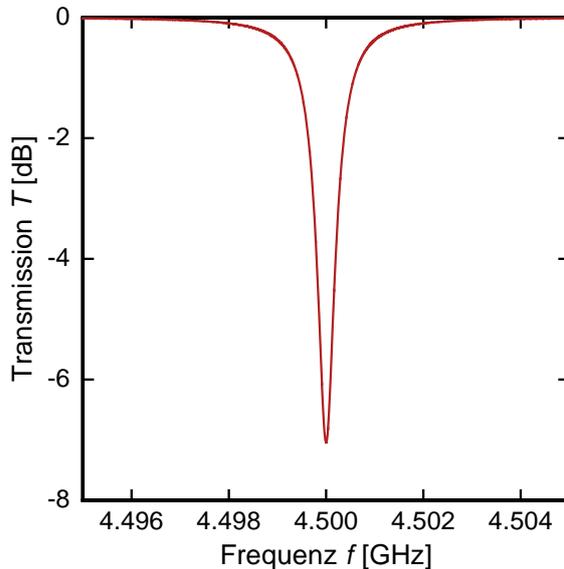


Abb. 2.3: Berechneter Kurvenverlauf des Betrags $|S_{21}|$ des Parameters S_{21} eines idealen Resonators als Funktion der Frequenz. Die charakteristischen Parameter sind $f_r = 4,5$ GHz und $Q = 6700$.

ren unterschiedlicher Resonanzfrequenz an eine einzige Durchgangsleitung zu koppeln und zu betreiben, wodurch diese Art von Resonatoren nützlich für viele verschiedene Anwendungen ist [Mat11].

2.4 Güte und Verluste

Die elektrischen Eigenschaften eines Resonators werden maßgeblich von zwei Größen bestimmt; nämlich der bereits im vorigen Abschnitt eingeführten Resonanzfrequenz f_r sowie der Güte Q . Dabei ist die Güte Q ein Maß für den Verlust der Energie pro Schwingungsperiode im Bezug auf die im Resonator gespeicherte Gesamtenergie.

Hohe Gütefaktoren bedeuten, dass der Resonator nur geringe Verluste erfährt. Dies äußert sich durch schmale Resonanzkurven. Der Zusammenhang zwischen der Güte eines Resonators und der Breite seiner Resonanzkurve ist gegeben durch:

$$Q = \frac{f_r}{\Delta f} \quad (2.10)$$

Hierbei bezeichnet Δf die 3 dB-Breite der Resonanzkurve, welche die Breite ist, bei der sich die Transmissionsamplitude um etwa einen Faktor zwei reduziert. Die Verluste innerhalb eines ungekoppelten Resonators werden durch die intrinsische Güte Q_i beschrieben. Die verschiedenen Effekte, die Q_i limitieren, sollen im Folgenden kurz beschrieben werden:

Quasiteilchenverluste: In Abschnitt 2.2 wurde bereits diskutiert, dass in Supraleitern bei hohen Frequenzen beschleunigte Quasiteilchen ohmsche Verluste verursachen. Diese können durch den Oberflächenwiderstand R_S beschrieben werden, der wie zuvor in Beziehung 2.1 dargestellt, wiederum durch die komplexe Leitfähigkeit $\sigma = \sigma_1 + i\sigma_2$ ausgedrückt werden kann. Im Rahmen der Mattis-Bardeen-Theorie [Mat58] kann der von Quasiteilchen verursachte Anteil Q_{MB} an der intrinsischen Güte Q_i durch das Verhältnis $k = \frac{L_{Kin}}{L_{ges}}$ von der kinetischen Induktivität L_{Kin} zur Gesamtinduktivität L_{ges} des Resonators ausgedrückt werden:

$$Q_{MB} = \frac{2}{k\beta} \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \quad (2.11)$$

Hierbei ist $\beta = 1 + \frac{2d/\lambda}{\sinh(2d/\lambda)}$ die bereits in Abschnitt 2.1 eingeführte relative Schichtdickenabhängigkeit der magnetischen Eindringtiefe λ .

Dielektrische Verluste: Die Dämpfungskonstante α_{diel} einer Koplantarleitung, mit der ein hochfrequentes Signal auf einem verlustbehafteten dielektrischen Substrat mit Permittivität ϵ_r abgeschwächt wird, kann mit Hilfe des Ausdrucks

$$\alpha_{diel} = \frac{\beta F}{2} \tan \delta \quad (2.12)$$

berechnet werden [Sim01]. Hierbei beschreibt $\tan \delta$ den dielektrischen Verlustwinkel des Substrats, β die Phasenkonstante des Signals und F einen Füllfaktor, der sowohl von der Permittivität des Substrats ϵ_r , als auch von den Strukturbreiten s und w , der Dicke d des Substrats und der inhomogenen Verteilung der elektromagnetischen Felder im Substrat abhängt.

Zu den intrinsischen Verlusten treten zusätzlich Kopplungsverluste Q_c^{-1} aufgrund der kapazitiven Kopplung an die Durchgangsleitung und Verluste Q_A^{-1} wegen des induktiven Abschlusses auf. Aus der Summe aller Verluste lässt sich die belastete

Güte Q_1 bestimmen, welche ein Maß für den Energieverlust des Gesamtsystems aus Resonator und Kopplungen darstellt:

$$\frac{1}{Q_1} = \frac{1}{Q_A} + \frac{1}{Q_i} + \frac{1}{Q_c} \quad (2.13)$$

Die Verluste aufgrund des induktiven Abschlusses können nur durch äußerst komplizierte Ausdrücke beschrieben werden. Da sie allerdings für die Untersuchung des in dieser Arbeit implementierten Algorithmus nicht relevant sind, sei an dieser Stelle auf [Mat11] verwiesen. Die Verluste aufgrund der Kopplungskapazität C_C sind nach [Maz04] durch

$$Q_c = \frac{\pi}{2Z_0 Z_{LR} (\omega_r C_C)^2}. \quad (2.14)$$

gegeben.

2.5 Reale Transmission

Bei realen Experimenten können Transmissionskurven, wie sie durch Gleichung 2.8 gegeben sind, nicht beobachtet werden, da der Messaufbau die Eingangssignale signifikant beeinflusst. Abbildung 2.4 zeigt Messdaten, die sowohl in der komplexen Ebene

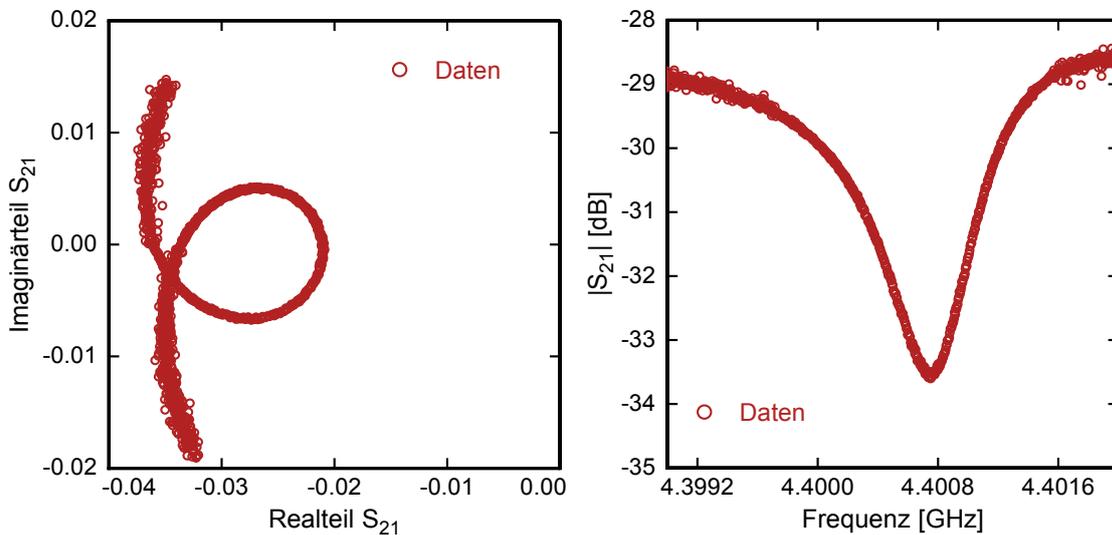


Abb. 2.4: (Links) Messdaten des Imaginärteils von S_{21} gegen den Realteil von S_{21} und (rechts) die Transmissionamplitude in Abhängigkeit von der Frequenz dargestellt. In der komplexen Ebene ist eine Schleifenform zu erkennen. Hierbei nimmt die Frequenz zu, wenn man den Datenpunkten entgegen des mathematischen Drehsinns folgt. Außerdem ist die Transmissionamplitude unsymmetrisch zur Resonanzfrequenz des Resonators.

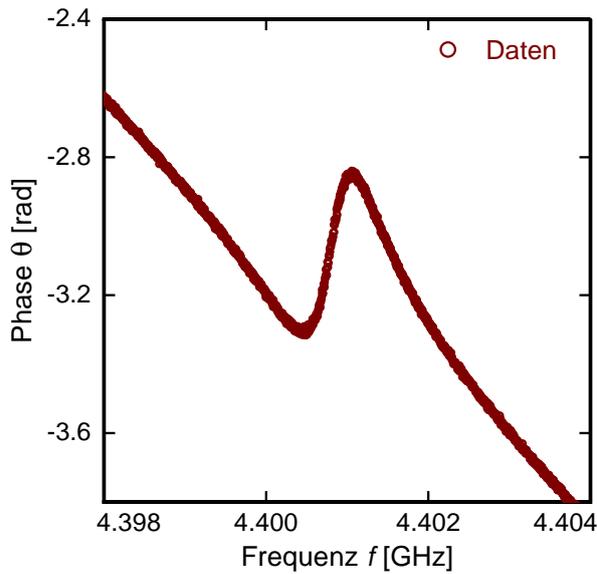


Abb. 2.5: Messdaten der frequenzabhängigen Phase in Resonanznähe. Der Resonator erzeugt eine charakteristische Abweichung von einer Geradenform.

Ebene, als auch als frequenzabhängige Transmissionsamplitude dargestellt sind. Zusätzlich ist in Abbildung 2.5 der frequenzabhängige Phasenverlauf dargestellt.

Es ist zu erkennen, dass die Messdaten in der komplexen Ebene eine Schleife formen, wobei ein idealer Resonator einen Kreis erzeugt. Abbildung 2.6 zeigt die nach Beziehung 2.8 zu erwartenden Verläufe der Messdaten in der komplexen Ebene und als Transmissionsamplitude in Abhängigkeit von der Signalfrequenz. Der asymmetrische Transmissionsverlauf sowie der Phasenverlauf sind auf durch den Messaufbau erzeugte Phasenverschiebungen des Eingangssignals zurückzuführen. Zur Beschreibung dieser Einflüsse können folgende Parameter benutzt werden:

Kabellaufzeit τ : Wegen der endlichen Länge der für das Messen benötigten Kabel kommt es zu einer Phasenverschiebung, die durch den Faktor $e^{-2\pi if\tau}$ beschrieben werden kann. Dieser Faktor erzeugt die Schleifenstruktur.

Systemdämpfung a : Durch den Dämpfungsfaktor a werden sowohl Abschwächungen des Signals, als auch zur Auslesung benötigte Verstärkungen zusammengefasst. In der komplexen Ebene entspricht die Multiplikation mit a einer Translation.

Phasenfaktor α : Eine intrinsische Phasenverschiebung zwischen Eingangs- und Referenzsignal der Signalquelle kann durch einen Faktor $e^{i\alpha}$ beschrieben werden, der eine Rotation um den Ursprung verursacht.

