Fakultät für Physik und Astronomie der Universität Heidelberg

Bachelor–Arbeit in Physik eingereicht von

Daniel Linnemann

aus Hamm (Westfalen)

2010

Aufbau und Frequenzstabilisierung eines Diodenlasers

Diese Bachelorarbeit wurde von Daniel Linnemann ausgeführt am Kirchhoff–Institut für Physik unter der Betreuung von Herrn Prof. Dr. M. Oberthaler

Aufbau und Frequenzstabilisierung eines Diodenlasers

In dieser Bachelor-Arbeit wird der Aufbau und die Frequenzstabilisierung eines Diodenlasers diskutiert. Eine gewöhnliche Halbleiter-Laserdiode wurde in einen externen Resonator eingebracht, der aus einem optischen Gitter in Littrow-Anordnung gebildet wird. Durch diese optische Rückkopplung konnte der Betrieb auf einer longitudinalen Resonatormode forciert werden und die Linienbreite des Lasers ließ sich deutlich reduzieren, so dass er für hochauflösende dopplerfreie Sättigungsspektroskopie genutzt werden konnte. Alle gemessenen Spektren der Hyperfeinstrukturaufspaltung von Rubidium werden im Detail erklärt und mit theoretischen Erwartungen verglichen. Durch Frequenz-Modulations-Spektroskopie wurde das Regelabweichungssignal für einen elektronischen Regelkreis gewonnen. Der Laser konnte damit bis auf die natürliche Linienbreite eines Übergängs der Hyperfeinstruktur von Rubidium stabilisiert werden. In dieser Arbeit wurde als Frequenznormale ein Hyperfeinstrukturübergang innerhalb der D₂-Linie herangezogen: Vom Grundzustand F=2 wurde der Diodenlaser auf die cross-over-Resonanz F' = (2,3) stabilisiert, was einer Wellenlänge von $\lambda = 780,24629$ nm entspricht.

Setup and frequency stabilisation of a diode laser system

In this thesis the setup and frequency stabilisation of a diode laser system is discussed. A common laser diode was used in an external resonator, consisting of an optical grating mounted in Littrow configuration. Due to the optical feedback single-mode operation is ensured and the linewidth of the laser could be reduced, so that high resolution doppler-free spectroscopy was feasible. All measured spectra of rubidium's hyperfinestructure are explained in detail and compared to theory. With frequency modulation spectroscopy it was possible to obtain an error signal for an electrical feedback loop. Thus the frequency of the diode laser was stabilized within the natural linewidth of a transition between hyperfinestructure levels of rubidium. Active stabilisiation was achieved using the D₂ Line, namely the transition from the groundstate F = 1 of ⁸⁷Rb to the cross-over-resonance F' = (2,3), which results in a wavelength of $\lambda = 780,24629$ nm.

Inhaltsverzeichnis

Einleitung			
1	Auf 1.1 1.2	Bau eines Dioden–Lasers Longitudinale Resonatormoden und freilaufende Laserdiode	2 4 4 5 7
ი	Cm	undlagen der Begelungstechnik	19
2	2.1 2.2	Indiagen der Regelungstechnik Theorie	12 12 12 12 13 13 15 16 16 16
3	Spe	ktroskopie und absolute Frequenzstabilisierung	17 19
	3.1	Rubidium	19
	3.2 3.3 3.4	Absorption von Laserlicht und natürliche LinienbreiteDoppler-Effekt und Limitierung klassischer SpektroskopieDopplerfreie Sättigungsspektroskopie3.4.1Cross-Over-Peaks3.4.2Aufbau3.4.3Vergleich zweier Aufbauten zur Sättigungsspektroskopie3.4.4Gemessene Spektren von Rubidium	20 22 22 25 26 28 29
	3.5	Frequenz-Modulations Spektroskopie	33 33 34 36 38
4	Zus	ammenfassung und Ausblick	40
Α	Sch a A.1 A.2	altpläne Photodiodenverstärker für FM–Spektroskopie	42 42 43
Literatur			

Einleitung

Als Theodore H. Maiman vor fast¹ genau 50 Jahren den ersten Laser entwickelte, pointierte er selbst die Entwicklung als: "The laser is a solution seeking a problem". Die moderne Atomphysik ist indes ohne Laser undenkbar. Die gesamte Disziplin ist ob der präzisen und umfassenden Manipulationsmöglichkeiten von Atomen mit Laserlicht revolutioniert worden; Neben folgenreichenden Neuerungen in der Atomphysik, sind sogar gänzlich neue Fachrichtungen wie die Quantenoptik entstanden.

Unsere Arbeitsgruppe beschäftigt sich mit der Bose–Einstein–Kondensation von ⁸⁷Rubidium– Atomen und untersucht dessen Vielteilchendynamik. Für die magnetooptische Falle, sowie zur Absorptionsabbildung kalter Atomwolken wird ein Titan–Saphir–Laser (Ti:Sa) verwendet, der von einem frequenzverdoppelten Nd:YAG Laser gepumpt wird. Zur Doppler–Kühlung werden Übergänge zwischen Hyperfeinstrukturübergängen der Rubidium D₂–Linie verwendet, deren Wellenlänge 780,24 nm beträgt. Der Titan–Saphir Laser wird deshalb auf diese Wellenlänge stabilisiert. Die nötige Ausgangsleistung beträgt etwa 900 mW.

Diese Arbeit beschreibt den ersten Schritt hin zu einem preiswerten Lasersystem, das als Alternative zu teuren Festkörperkristallen wie in Nd:YAG– oder Ti:Sa–Lasern Halbleiterbauelemente benutzt. Halbleiterlaserdioden hat man zuerst für infrarote Wellenlängen herstellen können. Weil die Compact–Disc auf diese Laserdioden mit Wellenlänge von 780 nm zurückgreift, werden sie in Massenproduktion gefertigt und sind günstig zu erhalten.

Den Ausgangspunkt soll hier die Laserdiode eines CD-Brenners bilden, die in einem externen Resonator [1] betrieben wird. Solch ein Aufbau verbessert die spektralen Eigenschaften der Diode erheblich und macht sie für Experimente mit kalten Atomen überhaupt erst benutzbar. Das folgende Kapitel 1 dieser Arbeit motiviert die Notwendigkeit eines externen Resonators und stellt den Aufbau im Detail vor. Im Kapitel 2 werden Grundlagen der Regelungstechnik zusammengefasst, auf die in dieser Arbeit mehrfach zurückgegriffen wird. Zur aktiven Stabilisierung des Lasers auf eine Wellenlänge von 780,24629 nm werden in dieser Arbeit Methoden der hochauflösenden Spektroskopie [2–5] verwendet, weil optische Übergänge von Rubidium als Frequenznormale herangezogen werden. Das dritte Kapitel stellt die Funktionsweise zunächst theoretisch vor, bevor die Ergebnisse im Detail diskutiert werden.

Das frequenzstabilisierte Licht des, in dieser Arbeit aufgebauten Diodenlasers kann dann in einem weiteren Schritt mit Hilfe eines optischen Verstärkers ("Tapered Amplifier") weitgehend ohne Beeinflussung der spektralen Eigenschaften auf die nötigen Ausgangsleistungen von $\mathcal{O}(1 \,\mathrm{W})$ intensiviert werden. [6,7]

Das Gesamtkonzept, in das sich diese Bachelorarbeit einordnet, besteht darin auszuloten, inwieweit sich so ein kostengünstiges Lasersystem basierend auf Halbleiterbauteilen als Ersatz für etablierte Festkörperlaser eignet.

 $^{^1}$ nämlich am 16. Mai 1960

1 Aufbau eines Dioden–Lasers

Grundlage des Laseraufbaus bildet eine Halbleiter–Laserdiode, wie sie in jedem CD–Brenner und Laserdrucker zu finden ist. Um einzusehen, warum solche Laserdioden nicht ohne weiteres für Experimente der Atomphysik zu gebrauchen sind, müssen die spektralen Eigenschaften im Detail betrachtet werden. Durch optische Rückkopplung in einem externen Resonator können viele der Nachteile beseitigt werden. Diesen Aufbau nennen wir Dioden–Laser. Außerhalb eines externen Resonators bezeichnen wir die Laserdiode als freilaufend.

1.1 Longitudinale Resonatormoden und freilaufende Laserdiode

Notwendiges Kriterium, um Laserbetrieb zu ermöglichen, stellt das Erzeugen einer Besetzungsinversion dar. Diese erreicht man im Halbleiter an der Grenzfläche zwischen verschiedenen Dotierungen (PN–Ubergang). Während in der Mikroprozessorenindustrie durchweg Silizium als Ausgangsmaterial verwendet wird, sind die wichtigsten Ausgangsmaterialien in der Optoelektronik Verbindungen von III- und V-wertigen Elementen des Periodensystems, allenvoran GaAs. Um eine große Effizienz und hohe Besetzungsinversionen auch bei kleinen Strömen zu ermöglichen, bringt man mehrere Schichten von GaAs und GaAlAs zusammen. Während das reine GaAs einen Bandlücke von 1,4 eV ($\lambda \simeq 900 \,\mathrm{nm}$) hat, kann man durch Kombination mit GaAlAs den Bandabstand variieren. Dann sind mit GaAsAl-Halbleiterdioden Wellenlängen zwischen $\lambda = 700...900$ nm erreichbar. Auf die physikalischen Grundlagen dieses erweiterten PN–Ubergangs soll hier nicht weiter eingegangen werden. Es soll nur besonders betont werden, dass, weil es sich bei dem aktiven Lasermedium um einen Festkörper handelt, die wohl definierten Energieniveaus eines einzelnen Atoms durch Interaktion mit anderen Kristallatomen verschmieren. Als Folge dessen ist der aktive spektrale Bereich eines Halbleiterlasers sehr groß. Typische spektrale Breiten sind $\Delta\lambda \approx 10$ nm, in dem eine Verstärkung von Licht stattfinden kann. Um Laserbetrieb zu erreichen, muss es zusätzlich zum aktiven Medium eine Form der optischen Rückkopplung geben. Dazu benutzt man im einfachsten Fall einen Resonator, der aus zwei planparallelen Spiegeln im Abstand L besteht. Die Eigenmoden dieses Resonators sind stehende Wellen:

$$q \cdot \frac{\lambda}{2} = L \quad q \in \mathbb{N} \tag{1}$$

Daraus folgt der Abstand zweier Moden im Frequenzraum. Diese Größe nennt man auch freier spektraler Bereich. (Free spectral Range – FSR). Mit dem Brechungsindex n zwischen den Spiegeln gilt:

$$\Delta f_{FSR} = \frac{c}{2nL} \tag{2}$$

Der dazu korrespondierende Abstand zweier Wellenlängen ergibt sich zu:

$$\Delta\lambda_{FSR} = \frac{\lambda^2}{2nL} \tag{3}$$

Die Reflektivität der Spiegel R bestimmt die Finesse \mathcal{F} des Resonators; sie ist ein Maß für die Unterdrückung von Wellenlängen, die nicht der Bedingung (1) genügen.

$$\mathcal{F} = \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R}$$

Dann folgt für die Intensität im Resonator:

$$I = \frac{I_{max}}{1 + (2\mathcal{F}/\pi)^2 \sin^2(\pi\lambda/\lambda_{FSR})}$$
(4)



Abbildung 1: Intensität der Resonatormoden der Laserdiode, wenn der GaAs-Kristall selbst als Resonator benutzt wird. Die Finesse beträgt $\mathcal{F} = 3,5.$

Intensitätsmaxima treten bei den Wellenlängen auf, die Bedingung (1) erfüllen. Sie haben die Form einer Lorentzkurve, deren Breite maßgeblich durch die Finesse des Resonators gegeben ist. Für $\mathcal{F} \gg 1$ gibt \mathcal{F}^{-1} die Halbwertsbreite (Full width at half maximum – FWHM) des Intensitätspeaks δf in Einheiten des freien Spektralen Bereichs f_{FSR} an. Es gilt demnach für die Halbwertsbreite einer transversalen Mode im Fabry–Perot–Resonator mit planparallelen Spiegeln:

$$\delta f = \frac{f_{FSR}}{\mathcal{F}} = \frac{c}{2L\mathcal{F}} \tag{5}$$

Für kleine Liniebreiten benötigt man folglich einen möglichst langen Resonator mit einer großen Finesse.

Halbleiter Laser-Dioden benutzen den rechteckig geschliffenen GaAs-Kristall selbst als optischen Resonator. Der Brechungsindex von GaAs beträgt n = 3,5. Bei senkrechtem Einfall folgt aus den Fresnel-Formeln für den Übergang GaAs \rightarrow Luft eine Relektivität von 40%. Wegen der hohen Verstärkung im Halbleitermedium reicht der dadurch entstehende Resonator schon, um Laserbetrieb zu ermöglichen. Die Finesse des Resonators ist entsprechend gering ($\mathcal{F} = 3,5$). Abbildung 1 zeigt die Intensität der einzelnen transversalen Resonator-Moden für diese Finesse.

Die frei laufende Laserdiode hat damit große Linienbreiten und schwingt in der Regel auf mehreren longitudinalen Moden. Die freie spektrale Breite wurde zu $\Delta\lambda_{FSR} = 0.3$ nm bestimmen (vgl. Kapitel 3.4.4) und sie ist damit viel kleiner als das spektrale Verstärkungsprofil des aktiven Mediums. Auf jeder Mode, die höhere Verstärkung im Medium als Verluste im Resonator erfährt, schwingt der Laser. Single-Mode-Betrieb ist bei der frei laufenden Laserdiode nur möglich, wenn man den Laserstrom so weit reduziert, dass nur eine einzige Mode eine Netto-Verstärkung erfährt. Bei Raumtemperatur konnte eine Wellenlänge von $\lambda_{free} = 784$ nm knapp über der Laserschwelle von $I_{threshold} = 50$ mA gemessen werden. Diese Wellenlänge markiert das Maximum des spektralen Verstärkungsprofils.

Das Verstärkungsprofil kann man durch die Betriebstemperatur der Laserdiode maßgeblich beeinflussen. Das wird durch die Veränderung der optischen Weglänge im Resonator verursacht. Für kleine Änderungen der Resonatorlänge ($\Delta L \ll \lambda/2$) gilt:

$$\frac{\Delta L}{L} = \frac{\Delta f}{f} = \frac{\Delta \lambda}{\lambda} = \alpha T$$

Im letzten Schritt wurde der Wärmeausdehnungskoeffizient $\alpha = \frac{1}{T} \frac{dL}{dT}$ eingeführt. Typische



Abbildung 2: Littrow–Anordnung

Werte sind $\frac{d\lambda}{dT} = 0.3 \text{ nm/k}$. Die Verschiebung des Gain-Profils bei Temperaturänderung ist allerdings nicht mit geometrischen Weglängendifferenzen erklärbar. GaAs hat einen Ausdehnungskoeffizienten von $5.7 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$. Das führt nur zu einer Wellenlängenänderung von $\frac{d\lambda}{dT} = 5 \text{ pm/k}$. Viel entscheidender ist die Temperaturabhängigkeit des Brechunsindexes von GaAs. Der Brechungsindex variiert etwa mit $\frac{dn}{dT} = 2.7 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$. Das entspricht einer Wellenlängenänderung $\frac{d\lambda}{dT} = 0.2 \text{ nm/k}$, was recht nahe am beobachteten Wert von 0.3 nm/k liegt.

Ebenso einen Effekt auf das Verstärkungsmedium hat schließlich der Injektionsstrom. Weil ein höherer Stromfluss auch zu einer höheren Temperatur der Diode führt, kann obige Diskussion direkt übernommen werden. Außerdem verändert der Strom die Ladungsträgerkonzentration im PN–Übergang, was eine zusätzliche Änderung des Brechungsindexes zur Folge hat. Eine größere Ladungsträgerdichte resultiert in einem größeren Brechungsindex, so dass sich dieser Effekt mit gleichem Vorzeichen zur Temperaturabhängigkeit addiert: $\frac{d\lambda}{dT} > 0$

Für viele Experimente der Atomphysik ist es notwendig, die Laserlinienbreite auf Größenordnung $\mathcal{O}(MHz)$ zu reduzieren. Nach Gleichung (5) ist dazu ein Resonator mit hoher Finesse und großer Länge nötig. Um eine konventionelle Laserdiode verwenden zu können, bringt man diese in einen externen Resonator ein. Wenn man zusätzlich frequenzselektive Elemente einbringt, kann man den Betrieb auf einer einziger Resonatormode forcieren. Dann hat man einen Laser, der nur Licht einer festen Frequenz emittiert und dessen Linienbreite kleiner als die Unschärfe charakteristische Energieabstände in Atomen ist.

Als externen Resonator, wie auch zur Moden–Auswahl benutze ich ein optisches Gitter, das in der Littrow–Konfiguration angebracht ist. [1]

1.2 Littrow–Konfiguration

1.2.1 Funktionsweise und Charakteristika

In der Littrow-Konfiguration wird der Strahl des Diodenlasers durch eine Linse kollimiert und fällt sodann in +1 erster Ordnung auf ein optisches Reflexionsgitter. Die -1 erste Ordnung wird in die Laserdiode zurückreflektiert, wodurch der externe Resonator gebildet wird. Im Falle der Rückreflexion in die Diode erfüllt die Linse neben der Kollimation auch den Zweck der Fokussierung. Ausgekoppelt wird die 0. Beugungsordnung.

