Übungen zum Kompaktkurs der Experimentalphysik

Lösungen zu Übungsblatt 1: Mechanik und Strömungslehre

1. Aufgabe: Bobfahrt
Ein Bob hat vom Start an die gleichbleibende Beschleunigung von $a = 3\frac{m}{s^2}$. Berechnen Sie

(a) seine Geschwindigkeit 5 Sekunden nach dem Start;
Lösung: $v = a \cdot t = 3\frac{m}{s^2} \cdot 5s = 15\frac{m}{s}$

(b) den bis zu diesem Zeitpunkt zurückgelegten Weg;
Lösung: $s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 3\frac{m}{s^2} \cdot (5s)^2 = 37,5m$

(c) seine Durchschnittsgeschwindigkeit auf diesem Weg;
Lösung: $v_{mean} = \frac{s_{gesamt}}{t_{gesamt}} = \frac{s}{t} = \frac{37,5m}{5s} = 7,5\frac{m}{s}$

(d) die Strecke, die er benötigt um auf $108\frac{km}{h}$ zu beschleunigen.
Lösung: $t = \frac{v}{a}$; $3,6\frac{km}{h} = 1\frac{m}{s}$; $s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = \frac{1}{2}\frac{v^2}{a} = 150m$

2. Aufgabe: Konstant Beschleunigter Körper
Ein Körper bewegt sich mit konstanter Beschleunigung $a = -3\frac{m}{s^2}$. Zu Beginn hat er die Ausgangslage $s_0 = 24m$ und die Anfangsgeschwindigkeit $v_0 = 6\frac{m}{s}$.

(a) Stellen Sie die drei Bewegungsgleichungen auf.
Lösung Weg: $s(t) = \frac{1}{2} \cdot a_0 \cdot t^2 + v_0 \cdot t + s_0$
Lösung Geschwindigkeit: $v(t) = a_0 \cdot t + v_0$
Lösung Beschleunigung: $a(t) = a_0$

(b) Bestimmen Sie Ort und Zeit, wenn sich die Bewegungsrichtung umkehrt.
Lösung: Die Bewegungsrichtung kehrt sich um, wenn die Geschwindigkeit $v(t_{umkehr}) = 0$ ist:
$t_{umkehr} = 2s$; $s_{umkehr} = s(t_{umkehr}) = 30m$

(c) Wann erreicht der Körper wieder die Ausgangslage?
Lösung: $s_a(t_a) = s_0$; $t_{a1} = 0s$ (Anfangsposition); $t_{a2} = 4s$ (gesuchte Zeit)

(d) Zeichnen Sie die Funktionen s(t), v(t) und a(t) jeweils in ein Diagramm.

Lösung 2 (d) *:*

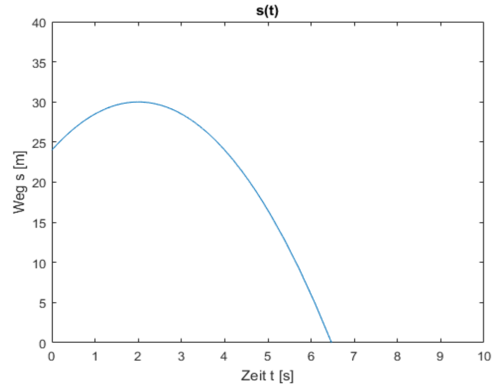

Figure 1: Weg s(t)

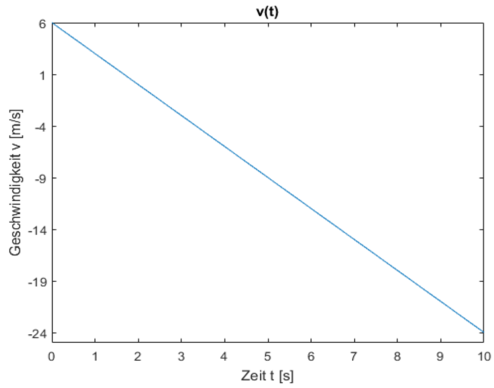

Figure 2: Geschwindigkeit v(t)

