Übungen zum Kompaktkurs der Experimentalphysik

Lösungen zu Übungsblatt 3: Elektrizitätslehre, Akustik und Optik

1. Aufgabe: Elektrisches Feld

Ein Elektron mit Masse $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} kg$ und Ladung $e = 1,6 \cdot 10^{-19} C$ befindet sich in einem homogenen elektrischen Feld mit Feldstärke $E = 10 \frac{kV}{m}$.

(a) Welche Kraft wirkt auf das Elektron?

Lösung: Auf ein Teilchen im elektrischen Feld wirkt die elektrische Kraft F_{el} ein:
$F_{el} = E \cdot q = E \cdot e = 10^4 \frac{V}{m} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} C = 1,6 \cdot 10^{-15} N$

(b) Berechnen Sie die Beschleunigung des Elektrons.

Lösung: Nach Newton entspricht eine auf einen Körper einwirkende Kraft dem Produkt aus Masse des Körpers und seiner Beschleunigung: $F = m \cdot a$
$\Rightarrow a = \frac{F}{m} \overset{!}{=} \frac{F_{el}}{m_e} = \frac{1,6 \cdot 10^{-15} N}{9,1 \cdot 10^{-31} C} = 1,76 \cdot 10^{15} \frac{m}{s^2}$

(c) Berechnen Sie die Geschwindigkeit und die kinetische Energie des Elektrons, wenn es aus der Ruhelage startet und den Weg $s = 0,1m$ zurückgelegt hat. Welche Zeit benötigt es dazu?

Lösung: **Bewegungsgleichung**: $s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 + v_0 \cdot t + s_0$; $v_0 = 0$; $s_0 = 0$
$\Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot s}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1 \cdot 10^{-1} m}{1,76 \cdot 10^{15} \frac{m}{s^2}}} = 1,066 \cdot 10^{-8} s$
$v = a \cdot t = \sqrt{2 \cdot a \cdot s} = \sqrt{2 \cdot 1,76 \cdot 10^{15} \frac{m}{s^2} \cdot 1 \cdot 10^{-1} m} = 1,88 \cdot 10^7 \frac{m}{s}$
$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m_e \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} kg \cdot 1,88^2 \cdot 10^{14} \frac{m^2}{s^2} = 1,608 \cdot 10^{-16} J$

Alternativlösung: Die streckenweise potentielle Energie E_{pot} ist gleich der kinetischen Energie E_{kin} (**Energieerhaltung**):
$E_{pot}(s) = \int_{s_0}^{s} ds = [F_{el} \cdot s]_{s_0}^{s} = F_{el} \cdot (s - s_0) \overset{!}{=} F_{el} \cdot s$;
$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$; $E_{pot} \overset{!}{=} E_{kin}$
$\Rightarrow F_{el} \cdot s \overset{!}{=} \frac{1}{2} \cdot m_e \cdot v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot F_{el} \cdot s}{m_e}} = \sqrt{2 \cdot a \cdot s} = 1,88 \cdot 10^7 \frac{m}{s}$

2. Aufgabe: Photoeffekt

Spricht man nur vom Photoeffekt, so ist im Allgemeinen der äußere Photoeffekt gemeint, d.h. das Herauslösen von Elektronen aus Materialien mittels Bestrahlung durch Licht.

(a) Wann und durch wen wurde der Photoeffekt festgestellt?
Lösung: 1839 entdeckte Alexandre Edmond Becquerel, dass ein elektrischer Strom durch Metall fließt, wenn dieses Licht ausgesetzt ist.
1905 wurde dieser Effekt von Albert Einstein unter Einführung eines Lichtquants mit Energie $E_{Lichtquant} = h \cdot f_{Lichtquant}$ gedeutet. Dafür erhielt Einstein 1921 den Nobelpreis für Physik.

