Übungen zum Kompaktkurs der Experimentalphysik

Lösungen zu Übungsblatt 2: Wärme- und Elektrizitätslehre

1. Aufgabe: Gefriertruhe

Eine mit idealem gas gefüllte Gefriertruhe (Fassungsvermögen $V = 500l$, Deckelfläche $A = 1m \times 0,5m$) wird bei Zimmertemperatur $T_1 = 22°C$ und Normaldruck luftdicht verschlossen und auf die Temperatur T_2 herab gekühlt. Durch den Druckabfall im Inneren wird eine Kraft von $F = 6900N$ benötigt um den Deckel wieder anzuheben.

(a) Berechnen sie die Druckdifferenz Δp, die auf Grund des Herunterkühlens zwischen innen und außen herrscht.
Lösung: Folgt aus der Definition des Drucks $p = \frac{F}{A}$.
Hier: $\Delta p = \frac{F}{A} = \frac{6{,}9 \cdot 10^3 N}{5 \cdot 10^{-1} m^2} = 1,38 \cdot 10^4$ Pa

(b) Auf welche Temperatur T_2 wurde die Kühltruhe abgekühlt?
Lösung: Isochore Zustandsänderung eines idealen Gas ($V = konstant$): $p \cdot V = n \cdot R \cdot T$
$\Rightarrow \frac{p}{T} = konstant \Rightarrow \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$
$\Rightarrow T_2 = \frac{p_2 \cdot T_1}{p_1} = \frac{(p - \Delta p) \cdot T_1}{p} = \frac{(1{,}013 \cdot 10^5 Pa - 1{,}38 \cdot 10^4) \cdot 295{,}15K}{1{,}013 \cdot 10^5 Pa} = 254,94K = -18,2°C$

Verwenden Sie bei Ihren Berechnungen folgende Annahmen:
Molmasse des idealen Gases $m_{mol} = 28,97 \frac{g}{mol}$, Gaskonstante $R = 8,31 mol\ K$, Normaldruck $p = 1013hPa$

2. Aufgabe: Luftblase im See

Eine Luftblase mit Volumen von $V_1 = 1mm^3$ befindet sich am Grund eines Sees in einer Tiefe von $h = 40m$ bei einer Temperatur von $T_1 = 4°C$. Die Luftblase steigt nun auf, wobei die Temperatur der Luft stets der Temperatur des umgebenden Wassers folgt.

Welches Volumen V_0 besitzt die Blase, wenn sie die Wasseroberfläche mit einer Temperatur von $T_0 = 20°C$ erreicht und der Luftdruck $p_0 = 1013mbar$ beträgt?

Lösung: Ideale Gasgleichung und hydrostatischer Druck:
$\frac{p \cdot V}{T} = konstant \Rightarrow \frac{p_0 \cdot V_0}{T_0} = \frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} \Rightarrow V_0 = \frac{p_1 \cdot V_1 \cdot T_0}{p_0 \cdot T_1}$;
p_1 kann über den hydrostatischen Druck berechnet werden: $p(h) = \rho \cdot g \cdot h + p_0 \Rightarrow p(h) \overset{!}{=} p_1$;
$\Rightarrow V_0 = \frac{(\rho_{Wasser} \cdot g \cdot h + p_0) \cdot V_1 \cdot T_0}{p_0 \cdot T_1} = \frac{(10^3 \frac{kg}{m^3} \cdot 9{,}81 \frac{m}{s^2} \cdot 40m + 1{,}013 \cdot 10^5 Pa) \cdot 10^{-9} m^3 \cdot 293{,}15K}{1{,}013 \cdot 10^5 Pa \cdot 277{,}15K} = 5,16 \cdot 10^{-9} m^3$

Alternativlösung: Merkregel 1bar Druckzunahme pro 10m Wassersäule. $\Rightarrow 4 \cdot 10^5 Pa + 1,013 \cdot 10^5 Pa = 5,013 Pa \Rightarrow V_0 = 5,24 \cdot 10^{-9} m^3$

3. Aufgabe: Gletscher

Ein Gletscher hat die Grundfläche $10km^2$ und die mittlere Höhe $50m$, seine Temperatur betrage $-15°C$.