Die Gittergleichung lautet:

$$d \cdot (\sin \alpha + \sin \beta) = q \cdot \lambda \quad q \in \mathbb{N}$$

Hierbei bezeichnen die Winkel α und β jeweils den Einfalls– resp. Ausfallswinkel, der zur Gitternormalen gemessen wird. Abbildung 4 illustriert die Notation. Der Abstand zweier Gitterstriche (Gitterkonstante) wurde mit d abgekürzt.



Abbildung 3: Illustration der unterschiedlichen Moden des zusammengesetzten Lasers. Die Breite der internen Moden wurde zu $\Delta \lambda = 0,3$ nm bestimmt. Das Auflösungsvermögen des optischen Gitters ergibt sich aus der Anzahl der beleuchteten Striche N: $\Delta \lambda = \lambda/N$. Nicht maßstabsgerecht.

In Littrow–Konfiguration gilt $\alpha = \beta$. Bei einer Wellenlänge von $\lambda = 780 \,\mathrm{nm}$ folgt für das in dieser Arbeit verwendete Gitter mit $1800 \,\mathrm{Striche/mm}$ ein Winkel von $\alpha = 45^\circ$ für die erste Ordnung.

Durch Verdrehen des Gitters ist es möglich, den Diodenlaser in seiner Wellenlänge durchzustimmen. Dazu ist ein Piezoelektrischer Kristall (Piezo) vorhanden, mit dem der Einfallswinkel auf das optische Gitter verändert werden kann; dann ist die Gittergleichung für andere Wellenlängen erfüllt. Abb 3 zeigt die Moden des Littrow-Lasers. Zusätzlich zu den internen Resonatormoden der Laserdiode kommmen die des optischen Gitters und des äußeren Resonator. Man erkennt, dass das Profil des optischen Gitters recht breit ist, so dass beim Durchstimmen der Wellenlänge ein anderer Effekt dominiert: Mit dem Einfallswinkel ändert man auch die Länge des äußeren Resonators. Das erlaubt es uns, die Wellenlänge durch eine Spannung am Piezo durchzustimmen.

1.2.2 Optische Blaze–Gitter

Ein gewöhnliches optisches Gitter beugt nur einen kleinen Anteil der einfallenden Intensität in höhere Ordnungen. Denn die Einhüllende der Gitterintensität ist durch die Fouriertransformierte des Einfachspaltes gegeben, aus denen sich das Gitter zusammensetzt. Damit sind solche Gitter für die Littrow-Anordnung kaum geeignet, weil nur ein sehr kleiner Teil der Lichtintensität zurückgekoppelt würde. Die Finesse dieses externen Resonators wäre gering und eine Verkleinerung der Linienbreite somit kaum möglich. Deshalb benutzt man für Littrow-Anordnungen spezielle Gitter. Abbildung 4 zeigt ein Gitter, dessen einzelne Furchen eine Vorzugsrichtung haben, die nicht mit der Gitternormalen übereinstimmt.

Dadurch kann man die Intensität, die in verschiedene Gitterordnungen fällt beeinflussen. Diese speziellen Gitter nennt man Blaze–Gitter, den Winkel zwischen Gitterfurche und Gitter Blazewinkel δ .

Wir wollen das modellieren, indem wir ein ideales Gitter voraussetzen, dessen Öffnungsfunktion wir durch Delta–Distributionen im Abstand der Gitterkonstanten ansetzen. Durch



Abbildung 4: Blaze-Gitter. Die Winkel α und β werden relativ zur Gitternormalen gemessen. Die Gitterfurchen sind um den Blazewinkel δ verkippt angebracht.



Abbildung 5: Mit Hilfe von geblazeten Gittern kann man Licht gezielt in eine bestimmte Ordnung beugen: (links:) Intensitätsverteilung eines idealen Gitters (rot) und eines Spaltes. Es wurden der Übersichts halber nur 10 beleuchtete Striche des Gitters im Abstand von d = 1/1800 mm angenommen. Das entspricht dem Gitter, das für den Diodenlaser verwendet wurde. Die \pm erste Ordnung findet sich bei einem Winkel von $\alpha = \pi/4$, der zur Gitternormalen gemessen wird. Für die Intensität I des Spaltes gilt: $I \propto \operatorname{sinc}^2(d \sin(\alpha - \delta)/\lambda)$. Durch die Wahl des Blaze–Winkels δ lässt sich das Maximum der einhüllenden Einfachspalt–Intensität verschieben. (rechts:) Resultierende Intensität. Es wird mehr als zehn mal so viel Intensität in die erste Ordnung gebeugt als in die nullte Ordnung.

Faltung mit einem Einzelspalt der mit dem Blaze-Winkel δ gegenüber dem Gitter verkippt ist, erhalten wir die resultierende Intensitätsverteilung. Die Intensität des Einzelspalts gibt wegen ihrer größeren Breite die Einhüllende vor. Durch Variation des Blazewinkels können wir nun die Intensitätskurve des Einzelspaltes gegenüber der des Gitters verschieben. (Abbildung 5). Wählt man den Blazewinkel δ identisch mit dem halben Winkel der ersten Gitterordnung, so fällt ein Großteil der Intensität bei Beugung in diese Gitterordnung. Das ist das optimale Gitter für die Littrow-Konfiguration.

Der mechanische Aufbau des Diodenlasers gibt die Gitterkonstante dadurch vor, dass der Strahl unter einem Winkel von ca. 90° ausgekoppelt werden muss. Die Blaze–Gitter werden für gewöhnlich mechanisch hergestellt, indem man das Sägezahnmuster in ein geeignetes Substrat ritzt. Es ist auch möglich Blaze–Gitter holographisch herzustellen. In dieser Arbeit wurde ein holographisches Gitter benutzt, weil sich dessen Effizienz in der ersten Beugungsordnung nicht von der eines ebenfalls zur Disposition stehenden mechanischen Gitters unterschied. Holographisch gefertigte Gitter haben hierbei den Vorteil, dass es keine Gitterfehler gibt.

1.2.3 Aufbau und Justage des Lasers

Abbildung 6 zeigt den Aufbau des Diodenlasers. Der Block ist aus Neusilber gefertigt, weil dieses eine hohe Elastizität besitzt. Die eigentliche Laserdiode sitzt im linken Block (Abbildung 6a) mitsamt der Linse zum Kollimieren. Bis zum Gitter beträgt die Distanz etwa 2 cm. Diese Länge hat sich als guter Kompromiss zweier komplementärer Ziele herausgestellt: Zum einen sollte der äußere Resonator möglichst lang sein, um eine kleine Linienbreite zu erwirken, andererseits muss mechanische Stabilität auf der Skala der Wellenlänge gewährleistet sein.

Das Gitter ist aufgeklebt. Seine Reflekivität hängt stark von der Polarisation des Laserstrahls ab. S–Polarisation hat die größte Reflektivität zur Folge. Das Strahlprofil der Laserdiode ist elliptisch. Entlang der kurzen Halbachse ist der Laserstrahl linear polarisiert. Deshalb muss man beim Einbau der Laserdiode darauf achten, dass die lange Halbachse parallel zur Tischebene liegt. Eine genaue Justierung des Gitters ist mit zwei Feingewindeschrauben möglich, die die vertikale Ausrichtung ebenso wie den richtigen Einfallswinkel in horizontaler Richtung auf das Gitter einstellen. Abbildung 7 zeigt den Gitterhalter im Detail. Zusätzlich zur Feingewindeschraube ist ein Piezo–Stack angebracht. Dadurch ist es möglich, zunächst die Gitterposition mit der Feingewindeschraube einzustellen und kann dann anschließend die Emissionswellenlänge durch Anlegen einer elektrischen Spannung an den Piezo durchstimmen. Um nicht mit Hochspannungen arbeiten zu müssen, wurde ein Niederspannungs Piezo–Stack verwendet. Dessen maximaler Stellweg beträgt 13 µm zwischen $U = -30 \dots + 150$ V.

Der Laser reagiert am empfindlichsten auf äußere Einflüsse, wenn er sich an der Laserschwelle befindet. Das nutzt man aus, um die Position des Gitters richtig auszurichten. Den Strom reduziert man dazu, bis die Ausgangsintensität abrupt abnimmt; dann unterschreitet man die Laserschwelle und beobachtet nur noch spontane Emission; die nicht kontinuierliche Abnahme der Intensität ist selbst mit dem bloßen Auge zu sehen. Knapp unter der Laserschwelle beginnt man, das Gitter zu justieren. Zunächst beobachtet man nur einen Laserstrahl, der das Gitter verlässt. Das ist die Beugung des Laserstrahls aus der Diode unvermittelt in die 0. Ordnung des Gitters, so dass dieser direkt augekoppelt wird ohne den Resonator mehrmals durchlaufen zu haben. Wenn man dann das Gitter so dreht, dass die -1. Ordnung zurück in die Laserdiode fällt, erscheint zusätzlich ein zweiter Laserstrahl. Dieser Strahl hat den Resonator, bestehend aus Laserdiode und Gitterbeugung in die -1. Ordnung einmal durchlaufen und wurde dann ausgekoppelt. Sobald man beide Strahlen zum Überlappen bringt, steigt die Ausgangsleistung rapide an. Denn durch die zusätzliche Rückkopplung, hat sich die Laserschwelle erniedrigt, so dass Laserbetrieb auch schon bei geringerem Strom eintritt. In einem iterativen Verfahren,



Abbildung 6: a) Diodenlaser von der Seite. Zwischen Aluminium-Fuß und eigentlichem Diodenlaser erkennt man das Peltier-Element, das zur Temperaturstabilisierung genutzt wird. Durch die Reflexion im Gitter sieht man die Linse, die mit der Laserdiode im linken Teil untergebracht ist. b) Die Littrow-Anordnung ist in dieser Ansicht besonders gut zu erkennen. Zusammen mit (a) erkennt man deutlich die beiden Feingewindeschrauben, die die horizontale und vertikale Position des Gitters verändern lassen. c) zeigt die Plexiglas Abdeckung, die den Diodenlaser thermisch abschließen soll, so dass eine genaue Temperaturregelung möglich ist. Außerdem verhindert sie, dass Luftturbulenzen den Brechungsindex im externen Resonator ändern und Schall Schwingungen auf das Gitter und den Aufbau überträgt. Die zwei Zwischenebenen verhindern Konvektion innerhalb der Abdeckung, insbesondere zwischen der warmen und kalten Seite des Peltierelements, die auch den Brechungsindex beeinflussen würde. Der Laserstrahl wird durch ein anti-reflex beschichtetes Fenster hinausgeführt.



Abbildung 7: Der Gitterhalter im Detail. Es wurde ein Piezo–Stack verwendet, um mit kleinen Spannungen (U < 50 V) auskommen zu können. Dieser wird in der Mutter der Feingewindeschraube geführt. Der Piezostack hat eine rechteckige Grundfläche. Um Scherspannungen zu verringern, wurde darauf geachtet, dass die kurze Seite parallel zum Hebel steht. Außerdem sorgt die Kugel am Ende der Feingewindestange für eine optimale Position des Piezos und verhindert zu große Kantenbelastungen.



Abbildung 8: Zustandekommen der zwei Laser Punkte bei erst grober Justage des Gitters. Indem man die Position des Gitter so optimiert, dass beide Laserpunkte zusammenfallen, erhöht man schlagartig die Güte des äußeren Resonators.

in dem man wieder unter die Laserschwelle geht und den Vorgang wiederholt, kann man die Laserschwelle sukzessive erniedrigen, weil die Güte der optischen Rückkopplung erhöht wird. Zum Sichtbarmachen selbst kleiner Intensitätsunterschiede direkt an der Laserschwelle, steuert man den Piezo mit einem Rechteck–Signal niedriger Frequenz O(1 Hz) an und begibt sich unter die Laserschwelle. Dann erkennt man die optimale Position des Gitters dadurch, dass die Intensität mit der Periode des Piezos blinkt. Eine ausreichend hohe optische Güte zeichnet sich durch eine Reduktion der Laserschwelle um 15% aus. [1]

Anschließend wurde so vorgegangen, dass der Laserstrom erhöht wurde bis die gewünschte Ausgangsleistung von 20 mW erreicht ist. Dann muss man die richtige Wellenlänge einstellen. Wenn man die Güte der optischen Rückkopplung nicht wieder maßgeblich verringern will, stellt man fest, dass man die Wellenlänge etwa um ± 1 nm mit nachträglichen Verändern des Gitterwinkels verändern kann. Im Littrow-Aufbau diktiert der externe Resonator die Wellenlänge. Dann ist es auch möglich Wellenlängen auszuwählen, die weit vom Maximum des Verstärkungsprofil der freilaufenden Laserdiode sind. Das geht aber auf Kosten der Stabilität und verringert die Leistung. Deshalb habe ich die Wellenlänge der frei laufenden Laserdiode an deren Laserschwelle gemessen. Wie in Kapitel 1.1 erläutert, zeigt diese Wellenlänge von 784 nm das Maximum des Verstärkungsprofils an. Der Diodenlaser soll indes auf eine Wellenlänge von 780 nm stabilisiert werden. Diese Differenz von 4 nm ist zu groß, als dass man sie durch Justage des Gitters, ohne größere Güte-Verluste, erreichen könnte. Deshalb wird der Laserblock gekühlt. Im Kapitel 1.1 fanden wir eine Wellenlängenabhängigkeit von $0.2 - 0.3 \,\mathrm{nm/\kappa}$. Für $\Delta \lambda = 4 \,\mathrm{nm}$ Wellenlängendifferenz müsste ich von ursprünglich 25°C auf unter 13°C kühlen. Dann wäre der Taupunkt der Laborluft unterschritten, so dass Wasser am Laseraufbau kondensieren würde. Weil dies insbesondere das optische Gitter mechanisch zerstören kann, habe ich bis auf etwa 18°C gekühlt.

Beim Drehen des Gitters beobachtet man neben Modensprüngen von $\Delta f \simeq 10 \,\text{GHz}$ auch größere, deren Abstand etwa $\Delta \lambda \simeq 0.3 \,\text{nm}$ beträgt. Weil diese Modensprünge auf den internen Resonator zurückgehen, können wir hiermit die Länge des Halbleiterkristalls nach Gleichung (3) bestimmen. Wir finden mit n = 3.5 für GaAs eine aktive Länge des Laserkristalls von ca. $L = 300 \,\mu\text{m}$. Die Modensprünge von 10 GHz gehen auf den externen Resonator zurück. Durch diese Modensprünge gibt es Frequenzbereiche, die durch Veränderung des Einfallswinkels auf das Gitter nicht erreichbar sind. Wenn man den Strom nicht stark ändern will, weil er die maximale Ausgangsleistung determiniert, muss man schließlich die Temperatur variieren. Durch gleichzeitiges Verändern der Gitterposition, Temperatur und kleinen Änderungen im Dioden-Strom konnte schließlich ein Punkt gefunden werden, bei dem eine der internen Moden auf $\lambda =$ 780 nm fällt. Dann kann man bis auf eine externe Resonatormode (10 GHz) die Frequenz genau einstellen. Der Wärmeausdehnungskoeffizient von Neusilber beträgt $18 \cdot 10^{-6} \,\text{K}^{-1}$. Deshalb kann man durch Ändern der Temperatur die externen Resonatormoden um 7 GHz/K verschieben.



Abbildung 9: (a) Strahlprofil des Diodenlasers nach Verkleinerung durch ein Teleskop. (Brennweiten der Linsen: $f_1 = 15 \text{ mm}$, $f_2 = 25 \text{ mm}$) Die Strahltaille beträgt in horizontaler Richtung $w_0^x = 2.8 \text{ mm}$ (b) und in vertikaler Richtung $w_0^y = 0.9 \text{ mm}$ (c). Der Strahl ist entlang der kurzen Halbachse des elliptischen Strahlprofils linear polarisiert.

Die endgültige Wellenlänge von $\lambda = 780,24629 \text{ nm}$ beobachte ich bei einem Diodenstrom von ca. I = 80 mA und einer Temperatur von 19,5°C. Die Ausgangsleistung beträgt hier P = 20 mW. Abbildung 9 zeigt das Strahlprofil des Diodenlasers.