(b) Eine Platte eines bestimmten Materials wird mit Licht der Wellenlänge $\lambda_1 = 450nm$ bestrahlt. Im ersten Fall gelingt das Herauslösen von Elektronen, im zweiten Fall hingegen nicht. In welchem Bereich liegt die Austrittsarbeit des verwendeten Materials?
Lösung: Es wurde mit λ_1 eine untere Schranke gemessen, bei der die Energie des Lichtquants niedriger ist als die Austrittsarbeit E_A und mit λ_2 eine obere Schranke, bei der die Austrittsarbeit bereits überschritten wurde. Die Austrittsarbeit liegt also im Bereich zwischen den Energien dieser Lichtquanten:
untere Schranke: $E_1 = \frac{h \cdot c}{\lambda_1} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34} J \cdot s \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}}{4{,}5 \cdot 10^{-7} m} = 4,417 \cdot 10^{-19} J$
obere Schranke: $E_2 = \frac{h \cdot c}{\lambda_2} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34} J \cdot s \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}}{4{,}3 \cdot 10^{-7} m} = 4,623 \cdot 10^{-19} J$

(c) Wie ändert sich die kinetische Energie der Elektronen, wenn man Licht der Wellenlänge $\lambda_1 = 400nm$ verwendet?
Lösung: Nach Einstein gilt $E_{kin,Elektron} = E_{Lichtquant} - E_A$. Hier wird allerdings nach der Änderung der kinetischen Energie ΔE_{kin} gesucht:
$\Delta E_{kin} = E_{400nm} - E_{430nm}$
$=6{,}626 \cdot 10^{-34} Js \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s} \cdot (\frac{1}{4 \cdot 10^{-7} m} - \frac{1}{4{,}3 \cdot 10^{-7} m}) = 3,467 \cdot 10^{-20} J$

(d) Ändert sich die Anzahl der pro Zeit und Fläche austretenden Elektronen, wenn man eine farblose Glasplatte im Abstand von 1cm vor das Material hält?
Lösung: Wenn die Glasplatte vollkommen transparent ist für das blaue Licht bei ca. 400nm, ändert sich die Anzahl der pro Zeit und Fläche austretenden Elektronen nicht. Allerdings, würde Glas UV-Licht filtern.

(e) Wie sieht der Fall aus, wenn man anstelle der farblosen, eine rote Scheibe verwendet?
Lösung: Blaues Licht liegt vor für einen Wellenlängenbereich von ca. [400,500]nm und rotes Licht für [600,700]nm. Demnach wird die Anzahl der ausgelösten Elektronen unter Verwendung eines Rotfilters gegen null gehen.

3. Aufgabe: Massenspektrometer

In einem Massenspektrometer (Abb. 1) werden positive Ionen durch eine Spannung U beschleunigt, bevor sie in ein homogenes Magnetfeld B geraten. Mit einem ortsempfindlichen Detektor (Photoplatte,CCD...) misst man den Abstand x vom Eintrittspunkt, in dem die Ionen das Magnetfeld wieder verlassen.

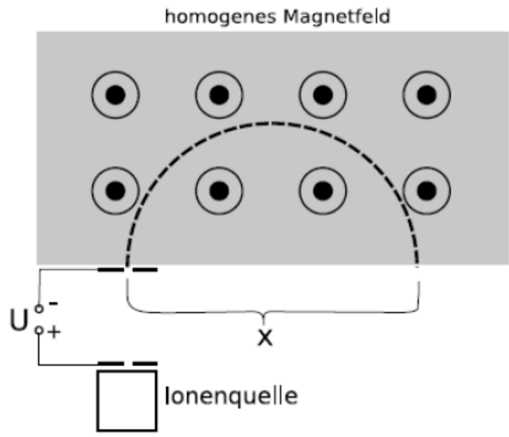

Figure 1: Massenspektrometer

(a) Berechnen Sie x in Abhängigkeit von der Ionenmasse, der Ionenladung, Beschleunigungsspannung U und der magnetischen Flußdichte B.

Lösung: **Kräftegleichgewicht**: Die Lorentzkraft F_L in einem homogenen Magnetfeld zwingt das Teilchen auf eine Kreisbahn und entspricht so der Zentripetalkraft F_Z:
$F_L = F_Z$
$\Leftrightarrow \frac{m \cdot v^2}{r} = v \cdot B \cdot e \Rightarrow r = \frac{m \cdot v}{B \cdot e}$
$x = 2 \cdot r = \frac{2 \cdot m \cdot v}{B \cdot e}$

(b) In welchem Abstand vom Eintrittspunkt verlassen einfach geladene Kohlenstoffionen ^{12}C ein Magnetfeld der Flußdichte $B = 0,1T$ bei einer Beschleunigungsspannung von $U = 1,6kV$?