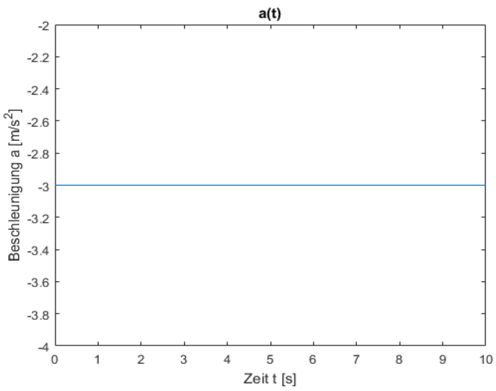

Figure 3: Beschleunigung a(t)

3. Aufgabe: Ein fallender Körper und ein nach oben geschossener Körper

Ein Körper fällt aus Höhe $h = 40m$ lotrecht zur Erde. Gleichzeitig wird von unten ein zweiter Körper mit der Geschwindigkeit $v = 20\frac{m}{s}$ nach oben geschossen.

(a) Berechnen Sie die Zeit, zu der beide Körper auf gleicher Höhe sind.
Geben Sie auch die entsprechende Höhe an.

Lösung: Bewegunggleichung für Weg:
$s_1 = s_2$; $s_1 = h - \frac{1}{2}g \cdot t^2$; $s_2 = v_0 \cdot t - \frac{1}{2}g \cdot t^2$; $t = 2s$; $s_0 = 20,38m$

(b) Berechnen Sie wann die beiden Körper auf dem Boden aufschlagen.

Lösung: Bewegunggleichung für Weg: $s_1(t_{Boden,1}) = 0$; $s_2(t_{Boden,2}) = 0$;
Gleichung jeweils zu t_{Boden} umstellen.
$t_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 40m}{9{,}81\frac{m}{s^2}}} = 2,86s$
$0 = v_0 \cdot t_2 - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_2^2 \Leftrightarrow 0 = t_2^2 - \frac{2v_0}{g} \cdot t_2$
Lösung quadratischer Gleichung mit pq-Formel: $\Rightarrow t_2 = \frac{v_0}{g} \pm \frac{v_0}{g} = \frac{20\frac{m}{s}}{9{,}81\frac{m}{s^2}} \pm \frac{20\frac{m}{s}}{9{,}81\frac{m}{s^2}}$
$\Rightarrow t_2 = 4,08s$

(c) Bestimmen Sie die Startgeschwindigkeit des zweiten Körpers,
wenn beide Körper gleichzeitig auf der Erde auftreffen sollen.

Lösung: Die zwei Bewegungsgleichungen aus (a) umstellen mit $s_1 = s_2 = 0$:
$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{80m}{9{,}81\frac{m}{s^2}}} = 2,86s$
$v_0 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t = \frac{1}{2} \cdot 9,81\frac{m}{s^2} \cdot 2,86s = 14\frac{m}{s}$

4. Aufgabe: Achterbahnfahrt

Eine Achterbahn enthält einen Looping, siehe Skizze 4.

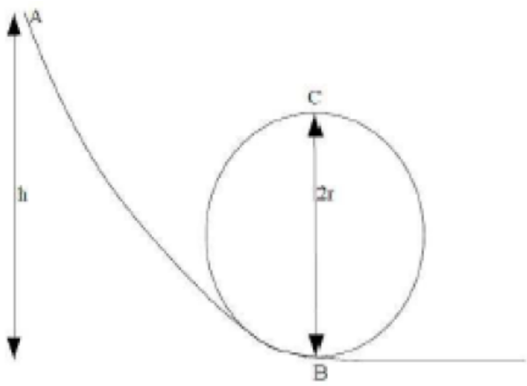

Figure 4: Achterbahn mit kreisförmigem Looping

Folgende Annahmen werden den Rechnungen zugrunde gelegt:

- Der Achterbahnwagen sei punktförmig und habe die Masse m.
- Von Reibungseffekten sei abzusehen.
- Im Punkt B sei die potentielle Energie gleich 0.

Berechnen Sie:

(a) Aus welcher Höhe h muss man bei Punkt A starten, damit man bei Punkt C an der Bahn haften bleibt und nicht herunterstürzt?