1.2.4 Durchstimmbarkeit und ihre Grenzen, Feed–Forward

Indem man die Länge des äußeren Resonators verändert, verschiebt man die externen Moden und damit auch die Wellenlänge des Diodenlasers. Zur weiteren Diskussion verweise ich auf Abbildung 3, die die Moden des zusammengesetzten Dioden-Lasers zeigt. Die folgenden Erklärungen beziehen sich auf diese Abbildung. Es ist nur in einem eng gesteckten Rahmen möglich, die Frequenz des Lasers kontinuierlich zu verändern. Denn die internen Resonatormoden bleiben stets erhalten. Mit den schmalen externen Moden bewegt man sich dann innerhalb einer breiten internen Mode. Wenn wir die Veränderung des Gitters ignorieren und die internen Moden samt Verstärkungsprofil des Mediums als starr ansehen, wird deutlich, dass es nicht möglich ist, weiter als einen halben freien Spektralbereich $(1/2 \cdot 10 \text{ GHz})$ des externen Resonators durchzustimmen. Denn dann erfährt eine andere externe Mode eine größere Verstärkung, so dass der Laser entweder einen Modensprung macht oder auf beiden Moden simultan schwingt. Beides ist gleichermaßen unerwünscht. Wenn man nicht vom kombinierten Maximum einer internen Mode mit dem Verstärkungsprofil des Lasers ausgeht, reduziert sich der Durchstimmbereich zusätzlich. Deshalb sollte man wie zuvor beschrieben viel Aufwand in die Justage stecken. Mit meinem Aufbau habe ich die Frequenz knapp 2 GHz durchstimmen können. Um diesen Bereich zu vergrößern, gibt es mehrere Möglichkeiten:

- Wenn man den Laserdiodenkristall mit einer Anti-Reflex Beschichtung versieht, kann man ihn als reines Verstärkungsmedium in einem externen Resonator benutzen. Dann gibt es keine internen Moden mehr, was die Problematik des Durchstimmens vereinfacht.
- Durch geschickte Wahl des Pivot–Punktes des Gitters kann man die externen Moden synchron mit der Gitterfunktion verfahren. Das würde allerdings einen anderen mechanischen Aufbau erzwingen. Deshalb gehe ich hier einen anderen Weg:
- Der Einfluß des Diodenstroms auf die internen Moden wurde schon diskutiert. Wie die Temperatur beeinflußt er gravierend die internen Moden des Lasers, lässt sich aber im

Gegensatz dazu schnell und präzise ändern. Ein höherer Diodenstrom führt zu einer größeren optische Weglänge im *internen* Resonator. Eine höhere Spannung lässt den Piezo ausdehnen und verringert somit die Länge des *äußeren* Resonators. Damit beide Effekte zu einem synchronen Verschieben der internen und externen Moden in gleiche Richtung führen, muss man deshalb Diodenstrom und Piezo–Spannung invers zueinander ändern. Diese Technik nennt sich FEED–FORWARD.

Als Feed–Forward kommt ein invertierender Operationsverstärker mit nachgeschaltenem Spannungsteiler zum Einsatz. Dann kann ein variabler Teil der Piezo–Spannung auf den Modulationseingang der Diodenstromquelle gegeben werden. Abbildung 10 zeigt den Aufbau. Die Spannungsrampe wird von einem Funktionsgenerator erzeugt. Die Frequenz der Sägezahnspannung beträgt etwa 20-50 Hz. Frequenzen größer als einige 100 Hz kann der Piezo nicht mehr folgen.



Abbildung 10: Aufbau um den Durchstimmbereich des Dioden–Lasers mittels Feed–Forward zu verbessern

Mit diesem Aufbau ließ sich ohne weiteres die Frequenz des Lasersystems um 4–5 GHz kontinuierlich verstimmen. Das Spektroskopie–Kapitel (3.4.4) zeigt die aufgenommenen Spektren, aus denen der Durchstimmbereich abgeleitet wurde.

Es erscheint zunächst paradox, einen großen Aufwand in die kontinuierliche Durchstimmbarkeit eines Diodenlasers zu stecken, wo das endgültige Ziel doch die absolute Stabilisierung auf eine einzige Frequenz ist. Diesen scheinbaren Widerspruch wird das folgende Kapitel zur Regelungstechnik auflösen.

2 Grundlagen der Regelungstechnik

In dieser Arbeit wird mehrfach auf Grundlagen der Regelungstechnik zurückgegriffen. Zum einen ist es essentiell, die Temperatur des Dioden–Lasers zu stabilisieren. Durch Luftturbulenzen, schwankende Labortemperatur, Wärmeeintrag der Laserdiode bei Betrieb ist der Laser– Block beständig unkontrollierter Wärmezufuhr/Abfuhr ausgesetzt. Insbesondere der externe Resonator bestimmt durch seine Länge kritisch die spektralen Eigenschaften des Lasers, weswegen Längenänderungen für einen stabilen Laserbetrieb verhindert werden müssen. Die zweite Regelaufgabe ist es, die Frequenz des Lasers absolut zu stabilisieren. Für beide Aufgaben kommen PI–Regler zum Einsatz, deren Funktionsweise hier zunächst theoretisch erklärt wird, bevor am Beispiel der Temperaturregelung die Details besprochen werden.

2.1 Theorie

Die Regelungstechnik untersucht, wie in einem dynamischen System sämtliche Störeinflüsse dahingehend kompensiert werden müssen, dass einer physikalischen Größe des Systems ein vorgegebener Sollwert oktroyiert werden kann. Dazu ist es notwendig, kontinuierlich eine physikalische Größe mit ihrem Sollwert zu vergleichen. Gibt es Abweichungen, so wird korrigierend eingegriffen. Dazu muss es Möglichkeiten der Einflußnahme auf das zu kontrollierende System geben, dem der Regler eine sog. Stellgröße übermittelt. Diese Stellgröße bestimmt der Regler aus der Differenz von Soll– und Ist–Wert, die man Regelabweichung nennt.

Wir wollen hier ausschließlich die Eigenschaften elektronischer Regler untersuchen, die mit Operationsverstärkern realisiert werden können. Davon kommen in dieser Arbeit zwei Reglertypen zum Einsatz, die sich darin unterscheiden, wie sie auf eine Regelabweichung reagieren. Der wichtigste Regler ist

2.1.1 Der Proportional–Regler

Hierbei wird ein zur Regelabweichung proportionaler Wert als Stellgröße ausgegeben. Das kann man durch einen Operationsverstärker realisieren, der durch ein ohmsche Rückkopplungsnetz als linearer Verstärker fungiert. Hier bleibt jedoch eine dauerhafte Regelabweichung zurück, die man verringern kann, indem man die Verstärkung des Proportional–Reglers (P–Regler) vergrößert. Die Verstärkung kann man aber nicht beliebig erhöhen, wie im folgenden dargelegt wird:

2.1.2 Stabilitätsgrenze des Proportional–Reglers

Operationsverstärker sind intern aus mehreren Transistorstufen aufgebaut. Jede dieser Stufen zeigt im Allgemeinen wegen der parasitären Kapazitäten ein Tiefpassverhalten. Im sog. Bode–Diagramm wird die Frequenzabhängigkeit des komplexen Verhältnisses $A(i\omega) = \frac{U_{Ausgang}}{U_{Eingang}}$ sichtbar gemacht. Dazu trennt man die Amplitude vom Phasengang und trägt beides separat gegen die Frequenz auf. Die Amplitude $|A(i\omega)|$ wird in einem doppelt–logarithmischen Plot dargestellt und die Phase φ wird nach $A(i\omega) = |A| \exp(i\varphi)$ einfach logarithmisch gegen die Frequenz aufgetragen. Das bedeutet, eine Phase von $\varphi = -90^{\circ}$ kennzeichnet den Fall, dass die Ausgangsspannung der Eingangsspannung um 90° nachläuft.

Beim nicht-invertierenden Verstärker ergibt sich das Bode-Diagramm 11. Jede Tiefpassstufe führt zu einer nacheilenden Phase von $\varphi = 90^{\circ}$. Das bedeutet, dass sich nach zwei Tiefpassstufen eine Phasenverschiebung von 180° akkumulieren kann, so dass aus der Gegenkopplung eine Mitkopplung wird. Der Punkt für den die Verstärkung eines Operationsverstärkers deshalb bei hohen Frequenzen um -3 dB seiner Leerlaufverstärkung abfällt, kennzeichnet die Grenzfrequenz



Abbildung 11: Bode–Diagramm des idealen und tatsächlichen Verlaufs eines P–Reglers, wenn er mit einem Operationsverstärker realisiert wird

 ω_{3dB} . Für stabilen Betrieb muss die Phasenverschiebung des Operationsverstärkers im Bereich seiner Verstärkung |A| > 1 stets kleiner als 180° sein. Das beschreibt man durch das Produkt von Verstärkung und Grenzfrequenz, das gain-bandwidth-product, das eine Konstante ist. Das bedeutet, dass eine Vergrößerung der Verstärkung stets eine entsprechende Verkleinerung der Bandbreite zur Folge haben sollte. Um zu verhindern, dass aus Gegenkopplung Mitkopplung wird, muss man die Verstärkung also der Bandbreite des Operationsverstärkers und dem Phasengang des zu regelnden Systems anpassen und kann sie nicht beliebig groß wählen.

2.1.3 Der Integrations-Regler

Um die Regelabweichung bei reinen P-Reglern zu nivellieren, kann man einen Integrations-Regler hinzu nehmen. Dieser bestimmt die Stellgröße, indem er die die Regelabweichung zeitlich aufintegriert. Der Integrator ist nichts anderes als ein Tiefpass, der sich im Bode-Diagramm (Abb. 12a) wiefolgt darstellt: Kleine Frequenzen durchlaufen eine höhere Verstärkung als hohe Frequenzen. Die Phase eines reinen I-Teils beträgt zunächst $\varphi = -90^{\circ}$, bis sie bei höheren Frequenzen ansteigt und schließlich 0° wird. In dieser Arbeit kommt ausschließlich die Kombination aus P- und I-Regler zum Einsatz:

2.1.4 PI–Regler

Ein PI-Regler vereint die beiden Vorteile seiner Konstituenten: Bei kleinen Frequenzen wirkt er wie ein reiner Integrator, also wie ein Tiefpass. Bei hohen Frequenzen dominiert hingegen der P-Teil, so dass die Schaltung die eines reinen Proportionalverstärkers ist. Damit kombiniert man das schnelle Reaktionsvermögen eines P-Teils mit dem die Regelabweichung ausgleichenden I-Teil. Das Einbringen eines Integrators in den P-Regler wirkt sich nicht nachteilig auf den Phasengang des Gesamtsystems aus, sofern man die Grenzfrequenz bis zu der der I-Teil integriert hinreichend klein wählt. Denn nur bei hohen Frequenzen kann eine Phasendifferenz von mehr als 180° überschritten werden; hier beeinflußt der I-Teil den Phasengang des Gesamtsystems aber nicht, weil dessen Phasendifferenz für hohe Frequenzen 0° ist. Einen PI-Regler kann man kompakt mit einem Operationsverstärker implementieren. (Abbildung 13)



(a) Idealer I-Regler

(b) Idealer PI–Regler.

Abbildung 12: Bode–Diagramm des idealen I– und PI–Reglers. Man beachte, dass beim PI– Regler sich die Phaseverschiebung bei hohen Frequenzen gegenüber dem reinen P–Regler nicht ändert.



Abbildung 13: PI-Regler mit einem Operationsverstärker. Für hohe Frequenzen leitet der Kondensator C und die Schaltung ist die eines nicht invertierenden Verstärkers: $U_{aus} = (1 + R_1/R_2)U_{in}$. Bei kleinen Frequenzen steigt die Verstärkung bis unendlich an, weil der Rückkoppelzweig hochohmig wird. Die Grenzfrequenz des Integrators lautet: $f = \frac{1}{2\pi\tau}$ mit der Zeitkonstante $\tau = (R_1 + R_2)C$



Abbildung 14: Temperaturregelung

Die Proportionalverstärkung bestimmt sich durch die beiden Ohm'schen Widerstände, wohingegen die Grenzfrequenz, bis zu der der I-Teil integriert durch $\omega = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{(R_1+R_2)C}$ gegeben ist.

2.2 Temperaturstabilisierung

Zum Einstellen des Lasers (Abschnitt 1.2.3) wurde auch die temperaturbedingte Längenausdehnung des äußeren Resonators ausgenutzt. Was für die Justage essentiell war, konterkariert jedoch im späteren Betrieb das angestrebte Stabilitätsziel, weil selbst kleine Luftturbulenzen zu kritischen Temperaturänderungen führen. Wir fanden eine Wellenlängenänderung von 14 pm/kwas einem Frequenzunterschied von 7 MHz/mk entspricht. Das ist die Größenordnung auf die der Dioden–Laser im Verlaufe dieser Arbeit frequenzstabilisiert wurde. Deshalb ist es unabdingbar für einen stabilen Betrieb des Lasers, die Temperatur aktiv zu regeln. Dazu kommt eine PI– Regelung zum Einsatz, die den Strom durch ein Peltierelement steuert. Durch Umkehrung der Stromrichtung, ist ein Umschalten zwischen Heizen und Kühlen des Dioden–Lasers möglich.

Die zentralen Bestandteile einer jeden Regelung sind:

- Messumformer, um die zu kontrollierende Größe in ein elektrisches Signal zu verwandeln.
- Bestimmung der Regelabweichung
- Regeleinheit
- Stellglied

Jeder dieser Schritte soll jetzt im einzelnen erklärt und die elektronische Schaltung zur Temperaturstabilisierung (Abbildung 14) diskutiert werden.

2.2.1 Temperatur–Messumformer und Wheatstone–Brücke

Um die Ist-Temperatur in ein elektrisch verwertbares Signal umzuwandeln, benutzt man häufig die Temperaturabhängigkeit elektrischer Widerstände, die man dann Thermistoren nennt. Metalle erhöhen ihren Widerstandswert bei steigender Temperatur, so dass man auch von Kaltleitern oder PTC (positive temperature coefficient) spricht. Platin ist ein gängiger Kaltleiter, dessen Widerstandswert um etwa ein halbes % pro Kelvin zunimmt. Wegen dem hohen Schmelzpunkt und der geringen relativen Widerstandsänderung sind diese Materialen gut, um hochpräzise einen großen Temperaturbereich abzudecken. Das ist in dieser Arbeit nicht nötig, so dass auf ein Keramik Widerstandsthermometer zurückgegriffen wird, dessen Widerstand mit der Temperatur sinkt. Außerdem ist die relative Widerstandsänderung größer, typische Werte sind 5% pro Kelvin, wodurch kleine Temperaturänderungen leichter zu messen sind.

Damit kann man die Temperaturmessung auf eine Widerstandsmessung reduzieren. Diese Widerstandsmessung übernehmen die beiden Spannungsteiler im roten Kasten der Schaltung (Abbildung 14). Der linke Spannungsteiler besteht aus einem Potentiometer und dem Thermistor (NTC9). Der Spannungsabfall über dem Thermistor wird abgegriffen. Aus diesem kann man bei bekannten Widerstandswert des Potentiometers leicht den Widerstand des Thermistors bestimmen. Um diesen Spannungsabfall mit einem Sollwert vergleichen zu können, baut man einen weiteren Spannungsteiler mit einem festen Verhältnis auf. Dieser Aufbau ist unter dem Namen Wheatstone–Brücke bekannt. Sie ist am empfindlichsten, wenn die beiden Spannungsteiler aus Widerständen der gleichen Größe aufgebaut sind. Deshalb wurde statt des Widerstandes R_6 ein Potentiometer verbaut, das den Sollwert dadurch definiert, dass Thermistor und Potentiometer im Soll–Zustand den gleichen Widerstand haben. Die Wheatstone–Brücke wird von einer Präzisionsspannungsquelle versorgt (IC5).

2.2.2 Regelabweichung und PI-Regelung

Soll und Ist–Temperatur sind uns durch Spannungspegel bekannt. Die Regelabweichung wird direkt als Diagonalspannung in der Wheatstone–Brücke gebildet und durch einen Instrumentenverstärker (blauer Kasten) ausgelesen. Im Vergleich zu einem gewöhnlichen Differenzverstärkers, der mit einem Operationsverstärker realisiert wird, zeichnet sich ein Instrumentenverstärker durch eine größere Gleichtaktunterdrückung aus. Dann verstärkt der Instrumentenverstärker nur die Differenz zwischen den beiden Eingangssignalen. Zusätzlich ist der Eingangswiderstand außerordentlich groß, so dass die Spannungsteiler nicht zusätzlich belastet werden. Die Regelabweichung, die der Instrumentenverstärker bildet und um den Faktor $2(1 + \frac{R_5}{R_4}) = 10$ verstärkt, wird anschließend dem eigentlichen PI–Regler (grüner Kasten) zugeführt.

2.2.3 Dimensionierung und Justage des PI-Reglers

Weil der I-Teil die Phasenreserve bei hohen Frequenzen nicht ändert, justiert man zunächst nur den P-Teil. Dazu können die Kondensatoren des Integrators über einen Jumper kurzgeschlossen werden. Dann hat man es ausschließlich mit einem nicht-invertierenden Verstärker zu tun, dessen Verstärkung man adäquat wählen muss. Ist die Verstärkung zu gering, dauert die Temperaturstabilisierung unnötig lange; ist sie jedoch zu groß, wird das System instabil und kann ungedämpft oder sogar selbstverstärkend um den Sollwert schwingen. Es stellt sich heraus, dass ein Optimum der Einstellzeit dann erreicht wird, wenn man einige Überschwinger beobachtet. Die Amplitude des ersten Überschwingers sollte etwa 4% der Ausgangposition betragen. [8]

Anschließend ergänzt man den P-Teil durch einen I-Teil, dessen Zeitkonstante deutlich größer sein sollte, als die Schwingungsperiode des P-Teils. Als unvorteilhaft erweist sich hier der kompakte Aufbau der Schaltung. Denn die Proportionalverstärkung bei hohen Frequenzen



Abbildung 15: Einschwingvorgang der Temperaturregelung. Aufgetragen ist die Temperaturdifferenz zum vorgegebenen Sollwert von 19,46°C. Die Verstärkung des P–Teils muss noch reduziert werden. Ein Minimum der Einstellzeit erreicht man, wenn der Überschwinger etwa 4% beträgt. (Hier etwa 15%)

ist durch $1 + \frac{R_{11}}{R_9}$ gegeben. Andererseits hängt die Zeitkonstante aber nach $\tau = (R_{11} + R_9)C$ von denselben Widerständen R_{11} und R_9 ab. Wenn man die P-Verstärkung durch konkrete Wahl der Widerstände gewählt hat, bleibt nur doch die Kapazität als freier Parameter für die Integrations-Zeitkonstante. Als außerordentlich träges System ist es erforderlich über große Zeiten zu integrieren. Weil man nicht beliebig große bipolare Kondensatoren verwenden kann, sollte man schon beim Justieren des P-Teils die Widerstände R_{11} und R_9 so groß wie möglich wählen. Die von mir benutzte Dimensionierung ist schließlich: $R_{11} = 820 \text{ k}\Omega$, $R_9 = 100 \text{ k}\Omega$ und $C = 120 \,\mu\text{F}$. Abbildung 15 zeigt den Einschwingvorgang der fertig aufgebauten Temperaturregelung. Die Verstärkung des P-Teils sollte noch reduziert werden und die Zeitkonstante ist mit $\tau = 110 \text{ s}$ nur knapp größer als die Schwingungsperiode; Durch Optimierung könnte man die Einstellzeit sicher deutlich verringern. Darauf kommt es hier aber nur sekundär an. Viel wichtiger ist eine geringe Regelabweichung, die im eingeschwungenen Zustand nur ca. $\Delta T \simeq 5 \text{ mK}$ beträgt.