Lösung: Einzige Unbekannte ist die Geschwindigkeit. Diese kann über die **Energieerhaltung** berechnet werden ($E_{pot} = E_{kin}$):
$U \cdot e = \frac{1}{2} \cdot m_{^{12}C} \cdot v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot U \cdot e}{m_{^{12}C}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^3 V \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} C}{12 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} kg}} = 1,6 \cdot 10^5 \frac{m}{s}$;
$m_{^{12}C} = 12 \cdot u$; $1u = 1,66 \cdot 10^{-27} kg$
$\Rightarrow x_{^{12}C} = \frac{2 \cdot 12 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} kg \cdot 1,6 \cdot 10^5 \frac{m}{s}}{10^{-1} T \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} C} = 3,984 \cdot 10^{-1} m$

(c) In welchem Abstand würden einfach geladene ^{23}Na-Ionen aus dem Magnetfeld austreten?

Lösung: Analog zu (b) mit $m_{^{23}N} = 23 \cdot u$: $v = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^3 V \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} C}{23 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} kg}} = 1,2 \cdot 10^5 \frac{m}{s}$
$\Rightarrow x_{^{23}Na} = \frac{2 \cdot 23 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} kg \cdot 1,2 \cdot 10^5 \frac{m}{s}}{10^{-1} T \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} C} = 5,727 \cdot 10^{-1} m$

4. Aufgabe: Schwarzer Körper

Die Temperatur des Drahts einer Glühbirne ist ca. $T = 2500K$. Der gewickelte Draht ist $l = 10cm$ lang und hat einen Durchmesser von $d = 50\mu m$. Den Draht betrachte man als absolut schwarz.

(a) Bei welcher Wellenlänge λ_0 leuchtet die Glühbirne am stärksten?

Lösung: Wiensches Verschiebungsgesetz:
$\lambda_0 \cdot T = 0,29cm \cdot K \Rightarrow \lambda_0 = \frac{0,29cm \cdot T}{T} = \frac{2,9 \cdot 10^{-3} m \cdot K}{2500K} = 1,16 \cdot 10^{-6} m$

(b) Welche Leistung verbraucht die Glühbirne?

Lösung: Stefan-Boltzmann-Gesetz: $P = A \cdot \sigma \cdot T^4 = l \cdot 2\pi r \cdot \sigma \cdot T^4 = l \cdot d \cdot \pi \cdot \sigma \cdot T^4$
$= 10^{-1} m \cdot 5 \cdot 10^{-5} m \cdot \pi \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 \cdot K^4} \cdot 2500^4 K^4 = 3,479 \cdot 10^1 W$

5. Aufgabe: Kabel

In den meisten Haushalten werden Kabel aus Kupfer (spez. Leitfähigkeit $\sigma_{Cu} = 56 \frac{m}{\Omega^2}$, Dichte $\rho_{Cu} = 8,92 \frac{g}{cm^3}$, atomare Masse $m_{Cu} = 63,5u$) verwendet. Deren Querschnitt muss so groß sein, dass sie sich durch die im Haushalt benötigten Ströme nicht zu stark erhitzen, da ansonsten ein Leitungsbrand entstehen könnte.

(a) Wie groß muss der Querschnitt eines solchen Kupferkabels sein, sodass bei einem maximalen Strom von $20A$ in einer Leitung von $10m$ Länge nicht mehr als $20W$ Leistung in Form von Wärme abfällt?