Darüber hinaus verursacht eine nicht-optimale Impedanzanpassung der Durchgangsleitung an die Resonatoren eine zusätzliche Phasendrehung ϕ_0 des Signals. Diese

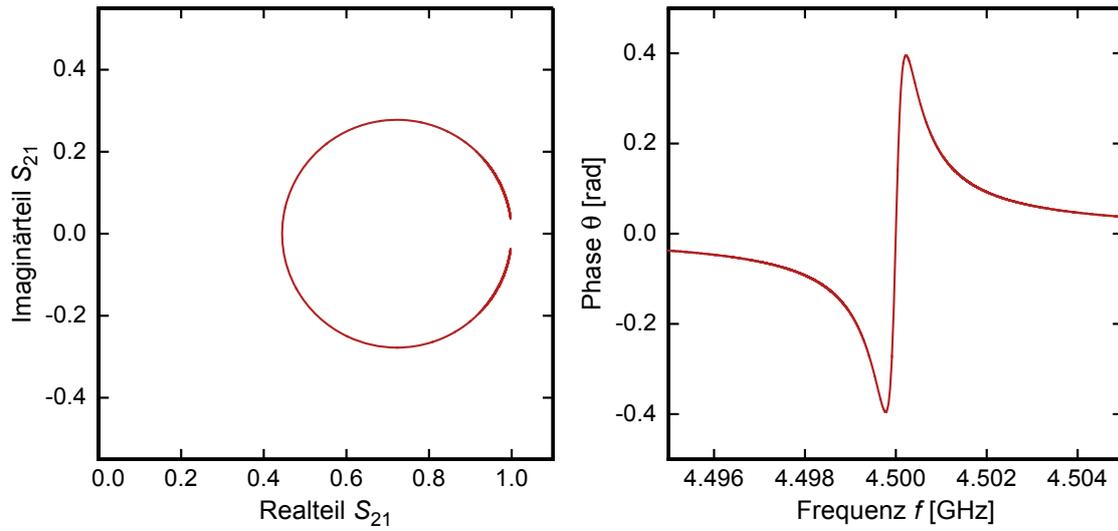


Abb. 2.6: Darstellung berechneter Kurvenverläufe eines idealen Resonators mit den Parametern $f_r = 4,5$ GHz, $Q_c = 12000$, $Q_i = 15000$: (**Links**) Parameterdarstellung (Realteil S_{21} , Imaginärteil S_{21}). (**Rechts**) Kurvenverlauf der Phase als Funktion der Frequenz.

wird berücksichtigt, indem man die Kopplungsgüte $Q_c = |Q_c|e^{i\phi_0}$ als komplexe Zahl ausdrückt. Aus den zuvor diskutierten Punkten und Beziehung 2.8 ergibt sich als Parametrisierung der Vorwärtstransmission:

$$S_{21}(f) = ae^{i\alpha}e^{-2\pi if\tau} \left[1 - \frac{(Q_i/|Q_c|)e^{i\phi_0}}{1 + 2iQ_1(f/f_r - 1)} \right]. \quad (2.15)$$

Aufgrund dieser Form ist die Bestimmung der charakteristischen Parameter von $\lambda/4$ -Resonatoren nicht-trivial und benötigt einen geeigneten Algorithmus, der die Daten von den Einflüssen des Messaufbaus bereinigt. Im nächsten Kapitel wird nun der Algorithmus beschrieben, der im Rahmen dieser Arbeit implementiert wurde und auf Gleichung 2.15 basiert.

3. Algorithmus zur Datenauswertung

Zur Bestimmung der charakteristischen Parameter eines kapazitiv an eine Durchgangsleitung gekoppelten $\lambda/4$ -Resonators wurden in der Vergangenheit viele Methoden entwickelt, die sich hinsichtlich ihrer Robustheit, Genauigkeit und Geschwindigkeit unterscheiden [Pet98, Gao08, Cat14, Pro15]. Im Rahmen dieser Arbeit wurde eine Methode zur Datenauswertung implementiert, die in [Pro15] ausführlich diskutiert wird und eine hohe Stabilität gegenüber Rauschen zeigt. Des Weiteren geben die Ergebnisse des Algorithmus nicht nur Aufschluss über die charakteristischen Parameter des Resonators, sondern auch über die Eigenschaften des experimentellen Aufbaus, wie etwa der im vorangegangenen Kapitel diskutierten Laufzeitverlängerung elektromagnetischer Signale aufgrund der endlichen Kabellängen, die bei kryogenen Hochfrequenzaufbauten typischerweise im Bereich von einigen Metern liegen.

3.1 Algebraische Anpassung an einen Kreis

Eine stabile Methode zur Bestimmung der Position des Mittelpunktes und des Radius eines Kreises, der aus einer endlichen Menge von Datenpunkten geformt wird, ist essenziell um den in nächsten Abschnitt beschriebenen Algorithmus ausführen zu können. Die im Folgenden beschriebene Methode geht auf [Che05] zurück. Es handelt sich um eine algebraische Methode, die entsprechend ihrer mathematischen Struktur keinerlei zuvor festzulegende Startparameter benötigt und nicht auf einem iterativen Prozess beruht. Aus diesem Grund liefert die beschriebene Methode schnelle, zuverlässige und gegenüber Rauschen sehr robuste Ergebnisse.

In der euklidischen Ebene, die durch die Menge von Vektoren $(x, y) \in \mathbb{R}$ gebildet wird, lässt sich ein Kreis in der Form

$$A(x^2 + y^2) + Bx + Cy + D = 0 \quad \text{mit } A, B, C, D \in \mathbb{R} \quad (3.1)$$

parametrisieren. Für $A > 0$ beschreibt Gleichung 3.1 einen Kreis und für $A = 0$ eine Gerade. Für Kreise, d.h. für $A > 0$ stellt Gleichung 3.1 jedoch eine Überparametrisierung dar, da die Zahl der freien Parameter höher als die Anzahl der Freiheitsgrade ist. Eine mögliche Zwangsbedingung, welche zu einer eindeutigen Lösung führt und Singularitäten vermeidet, ist durch

$$B^2 + C^2 - 4AD = 1 \quad (3.2)$$

gegeben. Diese Zwangsbedingung kann in Matrixform durch $\mathbf{a}^T \mathbf{H} \mathbf{a} = 1$ dargestellt

werden, wobei $\mathbf{a} = (A, B, C, D)^T$ und \mathbf{H} durch

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

gegeben ist. Beschreiben N Datenpunkte mit den Koordinaten (x_i, y_i) annähernd einen Kreis, so wird die Menge an Datenpunkten möglichst gut durch Gleichung 3.1 angenähert, wenn die Funktion

$$F(A, B, C, D) = \sum_{i=1}^N (Az_i + Bx_i + Cy_i + D)^2 \quad (3.4)$$

minimal ist. Hierbei ist $z_i = x_i^2 + y_i^2$. Dieses Extremalproblem kann durch Einführung eines Lagrange-Multiplikators η und Berücksichtigung der Zwangsbedingung dargestellt werden

$$F^* = \mathbf{a}^T \mathbf{M} \mathbf{a} - \eta(\mathbf{a}^T \mathbf{H} \mathbf{a} - 1) \quad (3.5)$$

Unter Verwendung der Momente $M_{xy} = \sum_{i=1}^N x_i y_i$, kann \mathbf{M} in in der Form

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} M_{zz} & M_{xz} & M_{yz} & M_z \\ M_{xz} & M_{xx} & M_{xy} & M_x \\ M_{yz} & M_{xy} & M_{yy} & M_y \\ M_z & M_x & M_y & N \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

ausgedrückt werden. Zur Lösung dieses Minimierungsproblems wird der Ausdruck F^* nach \mathbf{a} differenziert. Dieses Vorgehen führt zu dem Eigenwertproblem

$$\mathbf{M} \mathbf{A} = \eta \mathbf{H} \mathbf{A} \quad (3.7)$$

welches vier verschiedene Eigenwerte besitzt, von denen genau einer den Ausdruck F^* minimiert. Dieser Eigenwert lässt sich mit Hilfe des charakteristischen Polynoms $f(\eta) = \det(\mathbf{M} - \eta \mathbf{H})$ und des Newtonverfahrens mit dem Startwert $\eta = 0$ finden. Sei \mathbf{a}^* der Eigenvektor zu dem Eigenwert η^* , so ergeben sich daraus der Kreismittelpunkt (x_c, y_c) und der Kreisradius r_0 gemäß der Beziehungen

$$x_c = -\frac{B}{2A} \quad (3.8)$$

$$y_c = -\frac{C}{2A} \quad (3.9)$$

$$r_0 = \frac{1}{2|A|} \sqrt{B^2 + C^2 - 4AD} = \frac{1}{2|A|}. \quad (3.10)$$

3.2 Algorithmus zur Bestimmung der charakteristischen Resonatorparameter

Wie bereits in Abschnitt 2.5 gezeigt wurde, unterscheiden sich gemessene Transmissionsverläufe von den durch Gleichung 2.8 gegebenen theoretischen Erwartungen des Resonator-Modells aufgrund von Einflüssen des experimentellen Aufbaus. Die Einflüsse, die in Gleichung 2.15 berücksichtigt wurden, können mit Hilfe des implementierten Algorithmus eliminiert werden. Dieses Vorgehen stellt eine Alternative zu einer aufwändigen Kalibrierung der Messinstrumente dar, insbesondere da ein bei kryogenen Temperaturen betriebener Hochfrequenzverlauf häufig eine Temperatur- und Leistungsabhängigkeit zeigt, die sehr aufwändig vermessen und bei der späteren Auswertung der Messdaten berücksichtigt werden müsste. Im Folgenden soll der im Rahmen dieser Arbeit implementierte Algorithmus vorgestellt werden, mit dessen Hilfe diese Einflüsse schrittweise bestimmt und aus den Rohdaten eliminiert werden können. Nach dieser Elimination beschreiben die Datenpunkte schließlich den durch Gleichung 2.8 beschriebenen Kreis in kanonischer Position. Mit dessen Hilfe können die charakteristischen Parameter des Resonators bestimmt werden.

Aus den frequenzabhängigen Messdaten des komplexen Streuparameters S_{21} wird zunächst die Kabellauzeit τ bestimmt, um damit die gemessenen Rohdaten, die eine wie in Abbildung 2.4 gezeigte Form besitzen, in die eigentliche Kreisform zu bringen. Eine erste grobe Abschätzung für die Kabellauzeit τ kann aus dem frequenzabhängigen Verlauf der Phase gewonnen werden. Hierzu wird der Verlauf der Phase gemäß des Ausdrucks

$$\theta(f) = \arctan\left(\frac{\operatorname{Im}S_{21}}{\operatorname{Re}S_{21}}\right) \quad (3.11)$$

berechnet. Eventuell auftretende Unstetigkeiten des Phasenverlaufs sind auf die Definition des Arcustangens zurückzuführen und können durch eine Transformation der Form

$$\theta(f_i) \longrightarrow \theta(f_i) - 2z\pi \quad \forall f_i > f_{\text{Sprung}} \quad \text{mit } z \in \mathbb{Z} \quad (3.12)$$

behoben werden, wobei f_{Sprung} die Frequenz ist, bei der die Unstetigkeit auftritt.