2.2.4 Stellglied und Stromquelle für Peltier-Element

Schließlich wird eine bipolare Stromquelle benötigt, dessen Ausgangsstrom sich durch das Steuersignal des Temperaturcontrollers variieren lässt. Als spannungsgesteuerte Stromquelle (Transkonduktanzverstärker) kommt hier eine Schaltung zum Einsatz, die unter dem Namen Howland-Stromquelle bekannt ist [9]. Abbildung 16 zeigt den Schaltplan.

Es soll hier eine intuitive Erklärung der Funktionsweise gegeben werden. Im roten Kasten ist die typische Schaltung eines (invertierenden) Leistungsverstärkers zu finden, wie man ihn typischerweise mit zwei komplementären Feldeffekt–Transistoren aufbaut. Seine Aufgabe ist es lediglich das Steuersignal in ein Leistungssignal zu übersetzen. Für die weitere Diskussion kann man sich diesen Teil auch durch ein Kabel ersetzt vorstellen.

Dann ähnelt die Schaltung der eines Subtrahierverstärkers. Die Punkte A und C sind jeweils



Abbildung 16: Peltier–Stromtreiber. Der Eingang, Punkt A, wird mit dem Ausgang der Regelungsplatine verbunden. Wenn man den Widerstand R_s (blauer Kasten) einfügt wird aus der Schaltung eines Differenzverstärkers die einer Stromquelle. Das Peltier–Element bringt man zwischen Punkt C und Erde an. (Grüner Kasten)

die beiden Eingänge des Subtrahierverstärkers und Punkt B ist dessen Ausgang. Gesetzt dem Fall, dass alle Widerstände R gleich groß sind, liegt dann am Ausgang, Potential U_B , die Differenz der beiden Eingangsspannungen U_A resp. U_C an: $U_B = U_C - U_A$. Dann folgt aber auch für die Potentialdifferenz zwischen Punkt B und Punkt C:

$$U_B - U_C = -U_A$$

Also ist die Spannungsdifferenz proportional zum Eingangssignal. Unter Ausnutzen der linearen Kennlinie eines Ohm'schen Widerstandes R_s , kann man aus dieser Spannungsdifferenz einen Strom machen. Dann gilt $I_{B\to C} = \frac{U_B - U_C}{R_s} = -\frac{U_A}{R_s}$. Dazu muss man den Widerstand R_s (blauer Kasten) zwischen Punkt B und C einbringen. Wenn $R_s \ll R$ gilt, dann fließt der gesamte so produzierte Strom von Punkt C über den grünen Kasten gegen Masse. Bei R_s sollte es sich sowieso um einen sehr kleinen Widerstand handeln, damit die Verlustleistung $P = RI^2$ gering ist. Mit dieser Schaltung erhält man aus dem Steuersignal der PI-Regelung einen dazu proportionalen Strom, mit dem man das Peltier-Element ansteuern kann.

Man kann auch die Feldeffekttransistoren–Gegentaktendstufe isoliert als spannungsgesteuerte Stromquelle benutzen; allerdings ist die Kennlinie insbesondere bei U = 0 stark nichtlinear. Eine andere Perspektive um auf diese Schaltung zu schauen ist also, dass die Rückkoplung des Operationsverstärkers die Kennlinie der Transistoren linearisiert.

Maximale Stabilität der Schaltung haben wir beobachtet, wenn alle Widerstände R gleich groß sind. Dann ist R_s über den zulässigen Maximalstrom des Peltierelements festgelegt. In meinem Fall wollten wir einen Strom von I = 2,5 A nicht überschreiten, dann folgt bei einem Steuersignal von ± 5 V ein Widerstand $R_s = 2 \Omega$.

Wegen der enormen Verlustleistung, die am Widerstand R_s abfällt ($P = R_s I^2 \sim 10 \,\mathrm{W}$), wurde in späteren Schaltungen ein Spannungsteiler zwischen Ausgang der PI–Regelung und Eingang des Stromtreibers angebracht. Dann hat man einen zusätzlichen Freiheitsgrad, der eine kleine Wahl des Widerstandes R_s ermöglicht, ohne zugleich den Maximalstrom zu determinieren. Beide Größen können dann unabhängig voneinander gewählt werden.

3 Spektroskopie und absolute Frequenzstabilisierung

Als Frequenznormale für die Frequenzstabilisierung des Diodenlasers werden optische Übergänge im Rubidium verwendet. Der Dopplereffekt ist in der Regel der dominante Prozess, der zu einer erheblichen Verbreiterung von Spektrallinien führt. Um die Auflösung zu erhöhen, wird ein Spektroskopieaufbau vorgestellt, bei dem es zu keiner Dopplerverbreiterung der Spektrallinien kommt. Dann ist die Breite der Linien nur durch die Heisenberg'sche Unschärferelation gegeben, die die natürliche Linienbreite des Übergangs definiert. Diese liefert eine untere Grenze für die Breite beobachtbarer Spektrallinien und stellt damit die am schärfsten definierte Energieskala eines Übergangs dar. Das soll zur Frequenzstabilisierung ausgenutzt werden.

3.1 Rubidium

Rubidium wurde von Bunsen und Kirchhoff 1861 in Heidelberg durch Spektroskopie entdeckt. Nach der charakteristischen roten Farbe der dominanten Spektrallinie verlieh man dem Alkalimetall den Namen Rubidium. Es ist das Alkalimetall der 5. Periode. Als solches hat es die vollständig abgeschlossenen Elektronenkonfiguration eines Edelgases Krypton und ein einzelnes Leuchtelektron: [Kr]5s¹. Es kommt in zwei natürlichen Isotopen vor: ⁸⁵Rb und ⁸⁷Rb, die sich auch in ihrem Kernspin unterscheiden. ⁸⁵Rb hat den Kernspin I = 5/2, wohingegen ⁸⁷Rb den Kernspin I = 3/2 besitzt. Rubidium hat einige Eigenschaften, die es wie prädestiniert für die Atomphysik erscheinen lässt. Der hohe Dampfdruck macht das Fangen in einer magnetooptischen Falle unkompliziert und vereinfacht Spektroskopie. Als Alkalimetall besitzt es wegen dem einzelnen Leuchtelektron ein theoretisch gut verstandenes Termschema, dessen stärkster Übergang im nahen Infraroten liegt. Für diesen Wellenlängenbereich gibt es kommerzielle Laser und sogar kostengünstige Halbleiterlaserdioden kommen in Frage. Angesichts der Bose–Einstein–Kondensation sprechen weitere Gründe für Rubidium. Nicht ohne Grund gelang die erste Bose–Einstein–Kondensation (BEC) mit ⁸⁷Rubidium–Atomen [10]. Insbesondere die Anzahl von Stößen, die dazu führen, dass Atome das BEC verlassen ist klein gegenüber thermalisierenden Stößen [11]. Diese thermalisierenden Stöße ermöglichen erst evaporatives Kühlen, eine der Schlüsseltechniken zum Erreichen einer so großen Phasenraumdichte, dass BEC eintritt.

Im Grundzustand befindet sich das Leuchtelektron im $5^2s_{1/2}$ Zustand und definiert damit die Drehimpulse des gesamten Atoms. Wegen der zwei Einstellmöglichkeiten des Elektronenspins relativ zum Kernspin, spaltet der Grundzustand in zwei Hyperfeinzustände auf.

Als mögliche optische Übergänge betrachten wir hier nur die D-Linie von Rubidium: Sie bezeichnet bei Alkalimetallen den Übergang des Leuchtelektrons vom Grundzustand in den nächsthöheren Zustand mit Drehimpulsquantenzahl l=1. Die Feinstrukturaufspaltung führt in Rubidium zu zwei distinkten Linien, die sich durch den Gesamtdrehimpuls im angeregten Zustand unterscheiden. Mit $\lambda = 795$ nm kann man den Übergang zu J = 1/2 optisch anregen; diesen Übergang nennt man D₁-Linie, derjenige zu J = 3/2 heißt D₂-Linie und hat eine Energiedifferenz von $\lambda = 780$ nm.

Wir wollen hier nur die D₂-Linie diskutieren, dessen Termschema in Abbildung 17 dargestellt ist. Dort gilt J = 3/2 und für beide Rb-Isotope I = 3/2 und I = 5/2 gibt es vier Aufspaltungen in Hyperfeinstrukturzustände. Diese liegen $\mathcal{O}(100 \text{ MHz})$ auseinander, wohingegen die Aufspaltung im Grundzustand mit 3 bzw. 6 GHz weitaus größer ist. Wegen der Auswahlregel $|\Delta F| \leq 1$ für optische Dipolübergänge beobachtet man immer nur drei der vier oberen Hyperfeinstrukturzustände.

Die Lebensdauer τ im angeregten P-Zustand beträgt für beide Isotope $\tau = 26$ ns. Wegen der Heisenberg'schen Unschärferelation folgt daraus durch Fouriertransformation eine Frequenzunschärfe $\Delta \omega \approx \frac{1}{\tau} = \Gamma$. Das entspricht einer natürlichen Linienbreite von $\Gamma \approx 2\pi \cdot 6$ MHz Der



Abbildung 17: Hyperfeinstrukturaufspaltung der D_2 -Linie von Rubidium. Nach [12, 13]

Dioden–Laser soll auf eine Frequenz stabilisiert werden, die dem Übergang von F = 2 zu einem oberen Hyperfeinstrukturniveau von ⁸⁷Rb entspricht. Dazu ist ein Spektroskopieverfahren nötig, mit dem man einzelne Hyperfeinstrukturübergänge auflösen und voneinander trennen kann. Bevor wir dazu kommen, diskutieren wir die Grundlagen und betrachten die

3.2 Absorption von Laserlicht und natürliche Linienbreite

Wir idealisieren das Rudidium Atom durch ein Zwei-Niveau System. Zustand $|1\rangle$ mit Energie E_1 und Zustand $|2\rangle$ mit Energie E_2 .

Wenn das Atom ein Photon passender Energie absorbiert ($\simeq E_2 - E_1$) kann es von dem Grundzustand in den angeregten Zustand gehoben werden. Dort verbleibt es, bis es nach einer charakteristischen Lebensdauer τ spontan in den Grundzustand zurückfällt. Dabei emittiert es ein Photon isotrop in alle Raumrichtungen. Die Richtungsunabhängigkeit der spontanen Emission ist die zentrale Eigenschaft, die man in der Absorptionsspektroskopie ausnutzt. Dabei betrachtet man die Intensität eines schwachen, verstimmbaren Laserstrahls nach Durchgang durch eine Probe. Wenn man die atomare Resonanz ($\hbar \omega = E_2 - E_1$) der Probe trifft, werden dem gerichteten Laserstrahl durch spontane Emission Photonen entzogen. Diese verminderte Intensität des ursprünglichen Strahls misst man.

Bei starken Lichtfeldern spielt indes neben der spontanen Emission auch die induzierte Emission eine Rolle. Bei der induzierten Emission übernimmt das Photon alle Eigenschaften des umgebenden Lichtfeldes; insbesondere ist dann dessen Emissionsrichtung durch das äußere Lichtfeld bestimmt. Dann ändert sich die Intensität eines gerichteten Laserstrahls nicht.

Der Wirkungsquerschnitt für induzierte Emission und Absorption wird häufig unter Zuhilfenahme der Einstein-Koeffizienten B_{21} resp. B_{12} beschrieben. Zentral ist hier nur, dass beide Prozesse gleich wahrscheinlich sind, weil die Einsteinkoeffizienten identisch sind. Deshalb kann im thermischen Gleichgewicht keine Besetzungsinversion erfolgen. D.h. es sind immer mehr Atome im Grundzustand als im angeregten Zustand. Für sehr große Lichtintensitäten darf man die spontane Emission vernachlässigen und erreicht eine Gleichbesetzung von Zustand $|1\rangle$ und $|2\rangle$. Die Besetzungszahldifferenz steigt zunächst mit der eingestrahlten Intensität an und strebt asymptotisch gegen Gleichbesetzung. Diejenige Intensität, für die die relative Besetzungszahldifferenz $(N_1 - N_2)/N = 1/2$ beträgt, lautet Sättigungsintensität I_{sat} . Es gilt:

$$\frac{N_1 - N_2}{N} = \frac{1}{1 + I(\omega)/I_{sat}(\omega)}$$
(6)

Strahlt man Licht der Sättigungsintensität ein, so befinden sich ³/₄ der Atome im Grundzustand und ¹/₄ im angeregten Zustand. Für Licht, das gegenüber der atomaren Resonanz verstimmt ist, sind größere Intensitäten nötig um dieselbe Besetzungszahldifferenz hervorzurufen; deshalb ist die Sättigungsintensität eine Funktion der Frequenz. Ihren Minimalwert nimmt sie bei Resonanz an. Dieser ist eine wichtige Kenngröße, die meist nur Sättigungsintensität genannt wird.

Der Absorptionskoeffizient α setzt sich aus dem Wirkungsquerschnitt $\sigma(\omega)$ für Photonenabsorption und der Anzahl von Atomen zusammen, die absorbieren können. Nur die spontane Emission führt zu einer Abschwächung und weil die stimulierte Emission genau einen Prozess der stimulieren Absorption zunichte macht, zählt nur die Besetzungszahldifferenz $N_2 - N_1$.

$$\alpha = (N_2 - N_1)\sigma\tag{7}$$

 α beschreibt somit den Wirkungsquerschnitt für Absorption, die *spontane* Emission zur Folge hat. Die Leistung, die durch spontane Emission dissipiert wird, beträgt $\frac{N_2\hbar\omega}{\tau}$. Diese Leistung muss identisch mit der Abschwächung der Intensität $I: (N_1 - N_2)\sigma I$ sein. Dadurch erhalten wir einen Ausdruck für den Wirkungsquerschnitt σ . Eine detaillierte Rechnung führt auf eine Lorentzkurve um die Resonanzfrequenz ω_0 .

$$\sigma(\omega) = \sigma(\omega_0) \frac{\Gamma^2/4}{(\omega - \omega_0)^2 + \Gamma^2/4}$$

Das können wir in den Ausdruck für α (Gleichung (7)) einsetzen und erhalten mit Gleichung (6) die Abhängigkeit der Absorption von der Lichtintensität.

$$\alpha(\omega, I) = \frac{N\sigma(\omega)}{1 + I(\omega)/I_{sat}(\omega)} = \frac{1}{1 + I(\omega)/I_{sat}(\omega)} \cdot \frac{\Gamma^2/4}{(\omega - \omega_0)^2 + \Gamma^2/4}$$
(8)

Um zusätzlich auch die Frequenzabhängigkeit zu erhalten, muss man berücksichtigen, dass in I_{sat} noch eine versteckte Frequenzabhängigkeit enthalten ist. Diese kann man vermöge der Definition der Sättigungsintensität (6) durch die des Wirkungsquerschnittes σ ersetzen: Es muss gelten: $I_{sat}(\omega)/I_{sat}(\omega_0) = \sigma(\omega_0)/\sigma(\omega)$.

Dann folgt:

$$\alpha(\omega, I) = N\sigma_0 \frac{\Gamma^2/4}{(\omega - \omega_0)^2 + \Gamma^2/4(1 + I/I_{sat}(\omega_0))}$$
(9)

An der Gleichung (9) sollte man zwei bemerkenswerte Aspekte betonen:

 Der Absorptionskoeffizient beschreibt eine Lorentz-Kurve, deren Peakhöhe von der Lichtintensität abhängt. Je größer die eingestrahlte Intensität ist, desto geringen wird der Absorptionskoeffizient bei fester Frequenz, weil die Streurate eines Atoms begrenzt ist. Deshalb ist die Absorption nichtlinear intensitätsabhängig. Bei großen Lichtfeldern stärkt man die induzierte Emission gegenüber der intensitätsunabhängigen spontanen Emission. Auf diesem nichtlinearen Zusammenhang zwischen Intensität und Absorption beruhen Mechanismen der dopplerfreien Sättigungsspektroskopie. 2. Die Breite der Lorentz-Verteilung hängt von der eingestrahlten Intensität ab. Es gilt $\Delta \omega = \Gamma (1 + I/I_{sat})^{1/2}$. $\Gamma = 1/\tau$. Das hängt auf natürliche Weise mit dem ersten Punkt zusammen: Wenn der Peak der Verteilung kleiner wird, sich für benachbarte Frequenzen der Absorptionskoeffizient aber nicht ändert, führt das zu einer größeren Breite der Lorentz-Linie. Diesen Effekt nennt man Leistungsverbreiterung. Er wird uns noch bei der Diskussion der gemessenen Spektren begegnen.