(a) Welche Wärmemenge wäre nötig, um den Gletscher zu schmelzen?
(Dichte $\rho_{Gletscher} = 800\frac{kg}{m^3}$; spezifische Wärme $c = 0,5\frac{kcal}{kg \cdot K}$; Schmelzwärme $q = 80\frac{kcal}{kg}$)

Lösung: spezifische Wärmemenge plus Schmelzwärmemenge:
$Q = c \cdot m \cdot \Delta T + q \cdot m = m \cdot (c \cdot \Delta T + q) = \rho_{Gletscher} \cdot V_{Gletscher} \cdot (c \cdot \Delta T + q)$
$= 8 \cdot 10^2 \frac{kg}{m^3} \cdot 10^7 m^2 \cdot 5 \cdot 10m \cdot (2,0934 \cdot 10^3 \frac{J}{kg \cdot K} \cdot 258,15K + 334,944 \cdot 10^3 \frac{J}{kg})$
$=3{,}5{\cdot}10^{16} J$; mit $1cal = 4,1868J$

(b) Das Schmelzen des Gletschers wird nun aktiv durch freiwerdende Strahlung einer Atomreaktion realisiert. Bei der Reaktion wird lediglich ein Prozent der Masse eines radioaktiven Materials zu Strahlung. Wie viele kg Masse dieses Materials werden benötigt, um den Gletscher vollständig zu schmelzen?

Lösung: Äquivalenz von Energie und Masse nach Einstein:
$E = m_{zerstrahlt} \cdot c^2_{Licht} \Rightarrow m_{zerstrahlt} = \frac{E}{c^2_{Licht}} = \frac{Q}{c^2_{licht}} = \frac{3{,}5{\cdot}10^{16} J}{(3{\cdot}10^8 \frac{m}{s})^2} = 3,89 \cdot 10^{-1} kg$
$\Rightarrow$ Da nur 1% zerstrahlt: $m_{Gesamt} = 38,9kg$

4. Aufgabe: Teekanne

Eine Teekanne aus Keramik mit Emissionsgrad $\epsilon_{Keramik} = 0,7$ und eine glänzende Teekanne mit Emissionsgrad $\epsilon_{glänzend} = 0,1$ enthalten jeweils $0,75l$ Tee bei einer Temperatur $T_1 = 95°C$.

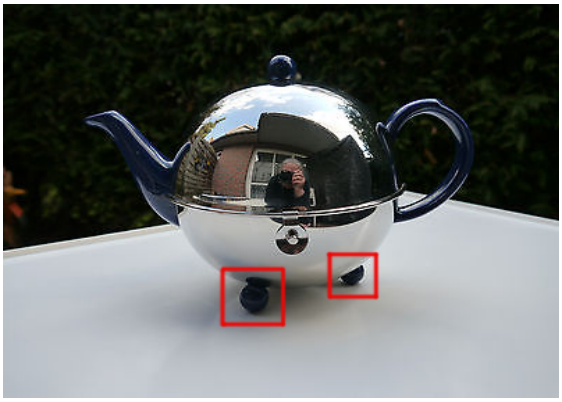

Figure 1: Kugelförmige Teekanne auf isolierendem Dreifuß.

Folgende Annahmen werden den Rechnungen zugrunde gelegt:

- Die Wärmeleitung ist vernachlässigbar gering, weil die Teekannen auf einem Dreifuß aus isolierendem Kunststoff stehen. In Abb.1 sind zwei der Füße des Dreifußes mit Umrandungen gekennzeichnet. Außerdem betrage die Umgebungstemperatur ($T_{Umgebung} = 20°C$).
- Die Teekannen können in guter Näherung als kugelförmig mit Radius $r = 5cm$ betrachtet werden. Das wird in Abb. 1 illustriert.
- Die Wärmestrahlung wird vollständig von der Umgebung absorbiert (keine Reflektion an Objekten in der Umgebung).
- Nehmen Sie außerdem an, dass Sie eine so kurze Zeit betrachten, dass sich die Kannen nur unwesentlich abkühlen ($T_{Umgebung} = konstant$).