Lösung: Beziehung zwischen spez. Leitfähigkeit und Gesamtwiderstand benutzen um elektrische Leistung zu berechnen:

$P = R \cdot I^2 \overset{!}{=} \frac{1}{\sigma_{Cu}} \frac{l}{A} \cdot I^2 = \frac{1}{\sigma_{Cu}} \frac{l}{\pi \cdot r^2} \cdot I^2$

$\Rightarrow r = \sqrt{\frac{1}{\sigma_{Cu}} \frac{l}{\pi} \cdot \frac{I^2}{P}} = \sqrt{\frac{1}{5{,}6 \cdot 10^1 \frac{m}{\Omega \cdot mm^2}} \frac{10m}{\pi} \cdot \frac{20^2 A^2}{20W}} = 1,066mm = 1,066 \cdot 10^{-3}m$

$\Rightarrow d = 2 \cdot r = 2,132 \cdot 10^{-3}m$

(b) Wie groß ist der Spannungsabfall über so einer Leitung, wenn sie von einem Strom von $5A$ durchflossen wird?

Lösung: Ohmsches Gesetz:

$U = R \cdot I = \frac{1}{\sigma_{Cu}} \cdot \frac{l}{\pi \cdot r^2} \cdot I = \frac{1}{5{,}6 \cdot 10^1 \frac{m}{\Omega \cdot mm^2}} \frac{10m}{\pi \cdot 1{,}066^2 mm^2} \cdot 5A = 2,5 \cdot 10^{-1}V$

(c) Wie groß ist die elektrische Feldstärke im Draht?

Lösung: Beziehung zwischen Spannung und elektrischem Feld erhält man über die potentielle Energie:

$U = \frac{E_{pot}}{q} = \int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} \overset{!}{=} E \cdot l \Rightarrow E = \frac{U}{l} = \frac{2{,}5 \cdot 10^{-1}V}{10m} = 2,5 \cdot 10^{-2} \frac{V}{m}$

(d) Wie schnell bewegen sich die Elektronen im Draht, wenn man davon ausgeht, dass jedes Kupferatom ein Leitungselektron zur Verfügung stellt?

Lösung: Gesucht ist die Driftgeschwindigkeit v_d welche über die Stromdichte j definiert ist:

$j = \frac{I}{A} = e \cdot n \cdot v_d$ und $n = \frac{N}{V} = \frac{\rho_{Cu}}{m_{Cu}}$

$\Rightarrow v_d = \frac{I \cdot m_{Cu}}{A \cdot \rho_{Cu} \cdot e} = \frac{5A \cdot 63{,}5 \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-27} kg}{\pi \cdot 1{,}066^2 \cdot 10^{-6} m^2 \cdot 8{,}92 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} C} = 1,034 \cdot 10^{-4} \frac{m}{s}$

(e) Wie groß ist die Beweglichkeit μ der Elektronen in Kupfer?

Lösung: Die Beweglichkeit auch Mobilität genannt ist definiert als das Verhältnis von Driftgeschwindigkeit zu elektrischer Feldstärke:

$\mu = \frac{v_d}{E} = \frac{1{,}034 \cdot 10^{-4} \frac{m}{s}}{2{,}5 \cdot 10^{-2} \frac{V}{m}} = 4,136 \cdot 10^{-3} \frac{m^2}{Vs}$

6. Aufgabe: Dopplereffekt

(a) Wir betrachten einen Krankenwagen, der an einem ruhenden Beobachter vorbeifährt. Zunächst hört der Beobachter das Martinshorn bei einer Frequenz von $f_1 = 467,5Hz$. Nachdem der Krankenwagen den Beobachter passiert hat, hört dieser das Martinshorn bei einer Frequenz $f_2 = 415,5Hz$. Berechnen sie die Geschwindigkeit des Krankenwagens und die Frequenz, mit der das Martinshorn den Signalton erzeugt.