3.3 Doppler–Effekt und Limitierung klassischer Spektroskopie

Die natürliche Linienbreite Γ ist über Fouriertransformation mit der Lebensdauer im angeregten Zustand verknüpft: $\Gamma = 1/\tau$. Sie gibt nach der Heisenbergschen Unschärferelation eine untere Grenze der Breite von beobachtbaren Spektrallinien an. Eine Abregung kann auch durch Stöße von Atomen untereinander erfolgen. Wenn die mittlere Zeit zwischen zwei Stößen kürzer ist, als die Lebensdauer, kann das zu einer erheblichen Verbreiterung der Spektrallinie führen. Zusätzlich zu der fundamentalen Linienbreite, die durch die Unschärferelation der Quantenmechanik entsteht, kommt es in der Regel also noch zu zusätzlichen Verbreiterungen. Der bei optischen Frequenzen wichtigste Verbreiterungsmechanismus soll hier im folgenden beschrieben werden. In der von mir verwendeten Spektroskopiezelle herrscht ein reduzierter Druck, so dass Stöße stark unterdrückt sind. Dann lässt sich die Probe in der Spektroskopiezelle wie ein ideales Gas beschreiben; Im kanonischen Ensemble ist die Wahrscheinlichkeit w(v) für die Geschwindigkeitskomponenten v + dv durch den Boltzmannfaktor $\exp(-\beta E)$ gegeben, $\beta = (k_B T)^{-1}$. Für ein ideales Gas gilt: $E = E_{kin} = 1/2mv^2$. Dann folgt eine Normalverteilung um die Geschwindigkeit v = 0:

$$w(v)dv \propto \exp(-\beta E_{kin})dv = \exp(-\beta mv^2/2)dv$$
 (10)

Die Resonanzfrequenz eines atomaren Übergangs ist im Ruhesystem des Atoms definiert. Strahlt man Licht auf Atome, so ist im System der sich bewegenden Atome, die Lichtfrequenz durch den Dopplereffekt verschoben. Bezeichnen wir mit ω die Lichtfrequenz im Laborsystem, so transformiert sich diese – in linearer Näherung – in das Bezugssystem der mit Geschwindigkeit v bewegenden Atoms nach $\omega' = \omega \pm kv$. Der Frequenzunterschied zwischen Laborsystem und der Frequenz, die ein Atom registriert, hängt somit von der Geschwindigkeit des Atoms ab. Diesen nennt man Detuning $\delta = \omega - \omega_0 = kv$. Für Atome die sich dem Laserstrahl entgegen bewegen (v < 0) erscheint der Laser blauverschoben.

Die Geschwindigkeitsverteilung der Atome (10) übersetzt sich durch den Doppler-Effekt in eine Frequenzverteilung; Die Breite im Frequenzraum bestimmt sich zu

$$\sigma_{\omega} = k\sigma_v = \frac{k}{\sqrt{\beta m}}$$

Mit $k = \frac{2\pi}{780 \text{ nm}}$ und $\beta = \frac{40}{eV}$ für ⁷⁸Rubidium bei Raumtemperatur folgt eine Breite von $\sigma_{\omega} = 2\pi \cdot 216 \text{ MHz}$. Die Breite dieser Normalverteilung limitiert in der Regel die erreichbare Auflösung bei optischen Wellenlängen und Raumtemperatur. Sie übersteigt die natürliche Linienbreite um zwei Größenordnungen.

3.4 Dopplerfreie Sättigungsspektroskopie

Mit dem Aufbau der dopplerfreien Sättigungsspektroskopie ist es auch bei Raumtemperaturen möglich, Strukturen unterhalb der Dopplerverbreiterung aufzulösen. Sie macht sich die nicht lineare Absorption (9) zu Nutze.

Grundsätzlich ist die resultierende Linienform der Absorption immer die Faltung aller beteiligten Verbreiterungsmechanismen. Wir müssten also die Faltung einer Normalverteilung



Abbildung 18: Der Absorptionkoeffizient als Funktion der eingestrahlten Lichtintensität bei Resonanz. Siehe Gleichung (9)

(Dopplerverbreiterung) mit einer Lorentz-Kurve (natürliche Linienbreite) betrachten. Dabei entsteht eine Voigt-Funktion. Weil die Dopplerverbreiterung allerdings einige Größenordnungen breiter ist als die Lorentzkurve können wir die Lorentzkurve auf der Skala der Dopplerverbreiterung als δ -Distribution ansetzen. Die δ -Distribution ist das neutrale Element bezüglich Faltung, so dass sich bei Faltung die Normalverteilung reproduziert. In dieser Näherung vernachlässige ich also die Frequenzabhängigkeit des Absorptionskoeffizienten und setze stets $\alpha(\omega, I) = \alpha(\omega_0, I) := \alpha(I)$. Abbildung 18 zeigt dann den Absorptionskoeffizienten in Abhängigkeit der eingestrahlten Lichtintensität.

Die zentrale Idee der dopplerfreien Sättigungsspektroskopie ist es, den Strahl zu teilen und antiparallel zueinander eine Spektroskopiezelle durchdringen zu lassen. Abbildung 19 zeigt den Aufbau. Wir wollen einen Laserstrahl großer Intensität annehmen $(I \sim I_{sat})$, dessen Frequenz ω gegenüber der atomare Resonanz ω_0 verstimmt werden kann. Wir betrachten zwei Fälle getrennt:

- 1. Zunächst habe der Laserstrahl ein kleines Detuning $\delta < \sigma_{\omega}$. Dann erscheint für ein Atom, das sich mit der Geschwindigkeit v entlang der Strahlrichtung bewegt, die Frequenz des einen Lichtstrahl als $\omega' = \omega - kv$; für den anderen Lichtstrahl hingegen als $\omega' = \omega + kv$. Für $v = \pm \delta/k$ ist einer der beiden Strahlen jeweils resonant. Beide Lichtstrahlen interagieren mit unterschiedlichen Atomen, verschiedener Geschwindigkeitsklassen. Wir betrachten nur die Intensität I'_t einer der beiden Strahlen. Für diesen gilt nach Durchgang durch die Probe: $I'_t = I_t \exp(-\alpha(I_t)L)$
- 2. Wird nun mit der Resonanzfrequenz ω_0 eingestrahlt, sind beide Strahlen mit Atomen der Geschwindigkeitsklasse v = 0 resonant. Das sind diejenigen Atome, die im Laborsystem ruhen. Außerdem addieren sich beide Strahlen zu einer Gesamtintensität von $I_t + I_p$. Der atomare Übergang wird mit dieser Gesamtintensität getrieben. Der Absorptionskoeffizient lautet dann $\alpha(I_t + I_p)$.

Wegen der Nichtlinearität von $\alpha(I)$ gilt $\alpha(I_p + I_t) < \alpha(I_t)$. Diesen direkten Vergleich der beiden Absorptionen kann man aber nur in einer kleinen Umgebung des Maximums der Doppler-Normalverteilung ziehen. Für Atome der Geschwindigkeit $v \ll \sigma_{\omega}/k$ kann man annehmen,



Abbildung 19: Aufbau zur Sättigungsspektroskopie. Erklärungen siehe Text

dass jeder Geschwindigkeitsklasse $v + \delta v$ gleich viele Atome angehören. Die Normalverteilung lässt sich nämlich an ihrem Maximum als waagerechte Tangente annähern. Dann beobachtet man wegen der unterschiedlichen Absorptionkonstanten α bei ansonsten gleicher Anzahl von absorbierenden Atomen einen Intensitätspeak bei Resonanz, den man Lambdip nennt. Weit von Resonanz entfernt sinkt die Anzahl von Atomen mit $v + \delta v$, weshalb die Absorption abnimmt. Als Absorptionssignal erhält man also das invertierte Doppler–Profil, in dessen Minimum aber ein schmaler Peak heraussticht. Dieser Peak hat die natürliche Linienform (8), ist also bei starken Lichtfeldern leistungsverbreitert. Durch die Wahl der Laser–Intensität wägt man die Höhe der Peaks gegen deren Breite ab. Die Nichtlinearität des Absorptionskoeffizienten wird für große Intensitäten maximal, sodass sich der Lamb–Dip deutlicher vom Doppler–Tal absetzt. Dann ist der Peak allerdings auch leistungsverbreitert. Abbildung 20 veranschaulicht diesen Kompromiss, den man eingehen muss.

Häufig wählt man die Intensitäten beider Strahlen unterschiedlich: Dann unterscheidet man zwischen dem sog. Pumpstrahl mit Intensität I_p und einem schwächeren Teststrahl mit Intensität I_t . Beobachtet wird nur die Intensität des Teststrahls. Das ungleiche Aufteilen auf beide Strahlen ändert die Form des Lambdips nicht, weil in den Absorptionskoeffizienten die Summe beider Intensitäten eingeht. D.h. die relative Abschwächung ist unabhängig von der Intensität des abgegriffenen Strahl solange die Summe beider Strahlintensitäten identisch bleibt: $I'_t/I_t = e^{-\alpha(I_t+I_p)}$ Im nichtresonanten Fall erhöht ein schwacher Teststrahl aber die Absorption, denn für alle Atome, die nicht der Geschwindigkeitsklasse v = 0 entsprechen, ist die Absorption des Teststrahls durch $\exp(-\alpha(I_t))$ gegeben. Dann führen kleine Intensitäten I_t zu einer deutlich größeren Absorption, so dass sich der Lambdip deutlicher vom Doppler–Tal absetzt. Im Kontext unterschiedlich starker Strahlen spricht man auch häufig davon, dass der starke Pump–Strahl ein Loch in die Geschwindigkeitsverteilung der Atome brennt (Bennet–Loch). Er regt Atome einer Geschwindigkeitsklasse an, so dass die Anzahl der Atome im Grundzustand, die zur Absorption führen, verringert ist. Diese verringerte Absorption macht man mit einem Teststrahl sichtbar, der die Besetzungszahlen, wegen seiner geringen Intensität selbst nicht verändert. Dieses Konzept des Loch-Brennens bietet für den Fall eines schwachen Teststrahls eine anschaulichere Erklärung, die im folgenden noch hilfreich sein wird.



Abbildung 20: Erwartete Transmissionskurve bei drei unterschiedlichen Strahlintensitäten. Bei kleinen Strahlintensitäten (schwarze Kurve) ragt der Lamb–Dip nur schwach aus dem Dopplertal hervor, ist aber kaum leistungsverbreitert. Bei höheren Intensitäten wird der Lamb–Dip breiter, hebt sich aber wegen der Nichtlinearität der Absorption weiter vom Doppleruntergrund ab. (blaue und rote Kurve)

3.4.1 Cross–Over–Peaks

Gegenüber dem Zwei–Niveau–Modell können in Systemen, die mehr als einen anregbaren Zustand besitzen, zusätzliche Peaks auftreten. Um dessen Zustandekommen zu erklären, ergänzen wir unser Zwei–Niveau–System um einen weiteren Zustand $|3\rangle$ mit Energie $E_3 > E_2 > E_1$. Dann gibt es zwei atomare Resonanzen und folglich auch zwei Lampdips. Wenn $E_3 - E_2 < \sigma_{\omega}$ ist, entstehen neben den Lamb–Dips bei $\omega_2 = E_2/\hbar$ resp. $\omega_3 = E_3/\hbar$ weitere Transmissionspeaks, die man als Cross–Over–Peaks bezeichnet. Diese kommen bei der Frequenz $\omega = \frac{(E_3 + E_2)}{2\hbar}$ zum Vorschein, also bei dem arithmetischen Mittel beider Resonanzfrequenzen. Dann brennt der Pump–Strahl zwei um das Maximum symmetrische Löcher in die Geschwindigkeitverteilung, weil der Abstand zur Resonanzfrequenz $\omega_3 = E_3/\hbar$ identisch mit dem zur Resonanzfrequenz $\omega_2 = E_2/\hbar$ ist. Atome der beiden Geschwindigkeitsklassen $v = \pm \frac{\omega_3 - \omega_2}{2k}$ werden in angeregte Zustände versetzt.

Man beachte, dass im Zwei–Niveau–System die Symmetriebrechung durch ein einzelnes gebranntes Loch zentral war. Es gibt nur eine Position in der man ein einzelnes Loch brennen kann, so dass die resultierende Verteilung nach wie vor symmetrisch ist: Das ist bei v = 0 der Fall und produzierte den Lamb–Dip. Etwas Ähnliches ist auch hier der Fall: Sobald die Symmetrie der Geschwindigkeitsverteilung durch den Pumpstrahl nicht gebrochen wird, kommt es zu einem Transmissionspeak.

Der Teststrahl trifft dann auf Atome der Geschwindigkeitsklasse $v = \mp \frac{\omega_3 - \omega_2}{2k}$. Man muss im Folgenden die Absorption des Teststrals durch beide Übergänge betrachten. Weil die Doppler-Verteilung symmetrisch um die Geschwindigkeit v = 0 ist, gilt für die transmittierte Intensität $I'_{t,\text{Cross-over}} = I_t e^{-2\alpha(I_t+I_p)L}$. Wenn man berücksichtigt, dass im Falle des Lamb-Dips die Gleichung von zuvor, $I'_t = I_t e^{-\alpha(I_t+I_p)L}$, um die Absorption des zusätzlichen Überganges ergänzt werden muss, erhält man: $I'_{t,\text{Lamb-Dip}} = I_t e^{-(\alpha(I_t+I_p)+\alpha(I_t))L}$. Denn im Falle des Lamb-Dips wird ein Übergang durch die Gesamtintensität getrieben, während der andere Übergang vom Pumpstrahl nicht entvölkert wird.

Das gilt unter den gleichen Voraussetzungen wie zuvor; also insbesondere, dass die bei-



Abbildung 21: Die beobachtbaren Linien von ⁸⁷Rb. Es wird vom Hyperfeinstukturzustand F = 2 im Grundzustand ausgegangen. Dann ist zu F' = 0kein elektrischer Dipolübergang möglich. Mit dem Aufbau der Dopplerfreien Sättigungsspektroskopie erhält man zusätzlich Cross-Over Resonanzen, die häufig das Spektrum dominieren, aber keine echten Übergänge des Atoms kennzeichnen. Diese entstehen genau bei der mittleren Frequenz zwischen zwei erlaubten Übergängen. Zusätzlich eingetragen ist die relative Linienintensität der drei beobachtbaren Übergänge.

den Zustände die die Cross-Over-Resonanz verursachen, sehr nahe beieinander liegen. Dann kann man wie bei der Erklärung der Tranmissionspeaks davon ausgehen, dass etwa gleich viele Atome der Geschwindigkeitsklassen um v = 0 angehören. Aus dem Quotienten v der transmittierten Intensitäten erählt man ein Maß, um wie viel die Cross-Over-Resonanz den Lamb-Dip übersteigt:

$$v = \frac{I'_{t,\text{Lamb-Dip}}}{I'_{t,\text{Cross-over}}} = \frac{e^{-2\alpha(I_t+I_p)L}}{e^{-(\alpha(I_t+I_p)+\alpha(I_t))L}} = \frac{e^{-\alpha(I_t+I_p)L}}{e^{-\alpha(I_t)L}} > 1$$

Dem aufmerksamer Leser fällt sofort auf, dass dies das gleiche Verhältnis ist, das wir schon zuvor bei der erhalten haben, als wir untersuchten, wie sehr ein Lamb-Dip aus dem Doppler-Tal hervorsticht. Man kann also – cum grano salis – sagen, dass die Cross-Over-Resonanzen doppelt so groß seien, wie die Lamb-Dips. Deshalb dominieren Cross-over-Peaks ein Spektrum deutlich, wenn sie sich aus dicht benachbarten Übergängen rekrutieren. Bei Mehr-Niveau-Systemen gilt das rigorose Symmetrieargument nicht mehr, weil es nur eines Zustandes bedarf, der symmetrisch zwischen zwei Resonanzen liegt.

Das ⁸⁷Rubidium Spektrum offenbart vier Hyperfeinstrukturzustände der D₂ Linie im angeregten Zustand. Sie erfüllen allesamt das Kriterium, dass deren Abstand zueinander kleiner ist als die Dopplerverbreiterung. Desshalb erhält man bei der Zwischenfrequenz zweier Hyperfeinstrukur–Linien jeweils einen Cross–Over Peak. Die Aufspaltung im Grundzustand ist mit 7 GHz viel größer als die Dopplerbreite und führt damit zu keinen sichtbaren Cross–Over– Resonanzen. Abbildung 21 zeigt die Position der Cross–Over–Peaks zwischen den Lamb–Dips und dessen Notation.