Wie in Abbildung 3.1 dargestellt ist, zeigt der bereits von Unstetigkeiten korrigierte Phasenverlauf $\theta(f)$ aufgrund der endlichen Kabellauzeit eine lineare Frequenzabhängigkeit mit Steigung $m = 2\pi\tau$, wobei dieser in der Nähe der Resonanzfrequenz von einem für diese hier diskutierte Resonatorart charakteristischen Verlauf überlagert ist. Eine Abschätzung der Kabellauzeit τ kann durch eine lineare Kurvenanpassung an den Phasenverlauf erreicht werden. Mit Hilfe dieser Abschätzung lassen sich die

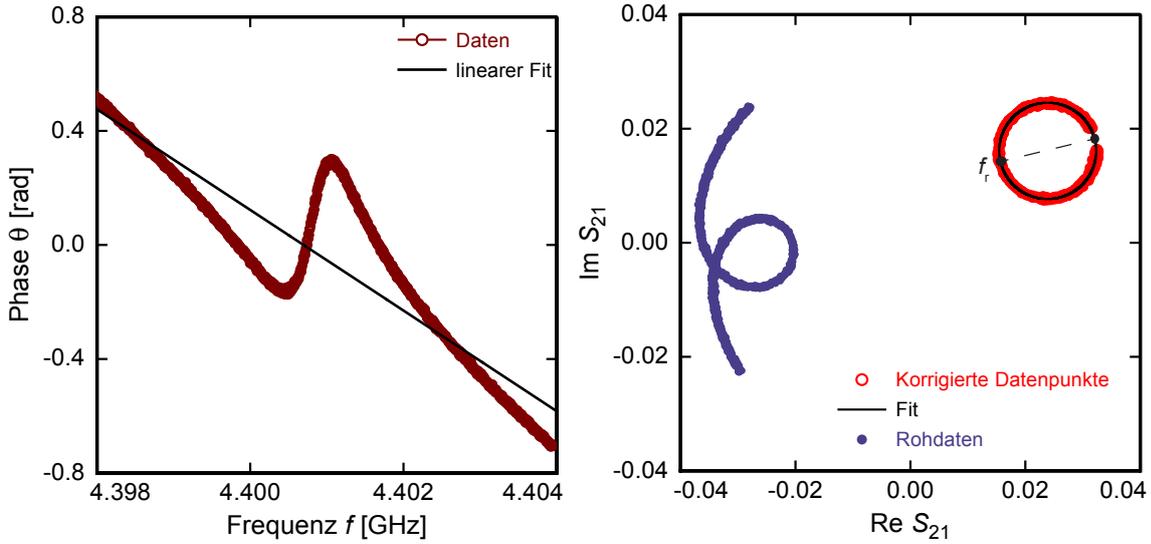


Abb. 3.1: (**Links**) Die Phase in Abhängigkeit von der Frequenz, nachdem die durch Gleichung 3.11 beschriebenen Korrekturen auf die Messdaten angewendet worden sind. (**Rechts**) Von der Kabellauzeit bereinigter komplexer Streuparameter S_{21} sowie die dazugehörigen Rohdaten in der komplexen Ebene. Die Öffnung des Kreises liegt auf der gegenüberliegenden Seite des Resonanzpunktes, der in der Abbildung markiert ist. In dieser Position kann der Kreis jedoch keinen Aufschluss über die charakteristischen Parameter des Resonators geben.

Datenpunkte durch die Transformation

$$x_i \longrightarrow x_i \cos(2\pi f\tau) - y_i \sin(2\pi f\tau) \quad (3.13)$$

$$y_i \longrightarrow x_i \sin(2\pi f\tau) + y_i \cos(2\pi f\tau) \quad (3.14)$$

auf einen vorläufigen kreisförmigen Verlauf bringen. Diese Transformation entspricht einer Drehung um den Winkel $2\pi i f\tau$ bzw. Multiplikation des Streuparameters S_{21} mit dem Faktor $e^{2\pi i f\tau}$. Durch Anwendung des in Abschnitt 3.1 beschriebenen Kreisfits auf die transformierten Datenpunkte können die vorläufigen Koordinaten des Kreismittelpunktes (x_c^*, y_c^*) und der Kreisradius r_0^* bestimmt werden. Eine möglichst genaue Bestimmung der Kabellauzeit τ kann anschließend erreicht werden, indem die Funktion

$$\chi^2(\tau) = \sum_{i=1}^N \{r_0^2 - [(x_i(\tau) - x_c)^2 + (y_i(\tau) - y_c)^2]\} \quad (3.15)$$

minimiert wird. Hierbei bezeichnen $x_i(\tau) = \text{Re } S_{21}(\tau)$ und $y_i(\tau) = \text{Im } S_{21}(\tau)$ die einmalig transformierten Rohdaten, aus denen sich die Kreisparameter x_c , y_c und r_0 ergeben. Derartig korrigierte Daten ergeben einen Kreis, wie er in Abbildung 3.1 dargestellt ist. Dieser Kreis liegt jedoch noch nicht in kanonischer Position (siehe

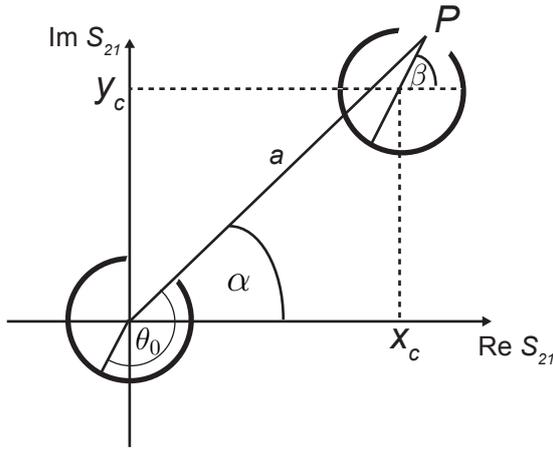


Abb. 3.2: Die Position von Punkt P^* in der komplexen Ebene. Die Translation des Kreises wird durch a hervorgerufen, wobei α die Drehung erzeugt. Mit Hilfe des Winkels θ_0 kann der Winkel β bestimmt werden.

Abbildung 3.3) da die transformierten Daten noch die Verluste des experimentellen Aufbaus a sowie die damit verbundene Phasendrehung α beinhalten. Beide Parameter, d.h. die Systemdämpfung a sowie die Phasendrehung α , können durch die Bestimmung der Position des sogenannten Off-Resonant-Punktes P gefunden werden. Dieser Punkt besitzt in der kanonischen Position die Koordinaten $P = (1, 0)$ und liegt beim korrigierten Kreis in der Kreisöffnung. Die Öffnung des Kreises wird erzeugt, da der Punkt P weit entfernt von der Resonanzfrequenz $f \rightarrow \pm\infty$ liegt.

Betrachtet man Abbildung 3.2, ergibt sich aus geometrischen Überlegungen, dass sich die Position von P^* in der komplexen Ebene durch den Phasenwinkel β beschreiben lässt:

$$P^* = x_c + r_0 \cos(\beta) + i[y_c + r_0 \sin(\beta)] \quad (3.16)$$

Die Bestimmung von β kann durch den in Abbildung 3.2 definierten Winkel θ_0 erfolgen. Da β und θ_0 Nebenwinkel sind, folgt $\theta_0 + \beta = \pi$. Unter Ausnutzung der Eigenschaften des Modulo-Operators ergibt sich:

$$\beta = (\theta_0 + \pi) \quad \text{mod } \pi \quad (3.17)$$

Der Wert von θ_0 kann wiederum durch eine numerische Anpassung des erwarteten Frequenzverlaufs der Phase an die Messdaten bestimmt werden, da die Resonanzfrequenz f_r sich am gegenüberliegenden Punkt des Kreises zu Punkt P befindet. Bei dem Kreis, der durch die Transformation $x \rightarrow x - x_c$ und $y \rightarrow y - y_c$ in den Ursprung der komplexen Ebene verschoben ist, liegt der Resonanzpunkt folglich bei dem Winkel θ_0 . Dieser kann durch eine numerische Anpassung der Daten an die Funktion

$$\theta(f) = \theta_0 + 2 \arctan \left[2Q_1 \left(1 - \frac{f}{f_r} \right) \right] \quad (3.18)$$

bestimmt werden. Hierbei sind Q_1 , welches die in Abschnitt 2.4 beschriebene belastete Güte ist, die Resonanzfrequenz f_r und θ_0 freie Parameter. Aus θ_0 können somit die

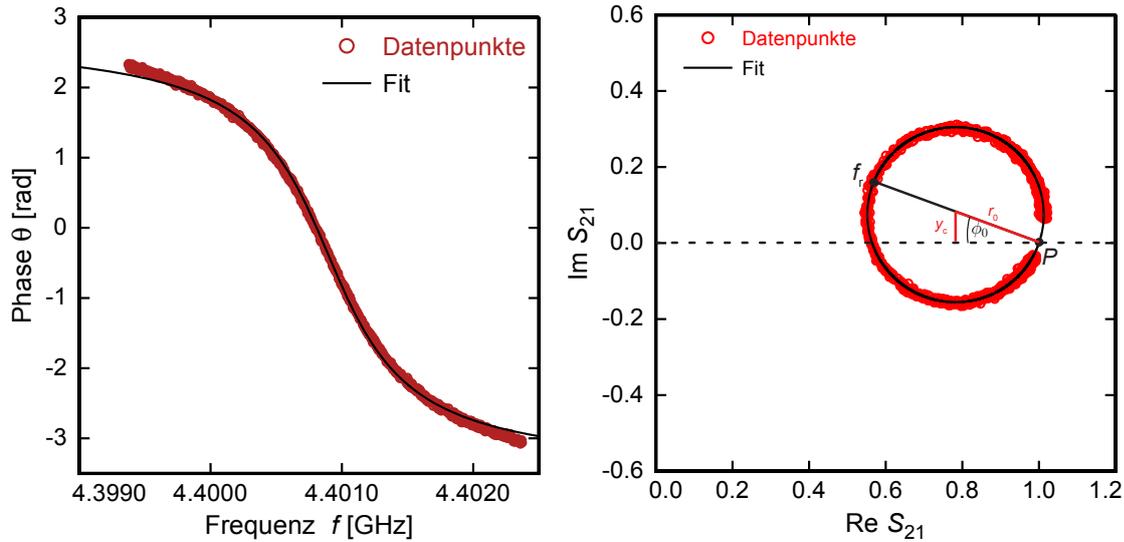


Abb. 3.3: (Links) Der Verlauf der Phase als Funktion der Frequenz. Zusätzlich eingezeichnet ist eine numerische Anpassung des erwarteten Verlaufs gemäß Gleichung 3.18 mit deren Hilfe sich die Resonanzfrequenz f_r , die belastete Güte Q_1 sowie der Winkel θ_0 bestimmen lassen. (Rechts) Der Kreis in der kanonischen Position. Der Resonanzpunkt liegt vom Punkt P aus auf der gegenüberliegenden Seite des Kreises.

Position von P und damit die Dämpfung a und Phasendrehung α gemäß

$$a = |P| \quad (3.19)$$

$$\alpha = \arg(P) \quad (3.20)$$

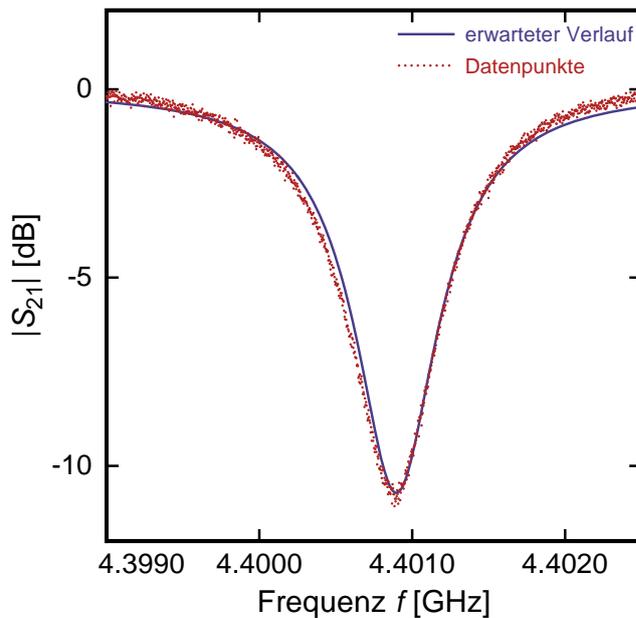


Abb. 3.4: Frequenzverlauf der Transmission nach allen in diesen Abschnitt diskutierten Korrekturen. Zusätzlich eingezeichnet ist der nach Bestimmung der Resonatorparameter erwartete Verlauf der Transmissionskurve.

bestimmt werden. Eine affine Transformation, welche einer Drehung durch den Faktor $a^{-1}e^{-i\alpha}$ entspricht, verschiebt den Kreis in seine kanonische Position. In der kanonischen Position ist der Kreis um einen Winkel ϕ_0 gedreht, der durch die Beziehung

$$\phi_0 = \arcsin\left(\frac{y_c}{r_0}\right) \quad (3.21)$$

bestimmt werden kann. Die finale Bestimmung der charakteristischen Parameter des Resonators kann vorgenommen werden, indem der Kreis aus der kanonischen Position in den Ursprung geschoben und um den Winkel ϕ_0 korrigiert wird. Eine erneute numerische Anpassung der Phase (vgl. Gleichung 3.18) bestimmt in dieser Position nun direkt die belastete Güte Q_1 und die Resonanzfrequenz f_r des Resonators. Die Kopplungsgüte des Resonators Q_c und die intrinsische Güte Q_i ergeben sich direkt aus den zuvor bestimmten Parametern:

$$Q_c = \frac{Q_1}{2r_0} e^{i\phi_0} \quad (3.22)$$

$$Q_i = \left[\frac{1}{Q_1} - \operatorname{Re}\left(\frac{1}{Q_c}\right) \right]^{-1}. \quad (3.23)$$

Abbildung 3.4 zeigt den Transmissionsverlauf der nach allen in diesen Schritten korrigierten Daten sowie die mit Hilfe der gefundenen Parameter berechnete Transmissionsamplitude in Abhängigkeit von der Frequenz.