Lösung: Energieerhaltung: $E_A = m \cdot g \cdot h$; $E_B = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_B^2$;
$E_C = m \cdot g \cdot h_C + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_C^2 = m \cdot g \cdot (2r) + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_C^2$
$\Rightarrow\ E_A = E_C$
$\Leftrightarrow\ m \cdot g \cdot h = m \cdot g \cdot (2r) + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_C^2$;
und Kräftegleichgewicht: Zentripetalkraft F_z ist gleich der Gewichtskraft F_G:
$\frac{m \cdot v_C^2}{r} = m \cdot g \Rightarrow\ v_C^2 = g \cdot r$;
v_C^2 aus Kräftegleichgewicht in Energieerhaltung ersetzen, sodass ein Ausdruck erhalten wird, der Höhe h und Radius r in Bezug stellt:
$m \cdot g \cdot h = m \cdot g \cdot (2r) + \frac{1}{2} \cdot m \cdot g \cdot r$
$\Rightarrow\ h = 2 \cdot r + \frac{1}{2} \cdot r = \frac{5}{2} \cdot r$

(b) Wie groß ist dann die Geschwindigkeit jeweils in Punkt B und C?

Lösung Punkt B: Energieerhaltung $E_A = E_B$: $m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_B$
$\Rightarrow\ v_B = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} = \sqrt{2 \cdot g \cdot \frac{5}{2} \cdot r} = \sqrt{5 \cdot g \cdot r}$

Lösung Punkt C: v_C kann wie für Punkt B über die Energieerhaltung $E_A = E_C$ unter Verwendung von $h = \frac{5}{2} \cdot r$ hergeleitet werden. Allerdings wurde in Teil (a) bereits $v_C^2 = g \cdot r$ aus dem Kräftegleichgewicht für genau die Höhe h hergeleitet.
$\Rightarrow\ v_C = \sqrt{g \cdot r}$

5. Aufgabe: Schraubenfeder

Eine Schraubenfeder für die das Hooksche Gesetz gilt, hat ohne Belastung eine Länge von $l_0 = 25cm$. Nach Anhängen einer Masse $m_1 = 20g$ im Schwerefeld der Erde ist die Feder auf eine Länge von $l_1 = 32cm$ gedehnt.

(a) Wie groß ist die Federkonstante k?
Lösung: Kraft Hooksches Gesetz: $k = \frac{F}{l_1 - l_0} = \frac{F}{\Delta l} = \frac{9{,}81 \frac{m}{s^2} \cdot 0{,}02kg}{7 \cdot 10^{-2} m} = 2,8 \frac{kg}{s^2}$

(b) Wie groß ist die gespeicherte elastische (potentielle) Energie?
Lösung: Potentielle Energie Hooksches Gesetz:
$E_{pot}(\Delta l) = \frac{1}{2} \cdot 2,8 \frac{kg}{s^2} \cdot (7 \cdot 10^{-2} m)^2 = 6,86 \cdot 10^{-3} \frac{kg\ m^2}{s^2}$

(c) Welche Federlänge l_2 ergäbe sich bei einer Belastung durch die Masse $m_2 = 5g$?
Lösung: $l_2 = l_0 + \delta l = l_0 + \frac{F}{k} = l_0 + \frac{9{,}81 \frac{m}{s^2} \cdot 5 \cdot 10^{-3} kg}{2{,}8 \frac{kg}{s^2}} = 26,75 \cdot 10^{-2} m$

6. Aufgabe: Satellit

Ein Satellit bewegt sich horizontal mit einer Geschwindigkeit von $v_1 = 8\frac{km}{s}$ relativ zur Erdoberfläche. Er soll eine Ladung in horizontaler Richtung rückwärts ausstoßen, sodass diese senkrecht auf die Erde fällt. Satellit und Ladung wiegen $450kg$ und die Ladung alleine $50kg$. Berechnen Sie die Geschwindigkeit relativ zum Satelliten, mit der die Ladung ausgestoßen werden muss, sowie die Geschwindigkeit des Satelliten relativ zur Erde nach dem Ausstoß.