3.4.2 Aufbau

Abbildung 22 zeigt den Aufbau zur Sättigungsspektroskopie. Das Laserlicht, das den Diodenlaser verlässt, ist senkrecht zur Tischebene polarisiert, weil für S–Polarisation die Reflektivität



Abbildung 22: Aufbau zur Sättigungsspektroskopie

des optischen Gitters maximal ist. (vgl. Kapitel 1.2.2) Für die Reflektivität anderen optischen Elemente gilt das Gleiche: Die Reflektivität bei S-polarisierten Licht ist stets größer als bei P-polarisierten. Schließlich existiert der Brewster–Winkel nur bei P-Polarisation, so dass bei Einfall unter diesem speziellen Winkel Licht dieser Polarisation überhaupt nicht reflektiert wird. Um beim Durchgang durch das anamorphe Prismenpaar wenig Lichtintensität durch Reflexionen zu verlieren, dreht das $\lambda/2$ -Plättchen die Polarisation des Laserlichtes zunächst um 90°. Das anamorphe Prismenpaar nennt man auch Beam–Shaper, weil es das elliptischen Strahlprofil des Diodenlasers runder formt. Dazu wird die lange Achse der Ellipse etwa um den Faktor 3 gestaucht.

Anschließend schickt man den Strahl durch einen optischen Isolator. Dieser verhindert, dass Rückreflexionen den Diodenlaser stören können. Der Diodenlaser ist sehr empfindlich auf Rückreflexe, weil das einer zusätzliche optischen Rückkopplung gleich käme, die die spektralen Eigenschaften verändert. Optimaler wäre es zweifelsohne den optischen Isolator noch vor das Prismenpaar zu stellen. Das würde allerdings mit einem beträchtlichen Intensitätsverlust einhergehen. Denn der optische Isolator besitzt eine runde Öffnung, die etwa genauso groß ist wie die kurze Halbachse des elliptischen Strahlprofils. Ohne den Strahl zuerst rund zu formen, verliert man mehr als ein Viertel der Strahlintensität.

Der polarisierende Strahlteiler (Polarizing Beam Splitter – PBS) lässt waagerecht zur Tischebene polarisiertes Licht durch. Senkrecht polarisierte Licht wird an der eingezeichneten Diagonalen reflektiert. Mit dem $\lambda/2$ –Plättchen kann man den Anteil des reflektierten und transmittierten Lichts flexibel einstellen.

Sofort fällt auf, dass in diesem Aufbau der Strahl nicht in einen Pump– und Teststrahl aufgeteilt wird, die dann die Spektroskopiezelle antiparallel durchlaufen (Vgl. Abbildung 19). Stattdessen benutzt man hier die Reflexion an einem Spiegel. Laserlicht, das von links kommend den PBS durchquert wird durch das $\lambda/4$ –Plättchen zirkular polarisiert. Nach Durchgang durch

die Zelle wird durch Reflexion am Spiegel dessen Helizität umgekehrt: Aus rechts-zirkular polarisierten Licht wird links-zirkulares und vice versa. Nach erneuten Durchgang durch die Zelle wird der Stahl anschließend durch das $\lambda/4$ -Plättchen senkrecht zur Tischebene polarisiert und nach oben reflektiert. Dort wird die Intensität mit einer Photodioden registriert. Eine zweite Photodiode erkennt ausschließlich hochfrequente Intensitätsänderungen, wird in diesem Spektroskopie-Aufbau jedoch noch nicht benötigt.

Bei kleinen Lichtintensitäten stört das elektronische Rauschen der Photodioden enorm. Um ein gutes Signal–zu–Rauschen Verhältniss zu erhalten, muss man die Lichtintensität erhöhen. Weil hohe Lichtintensitäten allerdings zu leistungsverbreiterten Lamb–Dips führen, wird der Strahl vor Durchgang durch die Spektroskopiezelle mit einem Teleskop aufgeweitet. (Brennweiten der Linsen: $f_1 = 25 \text{ mm}, f_2 = 60 \text{ mm}$)

Im Gegensatz zu der im Theorie-Kapitel vorgestellten Methode der geteilten Strahlen, die antiparallel die Zelle durchdringen und nur der Teststrahl ausgelesen wird, ergeben sich hier einige Unterschiede, die im folgenden diskutieren werden sollen:

3.4.3 Vergleich zweier Aufbauten zur Sättigungsspektroskopie



Abbildung 23: Aufbau und Notation beim kompakten Aufbau. Der Abschwächer garantiert: $I_t = \beta \cdot I'_p$ mit $\beta < 1$

Wir identifizieren den zum Spiegel hinlaufenden Strahl als Pumpstrahl mit Intensität I_p und den nach der Reflexion zurücklaufenden Strahl als Test-Strahl mit Intensität I_t . Weil sich der Teststrahl aus dem Pumpstrahl zusammensetzt, sind im Teststrahl auch alle Intensitätsveränderungen des Pumpstrahls erkennbar. Im ursprünglichen Aufbau (Abbildung 19), den wir ab jetzt konventionellen Aufbau nennen möchten (um ihn vom kompakten Aufbau zu unterscheiden), wurde der Pumpstrahl verworfen und nur die Absorption des Teststrahl registriert. Hierdurch ignoriert man Information und so wundert es nicht, dass der kompakte Aufbau bessere Ergebnisse zeitigt.

Für eine heuristische Begründung dessen, behandeln wir wie zuvor zwei Fälle bei unterschiedlicher Frequenz separat und vergleichen sie dann im Grenzfall verschwindender Frequenzunterschiede.

1. Wenn mit den Atomen der Geschwindigkeitsklasse v = 0 interagiert wird, kommt es zum Lamb-Dip; das eingestrahlte Licht ist also resonant. Dann gilt:

$$I'_{p} = I_{p}e^{-\alpha(I_{p}+I_{t})L} \quad I'_{t} = I_{t}e^{-\alpha(I_{p}+I_{t})L}$$

Der Abschwächer erzwingt: $I_t = \beta I'_p$. Dann lassen sich die beiden Formeln verbinden zu:

$$I'_t = \beta I_p e^{-2\alpha (I_p + I_t)L}$$

2. Wenn es zu keinem Lamb-Dip kommt, also ein Detuning $\delta \neq 0$ herrscht, gilt:

=

$$I'_p = I_p e^{-\alpha(I_p)L} \quad I'_t = I_t e^{-\alpha(I_t)L}$$
$$\implies I'_t = \beta I_p e^{-(\alpha(I_t) + \alpha(I_p))L}$$

Das Verhältniss v beider Größen sagt etwas über die Signal qualität der Absorptionsspektroskopie aus:

$$v = \frac{I_{Lampdip}}{I_{sonst}} = \frac{e^{-\alpha(I_t + I_p)2L}}{e^{-\alpha(I_t) + \alpha(I_p)L}}$$
(11a)

$$=\underbrace{\frac{e^{-\alpha(I_p+I_t)L}}{e^{-\alpha(I_p)L}}}_{=a_1>1}\cdot\underbrace{\frac{e^{-\alpha(I_p+I_t)L}}{e^{-\alpha(I_t)L}}}_{=a_2>1}$$
(11b)

Es sei betont, dass beide Faktoren a_1 und a_2 größer eins sind. Im Fall der konventionellen Methode gilt:

$$v = \frac{I_p e^{-\alpha(I_p + I_t)L}}{I_p e^{-\alpha(I_t)L}} \equiv a_2$$

Das entspricht bei gleicher Wahl der Pump- und Test-Strahlintensitäten genau dem Faktoren a_2 aus Formel (11b). Weil jedoch auch der Faktor $a_1 > 1$ ist, liefert die kompakte Methode ein besseres Signal. Um das Spektroskopie Signal bei gegebener Gesamtintensität weiter zu verbessern, muss man im Nenner von Formel (11a) den Exponenten maximieren. Am Plot des Absorptionkoeffizienten erkennt man sofort, dass sich hieraus die Notwendigkeit ergibt, die Intensitäten von I_t und I_p stark asymmetrisch zu wählen. Das hatten wir auch schon beim klassischen Aufbau konstatiert. Im Falle zweier gleich intensiver Strahlen, bringt der kompakte Aufbau bessere Ergebnisse hervor, weil effektiv eine Spektroskopiezelle doppelter Länge durchlaufen wird. Gleichung (11a) lautet dann:

$$\frac{e^{-\alpha(I_t+I_p)2L}}{e^{-(\alpha(I_t)+\alpha(I_p))L}} \quad \stackrel{I_t=I_p=I}{=} \quad \frac{e^{-\alpha(2\cdot I)2L}}{e^{-\alpha(I)2L}}$$

Hier taucht zum Vergleich mit dem analogen Fall der konventionellen Methode ein Faktor 2 vor der Länge der Spektroskopiezelle L auf.

Im Falle starker Pumpstrahlintensitäten konvergiert der Faktor $a_1 = \frac{e^{-\alpha(I_p+I_t)L}}{e^{-\alpha(I_p)L}}$ gegen 1. Dann liefern beide Aufbauten das gleiche Ergebniss. Der Vorteil des kompakten Aufbaus besteht dann nur noch darin, dass sich Pump- und Teststrahl leichter überlappen lassen: Es gibt nur einen freien Parameter, die Position des Spiegels.

3.4.4 Gemessene Spektren von Rubidium

Es ist nicht das Ziel, ein komplettes oder besonders akkurates Spektrum von Rubidium aufzunehmen. Die Dopplerfreie Sättigungsspektroskopie wird hier lediglich als Mittel zum Zwecke einer Frequenzstabilisierung genutzt. Abbildung 24 zeigt ein gemessenes Spektrum. Die grüne Kurve zeigt die Spannung auf dem Piezo. Mit sinkender Piezo–Spannung wird der externe Resonator länger, so dass die Wellenlänge von links nach rechts ansteigt. Zu sehen sind die niederenergetischen Übergänge der D₂–Linie von ⁸⁵Rb und ⁸⁷Rb. Es wurde jeweils vom höherenergetischen Hyperfeinstrukturübergang des Grundzustandes ausgegangen. Also handelt es sich um die Linien ⁸⁵Rb von F=3 zu F'=2,3,4 und für ⁸⁷Rb von F=2 zu F'=1,2,3 und die jeweiligen Cross–Over–Peaks. Die Linien von ⁸⁷Rb können wir direkt mit dem zuvor entwickelten



Abbildung 24: Spektrum (blau). Lila zeigt die Transmission eines Fabry–Perot mit $f_{FSR} = 1,5 \,\text{GHz}$. Grün ist die Spannungsrampe auf den Piezo dargestellt. Über den gesamten Ausschnitt beträgt die Spannungsdifferenz etwa $\Delta U \approx 30 \,\text{V}$. In das Dopplertal von ⁸⁵Rb wurde eine Gauß'sche Glockenkurve gefittet. Durch Vergleich mit den Transmissionsmaxima des Fabry–Perot erhält man eine Breite von $\sigma_f = 253 \,\text{MHz}$

theoretischen Spektrum (Abb. 21) vergleichen. Von den erwarteten sechs Transmissionspeaks sind nur drei erkennbar, die stark leistungsverbreitert sind.

Für eine Frequenzskala sind die Intensitäts–Peaks eines Fabry–Perot Etalons festen Abstands (lila) mit gezeigt. Dessen freier Spektralbereich beträgt $\Delta f_{FSR} = 1,5$ GHz. Im ersten Kapitel wurde behauptet, dass mit Feed–Forward ein Durchstimmbereich von 4-5 GHz erreicht werden konnte. Das wurde aus diesem Bild geschlussfolgert, weil zusätzlich zum Fabry–Perot auch die Intensität des Laserstrahls gezeigt ist. Einen Modensprung kann man sehr zuverlässig daran erkennen, dass sich die Intensität des Lasers sprunghaft ändert. Das ist über den gesamten Bildausschnitt nicht gegeben. Das isolierte Spektrum eines Fabry–Perot Etalons hat hingegen nicht die gleiche Aussagekraft, weil es Modensprünge weniger verlässlich erkennen kann. Zwar sind unterschiedlich große Abstände zwischen zwei Transmissionsmaxima ein hinreichendes Kriterium, dass ein Modensprung stattgefunden hat, notwendig ist es aber nicht. Denn wenn sich beim Modensprung die Wellenlänge um ein ganzzahliges Vielfaches der freien Spektralbreite ändert, bleiben die Abstände zwischen Transmissionsmaxima gewahrt. Eine abrupte Änderung der Intensität ist ein zusätzliches hinreichendes Kriterium für einen Modensprung.

Um eine Identifikation der einzelnen Linien zu ermöglichen, muss mit Hilfe des Fabry– Perot-Signals die Zeitskala in eine Frequenzskala übersetzt werden. Dehalb soll zunächst untersucht werden, wie gut zwischen aufgetragenen Zeit und dem Frequenzdetuning ein linearer Zusammenhang besteht. Ein Frequenzgenerator liefert eine Spannungsrampe, die den Piezo des Dioden-Lasers antreibt. Sie zeigt keinerlei Abweichungen von einem linearen Verlauf. Nun ist das detuning durch Längenänderung des externen Resonators aber nur in ersten Näherung linear und auch die Längenausdehnung des Piezo muss nicht linear mit der angelegten Spanung wachsen. Abbildung 25 zeigt das Transmissionsspektrum des Fabry-Perot Resonators mit drei Lorentzkurven, die an die Maxima gefittet wurden. Die genau Position der Maxima findet sich jeweils bei 4,62 ms, bei 13,13 ms und 20,92 ms. Weil der Abstand zwischen zwei Maxima konstant sein muss, zeigt das Inlay den Zusammenhang zwischen Zeit und dem Frequenzunter-



Abbildung 25: Transmissionssignal des Fabry–Perot bei durchgescannten Diodenlaser und festen Fabry–Perot. In die Transmissionsmaxima wurde eine Lorentz–Kurve gefittet. Deren Maxima liegen bei 4,62ms, bei 13,13ms und 20,92ms. Der Piezo des Diodenlasers wurde mit einer linearen Spannungsrampe angesteuert, so dass zwischen Zeit und Spannung ein linearer Zusammenhang besteht. Aus dem Abstand zwischen zwei Transmissionsmaxima, der 1,5 GHz beträgt, kann man die Linearität zwischen Frequenz und Spannung überprüfen. Das Inlay zeigt den Zusammenhang zwischen Zeit und Frequenzunterschied und dient im Folgenden zur Eichung.

schied des Dioden–Lasers. Der Fit offenbart eine Steigung von $(184 \pm 5)^{\text{MHz/ms}}$; damit ist die Abweichung zu einem linearen Zusammenhang kleiner als 3%.

Abbildung 26 zeigt einen Detailauschnitt des ⁸⁷Rb Dopplertals. Durch Vergleich mit dem zuvor entwickelten theoretischen Spektrum (Abb. 21) ist eine eindeutige Zuordnung der einzelnen Linien möglich. Der Übergang von $F=2\rightarrow F'=3$ ist mit einer relativen Stärke von 0,6 der intensivste echte Übergang im Hyperfeinstruktur-Spektrum und zugleich auch derjenige mit der größten Energie. Dadurch lässt er sich sofort identifizieren. In Abbildung 26 ist der Frequenzunterschied relativ zu dieser Linie aufgetragen. Wie zuvor schon erläutert dominieren häufig Cross–Over–Resonanzen ein Spektrum. Zu sehen sind die beiden Cross–Over Resonanzen F'=(2,3) und F'=(1,3). Weiter rechts würden die Ubergänge F'=1 und F'=2 folgen. Weil diese mit einer relativen Stärke von 0,05 resp. 0,25 jedoch nur sehr schwach sind, sind beide Peaks, ebenso wie der Cross-Over F'(1,2) zwischen diesen beiden im Spektrum nicht sichtbar. Die durch das Fabry–Perot–Etalon gewonnene Frequenzskala kann diese Zuordnung direkt verifizieren, weil die relativen Abstände der Peaks mit unserer Erwartung übereinstimmen. In das Transmissionsspektrum ist eine Normalverteilung zu der drei Lorentzkurven addiert wurden hineingefittet. Der relative Frequenzabstand der Lorentzkurven ist hierbei fest vorgegeben worden. Die Breite der beiden Cross-Over-Resonanzen wurde auf $\delta_f = 25 \text{ MHz}$ (FWHM einer Lorentzkurve) bestimmt. Die natürliche Linienbreite beträgt 6 MHz, so dass die Leistungsverbreiterung hier zu einer etwa viermal größeren Breite führt. Der Gaußfit offenbart hingegen die Breite der Dopplerverteilung. Sie wurde zu $\sigma_f = 237 \text{ MHz}$ bestimmt.