4. Experimenteller Aufbau

Die kapazitiv an eine Durchgangsleitung gekoppelten supraleitenden $\lambda/4$ -Resonatoren, anhand derer die Robustheit, Genauigkeit und Geschwindigkeit des in Kapitel 3 beschriebenen Algorithmus getestet wird, befinden sich auf einem Chip, der im Rahmen des ECHO-Projekts entwickelt und hergestellt wurde [Kem14, Gas14]. Das Ziel dieses Projektes besteht darin, mit Hilfe des Energiespektrums des Elektroneneinfangs von ^{163}Ho , die Neutrinomasse zu bestimmen. Das Design des Chips ist in Abbildung 4.1 dargestellt. Die Resonatoren sind ein zentraler Bestandteil eines auf dem Chip befindlichen Mikrowellen-SQUID-Multiplexers, mit dessen Hilfe ein sich ebenfalls auf dem Chip befindliches Detektor-Array aus 64 Pixeln mit nur zwei Koaxialleitungen und einem Tieftemperaturverstärker ausgelesen werden kann.

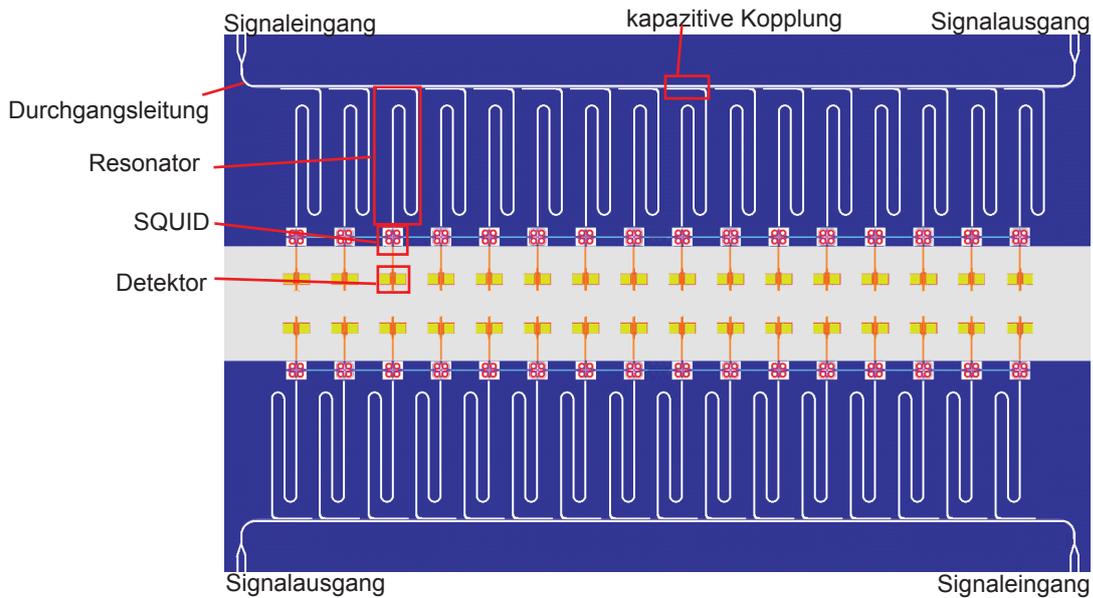


Abb. 4.1: Design des Mikrowellen-SQUID-Multiplexer mit integriertem Detektorarray. Es sind die wesentlichen Komponenten Durchgangsleitung, kapazitive Kopplung, Resonatoren, SQUIDs und Detektoren mit einem roten Rahmen markiert.

An der Ober- und Unterseite des Chips, der in Abbildung 4.1 dargestellt ist, befindet sich jeweils eine Durchgangsleitung mit Impedanz $Z = 50 \Omega$, über die der Chip elektrisch kontaktiert werden kann und an die jeweils 16 Resonatoren kapazitiv gekoppelt sind. Die Resonatoren sind derart entworfen, dass sie anhand einer eindeutigen Resonanzfrequenz in einem Frequenzbereich zwischen 4 GHz und 6 GHz identifiziert werden können und eine belastete Güte $Q_1 = 5000$ besitzen. Des Weiteren

ist jeder Resonator über einen induktiven Abschluss L_A an ein ungeschuntetes, nicht-hysteretisches rf-SQUID gekoppelt, mit dessen Hilfe ein hieran induktiv gekoppelter Detektor mit zwei Pixeln ausgelesen werden kann. Um zu verhindern, dass hochfrequente Signale über die Resonatoren und das SQUID die Detektoren erreichen, befindet sich zwischen SQUID und Detektor ein Widerstand, der in Kombination mit der Einkoppelspule des SQUIDs und der mäanderförmigen Spule des Detektors einen Tiefpass darstellt [Weg13].

Um die für den Betrieb des Multiplexers benötigten tiefen Temperaturen zu erzeugen, wurde ein He^3/He^4 -Verdünnungskryostat eingesetzt. Mit diesem ist es möglich, die Experimentierplattform, auf welcher der Multiplexer in einem Metallgehäuse montiert wurde, bis auf eine Basistemperatur $T = 20 \text{ mK}$ zu kühlen. Diese tiefen Temperaturen führen zu einem sehr geringen Signalrauschen und zu vernachlässigbar kleinen Verlusten im supraleitenden Resonator. Ein Heizer auf der Experimentierplattform mit einer PID-Regelschleife ermöglicht es zudem höhere Temperaturen zu erzeugen, wodurch Messungen bei Temperaturen $T > 20 \text{ mK}$ ermöglicht werden.

Die schematische Darstellung des experimentellen Aufbaus ist in Abbildung 4.2 gezeigt. Die Messung des frequenzabhängigen Streuparameters S_{21} erfolgt mit Hilfe eines Vektor-Netzwerkanalysators (Rhode & Schwarz, ZNB8 Netzwerkanalysator). Zunächst wird das durch den Netzwerkanalysator erzeugte hochfrequente Messsignal im Frequenzband 4 GHz bis 6 GHz um 40 dB gedämpft, bevor es den Chip eingangseitig erreicht. Diese Dämpfung wird durch auf verschiedenen Temperaturstufen im Kryostaten montierte 10 dB-Dämpfungsglieder und einen 20 dB-Richtkoppler realisiert. Dadurch wird der Einfluss thermischer Rauschquellen sukzessive abgeschwächt. Zwei der Anschlüsse des Richtkopplers sind durch 50 Ω -Widerstände abgeschlossen, wodurch gewährleistet wird, dass das Rauschen am Signaleingang des Chips durch einen 20 mK-kalten 50 Ω -Widerstand bestimmt wird [Kem12].

Empfangsseitig wird das Messsignal zunächst durch einen an dem Heliumbad des Kryostaten montierten HEMT-Verstärker (Low Noise Factory, LNF-LNC4_8A) um 36 dB verstärkt, bevor es bei Raumtemperatur mit Hilfe eines rauscharmen Hochfrequenzverstärkers (Miteq, AFS3-0400080-10-ULN) um weitere 28 dB nachverstärkt wird. Ein Zirkulator (Pamtech, CTH1392K4) zwischen Chip und HEMT-Verstärker verhindert, dass am HEMT-Verstärker reflektierte Signale zurück zu dem Chip gelangen können und somit ebenfalls nur das Rauschen eines an den Zirkulator angebrachten 20 mK-kalten 50 Ω -Widerstands gesehen wird.

Die weiteren Elemente des Aufbaus dienen zur Thermalisierung der Bauteile. Aufgrund der geringen thermischen Leitfähigkeit des Dielektrikums in den verwendeten halbstarren Koaxialkabeln sind dessen Innen- von den Außenleitern fast vollständig thermisch entkoppelt. Daher werden durch die dc-Blocks sowohl Innen- als auch Außenleiter galvanisch getrennt und die thermische Leitfähigkeit der Kabel redu-

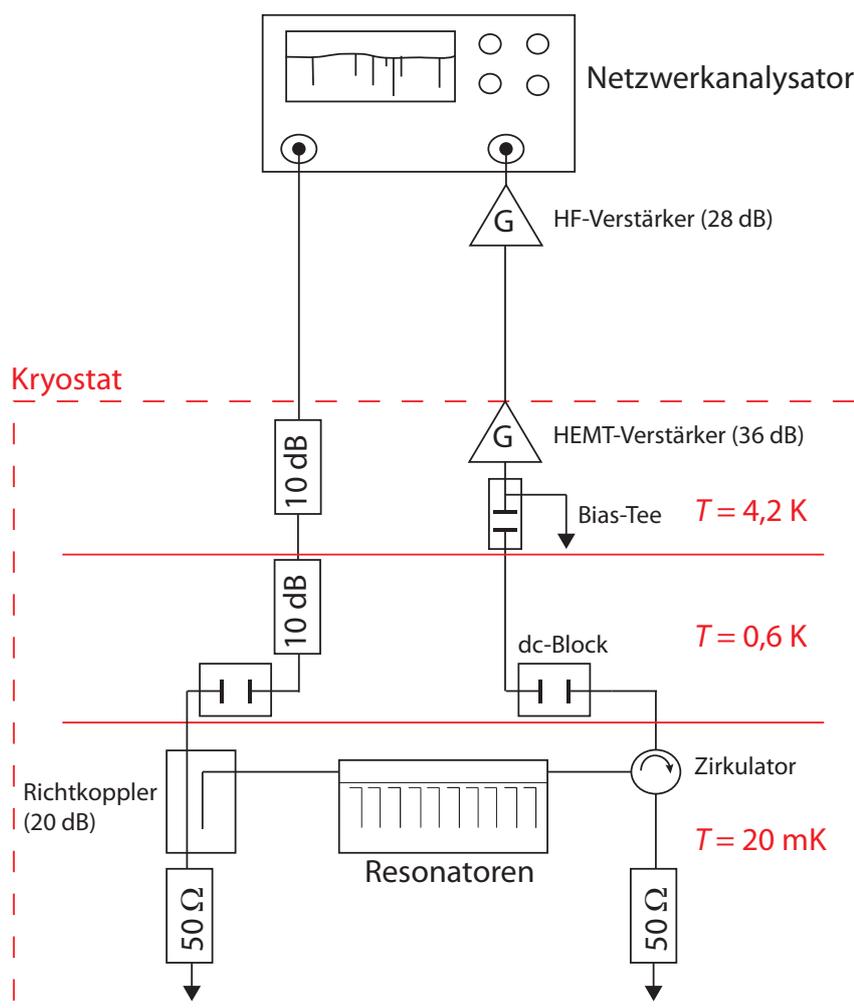


Abb. 4.2: Schematischer Messaufbau zur Auslesung der $\lambda/4$ -Resonatoren. Die Experimentierplattform, auf der der Chip aufgebracht ist, kann bis auf Werte von 20 mK heruntergekühlt werden. Die Funktion der einzelnen Komponenten ist im Text erläutert.

ziert. Die Dämpfungsglieder hingegen verbinden Innen- und Außenleiter galvanisch, sodass die Innenleiter zusätzlich von den thermalisierten Außenleitern gekühlt werden. Dies verringert einerseits die Wärmelast auf die Kaltstufe des Kryostaten und führt andererseits dazu, dass keine Wärme direkt auf den Multiplexer-Chip gebracht wird. Der Eingang des HEMT-Verstärkers ist durch ein Bias-Tee niederohmig mit der Masse des Kryostaten verbunden. Aufgrund der galvanischen Trennung des Hochfrequenzeingangs ist der Wärmefluss über den Innenleiter an den Verstärker stark reduziert.