(a) Schätzen sie die Wärmeverlustrate der beiden Kannen ab.

Lösung: Wärmeverlustrate wird identifiziert als Bilanz aus absorbierter Strahlungsleistung der Umgebung und emittierter Strahlungsleistung der Teekanne. Die absorbierte und emittierte Strahlungsleistung eines "grauen" Körpers wird dabei durch das **Stefan-Boltzmann-Gesetz** beschrieben und der Absorptionskoeffizient ist gleich dem Emissionskoeffiezienten ϵ: $P = \frac{Q}{t}$ und $P = \epsilon \cdot \sigma \cdot A \cdot T^4$ mit $A_{Kugel} = 4\pi r^2$
$\Rightarrow \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \epsilon \cdot \sigma \cdot A \cdot (T^4_{Kanne} - T^4_{Umgebung})$
$= \epsilon \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 \cdot K^4} \cdot 4 \cdot \pi \cdot 0,05^2 m^2 \cdot (368,15^4 K^4 - 293,15^4 K^4) = \epsilon \cdot 20W$
$\Rightarrow \frac{\Delta Q_{Keramik}}{\Delta T} = 14W$ und $\frac{\Delta Q_{glänzend}}{\Delta T} = 2W$

(b) Schätzen Sie unter Verwendung einer einfachen Näherung den Temperaturabfall beider Kannen nach 30 Minuten ab.

Lösung: Spezifische Wärmemenge als Beziehung zwischen Wärmemenge und Temperatur plus Vereinfachung, dass Wärmeverlustrate innerhalb der halben Stunde als konstant betrachtet werden kann:
$\Delta Q = c \cdot m \cdot \Delta T \Rightarrow \Delta T = \frac{\Delta Q}{c \cdot m} \Rightarrow \Delta T = \frac{\frac{\Delta Q}{\Delta t}}{c \cdot m} \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta T = \frac{\frac{\Delta Q}{\Delta t}}{c \cdot m} \cdot t_{30min}$
$= \frac{\epsilon \cdot 20W}{4{,}19 \cdot 10^3 \frac{J}{kg \cdot K} \cdot 0{,}75kg} \cdot 1,8 \cdot 10^3 s = \epsilon \cdot 11,46K$
$\Rightarrow \Delta T_{Keramik} = 8K$ und $\Delta T_{Glänzend} = 1,1K$

5. Aufgabe: Projektorlampe

Eine Projektorlampe hat die Daten $110V$ und $200W$.

(a) Wie groß ist im Betrieb die Stromstärke durch die Lampe und ihr Widerstand?

Lösung: elektrische Leistung: $P = U \cdot I \Rightarrow I = \frac{P}{U} = \frac{200V \cdot A}{110V} = 1,82A$
Ohmsches Gesetz: $U = R \cdot I \Rightarrow R = \frac{U}{I} = \frac{110V}{1,82A} = 60,4\Omega$

(b) Welcher Vorwiderstand ist erforderlich, wenn die Lampe an 220 V angelegt wird?

Lösung: Reihenschaltung: $I = I_{Lampe} = I_{Vorwiderstand}$;
$U_{Gesamt} = U_{Lampe} + U_{Vorwiderstand}$; $R_{Gesamt} = R_{Lampe} + R_{Vorwiderstand}$
$\Rightarrow R_{Vorwiderstand} = R_{Gesamt} - R_{Lampe} = \frac{U_{Gesamt}}{I_{Gesamt}} = \frac{220V}{1,82A} = 60,5\Omega$

(c) Welche Wärme wird in diesem Widerstand innerhalb einer Stunde entwickelt?