Wie schon bei der Dopplerbreite der ⁸⁷Rb–Linie von $\sigma_f = 253 \text{ MHz}$ fällt auf, dass sie deutliche breiter sind, als die theoretisch ermittelte Breiten von $\sigma_f = 216 \text{ MHz}$. Dieser theoretische Wert ergab sich bei Raumtemperatur für ⁸⁷Rb. Der Massenunterschied beider Isotope führt nur



Abbildung 26: Detail des ⁸⁷Rb Dopplertals. Es wird vom Grundzustand F=2 ausgegangen. Der Frequenznullpunkt ist auf die höchstenergetische Linie F=2 \rightarrow F'=3 gelegt worden. In das Dopplertal wurde eine Normalverteilung gefittet, auf die drei Lorentzkurven im fest definierten Abstand addiert wurden. Die Linienbreite eines Hyperfeinstrukturübergangs beträgt 25 MHz und ist damit viermal größer als die natürliche Linienbreite. Die Breite der Normalverteilung ergibt sich zu $\sigma_{\omega} = 2\pi \cdot 237 \text{ MHz}$

zu einem marginalen Unterschied ($\sqrt{87/85} \approx 1,01$), so dass wir beide Breiten mit diesem theoretischen Wert gleichermaßen vergleichen können. Um diesen Effekt erklären zu können, muss man berücksichtigen, dass jede einzelne Hyperfeinstrukturlinie dopplerverbreitert ist. D.h. das gesamte Dopplerprofil ergibt sich aus der Summe von drei Normalverteilungen, die jeweils um die Hyperfeinstrukturaufspaltung verschoben sind und mit der relativen Stärke einer jede Linie gewichtet ist. Als Summe dreier Normalverteilung folgt folgt diese Verteilung keiner Gaußschen Glockenkurve mehr. Abbildung 27 zeigt die resultierende Linienform (schwarz gestrichelt) für beide Fälle. Die Abweichung der Resultierenden ist im Falle von ⁸⁵Rb besonders groß, weil die Hyperfeinaufspaltung größer ist als die bei ⁸⁷Rb. Trotzdem lassen sich beide Kurven adäquat durch eine Gaußkurve (grün) annähern. Dessen Breite wurde jeweils identisch mit der Standardabweichung der exakten Kurve gewählt.

Man sollte bedenken, dass eine größere Näherung stillschweigend benutzt wurde: Nämlich die Approximation des Voigt–Profils durch eine Normalverteilung. Tatsächlich wird diese Näherung für die resultierende Dopplerverbreiterung *einer* Spektrallinie schnell schlecht, wenn die Lorentzkurve der natürlichen Linienform breit wird. Durch die massive Leistungsverbreiterung ist das hier jedoch genau der Fall.

Unter diesen Umständen, dient die in die Spektren hineingefittete Normalverteilung als grober Anhaltspunkt der Dopplerbreite. Die um circa 20 % größere Breite folgt dann letzendlich aus der Superposition dreier leicht gegeneinander verschobener Voigtprofile.



Abbildung 27: Das Dopplerprofil setzt sich aus den drei Normalverteilungen der Hyperfeinstrukturübergängen zusammen. Jede Normalverteilungen wurden mit der relativen Linienstärke des Überganges skaliert und die exakte Summe ist als gestrichelte schwarze Linie abgebildet. Die grüne Kurve stellt als Näherung eine Gaußsche Glockenkurve dar. Dessen Breite ist 10% bis 20% größer zu wählen, als die Breite der konstituierenden Normalverteilungen.

3.5 Frequenz–Modulations Spektroskopie

Mit Hilfe der Frequenz–Modulations Spektroskopie ist es möglich die Ableitung des Spektroskopiesignals zu erhalten. Dieses Signal lässt sich für eine Regelstrecke gebrauche, so dass der Laser auf diese Frequenz stabilisiert werden kann.

3.5.1 Theorie der Frequenz–Modulation

Wir betrachten einen monochromatisches Lichtfeld, dessen elektrisches Feld gegeben ist durch

$$E(t) = E_0 e^{i\omega t}$$

Wir modulieren der Frequenz ω eine kleine Störung auf: $\omega = \omega_c + M \sin \omega_m t$. M nennt man Modulationsindex und beschreibt die Amplitude der Störung.

$$E(t) = E_0 e^{i\omega_c t + iM\sin\omega_m t} = E_0 e^{i\omega_c t} e^{iM\sin\omega_m t}$$

Die physikalischen Implikationen erfasst man leichter, wenn man die zweite Exponentialfunktion als Reihe schreibt. Unter Benutzung der Besselfunktionen $J_n(M) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k (\frac{M}{2})^{n+2k}}{k!(n+k)!}$ erhält man schließlich:

$$E(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(M) \exp(i(\omega_c + n\omega_m)t)$$
(12)

Die Besselfunktionen erfüllen $J_n(M) = (-1)^n J_{-n}(M)$. Wir beschränken uns hier auf kleine Modulationen der Trägerfrequenz, so dass $M \ll 1$. Dann müssen wir nur die Terme mit $|n| \leq 1$ beachten. Diese Näherung ist in Abbildung 28 illustriert. Mit $J_0(M) = 1$ und $J_{\pm 1}(M) = \pm \frac{M}{2}$ folgt schließlich, dass nur zwei Seitenbänder erzeugt werden:

$$E(t) = -\frac{M}{2}\exp(i(\omega_c - \omega_m)t) + \exp(i\omega_c t) + \frac{M}{2}\exp(i(\omega_c - \omega_m)t)$$

Im Folgenden gehen wir von einem Medium aus, dessen Absorbtionkoeffizien α frequenzab-



Abbildung 28: Illustration der Gleichung (12). Gezeigt ist das Zustandekommen von Seitenbändern um die Trägerfrequenz ω_c bei einem großen Modulationindex M = 1. Die Amplitude der Seitenbänder bestimmt sich aus den Besselfunktionen $J_n(M = 1)$, die als Einhüllende eingezeichnet ist. Gestrichtelt gezeichnet ist die Besselfunktion $J_n(M = 0,1)$. Man erkennt, dass bei schwacher Modulation ($M \ll 1$) nur die Seitenbänder $\omega_m \pm \omega_c$ generiert werden. Die im Text vorgenommene Näherung ist also gerechtfertigt.

hängig ist. Die Amplitude des Laserstrahl wird dann um den Faktor $T_k = e^{-\alpha_k L} = e^{-\alpha(\omega_c + k\omega_0)L}$ abgeschwächt. Die Frequenzen ω_c und $\omega_c \pm \omega_m$ erfahren also *unterschiedliche* Abschwächung im Medium. Nach Durchgang durch das Medium gilt:

$$E(t) = -T_{-1}\frac{M}{2}\exp(i(\omega_c - \omega_m)t) + T_0\exp(i\omega_c t) + T_1\frac{M}{2}\exp(i(\omega_c - \omega_t)t)$$

Die Intensität I(t) ist proportional zum Quadrat der elektrischen Feldstärke, so dass sich folgender Zusammenhang ergibt:

$$I(t) \propto |E(t)|^2 \propto (\alpha_{-1} - \alpha_1) M \cos(\omega_m t)$$
(13)

Durch die unterschiedliche Absorption der Seitenbänder übersetzt sich die ursprüngliche Frequenzmodulation in eine Amplitudenmodulation, die im Betragsquadrat sichtbar wird und gemessen werden kann. Wenn ω_m kleiner ist als die relevante Skala, auf der Unterschiede der Absorption stattfinden, dann wird die Differenz zum Differential und (13) wird zur Ableitung des Absorbtionssignals.

3.5.2 Vorteile und Charakteristika der FM–Spektroskopie

Wir wollen die oben dargelegte Theorie der Frequenz–Modulations–Spektroskopie nun unserem Problem anpassen. Wie dargelegt wurde, ist es möglich durch dieses Verfahren die Ableitung des Absorptionssignals zu erhalten. Die Ableitung des Spektroskopiesignals, das wir mittels der Sättigungsspektroskopie erhalten, ist in vielerlei Hinsicht dem eigentlichen Absorptionssignal vorzuziehen:



Abbildung 29: Durch Ableiten des Absorptions ignals (oben) werden aus den Lambdips Nullduchgänge (unten). Weil sich Nulldurchgänge präziser bestimmen lassen als Extrema, geht das mit einem Zuwachs der Genauigkeit einher. Außerdem lässt sich das Ableitungssignal als Steuersignal für eine Regelung verwenden. In unmittelbarerer Umgebung des Nulldurchgangs lässt sich die Kurve angemessen durch eine Gerade nähern. Diese Kurve beschreibt die Regelabweichung vom Regelziel Nulldurchgang, so dass man dieses Signal unvermittelt einem PI–Regelkreis als Fehlersignal zuführen kann.

Das Ableitungssignal kann man als Regelabweichung einem PI–Regelkreis zuführen. Dazu muss man den Potential–Nullpunkt geeignet wählen. Dann treten an die Stelle von diffusen Transmissionsmaxima der Sättigunsspektroskopie Nulldurchgänge des Frequenzmodualtionssignals auf. In unmittelbarer Umgebung dieses Nulldurchgangs ist die Kurve näherungsweise linear zur Frequenz. Dann stellt die Amplitude und dessen Vorzeichen die Regelabweichung für das Regelziel Nulldurchgang dar. Mit Hilfe eines adäquaten Stellgliedes kann man den Diodenlaser dann auf Frequenz eines Hyperfreinstruktübergangs stabilisieren. Zum anderen ist die Position eines Nulldurchgangs präziser bestimmbar, als das Extremum des Lampdips; Abbildung 29 veranschaulicht beide Punkte am Beispiel einer Lorentzkurve.

Um allerdings tatsächlich die Ableitung des Absorptionssignals zu erhalten, müssen wir die Modulationsfrequenz passend wählen. Wie in der Theorie dargelegt sollte die Modulationsfrequenz in etwa der Größe der aufzulösenden Struktur entsprechen. Denn das Ableitungssignal ergibt sich letzendlich aus der unterschiedlichen Absorption der beiden Seitenbänder. Wenn man die Modulationsfrequenz deutlich kleiner wählt als die Skale, auf der sich die charakteristisch Absorbtion ändert, werden beide Seitenbänder etwa gleich stark abgeschwächt; Dann ist die Differenz klein und das Signal-zu-Rauschen Verhältniss schlecht. Wenn man andererseits die Modulationsfrequenz größer als die relevante Frequenzskale wählt, verliert man den Ableitungscharakter.

Wir wollen die Ableitung des Signals, das wir mit der dopplerfreien Sättigungsspektroskopie erhalten haben. Die relevante Frequenzskale ist die natürliche Linienbreite der Hyperfeinstruktur-Übergänge, also die Breite der Lampdips. Diese beträgt etwa 10 MHz. Deshalb wählen wir als Modulationsfrequenz $\omega_m = 2\pi \cdot 20 \text{ MHz}$

Diese Modulationsfrequenz bietet noch einen zusätzlichen Vorteil, der in der Natur der Signalgewinnung bei FM–Spektroskopie liegt und diese grundsätzlich von der Sättigungsspektroskopie unterscheidet. Wie Gleichung (13) offenbart, ist das relevante Ableitungssignal noch mit $\cos \omega_m t$ moduliert. Die Verstärkerstufen der Photodiode sind intern aus Feldeffektransistoren gebaut. Diese führen zu einem 1/f–Rauschen, das das omnipräsente Nyquist–Rauschen bei kleinen Frequenzen deutlich übertrifft. Gegenüber einer Messung von DC–Signalen, wie bei der Sättigungsspektroskopie, verbessert sich hier also das Signal–zu–Rauschen Verhältniss. Abbildung 30 zeigt das gemessene Frequenzspektrum der für RF–Spektroskopie benutzen Pho-



Abbildung 30: Fourierspektrum der Photodiode. Zu sehen ist das Schwebungssignal zwischen zwei in einer Single-Mode-Glasfaser überlagerten Laserstrahlen, die jeweils zweifach einen akustooptischen Modulator (AOM) durchquert haben. Die AOMs führen zu einem Frequenzunterschied von 20 MHz beider Lichtstrahlen. Man erkennt den Vorteil der RF-Spektroskopie gegenüber konventioneller Sättigungsspektroskopie: Das 1/f-Rauschen erhöht den Untegrund bis etwa 10 Mhz. Der Schwebungs-Peak ragt bei 20 MHz mehr als 10 dB aus dem (weißen) Rauschen hervor.

todiode. Das niederfrequente 1/f-Rauschen ist deutlich erkennbar.

3.5.3 Aufbau

Mit Hilfe von Pockels–Zellen kann man jeden Laserstrahl mit Frequenzen bis in den GHz– Bereich frequenzmodulieren. Bei Diodenlasern bietet sich eine direktere und einfachere Möglichkeit: Amplitudenmodulation des Injektionsstrom übersetzt sich direkt in eine Frequenzmodulation des Laserlichtes. Allerdings findet bei dieser Methode immer auch eine Modulation der Intensität statt. Weil wir nur zwei Seitenbänder generieren wollen, müssen wir den Modulationsindex sowieso sehr klein wählen. Dann ist die parasitäre Intensitätsmodulation ebenso sehr klein.

Mit Hilfe eines spannungsgesteuerten Oszillators (Voltage Controlled oszillator – VCO) ist es mir möglich Modulationsfrequenzen von 15-25 Mhz zu generieren. Die Leistung des verwendeten VCO ist hierbei so groß, dass dieses Signal erst nach einem Abschwächer dem Laserstrom kapazitiv aufmoduliert wird.

Ein technisches Problem auf dem Weg zum DC-Ableitungssignal stellt allerdings noch die Modulation mit ω_m dar, wie in Gleichung (13) ersichtlich. Wir sind ausschließlich an der Amplitude derjenigen Fourier-Komponente interessiert, die mit ω_m schwingt. Dazu benutzen wir den Aufbau eines Lock-In-Verstärker. Dieser gibt die Amplitude einer ausgewählten Fourierkomponenten als DC-Signal aus. Grundlage dazu bildet ein Frequenzmischer, der das Produkt seiner zwei Eingangssignale bildet. Mithilfe eines Additionstheoremes lässt sich das Produkt



Abbildung 31: Aufbau zur RF-Spektroskopie. Der Lokaloszillator erzeugt das Signal zur Phasenmodulation. Der Abschwächer garantiert, dass nur eine kleine Störung zum Diodentrom aufmoduliert wird, sodass nur zwei Seitenbänder generiert werden und die Störung der Laserintensität vernachlässigbar bleibt. Der Frequenzmischer demoduliert das Signal der Photodiode, indem er das Signal des Lokaloszillators mit dem phasenverzögerten Signal der Photodiode mischt. Der Tiefpass läst nur den DC–Anteil durch, der anschließend als Fehlersignal die Regelabweichung für einen PI–Regler definiert.



Abbildung 32: Durch Frequenzmodulation erhaltenes Spektrum (blau). Die rote Kurve zeigt zum Vergleich das Signal der dopplerfreien Sättigungsspektroskopie.

zweier trigonometrischen Funktionen schreiben als:

$$a_1\sin(\omega_1 t)a_2\cos(\omega_2 t + \varphi) = \frac{1}{2}a_1a_2\left(\sin((\omega_1 - \omega_2)t - \varphi)) + \sin((\omega_1 + \omega_2)t + \varphi)\right)$$
(14)

Man beachte, dass im Aufbau zur FM-Spektroskope zwischen Injektionsstrom-Modulation und Ableitungssignal eine Phasenverschiebung von $\pi/2$ bestand. Während der Strom mit sin $\omega_m t$ moduliert wird, schwingt das Ableitungssignal nämlich mit $\cos \omega_m t$. Obige Gleichung (14) beschreibt diesen Fall, wenn wir $\varphi = 0$ setzen. Wenn wir das Signal der RF-Photodiode mit der Frequenz des Lokaloszillators mischen, erhalten wir einen Anteil proportional zu $\sin(\varphi)$ und einen schnell oszillierenden Anteil mit $\sin(2 \cdot \omega_m + \varphi)$. Wir sind nur an dem DC-Signal interessiert, so dass wir den hochfrequenten Teil anschließend mit einem Tiefpass herausfiltern. Um eine große Signalhöhe zu erhalten, müssen wir also eine zusätzliche Phasendifferenz von $\Delta \varphi = \pi/2$ zwischen Lokaloszillator und Photodiode forcieren. Dafür benutzen wir die Signallaufzeitdifferenzen im Koaxialkabel, die man durch eine geeignete Verzögerungsstrecke erreichen kann. Bei $\omega = 2\pi \cdot 20 \text{ MHz}$ führt ein Kabel der Länge L = 5 m zu einer Phasenverschiebung von $\Delta \phi = \frac{Lf}{2} \cdot 2\pi = \pi/2$. Als Frequenzmischer kommt ein passives Modell zum Einsatz (siehe Anhang A.2). Dieser Mischer bezieht seine Versorgungsspannung aus dem Signalpegel des Lokaloszillators, der um -3 dBm geschwächt wird. Deshalb sind die Eingänge nicht mehr symmetrisch. Sie werden bezeichnet mit LO für Lokaloszillator, RF bezeichnet den Eingang des zu mischenden Signals und den Ausgang bezeichnet man mit IF (Intermediate frequency).

Abbildung 31 zeigt den kompletten Aufbau. Der Spektroskopie–Aufbau des letzten Kapitels bleibt hierzu unverändert.