Lösung: Dopplereffekt mit Frequenzen $f_{B,erhöht} = f_1$ und $f_{B,erniedrigt} = f_2$ gegeben im Beobachtersystem B mit gesuchter Frequenz f_S im Sendersystem S:
$f_{B,erhöht} = \frac{f_S}{1-\frac{v_{Krankenwagen}}{c_{Schall}}} \Rightarrow f_S = f_{B,erhöht} \cdot (1 - \frac{v_{Krankenwagen}}{c_{Schall}})$;
$f_{B,erniedrigt} = \frac{f_S}{1+\frac{v_{Krankenwagen}}{c_{Schall}}} \Rightarrow f_S = f_{B,erniedrigt} \cdot (1 + \frac{v_{Krankenwagen}}{c_{Schall}})$
$\Rightarrow$ 2 Gleichungen mit 2 Unbekannten lösen
$\Rightarrow f_{B,erhöht} \cdot (1 - \frac{v_{Krankenwagen}}{c_{Schall}}) = f_{B,erniedrigt} \cdot (1 + \frac{v_{Krankenwagen}}{c_{Schall}})$
$\Rightarrow v_{Krankenwagen} = c \cdot \frac{f_{B,erhöht} - f_{B,erniedrigt}}{f_{B,erhöht} + f_{B,erniedrigt}} = 331\frac{m}{s} \cdot \frac{52Hz}{883Hz} = 1,95 \cdot 10^1\frac{m}{s} = 70,2\frac{km}{h}$
$\Rightarrow f_S = f_{B,erhöht} \cdot (1 - \frac{v_{Krankenwagen}}{c_{Schall}}) = 467,5Hz \cdot (1 - \frac{19\frac{m}{s}}{331\frac{m}{s}}) = 440,7Hz$

Weiterführende wichtige Beziehung: $\lambda = \frac{c}{f}$

(b) Das Verhältnis der Frequenz eines Tons zur Frequenz des nächsthöheren Tons der chromatischen Tonleiter (ein Halbtonschritt höher) ist $\frac{1}{\sqrt[12]{2}}$. Das Horn des ruhenden Krankenwagens hat die Frequenz $440Hz$ und entspricht dem Kammerton a. Wie schnell müsste der Krankenwagen an dem Beobachter vorbeifahren, sodass dieser nacheinander die Töne h (ein Ton höher als a) und as (ein Halbton tiefer als a) hört?

Lösung: Zunächst müssen die Töne zu Frequenzen umgerechnet werden:
$\frac{f_{as}}{f_a} = \frac{as}{a} = \frac{1}{\sqrt[12]{2}} \Rightarrow f_{as} = \frac{440Hz}{\sqrt[12]{2}} = 415,3Hz$ und
$\frac{f_a}{f_h} = \frac{a}{ais}\frac{ais}{h} = \frac{1}{\sqrt[12]{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt[12]{2}} = \frac{1}{\sqrt[6]{2}} \Rightarrow f_h = \sqrt[6]{2} \cdot 440Hz = 493,9Hz$

Aus Aufgabenteil (a) folgt für v:
$v_{Krankenwagen} = c \cdot \frac{f_{B,erhöht} - f_{B,erniedrigt}}{f_{B,erhöht} + f_{B,erniedrigt}} = 331\frac{m}{s} \cdot \frac{53,9Hz}{909,2Hz} = 1,96 \cdot 10^1\frac{m}{s} = 70,6\frac{km}{h}$

7. Aufgabe: Beugungsgitter

Wir benutzen ein Gitter, um das Emissionsspektrum von Quecksilber zu betrachten. Der Abstand des Schirms vom Gitter beträgt $a = 2,5m$.

(a) In der 1.Ordnung beträgt der Abstand der violetten Linie ($\lambda_1 = 405nm$) von der 0.Ordnung $20,3cm$. Berechnen sie die Gitterkonstante.

Lösung: Gittermaxima:
$k \cdot \lambda = sin(\phi_k) \cdot g \overset{!}{=} \frac{d}{a} \cdot g \Rightarrow g = k \cdot \lambda \cdot \frac{a}{d} = 4,05 \cdot 10^{-7}m \cdot \frac{2,5m}{2,03 \cdot 10^{-1}m} = 4,988 \cdot 10^{-6}m$
$\phi_k = tan^{-1}(\frac{d}{a})$; $sin(\phi_k) \overset{!}{=} tan(\phi_k) = \frac{d}{a}$ ist die Kleinwinkelnäherung für $\phi_k < 5°$

(b) Wie weit ist in der 2.Ordnung die violette Linie von der grünen Linie ($\lambda_2 = 546nm$) entfernt?