5. Experimentelle Ergebnisse

Um den im Rahmen dieser Arbeit implementierten Algorithmus zu charakterisieren und seine korrekte Funktionsweise zu verifizieren, wurde der frequenzabhängige Verlauf des Parameters S_{21} für einen in der Arbeitsgruppe entwickelten Mikrowellen-SQUID-Multiplexer [Kem12, Kem14] als Funktion der Temperatur und der Leistung des Hochfrequenzsignals P_{VNA} am Ausgang des zur Charakterisierung verwendeten Netzwerkanalysators gemessen. Bei dem zur Charakterisierung verwendeten Mikrowellen-SQUID-Multiplexer werden kapazitiv an eine Durchgangsleitung gekoppelte supraleitende $\lambda/4$ -Resonatoren zur Frequenzcodierung von nicht-hysteretischen rf-SQUIDS verwendet. Anhand der aufgezeichneten Messdaten werden zunächst die Stabilität und Zuverlässigkeit des Algorithmus aufgezeigt. Im Anschluss daran werden die Leistungs- und Temperaturabhängigkeit der charakteristischen Parameter eines beispielhaft herausgegriffenen Resonators systematisch untersucht.

In Abbildung 5.1 ist der gemessene Verlauf des Parameters S_{21} in einem Frequenzbereich von 4,2 GHz bis 4,7 GHz dargestellt. In dem gezeigten Frequenzbereich sind eindeutig 15 Strukturen zu erkennen, die sich jeweils einem Resonator zuordnen lassen. Zusätzlich lässt sich auch ein durch den experimentellen Aufbau verursachter typischer Verlauf des Parameters S_{21} erkennen, der durch die in Gleichung 2.15 verwendeten Parameter a , τ und α beschrieben werden kann. Von den beobachteten Resonatoren wurden die Resonatoren 2, 3 und 5 zur Untersuchung der Stabilität des Algorithmus verwendet. Diese zeichnen sich dadurch aus, dass sie einerseits im Vergleich zu den übrigen Resonatoren tiefe Resonanzkurven und damit hohe Güten zeigen und andererseits einen ausreichend großen Frequenzabstand zu benachbarten Resonanzkurven besitzen, der eine klare Trennung zwischen den verschiedenen Resonatoren erlaubt. Eine mögliche Überlagerung zweier Resonanzkurven, deren Effekt im Algorithmus nicht berücksichtigt ist, kann somit vernachlässigt werden. Im Anschluss an die beschriebenen Untersuchungen werden die Leistungs- und Temperaturabhängigkeit der Resonatoren am Beispiel der charakteristischen Parameter des Resonators 5 diskutiert.

5.1 Stabilität des Algorithmus

Um zunächst die korrekte Funktionsweise des Algorithmus zu verifizieren, sind in Abbildung 5.2 der für Resonator gemessene frequenzabhängige Verlauf des Parameters $S_{21}(f)$ sowie der Frequenzverlauf des Betrags $|S_{21}|$ gezeigt, die bei einer

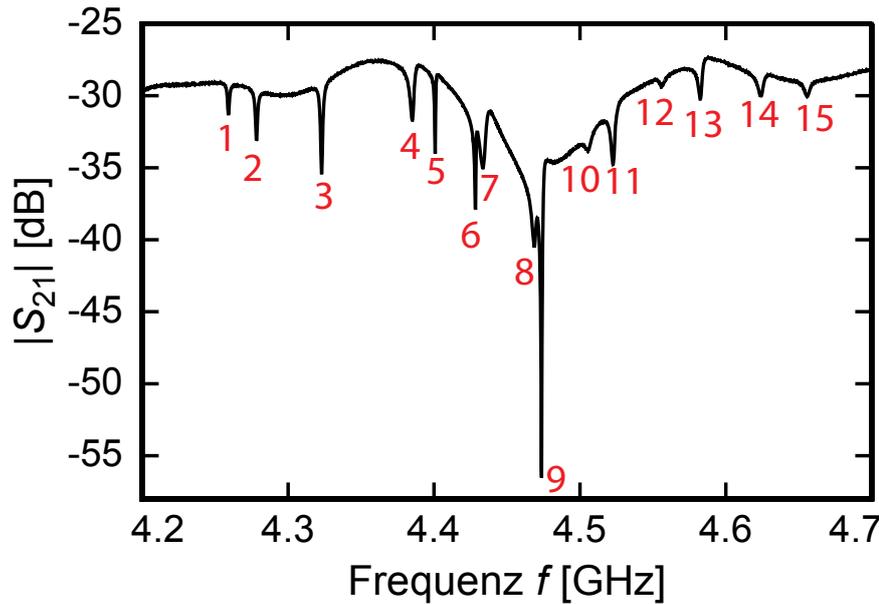


Abb. 5.1: Gemessener Verlauf des Betrags des Parameters S_{21} als Funktion der Frequenz. In dem gezeigten Frequenzbereich sind 15 Resonanzstrukturen zu erkennen, die jeweils einem Resonator zugeordnet werden können.

Temperatur von $T = 26,8 \text{ mK}$ und mit einer Leistung des Hochfrequenzsignals von $P_{\text{VNA}} = -40 \text{ dBm}$ am Ausgang des Netzwerkanalysators aufgezeichnet wurden. Zusätzlich eingezeichnet sind die nach Gleichung 2.15 erwarteten Verläufe der verschiedenen Darstellungen der Resonanzkurve. Die hierfür benötigten Parameter, welche die Einflüsse des Messaufbaus sowie die charakteristischen Parameter des Resonators umfassen, wurden durch den in Kapitel 3 beschriebenen Algorithmus bestimmt. Es ist zu erkennen, dass die Messdaten gut durch die mit dem Algorithmus bestimmten Parameter beschrieben werden können.

Während der durchgeführten Stabilitäts-Untersuchungen hat sich herausgestellt, dass die Resonatorparameter a und τ für tiefe Temperaturen erwartungsgemäß konstant sind. Um dies zu verdeutlichen, ist in Abbildung 5.3 der Verlauf dieser beiden Parameter für die drei herausgegriffenen Resonatoren bei einer Leistung des Hochfrequenzsignals von $P_{\text{VNA}} = -40 \text{ dBm}$ am Ausgang des Netzwerkanalysators als Funktion der Temperatur dargestellt. Hierbei nimmt τ Werte von ca. 32 ns für Resonator 2 mit einer Resonanzfrequenz $f_r \approx 4,278 \text{ GHz}$ bis etwa $36,7 \text{ ns}$ für Resonator 5 mit einer Resonanzfrequenz $f_r \approx 4,401 \text{ GHz}$ an. Es ist außerdem zu erkennen, dass die Werte für die Systemdämpfung a sowie die Kabellaufzeit τ eine gewisse Verteilung zeigen, sofern diese Parameter bei der Analyse jeder Messkurve als freie Parameter betrachtet werden. Ein ähnliches Verhalten wird auch bei konstant gehaltener Temperatur und einer Variation der Leistung des Hochfrequenzsignals beobachtet. Berücksichtigt man, dass diese beiden Parameter jedoch durch den Messaufbau bestimmt sind und

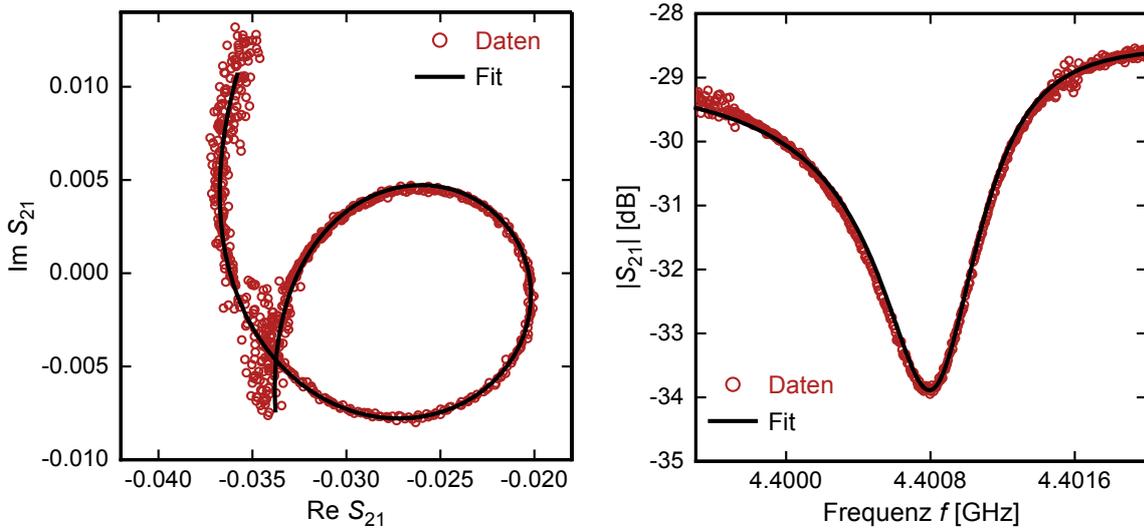


Abb. 5.2: (Links) Gemessener Verlauf des Parameters S_{21} in der komplexen Ebene und (Rechts) gemessener Verlauf des Betrags $|S_{21}|$ des Parameters S_{21} als Funktion der Frequenz. Die Daten wurden bei einer Temperatur von $T = 26,8$ mK und einer Leistung des Hochfrequenzsignals von $P_{\text{VNA}} = -40$ dBm am Ausgang des Netzwerkanalysators aufgezeichnet. Zusätzlich sind die berechneten Verläufe für den Parameter $S_{21}(f)$ als durchgezogene Linie eingezeichnet, die mit Resonatorparametern sowie der den Messaufbau charakterisierenden Parameter a , τ und α berechnet wurden, welche mit Hilfe des Algorithmus bestimmt wurden.

weder eine Temperaturabhängigkeit noch eine Leistungsabhängigkeit bei tiefen Temperaturen zu erwarten ist, so ist die Konstanz der Werte a und τ ein deutlicher Hinweis auf die Stabilität des implementierten Algorithmus. Es hat sich jedoch gezeigt, dass zufällig auftretende Störsignale von außen die Messung stören und die anschließende Bestimmung der Parameter τ und a nachhaltig beeinflussen, so dass es zu den beobachteten Streuungen von a und τ kommt. Eine naheliegende Vorgehensweise ist es daher, die Parameter τ und a eines bestimmten Resonators einmalig aus einem Datensatz mit sehr hoher Frequenzauflösung und einer hohen Anzahl von Mittellungen zu bestimmen und für alle Folgemessungen festzuhalten. Diese Vorgehen wurde in [Pro15] aus analogen Gründen ebenfalls vorgeschlagen. Hierdurch wird zudem der Rechenaufwand des Algorithmus signifikant reduziert. In Abbildung 5.4 ist beispielhaft ein Vergleich der mit dem implementierten Algorithmus bestimmten Werte für die Kopplungsgüte Q_c dargestellt, wenn einerseits die beiden Parameter a und τ für jeden Datensatz bestimmt werden sowie andererseits die beiden Parameter einmalig bestimmt und danach festgehalten werden. Es ist zu erkennen, dass die Streuung der Werte für Q_c deutlich reduziert wird, sofern die Parameter a und τ festgehalten werden.