Lösung für Ladung relativ zum Satelliten:

Gesucht ist die Geschwindigkeit der Ladung im Schwerpunktsystem (SP) nach dem Stoß $v_{Ladung,\ SP}$. **Transformation vom Laborsystem L zum Schwerpunktsystem SP ist eine Translation um die Schwerpunktsgeschwindigkeit:** Die Ausstoßgeschwindigkeit der Ladung in SP $v_{Ladung,\ SP}$ entspricht der Differenz der Geschwindigkeit der Ladung nach dem Stoß in L $v_{Ladung,\ L}$ und der Geschwindigkeit des Schwerpunkts (v_{SP}:

$v_{Ladung,\ SP} = v_{Ladung,\ L} - v_{SP} = v_{Ladung,\ L} - v_1 = 0\frac{km}{s} - 8\frac{km}{s} = -8\frac{km}{s}$; Aus der Annahme, dass die Ladung senkrecht auf die Erde fällt und somit zwischen Erde und Ladung keine Relativbewegung entlang der Drehrichtung der Erde auftreten soll, wird $v_{Ladung,\ L} \stackrel{!}{=} 0$ gefordert; L enspricht hier der allgemeinen Bezeichnung *Laborsystem* und das Laborsystem ist hier im speziellen das *Erdbezugssystem*; Die Geschwindigkeit relativ zur Erde vor dem Stoß ist gegeben (v_1) und wird als Schwerpunktgeschwindigkeit von Ladung und Satellit im Laborsystem identifiziert ($v_{SP} = v_1$); Das negative Vorzeichen folgt, weil die Ausstoßrichtung (rückwärts) der Bewegungsrichtung des Satelliten entgegengesetzt ist.

Lösung für Satellit relativ zur Erde:

Impulserhaltung im Erdbezugssystem (L) $\Rightarrow$ Geschwindigkeit des Satelliten relativ zur Erde nach Ausstoß:

$p_{Satellit+Ladung} = p_{Satellit} + p_{Ladung}$

$\Leftrightarrow (m_{Satellit} + m_{Ladung}) \cdot v_1 = m_{Satellit} \cdot v_{Satellit} + m_{Ladung} \cdot v_{Ladung}$;

$\Rightarrow v_{Satellit} = \frac{m_{Satellit}+m_{Ladung}}{m_{Satellit}} \cdot v_1 = 9\frac{km}{s}$;

mit $v_{Ladung} \stackrel{!}{=} 0$

Alternativlösung für Satellit relativ zur Erde:

Impulserhaltung im Schwerpunktsystem (SP) $\Rightarrow$ Geschwindigkeit des Satelliten relativ zum SP nach Ausstoß. Die Summe aller Impulse vor und nach dem Stoß ist im SP null:

$p_{Satelitt} + p_{Ladung} = 0$

$\Leftrightarrow m_{Satellit} \cdot v_{Satellit,\ SP} + m_{Ladung} \cdot v_{Ladung,\ SP} = 0$

$\Rightarrow v_{Satellit,\ SP} = -\frac{m_{Ladung}}{m_{Satellit}} \cdot v_{Ladung,\mathrm{SP}} = -\frac{1}{8} \cdot v_{Ladung,\ SP} = -\frac{1}{8} \cdot -8\frac{km}{s} = 1\frac{km}{s}$

Weil die Relativgeschwindigkeit zwischen Ladung und Satellit in SP und L identisch ist und die Geschwindigkeit der Ladung in L gegeben ist ($v_{Ladung,\ L} = 0$), gilt

$v_{Satellit,\ L} = v_{Relativ} - v_{Ladung,\ L}$

$=\mathrm{v}_{Satellit,\ SP} - v_{Ladung,\ SP} - v_{Ladung,\ L} = 1\frac{km}{s} - (-8\frac{km}{s}) - 0\frac{km}{s} = 9\frac{km}{s}$;

7. Aufgabe: Wagen in Kurve

Ein Wagen der Masse $m = 1200kg$ fährt mit einer Geschwindigkeit von $v = 120\frac{km}{h}$ durch eine Kurve mit Krümmungsradius $r = 2500m$.