Lösung: $Q = P \cdot t = R_{Vorwiderstand} \cdot I^2 \cdot t = 60,5\Omega \cdot 1,82^2 A^2 \cdot 3,6 \cdot 10^3 s = 7,2 \cdot 10^5 J$

Für den Vorwiderstand wird Material verwendet, das einen Temperaturkoeffizienten von $\alpha = 0,25\frac{\Omega}{°C}$ hat. Bei Erwärmung wird der Widerstand je Grad um $0,25\Omega$ größer.

(d) Welchen Widerstand muss der Vorwiderstand bei $20°C$ haben, wenn der Dauerbetrieb bei $80°C$ liegt?

Lösung: Der angegebene Temperaturkoeffizient folgt einer linearen Funktion zwischen Widerstand und Temperatur mit y-Achsenabschnitt bei $T = 0°C$:
$R_{Vorwiderstand}(T) = \alpha \cdot T + R_{0°C} \Rightarrow R_{0°C} = R_{Vorwiderstand}(T) - \alpha \cdot T$
$= R_{Vorwiderstand}(80°C) - 0,25\frac{\Omega}{°C} \cdot 80°C = 60,5\Omega - 20\Omega = 40,5\Omega$
$\Rightarrow R_{Vorwiderstand}(20°C) = 0,25\frac{\Omega}{°C} \cdot 20°C + 40,5\Omega = 45,5\Omega$

(e) Um wie viel Ampere ist der Strom dadurch beim Einschalten zu groß, wenn der Widerstand der Lampe selbst konstant ist.

Lösung: $I_{20°C} = \frac{U_{Gesamt}}{R_{Gesamt}} = \frac{U_{Gesamt}}{R_{20°C} + R_{Lampe}} = \frac{220V}{105,9\Omega} = 2,08A$
$\Rightarrow \Delta I = I_{20°C} - I_{80°C} = 2,08A - 1,82A = 0,26A$

6. Aufgabe: Wasserkraftwerk

Ein Wasserkraftwerk im Hochgebirge gibt eine Spannung von 250 Volt ab. Es ist mit einer $3km$ entfernten Skihütte durch eine Doppelleitung aus Kupferdraht verbunden. In der Hütte wird bei einem Stromverbrauch von 20 Ampere eine Klemmenspannung von $220V$ verlangt.

(a) Wie groß muss der Widerstand der Doppelleitung sein?

Lösung: Die Leitung stellt einen Vorwiderstand dar, über dem insgesamt 30V abfallen müssen: $R_{Leitung} = \frac{U_{Leitung}}{I} = \frac{30V}{20A} = 1,5\Omega$

(b) Berechnen Sie den Querschnitt der Kupferleitung mit spez. Widerstand $\rho = 0,017\frac{\Omega \cdot mm^2}{m}$.

Lösung: Beziehung zwischen Widerstand und spez. Widerstand und die Doppelleitung ist insgesamt $6km$ lang:
$R = \rho \cdot \frac{l}{A} \Rightarrow A = \frac{\rho \cdot l}{R_{Leitung}} = \frac{1{,}7 \cdot 10^{-2}\frac{\Omega \cdot mm^2}{m} \cdot 6 \cdot 10^3 m}{1{,}5\Omega} = 68mm^2$

(c) Wie viel Energie je Stunde wird bei $20A$ in der Leitung freigesetzt?

Lösung: $Q = P \cdot t = R_{Leitung} \cdot I^2 \cdot t = 1,5\Omega \cdot 20^2 A^2 \cdot 3,6 \cdot 10^3 s = 2,16 \cdot 10^6 J$

(d) In der Hütte entsteht ein Kurzschluss. Welche Stromstärke fließt durch die Leitung?

Lösung: Beim Kurzschluß wird der eigentliche Lastwiderstand (die Skihütte) überbrückt und die gesamte, angelegte Spannung fällt über der Leitung ab. Es gilt das Ohmsche Gesetz: $U_{Gesamt} = R_{Leitung} \cdot I \Rightarrow I = \frac{U_{Gesamt}}{R_{Leitung}} = \frac{250V}{1{,}5\Omega} = 166,67A$

Definition Doppelleitung: Eine Doppelleitung besteht aus zwei parallelen metallischen Leitern, deren Abstand klein gegenüber der Längsausdehnung ist. Hier wird diese als Freileitung verwendet, wobei die eine Leitung den positiven Pol darstellt und die zweite den negativen Pol.