Die mit dem implementierten Algorithmus bestimmten Resonatorparameter sollten

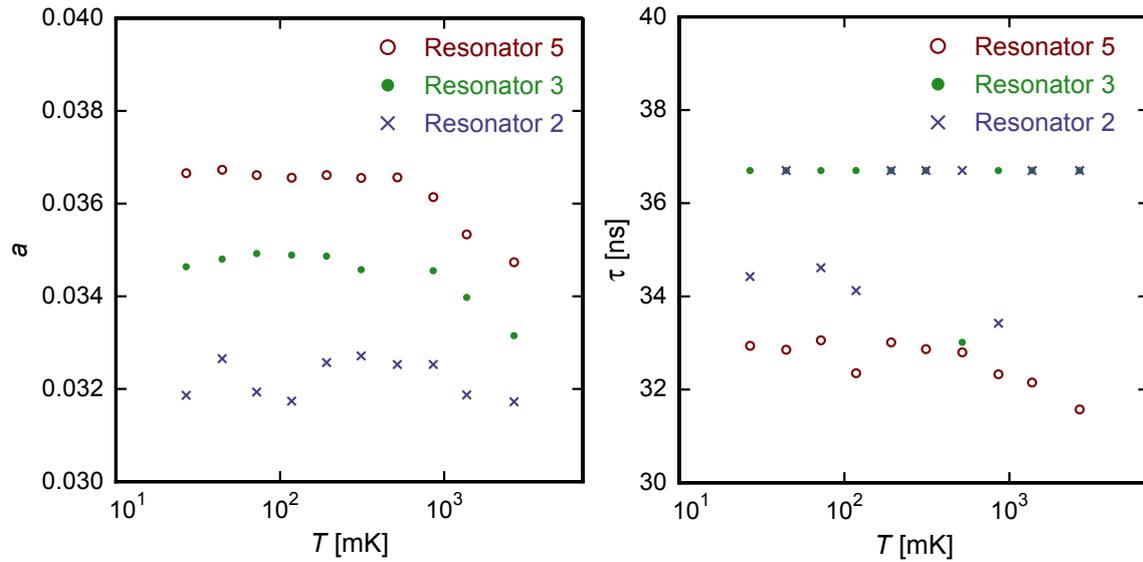


Abb. 5.3: Verlauf der (**links**) Systemdämpfung a und der (**rechts**) Kabellaufzeit τ als Funktion der Temperatur für die drei beispielhaft herausgegriffenen Resonatoren 2, 3 und 5. Die Messungen wurden bei einer Leistung des Hochfrequenzsignals von $P_{\text{VNA}} = -40$ dBm am Ausgang des Netzwerkanalysators durchgeführt.

zudem nicht von dem Frequenzbereich abhängen, in denen 3.18 an die Messdaten angepasst wird. Tatsächlich ändern sich die Werte für die belastete Güte Q_1 bei einer Veränderung der Größe des Anpassungsbereiches nur gering, wie in Abbildung 5.4 beispielhaft für die belastete Güte Q_1 gezeigt ist.

5.2 Temperaturabhängigkeit der charakteristischen Resonatorparameter

Nachdem im vorangegangenen Abschnitt die Stabilität sowie die korrekte Funktionsweise des im Rahmen dieser Arbeit implementierten Algorithmus demonstriert worden ist, soll in diesem Abschnitt die Temperaturabhängigkeit der charakteristischen Resonatorparameter diskutiert werden. Hierzu soll der Resonator 5 beispielhaft diskutiert werden, für den ausgiebige Messungen als Funktion der Temperatur und der Leistung des Hochfrequenzsignals durchgeführt wurden. Die erzielten Ergebnisse werden dann mit [Gao08] verglichen. Aus den im letzten Abschnitt diskutierten Gründen wurden die Werte für den Dämpfungsfaktor a und die Kabellaufzeit τ aus einer Messung mit hoher Frequenzauflösung und vielen Mittellungen einmalig bestimmt und bei der Analyse der nachfolgenden Datensätze festgehalten.

Abbildung 5.5 zeigt die relative Änderung der Resonanzfrequenz des Resonators 5

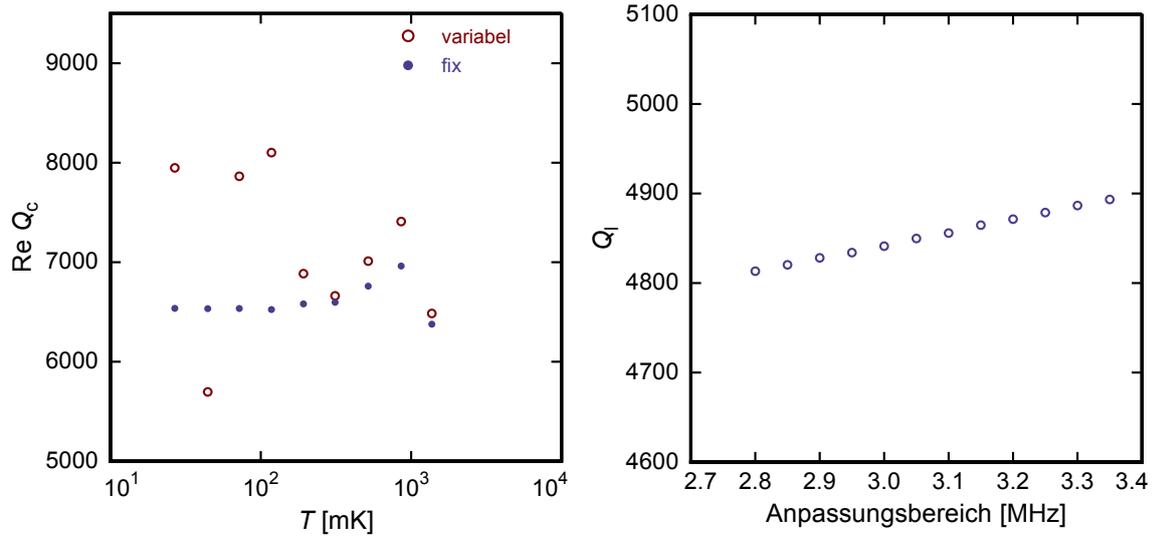


Abb. 5.4: (**Links**) Verlauf des Realteils der Kopplungsgüte Q_c als Funktion der Temperatur für Resonator 2, sofern einerseits die Parameter τ und a einmalig bestimmt und danach festgehalten werden und andererseits bei jedem Datensatz als freie Parameter betrachtet werden. (**Rechts**) Verlauf der belasteten Güte Q_l des Resonators 5 bei einer Leistung des Netzwerkanalysators von -50 dBm und einer Temperatur von 21 mK in Abhängigkeit von der Breite des Anpassungsbereich für den letzten Schritt des implementierten Algorithmus, aus dem die belastete Güte Q_l bestimmt wird.

als Funktion der Temperatur für eine Leistung des Hochfrequenzsignals von $P_{\text{VNA}} = -40$ dBm am Ausgang des Netzwerkanalysators. Von tiefen Temperaturen kommend nimmt die Resonanzfrequenz zunächst ab, durchläuft dann ein lokales Minimum, welches bei einer Temperatur von ca. 70 mK liegt und steigt dann wieder an. Oberhalb einer Temperatur von ca. 800 mK nimmt die Resonanzfrequenz monoton ab. Ein ähnlicher Verlauf wurde bereits in [Gao08] und [Kem12] beobachtet. Während der Verlauf der Resonanzfrequenz bei tiefen Temperaturen durch die Existenz von Tunnelsystemen in amorphen Schichten erklärt werden kann, wird der Abfall der Resonanzfrequenz bei Temperaturen $T > 1$ K durch die Änderung der kinetischen Induktivität verursacht. Beide Effekte sind wohlbekannt und wurden schon in einer Reihe von Arbeiten beschrieben [Gao08, Bar09, Kem12].

Abbildung 5.5 zeigt die Änderung der Resonatorgüten in Abhängigkeit von der Temperatur. Bis zu einem Wert von ca. 500 mK sind die intrinsische Güte Q_i , die Güte der kapazitiven Kopplung Q_c und die belastete Güte Q_l konstant. Dabei weicht Q_l nur geringfügig von dem im Entwurf vorgesehenen Wert von $Q_l^{\text{Design}} = 5000$ ab. Der Wert der Kopplungsgüte Q_c ist etwa ein Faktor 2 geringer als im Entwurf vorgesehen. Die intrinsische Güte beträgt $Q_i = 8600$ und ist um mehr als eine Größenordnung geringer als der Wert, der in der Vergangenheit mit vergleichbaren Resonatoren er-

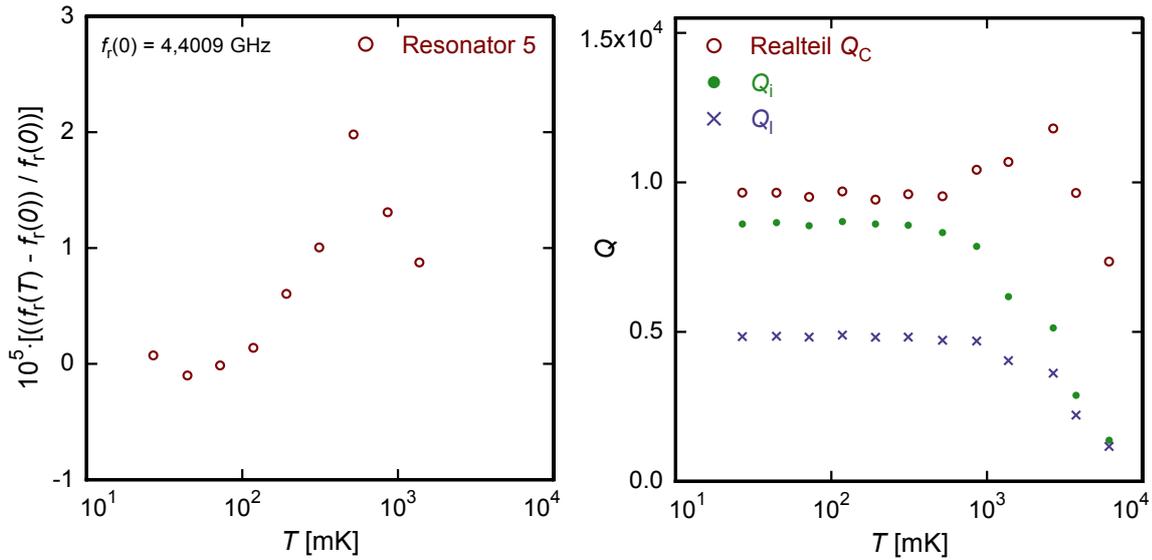


Abb. 5.5: (**Links**) Verlauf der relativen Änderung der Resonanzfrequenz f_r des Resonators 5 als Funktion der Temperatur T . Die gezeigten Messungen wurden bei einer Leistung des Hochfrequenzsignals von $P_{\text{VNA}} = -40$ dBm am Ausgang des Netzwerkanalysators aufgezeichnet. (**Rechts**) Verlauf der Güten Q_c , Q_i und Q_l als Funktion der Temperatur bei einer Leistung des Hochfrequenzsignals $P_{\text{VNA}} = -40$ dBm am Ausgang des Netzwerkanalysators.