3.5.4 Spektrum der FM–Spektroskopie und Stabilisierung

Abbildung 32 zeigt das durch Frequenzmodulation gewonnene Spektrum (blau) in direktem Vergleich zu dem Signal der dopplerfreien Sättigungsspektroskopie. Wie zuvor handelt es sich um den Übergang von ⁸⁷Rb, F=2. Die drei Linien sind identisch mit denen aus Spektrum 26, weswegen die Identifikation ohne weiteres möglich ist: Die Zuordnung von oben kann direkt übernommen werden. Das blaue Spektrum stellt die Ableitung des roten Signals dar. Hierbei

fällt auf, dass es sich um die negierte Ableitung handelt, wie Gleichung (14) für eine Phasenverschiebung von $\varphi = \pi/2$ auch richtig vorhersagt. Die Frequenzen auf die der Diodenlaser aktiv stabilisiert werden kann, sind durch die grau gestrichelten Linien angedeutet. Dazu ist es nur nötig den Spannungsnullpunkt geeignet zu wählen. Das Ableitungssignal wird dann als Regelabweichung für einen PI-Regler genutzt, deren Stellglied die Piezo-Spannung ist, so dass er die Länge des äußeren Resonators regelt. Damit ist es möglich die Frequenz des Diodenlasers, $f \approx 380$ THz auf die natürliche Linienbreite des optischen Übergangs $\mathcal{O}(MHz)$ zu stabilisieren. In dieser Arbeit wurde der Diodenlaser auf die mittlere Linie, also den Cross-over-peak F'=(2,3) stabilisiert, weil die Flanke des Ableitungssignals dort am größten ist. Die Wellenlänge beträgt dann $\lambda = 780,24629$ nm. Anhand der Spannung, die die Regeleinheit auf den Piezo gibt, kann man erkennen, wann der Laser aus dem stabilisierten Betrieb ausbricht.

Die Empfindlichkeit des Diodenlasers auf Schall konnte durch die abgeschlossene Plexiglas Abdeckung deutlich reduziert werden. Der Laserstrahl wird aus einem anti-reflex beschichteten Fenster herausgeführt, so dass der gesamte äußere Resonator weitestgehend luftdicht von der Umgebung abgeschlossen ist. Außerdem wurde der optische Tisch gedämpft, weil dieser zuvor auf einem Kasten stand, der Schall einen sehr großen Resonanzkörper bot. Durch Schalldrücke, die beim Sprechen entstehen, konnte ein Austreten aus dem stabilisierten Betrieb nicht beobachtet werden. Das ist allerdings mit Vorsicht zu genießen, weil ein zuverlässiger Nachweis für die Stabilität des Diodenlasers sich nicht am Regelverhalten ablesen lässt. (Siehe auch Diskussion im Ausblick, Kapitel 4)

Auf mechanische Schwingungen, die über den Tisch und Aluminiumfuß auf den äußeren Resonator übertragen werden, reagiert der Diodenlaser indes außerordentlich empfindlich. Arbeiten am optischen Tisch sind so nicht möglich und führen dazu, dass der Laser aus der Stabilisierung fällt. Das zeigt sich dadurch, dass die Spannung am Piezo, die durch den Regler gesteuert wird, sich sprunghaft ändert und schließlich ein sinnvoll vorgegebenes Spannungsintervall verlässt.

Schließlich sei noch angemerkt, dass alle dem Diodenlaser zugeführten Kabel zugentlastet sind, so dass Schwingungen der Kabel stark gedämpft werden und nicht auf den Diodenlaser übertragen werden. Insbesondere beim Anschluß der Laserdiode ist dieses zusätzlich für die Stabilität des Injektionsstroms von großer Bedeutung. Denn mechanische Schwingungen würden den Widerstand der Kontaktstellen zwischen Kabel und Anschluss verändern, was zu Schwankungen des Diodenstroms führen kann.

4 Zusammenfassung und Ausblick

Diese Arbeit beschreibt den Aufbau eines frequenzstabilisierten Diodenlasers. Durch optische Rückkopplung konnte die Liniebreite einer Laserdiode, die aus einem gewöhnlichen CD–Brenner stammt, soweit verringert werden, dass hochauflösende Spektroskopieaufgaben durchgeführt werden konnten. Mit einem Aufbau zur dopplerfreien Sättigungsspektroskopie wurden Hyperfeinstrukturübergänge in Rubidium sichtbar gemacht. In einem Bereich von 4-5 GHz war kontinuierliches Durchstimmen der Laserfrequenz ohne Modensprünge gewährleistet.

Anschließend wurde der Spektroskopieaufbau derart ergänzt, dass die Frequenz des Diodenlasers moduliert werden konnte. Mithilfe einer Photodiode (siehe Anhang, A.1), die hochfrequente Intensitätsschwankungen misst, konnte dann die Schwebung zwischen verschiedenen Frequenzseitenbändern gemessen werden. Dann entsteht nach Demodulation das Ableitungssignal des Spektroskopiesignals. Dieses konnte als Fehlersignal einem elektrischen Regelkreis zugeführt werden, wodurch eine aktive Frequenzstabilisierung auf einen Übergang der Hyperfeinstruktur möglich wurde. Die Frequenz des Lasers konnte damit durch den Einsatz von Rubidium als Frequenznormale bis auf die natürlichen Linienbreite der D₂-Linie stabilisiert werden. Die natürliche Linienbreite stellt das fundamentale Quantenlimit dar und ist somit die kleinste Energieunschärfe eines atomaren Übergangs. Mit diesem Aufbau ist es möglich, die Laserfrequenz $f \simeq 380$ THz bis auf eine Unsicherheit von $\simeq 6$ MHz konstant zu halten. Zwischen beiden Werten liegen 8 Größenordnungen! In Hinblick auf charakteristische Energieabstände eines Atoms kann man den Laser dann tatsächlich als monochromatisch ansehen. Für eine Vielzahl von atomphysikalischen Experimenten ist es dann noch nötig die Leistung zu intensivieren.

Der Gesamtzusammenhang, der in der Einleitung skizziert worden ist, sieht dazu vor, die Intensität des Diodenasers durch einen "Tapered Amplifier" zu verstärken. Das zusammengesetze System wird sich dann an der Stabilität etablierter Festkörperlaser messen lassen müssen.

Die Stabilitätseigenschaften des Referenzlasers, der in dieser Bachelor-Arbeit aufgebaut wurde, konnten überzeugen. Gegen Schall ist er weitestgehend unempfindlich, was durch eine luftdichte Abdeckung ebenso wie eine Dämpfung des optischen Tisches erreicht werden konnte. Um die Empfindlichkeitt des Diodenlasers allerdings verlässlich abschätzen zu können, benötigt man eine zuverlässigere Messmethoden und kann nicht den Regelausgang des PI-Reglers dafür heranziehen. In Frage käme hierzu eine Messung der Schwebungsfrequenz zwischen Diodenlaser und einem anderen stabilisierten Laser gleicher Wellenlänge. Dann lässt sich nicht nur verlässlich ein Ausbrechen aus dem stabilisierten Betrieb feststellen, sondern auch, ob der Laser fälschlicherweise nach einer Störung auf einer benachbarter Hyperfeinstruktur-Linie stabilisiert wird. In den ersten Stabilitätsbetrachtungen dieser Arbeit konnte das Ausbrechen aus der Frequenzstabilisierung festgestellt werden, wenn die Spannung am Piezo außerhalb des Intervalls vernünftiger Werte liegt. Diese Erfahrungswerte sollten als erste Abschätzung in Zukunft noch ausgiebiger überprüft werden. Mit der Schwebungsmessung kann man schließlich bei bekannter Linienbreite eines zweiten Lasers zusätzlich die Linienbreite des Diodenlasers bestimmen.

Für die Stabilisation auf eine Spektrallinie benötigt man nur die "FM–Photodiode" (vgl. Abb 19). Das ist die Photodiode, die ausschließlich hochfrequente Intensitätsänderungen registriert. Weil dann der Strahlteiler entfällt, der die Photodiode für die dopplerfreie Sättigungsspektroskopie versorgt hat, kommt man mit kleineren Strahlintensitäten aus, sodass die Leistungsverbreiterung von Spektrallinien reduziert werden kann. Die Verstärkerstufen der FM–Photodiode sind kapazitiv gekoppelt, so dass Gleichspannungssignale nicht verstärkt werden (Siehe Schaltplan im Anhang, Abb. 33). Wenn man den Kondensator überbrückt, ist es möglich aus dem Signal dieser Photodiode sowohl das hochfrequente Ableitungssignal zu erhalten, wie auch das ursprüngliche Sättigungsspektroskopie–Signal.

Eine weiter Verbesserung der Spektren kann in Zukunft womöglich erreicht werden, wenn

man einen elektronischen Phasenschieber benutzt, anstatt ein Koaxialkabel zu verwenden. Dann kann man die Phasenverschiebung φ akkurat einstellen und so das Ableitungssignal ($\propto \sin \varphi$) optimieren. Eine Schaltung, die dieses leistet ist schon aufgebaut worden. (Schaltung im Anhang, Abb. 34) Allerdings konnte der Einfluss auf das Spektroskopiesignal noch nicht untersucht werden. Alle in dieser Arbeit vorgestellten Spektren stammen schließlich aus dem Aufbau, in dem ein Kabel als Phasenverzögerung benutzt wurde.

A Schaltpläne

A.1 Photodiodenverstärker für FM–Spektroskopie

Die Photodiode für die Frequenzmodulations–Spektroskopie muss Frequenzen bis etwa 20 MHz zeitlich auflösen können. Die Integrationsdauer bestimmt sich durch die Kapazität der Photodiode. Wenn man eine Spannung U in Sperrichtung des PN–Übergangs anlegt, kann man deren Dicke d reduzieren: $(d \propto \sqrt{U})$. Weil die Dicke des Übergangs antiproportional zu deren Kapazität ist, wird die Photodiodenkathode positiv beschaltet (Abb. 33). Der IC1 stellt einen Transimpedanzwandler dar; an dessen Ausgang befindet sich die Spannung $U = R_3 \cdot I_{photo}$, wenn die Photodiode den Photostrom I_{photo} liefert. Die größtmögliche Verstärkung ergibt sich aus dem gain–bandwidth–product (GBP) des verwendeten Operationsverstärkers. Hier wurde der Operationsverstärker "OPA657" verwendet, der ein GBP von 1,6 GHz besitzt. Wenn die in Sperrrichtung angebrachte Spannung 5 V beträgt, besitzt die Photodiode eine Kapazität von 4 pF. Zusätzlich muss auch die Eingangskapazität des Operationsverstärkers (~ 5 pF) berücksichtigt werden. Um bis zur Grenzfrequenz von ~ 20 MHz eine möglichst konstante Verstärkung zu erhalten [14] wurde für den Widerstand $R_3 = 68 k\Omega$ gewählt, für die Kapazität $C_7 = 1 \, \text{pF}$.

Anschließend wird dieses Signal durch einen invertierenden Verstärker nochmals verstärkt. Um einen maximalen Aussteuerbreich zu garantieren ist der Transimpedanzwandler kapazitiv (über den Kondensator C_9) an die zweite Verstärkerstufe gekoppelt. In der zweiten Verstärkerstufe wird um den Faktor ^{GBP}/_{20 MHz} = 80 verstärkt.



Abbildung 33: Schaltplan des Photodioden–Verstärkers. Transimpedanzwandler und invertierender Verstärker sind kapazitiv gekoppelt. Deshalb liefert die Photodiode kein Gleichspannungssignal, das zur einfallenden Intensität proportional ist, sondern zeigt nur hochfrequente Änderungen.

A.2 VCO, Frequenz–Mischer und Allpass

Abbildung 34 zeigt die Schaltung zur Erzeugung der Modulationsfrequenz und anschließender Demodulation. Die Schaltung des Phasenschiebers ist in der Literatur unter dem Namen Allpass [15] bekannt.



Abbildung 34: Schaltplan zur Erzeugung der Modulationsfrequenz und Frequenzmischer

Literatur

- L. Ricci, M. Weidemüller, T. Esslinger, A. Hemmerich, C. Zimmermann, V. Vuletic, W. König, and T. W. Hänsch, "A compact grating-stabilized diode laser system for atomic physics," *Optics Communications*, vol. 117, no. 5-6, pp. 541 – 549, 1995.
- [2] G. C. Bjorklund, "Frequency-modulation spectroscopy: a new method for measuring weak absorptions and dispersions," *Optics Letters*, vol. 5, no. 1, 1979.
- [3] G. C. Bjorklund and M. D. Levenson, "Frequency Modulation (FM) Spectroscopy. Theory of Lineshapes and Signal-to-noise Analysis," *Applied Physics B*, vol. 32, pp. 145–152, 1983.
- [4] "FM Spectroscopy with tunable diode lasers," in New Focus Application Note 7, Rev B, 2001.
- [5] T. W. Hänsch, M. D. Levenson, and A. L. Schawlow, "Complete Hyperfine structure of a molecular Iodine Line," *Physical Review Letters*, vol. 26, no. 16, pp. 946–949, 1971.
- [6] M. Henrich, "Design and Realization of a Laser System for ATTA of Argon 39," Master's thesis, University of Heidelberg, 2010.
- [7] R. A. Nyman, G. Varoquaux, B. Villier, D. Sacchet, F. Moron, Y. L. Coq, A. Aspect, and P. Bouyer, "Tapered-amplified AR-coated laser diodes for Potassium and Rubidium atomic-physics experiments," *Review of Scientific Instruments*, vol. 77, no. 3, 2006.
- [8] U. Tietze and C. Schenk, Halbleiter-Schaltungstechnik. Springer, 1993.
- [9] "A Comprehensive Study of the Howland Current Pump," in National Semiconductor Application Note 1515, 2008.
- [10] M. H. Anderson, J. R. Ensher, M. R. Matthews, C. E. Wieman, and E. A. Cornell, "Observation of Bose-Einstein Condensation in a Dilute Atomic Vapor," *Science*, vol. 269, no. 5221, pp. 198–201, 1995.
- [11] B. Eiermann, Kohärente nichtlineare Materiewellendynamik Helle atomare Solitonen. PhD thesis, Universität Konstanz, 2004.
- [12] D. A. Steck, "Rubidium 85 d line data." http://george.ph.utexas.edu/~dsteck/ alkalidata/rubidium85numbers.pdf.
- [13] D. A. Steck, "Rubidium 87 d line data." http://george.ph.utexas.edu/~dsteck/ alkalidata/rubidium87numbers.pdf.
- [14] Texas Instruments, "Datenblatt OPA657."
- [15] Wikipedia, "All-pass filter Wikipedia, the free encyclopedia." http://en.wikipedia. org/w/index.php?title=All-pass_filter&oldid=365190372.
- [16] C. J. Foot, *Atomic physics*. Oxford University Press, 2007.
- [17] B. E. Saleh and M. C. Teich, Fundamentals of photonics. Wiley, 2007.
- [18] J. Talghader and J. Smith, "Thermal dependence of the refreactive index of GaAs and AlAs measured using semiconductor multilayer optical cavities," *Applied Physics Letters*, vol. 66, no. 3, 1995.

- [19] C. C. Davis, Lasers and electro-optics. Cambridge University Press, 1996.
- [20] D. Meschede, Optics, Light and Lasers. Wiley-VCH, 2007.
- [21] H. Hinsch, *Elektronik*. Springer, 1996.
- [22] W. Demtröder, *Laser spectroscopy*. Springer, 2008.
- [23] S. Kraft, A. Deninger, C. Trück, J. Fortágh, F. Lison, and C. Zimmermann, "Rubidium Spectroscopy at 778-780 nm with a Distributed Feedback Laser Diode," *arXiv*.
- [24] Versuchsanleitung zu Versuch F16 Laserspektroskopie des Fortgeschrittenen Praktikums der Universität Heidelberg.
- [25] "OP Amp Circuit Collection," in National Semiconductor Application Note 31, 2002.

"Der Text ist die Totenmaske der Konzeption" schreibt Walter Benjamin und damit lässt sich auch diese Bachelor–Arbeit als starrer Abdruck eines lebendigen Experiments betrachten. Das Dynamische und Unerwartete machen das Experimentieren aber erst interessant. Ich möchte mich bei Herrn Prof. Oberthaler bedanken, dass er mich in seine Arbeitsgruppe aufgenommen hat und mir Einblicke in die spannenden Experimente ermöglichte.

Dem gesamten BEC(K) Team danke ich für die vielen Diskussionen, die Unterstützung, die ich erfahren habe und das selbstständige und freie Arbeiten. Die Integration in eure Forschungsgruppe war hervorragend, und die vielen Fragen und Probleme vor denen ihr mit eurem Experiment standet, haben mir ein umfassendes Bild von wissenschaftlicher Arbeit geliefert. Mit Fragen bin ich immer bei jedem von euch auf offene Ohren gestoßen. Eine bessere Arbeitsatmosphäre und Gruppe hätte ich mir nicht wünschen können. Bleibt so, Christian, Eike, Helmut, Ion, Naida, Rostislav, Tilmann und Wolfgang.

Den AEgIS, ATTAs und Na Lis danke ich für die gemeins
amen Unternehmungen – auch und insbesondere nach Feierabend.

Legendär auch die Abende, an denen:

- Christian und Eike am Wandertag mit nicht weniger als einer Flasche Aceton den Grill anmachten
- Helmut Dietrich in Acquisitions tätig wurde
- Tilmann "den P–Teil erhöhen" wollte

Unserem Postdoc Christian danke ich für die Idee zu dieser Arbeit und wünsche ihm in München für die Zukunft alles Gute. Allen anderen wünsche ich gutes Gelingen bei ihren Bachelor–, Diplom– und Doktorarbeiten.

Erklärung

Ich versichere, dass ich diese Arbeit selbstständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe.

Heidelberg, den 12. Juli 2010

.....