7. Aufgabe: Einfaches Elektroskop

Zwei kleine Metallkugeln gleicher Masse $m = 1g$ und gleicher Ladung Q hängen an zwei isolierenden Fäden der Länge $l = 1m$ mit dem selben Aufhängepunkt von der Decke herunter. Allerdings berühren sich die Kugeln nicht, sondern stehen mit einer Distanz $d = 3cm$ leicht auseinander.

Bestimmen Sie die Ladung Q der Kugeln.

Lösung: **Kräftegleichgewicht** zwischen näherungsweise horizontaler Komponente der Gewichtskraft $F_{G,horiz}$ und der Coulombkraft F_C, die zwischen den gleich geladenen Kugeln wirkt:

$F_C \overset{!}{=} F_{G,horiz} \Leftrightarrow \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r}\frac{Q^2}{d^2} \overset{!}{=} m \cdot g \cdot sin(\phi) = m \cdot g \cdot \frac{d}{2 \cdot l}$; mit Kleinwinkelnäherung $sin(\phi) = \frac{0{,}5 \cdot d}{l}$

$\Rightarrow Q = \sqrt{\frac{m \cdot g \cdot d^3 \cdot 4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r}{2 \cdot l}} = \sqrt{\frac{10^{-3}kg \cdot 9{,}81\frac{m}{s^2} \cdot 3^3 \cdot 10^{-6}m^3 \cdot 4 \cdot \pi \cdot 8{,}854 \cdot 10^{-12}\frac{As}{Vm} \cdot 1}{2 \cdot 1m}} = 3,84 \cdot 10^{-9}C$

Einheitenrechnung: $\sqrt{\frac{kg \cdot m^2 \cdot A \cdot s}{s^2 \cdot V}} = \sqrt{\frac{kgm^2}{s^2}\frac{As}{V}} = \sqrt{J \cdot \frac{As}{V}} = \sqrt{V \cdot A \cdot s \cdot \frac{As}{V}} = \sqrt{C^2} = C$

8. Aufgabe: Kondensator

Als Durchschlagfeldstärke bezeichnet man diejenige Feldstärke, bei der sich ein geladener Körper spontan durch Entladung eines Funkens entlädt. In Luft beträgt die Durchschlagfeldstärke etwa $E_{max} = 3 \cdot 10^6 \frac{V}{m}$. (Das ist natürlich bedingt durch die Luftfeuchtigkeit.)

(a) Was ist demnach die größtmögliche Ladung Q_{max}, die man auf einen luftgefüllten Plattenkondensator mit zwei quadratischen Platten der Kantenlänge $l = 10cm$ und Plattenabstand $d = 2cm$ aufbringen kann?

Lösung: Elektrische Feldstärke eines Plattenkondensators: $E_{Kondensator} = \frac{Q}{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot A}$
$\Rightarrow Q_{max} = E_{max} \cdot \epsilon_0 \cdot A = 3 \cdot 10^6 \frac{V}{m} \cdot 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm} \cdot 10^{-2}m^2 = 2,6562 \cdot 10^{-8}C$

(b) Welche Spannung liegt zwischen den Kondensatorplatten an, wenn sich die maximale Ladung Q_{max} auf dem Kondensator befindet?

Lösung: Spannung eines PlattenKondensators: $U = \frac{Q}{C} \overset{!}{=} \frac{Q \cdot d}{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot A}$
$\Rightarrow U_{max} = \frac{Q_{max} \cdot d}{\epsilon_0 \cdot A} = \frac{2{,}6562 \cdot 10^{-8}C \cdot 2 \cdot 10^{-2}m}{8{,}854 \cdot 10^{-12}\frac{As}{Vm} \cdot 10^{-2}m^2} = 6 \cdot 10^3 V$