zielt werden konnte [Kem12]. Die Ursache hierfür ist nicht geklärt. Jedoch können entweder die in amorphen Schichten vorhandenen atomaren Tunnelsysteme oder die an den Resonator gekoppelten SQUIDS durchaus einen Verlust in der hier beobachteten Größenordnung erzeugen. Erstere werden durch das Standardtunnelmodell beschrieben, welches die Existenz von niederenergetischen Zwei-Niveau-Systemen in amorphen Festkörpern postuliert. Durch das Zwei-Niveau-System, bei dem die beiden Zustände durch eine Potentialbarriere voneinander getrennt sind, wird berücksichtigt, dass aufgrund der ungeordneten Struktur von amorphen Festkörpern einzelne Atome oder kleinere Atomgruppen mehrere energetisch nahezu identische Gleichgewichtslagen besitzen können. Bei tiefen Temperaturen ist ein thermisch aktiviertes Überwinden der Potentialbarriere so unwahrscheinlich, dass ein Wechsel zwischen den beiden Energiezuständen nur durch den quantenmechanischen Tunneleffekt möglich ist. Eine systematische Untersuchung des Ursprungs dieser niedrigen intrinsischen Güten ist im Rahmen nachfolgender Arbeiten geplant. Bei hohen Temperaturen ($T > 800$ mK) fallen die intrinsische Güte Q_i und damit verbunden die belastete Güte Q_l ab. Dieser Effekt ist wohlverstanden [Gao08, Kem12] und auf die thermische Erzeugung von Quasiteilchen zurückzuführen. Im Gegensatz hierzu ist der Anstieg und der nachfolgende Abfall der Kopplungsgüte Q_c nicht verstanden. Die Kopplungsgüte hängt nur von der Geometrie der Kopplungskapazität (die Abhängigkeit der Resonanzfrequenz ist in dem hier gezeigten Temperaturbereich zu vernachlässi-

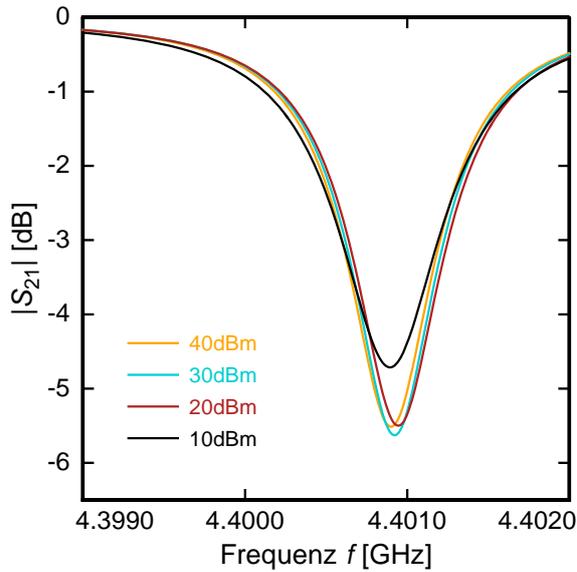


Abb. 5.6: Die aus den Fitparametern berechneten Verläufe des Betrags des Parameters S_{21} für vier verschiedene Leistungen des Hochfrequenzsignals am Ausgang des Netzwerkanalysators bei einer Temperatur von $T = 72$ mK. Die Resonanzfrequenz sowie die Transmissions-tiefe ändern sich mit der Eingangsleistung.

gen) ab. Dies bedeutet, dass sich scheinbar die Geometrie der Kopplungskapazität ändern muss. Aufgrund der Änderung der magnetischen Eindringtiefe als Funktion der Temperatur ist dies teilweise zu erwarten. Jedoch sollte sich ein monotoner Verlauf und nicht die Ausbildung eines Maximums ergeben. Berücksichtigt man jedoch, dass die supraleitenden Drähte aus Aluminium, die zur elektrischen Kontaktierung verwendet wurden und die Masseflächen mit dem Gehäuse sowie die Durchgangsleitung mit dem Wellenleiter verbinden, bei ca. 1,1 K supraleitend werden, so können beide Effekte durchaus zu dem beobachteten Temperaturverlauf führen. Die Beobachtung, dass der Dämpfungsfaktor a bei Temperaturen über 1 K ebenfalls abnimmt, unterstützt diese Annahme. Für zukünftige Anwendungen ist es wünschenswert, dass die intrinsische Güte Q_i deutlich größer als die Kopplungsgüte Q_c ist, da dann die belastete Güte Q_l durch Q_c dominiert und zudem die Wärmeentwicklung auf dem Chip deutlich reduziert ist. Aus diesem Grund ist für zukünftige Arbeiten eine systematische Untersuchung der Ursache der niedrigen intrinsischen Güten geplant. Auch sollen die Kopplungskapazitäten durch Verwendung einer dafür geeigneten Software numerisch modelliert werden.

5.3 Leistungsabhängigkeit der Resonatorparameter

Nachdem im vorangegangenen Abschnitt die Temperaturabhängigkeit der charakteristischen Resonatorparameter untersucht worden ist, soll in diesem Abschnitt die Abhängigkeit der charakteristischen Parameter von der Leistung des Hochfrequenzsignals diskutiert werden. Dies soll wiederum am Beispiel von Resonator 5 geschehen. Abbildung 5.6 stellt die aus den Fitparametern berechneten und von den Einflüssen

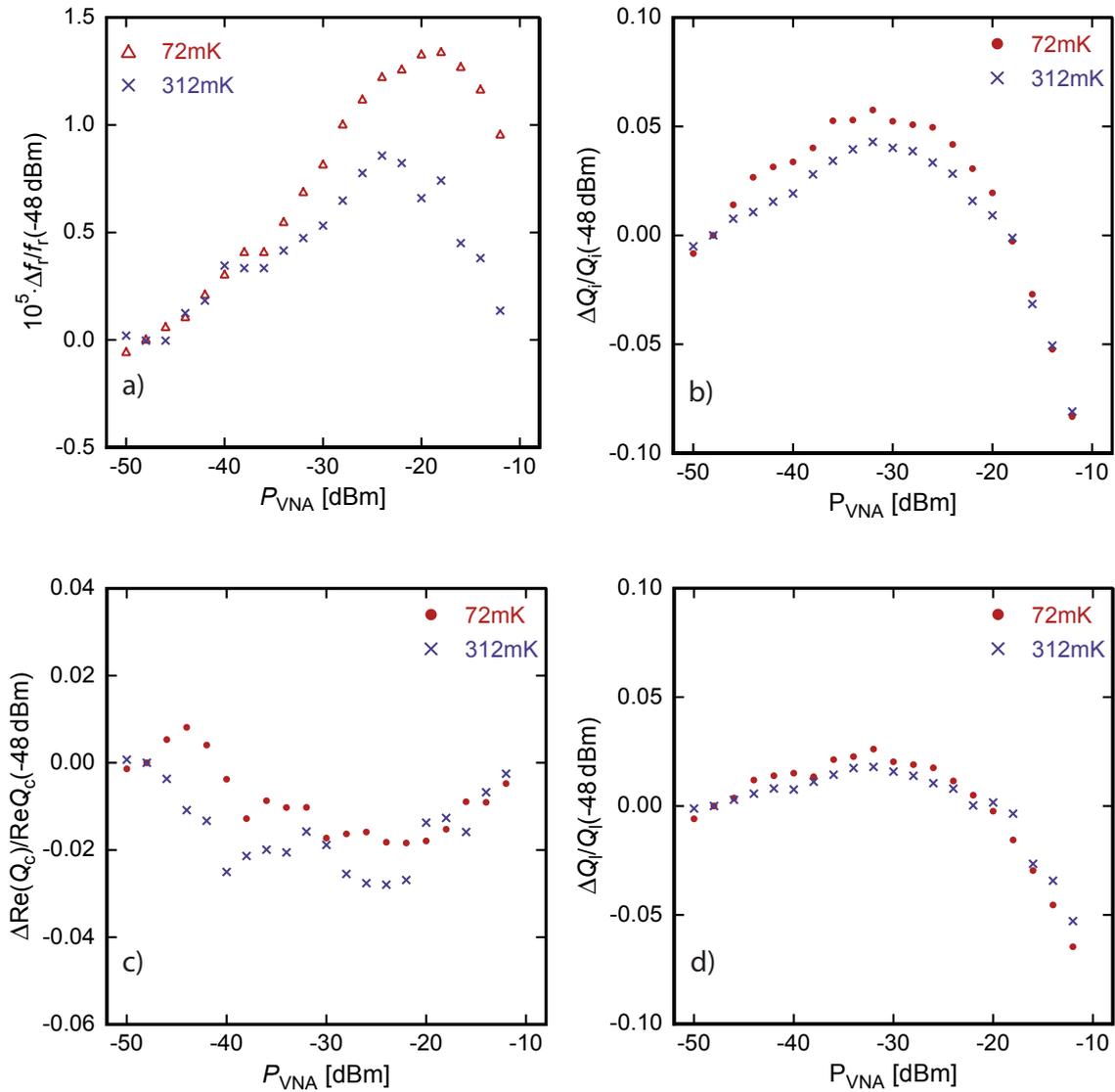


Abb. 5.7: Darstellung der relativen Änderung der charakteristischen Parameter von Resonator 5 in Abhängigkeit von der Leistung des Hochfrequenzsignals am Ausgang des Netzwerkanalysators bei verschiedenen Temperaturen. Es sind die relative Abweichung **a)** der Resonanzfrequenz f_r **b)** der intrinsischen Güte Q_i **c)** des Realteils der Kopplungsgüte Q_c **d)** der belasteten Güte Q_l von dem jeweiligen Referenzwert bei einer Leistung des Hochfrequenzsignals am Ausgang des Netzwerkanalysator von $P_{\text{VNA}} = -48 \text{ dBm}$ gezeigt.

des Messaufbaus korrigierten Verläufe des Betrags $|S_{21}|$ bei verschiedenen Leistungen des Netzwerkanalysators und einer festen Temperatur $T = 72 \text{ mK}$ dar. In Abbildung 5.7 sind die relativen Änderungen der verschiedenen charakteristischen Parameter von Resonator 5 gegen die Leistung des Netzwerkanalysators P_{VNA} dargestellt. Es ist zu erkennen, dass sich die Resonanzfrequenz bis zu einer Leistung des Hochfrequenzsignals am Eingang des Netzwerkanalysators von -20 dBm zu höheren Frequenzen

hin verschiebt. Bei höheren Leistungen nimmt die Resonanzfrequenz f_r wiederum ab.

Dabei bewegt sich die Verschiebung im Rahmen von 0,015 %. Die Güte der Kopplung Q_c ist nahezu konstant. Die intrinsische Güte Q_i hingegen steigt, bis eine Leistung von -28 bis -30 dBm erreicht ist, um etwa 5 % und fällt anschließend signifikant ab. Bei -14 dBm ist die Güte bereits um 5 % geringer als bei den niedrigsten Leistungen. Dies bedeutet, dass die intrinsischen Verluste zwischen -28 und -30 dBm minimal sind. Für das Verhalten bei hohen Leistungen ($P_{\text{VNA}} > -30$ dBm) gibt es einige mögliche Erklärungsansätze. Einerseits könnten Quasiteilchen hauptverantwortlich für die steigenden Verluste sein. Andererseits könnten auch ohmsche Verluste im SQUID bei hohen Leistungen in Betracht gezogen werden. Zukünftige Untersuchungen werden den Einfluss der SQUIDs auf die Resonatoren untersuchen. Da die belastete Güte Q_l sich aus Q_i sowie Q_c zusammensetzt, sind die relativen Änderungen für Q_l geringer, jedoch ist ein ähnlicher Verlauf wie bei Q_i zu erkennen.