Lösung: Winkel $\phi_k = tan^{-1}(\frac{d}{a})$ und ebenfalls Maximumsbedingung:
$k \cdot \lambda = sin(tan^{-1}(\frac{d}{a})) \cdot g \Rightarrow d = tan(sin^{-1}(\frac{k \cdot \lambda}{g})) \cdot a$
$d_{violett} = tan(sin^{-1}(\frac{2 \cdot 4,05 \cdot 10^{-7}}{4,988 \cdot 10^{-6}})) \cdot 2,5m = 0,411m$
$d_{grün} = tan(sin^{-1}(\frac{2 \cdot 5,46 \cdot 10^{-7}}{4,988 \cdot 10^{-6}})) \cdot 2,5m = 0,561m$
$\Rightarrow \Delta d_{K=2} = 0,561m - 0,411m = 0,15m$

(c) In welcher Ordnung kommt es zum ersten Mal vor, dass die grüne Linie in das Spektrum der nächsthöheren Ordnung fällt?

Lösung: Der Abstand auf dem Schirm muss verglichen werden, sodass er für die untere Ordnung n größer ist als für die höhere Ordnung (n+1). Unter dieser Bedingung falle die Linie in die nächsthöhere Ordnung. Anhand von (a) sehen wir das d proportional zu λ ist. Als Vergleich zur grünen Linie der Ordnung n wählen wird also die violette Linie der Ordnung n+1:
$d(n, \lambda_{grün}) > d(n+1, \lambda_{violett})$
$\Leftrightarrow tan(sin^{-1}(\frac{n \cdot \lambda_{grün}}{g})) \cdot a > tan(sin^{1}(\frac{n+1 \cdot \lambda_{violett}}{g})) \cdot a$
$\Rightarrow \frac{n \cdot \lambda_{grün}}{g} > \frac{n+1 \cdot \lambda_{violett}}{g}$
$\Leftrightarrow n \cdot \lambda_{grün} > n + 1 \cdot \lambda_{violett}$
$\Leftrightarrow n \cdot (\frac{\lambda_{grün}}{\lambda_{violett}} - 1) > 1$
$\Leftrightarrow 0,348 \cdot n > 1 \Rightarrow n = 3$
Test durch Abstandsberechnung mit n=3:
$d_{violett} = tan(sin^{-1}(\frac{(3+1) \cdot 4,05 \cdot 10^{-7}}{4,988 \cdot 10^{-6}})) \cdot 2,5m = 0,858m$
$d_{grün} = tan(sin^{-1}(\frac{3 \cdot 5,46 \cdot 10^{-7}}{4,988 \cdot 10^{-6}})) \cdot 2,5m = 0,869m$
$\Rightarrow \Delta d = 0,869m - 0,858m = 0,11m$