6. Zusammenfassung und Ausblick

Im Rahmen dieser Arbeit wurde ein Algorithmus entwickelt und getestet, der zur Charakterisierung von kapazitiv an eine Durchgangsleitung gekoppelter supraleitender $\lambda/4$ -Resonatoren verwendet werden kann. Grundlage für diesen Algorithmus ist der erwartete Frequenzverlauf des komplexen Streuparameters S_{21} eines solchen Resonators. Außerdem werden Einflüsse des Messaufbaus, insbesondere die Kabellaufzeit τ , der Dämpfungsfaktor a , sowie eine eventuelle intrinsische Phasenverschiebung α berücksichtigt. Die Einflüsse des Messaufbaus werden bei Anwendung des implementierten Algorithmus schrittweise aus den mit einem Netzwerkanalysator aufgezeichneten Rohdaten eliminiert. Zudem erlaubt der Algorithmus die Bestimmung der Resonanzfrequenz f_r , der belasteten Güte Q_l sowie die Beiträge der Kopplungsgüte Q_c und der intrinsischen Güte Q_i , aus denen sich die belastete Güte zusammensetzt. Der implementierte Algorithmus zeichnet sich durch seine Robustheit, Genauigkeit und Geschwindigkeit aus und benötigt im Gegensatz zu den sehr häufig verwendeten iterativen Methoden keine Startparameter.

Anhand von experimentell gemessenen Frequenzverläufen des Streuparameters S_{21} von $\lambda/4$ -Resonatoren konnte die Stabilität des in der vorliegenden Arbeit implementierten Algorithmus bestätigt werden. Die bestimmten charakteristischen Parameter sowie die extrahierten Werte für die Kabellaufzeit τ , die Systemdämpfung a sowie die Phasenverschiebung α beschreiben die Rohdaten sehr gut. Des Weiteren konnte gezeigt werden, dass die Kabellaufzeit τ und der Dämpfungsfaktor a bei dem zur Charakterisierung der Resonatoren verwendeten Messaufbau unterhalb von $T = 1$ K und unterhalb einer Leistung des Netzwerkanalysators $P_{\text{VNA}} < -20$ dBm nahezu konstant sind. Dies legt nahe, diese beiden Parameter bei zukünftigen Messungen einmalig mit einem Datensatz mit sehr hoher Frequenzauflösung und einer großen Anzahl von Mittellungen zu bestimmen und bei den darauffolgenden Messungen festzuhalten. Dadurch kann der Rechenaufwand bei der Auswertung der nachfolgend aufgezeichneten Messdaten signifikant reduziert werden.

Bei einem zufällig ausgewählten Resonator wurden eine belastete Güte $Q_l \approx 5000$, eine Kopplungsgüte $Q_c \approx 9800$, eine intrinsische Güte $Q_i \approx 8600$ und eine Resonanzfrequenz $f_r \approx 4,401$ GHz als charakteristische Parameter bei Temperaturen $T < 1$ K und Leistungen des Netzwerkanalysators unter -20 dBm bestimmt. Sowohl die belastete Güte als auch die Resonanzfrequenzen liegen nahe an den Entwurfswerten für diesen Resonator. Für diesen Resonator wurden außerdem die Temperatur- und Leistungsabhängigkeit der verschiedenen Resonatorparameter bestimmt. Es zeigte sich, dass die Resonanzfrequenz von tiefen Temperaturen zunächst ansteigt und dann oberhalb

einer Temperatur von $T \approx 1$ K stark abfällt. Dieser Verlauf lässt sich durch das Vorhandensein von Tunnelsystemen und Quasiteilchen erklären. Als Funktion der Leistung zeigte sich, dass die Resonanzfrequenz bis zu einer Leistung $P_{\text{VNA}} \approx -20$ dBm ansteigt und dann stark abfällt. Ein Anstieg ist bei der belasteten Güte Q_l und der intrinsischen Güte Q_i bis zu einer Eingangsleistung $P_{\text{VNA}} \approx -30$ dBm zu erkennen, während anschließend die Werte für beide Parameter stark abfallen. Die Kopplungsgüte ist über den gesamten untersuchten Leistungsbereich nahezu konstant. Dies kann ebenfalls auf das Vorhandensein von Tunnelsystemen und Quasiteilchen zurückgeführt werden. Die gefundenen Temperatur- und Leistungsabhängigkeiten der Resonatorparameter stimmen qualitativ mit Beobachtungen aus anderen Arbeiten überein [Gao08].

Die Implementierung des hier vorgestellten Algorithmus stellt einen wichtigen Schritt bei der Optimierung von kapazitiv an eine Durchgangsleitung gekoppelten $\lambda/4$ -Resonatoren dar. Dies ist für eine Reihe von Anwendungen relevant, in denen diese Klasse von Resonatoren verwendet wird. Hierzu zählt beispielsweise die Implementierung eines auf nicht-hysteretischen rf-SQUIDs basierenden Mikrowellen-SQUID-Multiplexers oder die dispersive Auslesung von Fluss-Qubits. Außerdem erlaubt die präzise Bestimmung der Resonatorparameter die Überprüfung von vielen physikalischen Theorien, wie etwa des Standard-Tunnelmodells, das einen charakteristischen Verlauf der Resonanzfrequenz sowie der intrinsischen Güte der hier diskutierten Resonatoren vorhersagt. Der implementierte Algorithmus wird in der Arbeitsgruppe folglich für eine Vielzahl von Anwendungen verwendet.

Literaturverzeichnis

- [Bar57] J. Bardeen, L. N. Cooper und J. R. Schrieffer, Theory of Superconductivity, *Phys. Rev.*, **108**(5), 1175–1204, 1957.
- [Bar09] Rami Barends, *Photon-detecting superconducting resonators*, Dissertation, Technische Universität Delft, 2009.
- [Cat14] G. Cataldo, E. J. Wollack, E. M. Barrentine, A. D. Brown, S. H. Moseley und Kongpop U-Yen, Analysis and calibration techniques for superconducting resonators, *Instrumentation and Methods for Astrophysics*, 426–432, 2014.
- [Che05] N. Chernov und C. Lesort, Least squares fitting of circles and lines, *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, **23**, 239, 2005.
- [Col00] R. E. Collin, *Foundations for Microwave Engineering, 2. Auflage*, John Wiley & Sons, 2000.
- [Gao08] J. Gao, *The Physics of Superconducting Microwave Resonators*, Dissertation, California Institute of Technology Pasadena, California, 2008.
- [Gas14] L. Gastaldo, K. Blaum, A. Doerr, Ch. E. Düllmann, K. Eberhardt, S. Eliseev, C. Enss, A. Faessler, A. Fleischmann, S. Kempf, M. Krivoruchenko, S. Lahiri, M. Maiti, Yu. N. Novikov, P.C.-O. Ranitzsch, F. Simkovic, Z. Szusc und Wegner M., The Electron Capture ^{163}Ho Experiment ECHO, *J. Low Temp. Phys.*, **176**, 876 – 884, 2014.
- [Ham11] G. Hammer, *Untersuchung der Eigenschaften von planaren Mikrowellenresonatoren für Kinetic-Inductance Detektoren bei 4,2 K*, Dissertation, Karlsruher Institut für Technologie, 2011.
- [Kem12] S. Kempf, *Entwicklung eines Mikrowellen-SQUID-Multiplexers auf der Grundlage nicht-hysteretischer rf-SQUIDs zur Auslesung metallischer magnetischer Kalorimeter*, Dissertation, Universität Heidelberg, Kirchhoff-Institut für Physik, 2012.
- [Kem14] S. Kempf, M. Wegner, L. Gastaldo, A. Fleischmann und C. Enss, Multiplexed readout of mmc detector arrays using non-hysteretic rf-squids, *J. Low. Temp. Phys.*, **176**(3), 426–432, 2014.

- [Mat58] D. C. Mattis und J. Bardeen, Theory of Anomalous Skin Effect in Normal and Superconducting Metals, *Phys. Rev.*, **111**, 412–417, 1958.
- [Mat08] J. A. B. Mates, G. C. Hilton, K. D. Irwin, L. R. Vale und K. W. Lehnert, Demonstration of a multiplexer of dissipationless superconducting quantum interference devices, *Applied Physics Letters*, **92**(2), –, 2008.
- [Mat11] J. A. B. Mates, *The Microwave SQUID Multiplexer*, Dissertation, University of Colorado, Department of Physics, 2011.
- [Maz04] B.A. Mazin, *Microwave Kinetic Inductance Detectors*, Dissertation, California Institute of Technology, 2004.
- [Nor13] Omid Noroozian, John A. B. Mates, Douglas A. Bennett, Justus A. Brevik, Joseph W. Fowler, Jiansong Gao, Gene C. Hilton, Robert D. Horansky, Kent D. Irwin, Zhao Kang, Daniel R. Schmidt, Leila R. Vale und Joel N. Ullom, High-resolution gamma-ray spectroscopy with a microwave-multiplexed transition-edge sensor array, *Applied Physics Letters*, **103**(20), –, 2013.
- [Pet98] Paul J. Petersan und Steven M. Anlage, Measurement of resonant frequency and quality factor of microwave resonators: Comparison of methods, *Journal of Applied Physics*, **84**(6), 3392–3402, 1998.
- [Pro15] S. Probst, F. B. Song, P. A. Bushev, A. V. Ustinov und M. Weides, Efficient and robust analysis of complex scattering data under noise in microwave resonators, *Review of Scientific Instruments*, **86**(2), 2015.
- [Sim01] R. N. Simons, *Coplanar Waveguide Circuits, Components, and Systems*, John Wiley & Sons, 2001.
- [Weg13] Mathias Wegner, *Entwicklung eines 64-Pixel-Detektor-Arrays basierend auf mikrostrukturierten metallischen magnetischen Kalorimetern mit integriertem Mikrowellen-SQUID-Multiplexer*, Masterarbeit, Universität Heidelberg, 2013.

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich noch einigen Personen danken:

PROFESSOR CHRISTIAN ENSS für die freundlich Aufnahme in seiner Arbeitsgruppe und für die Möglichkeit an einem spannenden Thema arbeiten zu können.

SEBASTIAN KEMPF für seinen großes Interesse an meiner Arbeit und seinen großen Einsatz vom ersten bis zum letzten Tag.

MATHIAS WEGNER für eine auf jeden Fall unterhaltsame Zeit, die Einführung in den Laborbetrieb, das Korrekturlesen der Arbeit und seine mit MATTHÄUS KRANTZ gehaltenen Ausführungen zu den Möglichkeiten schnell wohlhabend zu werden, sowie für eine prägende Zeit in Berlin.

Den weiteren Bewohnern des selbst-betitelten AC/DC-Büros ANNA FERRING und SEBASTIAN HENDRIKS für die gemeinsame Leidenszeit.

LISA GAMER, DANIEL HENGSTLER und CLEMENS HASSEL dafür, dass sie immer einen Blick darauf hatten, dass alles mit rechten Dingen zugeht und für die Beantwortung zahlreicher Fragen.

Allen anderen Mitgliedern dieser großen Arbeitsgruppe, seien es die rauchenden Mitglieder oder die Gläser, für interessante Gespräche beim Mittagessen, Kaffeetrinken oder in den Laboren, Büros oder im Flur.

All den Physikern, die ich seit dem ersten Semester kenne, und jenen die im Laufe der Zeit dazugestoßen sind, ohne die die vergangenen dreieinhalb Jahre vermutlich deutlich langweiliger, schwieriger und trister geworden wäre.

Der Institution „Hänsbox“, die mit großer Gewissheit dem ein oder anderen durch schwieriger Phasen des Unwissens und mangelnden Motivation geholfen hat.

All den „Pottlern“, für die Heidelberg ihr persönliches „Malle“ ist, und die mich immer herzlich in Hagen und Umgebung empfangen.

Abschließend meiner Mutter, meiner Schwester und dem gesamten Rest der Familie für die Unterstützung, ohne die ich dieses Studium nicht hätte durchführen könne.

Ich versichere, dass ich diese Arbeit selbständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe.

Heidelberg, den 8. April 2015

.....
(Albert Hertel)