8. Aufgabe: Beugung am Spalt

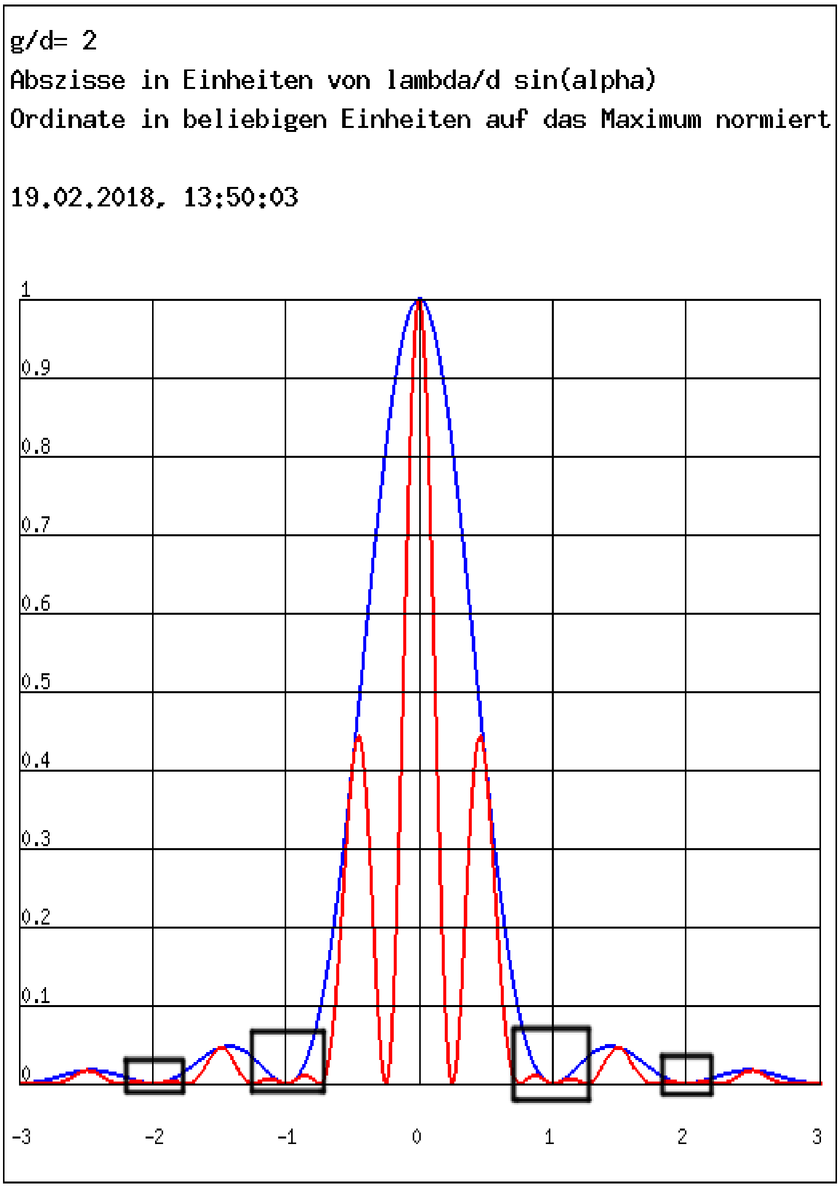

Figure 2: Das Diagramm zeigt das Interferenzmuster eines Doppelspalts mit Gitterkonstante g (rot) und das Beugungsmuster der Einzelspalte mit Spaltbreite $d = \frac{g}{2}$ (blau) für zwei Nebenmaxima. Die Überlagerungen der Beugungsminima mit den geraden Interferenzmaxima sind schwarz umrandet. Quelle: *https://www.physi.uni-heidelberg.de/Einrichtungen/AP/info/Fourieroptik/fourieroptik3.php*

(a) Einfarbiges Licht fällt auf einen Spalt der Breite $0,2mm$. Auf einem $3m$ entfernten Schirm haben die beiden dunklen Interferenzstreifen, die der Symmetrieachse am nächsten sind, einen Abstand von $10mm$. Berechnen sie die Wellenlänge des Lichts.

Lösung: Minima für Beugung am Spalt:
$d\sin(\phi_k) = k \cdot \lambda$ und Kleinwinkelnäherung $sin(\phi_k) = tan(\phi_k) = \frac{x}{a}$
$\lambda = \frac{d}{k} \cdot \frac{x}{a} = \frac{2 \cdot 10^{-4}m \cdot 5 \cdot 10^{-3}m}{3m} = \frac{1}{3}\mu m = 333nm$ mit $x = \frac{10mm}{2}$

(b) Lässt man statt einfarbigem Licht paralleles weißes Licht auf einen Spalt fallen, so entsteht ein Interferenzmuster, dessen Dunkelstellen von Farbsäumen umgeben sind. Wie kommen diese zustande? Handelt es sich um Spektralfarben (jede Farbe besteht nur aus Licht einer Wellenlänge) oder Mischfarben?

Lösung: Bei mehrfarbigem Licht werden die Minima für unterschiedliche Wellenlängen an unterschiedlichen Positionen des Schirms abgebildet. Die anderen Farbanteile bleiben an diesen Positionen aber sichtbar. Wir sehen also, überspitzt betrachtet, weißes Licht abzüglich einer Spektralfarbe und erhalten somit Mischfarben.

(c) Bei einem optischen Gitter seien die Spaltbreiten halb so groß wie die Gitterkonstante. Zeigen sie,dass im Intereferenzmuster des Gitters die Maxima mit gerader Ordnung nicht zu sehen sind.

Lösung: Die Einhüllende des Gitterbeugungsbilds ist das Beugungsbilds des Einzelspalts, siehe Abb. 2:
$\Rightarrow$ Für alle Gittermaxima, die auf ein Beugungsminimum des Einzelspalts treffen, kann also kein Maximum sichtbar werden.

Schirmabstand Maximum Gitter:
(i) $x_{Gitter} = a \cdot tan(sin^{-1}(k_{Gitter} \cdot \frac{\lambda}{g})) \overset{!}{=} a \cdot k_{Gitter} \cdot \frac{\lambda}{g} \overset{!}{=} a \cdot k_{Gitter} \cdot \frac{\lambda}{2 \cdot d} = \frac{a \cdot \lambda}{d} \cdot \frac{k_{Gitter}}{2}$

Schirmabstand Minimum Beugung:
(ii) $x_{Spalt} \overset{!}{=} a \cdot k_{Spalt} \cdot \frac{\lambda}{d} = \frac{a \cdot \lambda}{d} \cdot k_{Spalt}$

$\Rightarrow$ Ein Vergleich von (i) und (ii) zeigt, dass für gerade k_{Gitter} die Gittermaxima-Schirmabstände gleich der Spaltminima-Schirmabstände sind ($k_{Gitter} = 2 \cdot k_{Spalt}$).

9. Aufgabe: Radioaktivität

Bei einer Diplomatenjagd wird neben zwei Wildhütern und dem Revierförster auch ein kapitaler Keiler der Masse $m = 200kg$ erlegt. Dieser hatte im letzten Jahr seines irdischen Daseins $100kg$ Pilze gefressen, die als Folge des Reaktorunfalls von Tschernobyl durch das radioaktive Isotop ^{137}Cs ($Z = 55$) mit einer Aktivität von A = 103 Bq pro Kilogramm strahlenbelastet. ^{137}Cs zerfällt mit einer Halbwertszeit $T_{1/2} = 30,2$ Jahre in das stabile ^{137}Ba ($Z = 56$).

(a) Welche Art von Strahlung geben die Pilze ab?

Lösung: Nuklidkarte oder andere Literatur liefert: $\beta^- - Strahlung$ oder $\beta^- - Strahlung$ mit darauffolgender $\gamma - Strahlung$

(b) Berechnen Sie die Zerfallskonstante von ^{137}Cs (in 1/s).

Lösung: $\frac{dN}{dt} = -\lambda \cdot N(t)$
$\Rightarrow$ Lösung der Differentialgleichung durch Identifikation der Exponentialfunktion als Integral
$\Rightarrow N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$
$\Rightarrow$ Auswerten der Halbwertszeit liefert: $\frac{1}{2} \cdot N_0 = N(T_{\frac{1}{2}}) = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot T_{\frac{1}{2}}}$
$\Rightarrow \lambda = \frac{ln(2)}{T_{\frac{1}{2}}} = \frac{ln(2)}{30,2 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60s} = 7,28 \cdot 10^{-10} \frac{1}{s}$

(c) Wegen der langen Halbwertszeit kann die Aktivität im Körper des Keilers als konstant angesehen werden. Pro Zerfall wird eine Energie $E = 1MeV$ abgegeben. Berechnen Sie die Energiedosis (in μGy), mit der der Keiler in den letzten 12 Stunden seines Lebens belastet wurde, wenn er in dieser Zeit nichts gefressen hat und die Zerfallsprodukte der Pilze den Körper nicht verlassen haben.

Lösung: Energiedosis: $D = \frac{dE}{dm} \stackrel{!}{=} \frac{\Delta N \cdot E}{\Delta t} \cdot \frac{\Delta t}{m_{Keiler}} \stackrel{!}{=} A \cdot m_{Radioaktiv} \cdot E \cdot \frac{\Delta t}{m_{Keiler}} =$
$103 \frac{1}{s \cdot kg} \cdot 100kg \cdot 1 \cdot 10^6 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} J \cdot \frac{12 \cdot 60 \cdot 60s}{200kg} = 3,56 \cdot 10^{-12} \frac{J}{kg} = 3,56 \cdot 10^{-12} Gy$