(a) Berechnen sie die Zentrifugalkraft und entscheiden Sie die Frage, ob diese Geschwindigkeit bei vereister Straße noch möglich wäre, wenn der Haftreibungskoeffizient für Reifen auf Eis $f_{H,Eis} = 0,2$ beträgt.

Lösung Zentrifugalkraft: Zentripetalkraft $F_Z = m \cdot \frac{v^2}{r} =$
1200kg$\cdot \frac{(\frac{12 \cdot 10^4 m}{3,6 s})^2}{2500m} = 533,3N; 3,6\frac{km}{h} = 1\frac{m}{s}; \frac{kg\ m}{s^2} = N$

Lösung Geschwindigkeit auf vereister Strecke: Kräftevergleich für Kreisbewegung von Zentrifugalkraft F_{ZF} und Zentripetalkraft F_{ZP}; Die Zentripetalkraft entspricht hier der Haftreibungskraft F_H, welche den Wagen auf der Kreisbahn hält. Ist $F_H < F_{ZF}$, bricht das Auto von der Kreisbahn aus und die Geschwindigkeit wäre bei vereister Straße nicht mehr möglich: $F_H = f_{H,Eis} \cdot F_N = f_{H,Eis} \cdot F_G = f_{H,Eis} \cdot m \cdot g =$
0,2$\cdot 1200kg \cdot 9,81\frac{m}{s^2} = 2354,4N < 533,3N = F_{ZF}$

$\Rightarrow$ Auch bei vereister Fahrbahn bleibt das Fahrzeug auf der Straße.

(b) Berechnen Sie die maximale Geschwindigkeit, die auf trockener ($f_{H,trocken} = 0.9$), auf nasser ($f_{H,Wasser} = 0.6$) und auf vereister Straße ($f_{H,Eis} = 0.2$) theoretisch möglich wäre, ohne dass das Fahrzeug von der Straße abkommt.

Lösung: Die maximal mögliche Geschwindigkeit für die der Wagen auf einer Kreisbahn bleibt, ist erreicht wenn $Zentrifugalkraft \stackrel{!}{=} Zentripetalkraft$

$\Leftrightarrow F_{ZF} \stackrel{!}{=} F_{ZP} \Leftrightarrow F_{ZF} \stackrel{!}{=} F_H \Leftrightarrow m\frac{v_{max}^2}{r} = f_H \cdot m \cdot g \Rightarrow v_{max}^2 = f_H \cdot g \cdot r$

$\Rightarrow v_{max} = \sqrt{f_H \cdot g \cdot r} = \sqrt{f_H \cdot 24525\frac{m^2}{s^2}}$

$\Rightarrow v_{max,Eis} = 70\frac{m}{s} = 252\frac{km}{h}$

$\Rightarrow v_{max,Wasser} = 121\frac{m}{s} = 437\frac{km}{h}$

$\Rightarrow v_{max,trocken} = 149\frac{m}{s} = 535\frac{km}{h}$

8. Aufgabe: Spritze

Bei einer Injektionsnadel wird der Kolben mit Radius $R = 0,6cm$ mit einer Geschwindigkeit von $v_1 = 3\frac{mm}{s}$ in den Zylinder gedrückt.

Mit welcher Geschwindigkeit v_2 spritzt die Flüssigkeit aus der Kanüle, wenn diese einen Innenradius von $r = 0,25mm$ hat?

Lösung: Durch jeden Querschnitt eines Rohres fließt in der gleichen Zeit das gleiche Volumen (Kontinuitätsgleichung): $v_1 \cdot A_1 = v_2 \cdot A_2 \Rightarrow v_2 = v_1 \cdot \frac{A_1}{A_2} = 3\frac{mm}{s} \cdot \frac{60^2 mm^2}{0.25^2 mm^2} = 172,8\frac{mm}{s}$

9. Aufgabe: Regentropfen

Regentropfen fallen mit einer bestimmten Geschwindigkeit zur Erde. Nehmen Sie an, dass ein Regentropfen eine Kugel ist. In der Hydro- und Aerodynamik gibt es zwei Formeln für die Reibungskraft auf eine Kugel. Für laminare Strömungen gilt das Stoke'sche Gesetz $F_{laminar} = 6 \cdot \pi \cdot r \cdot \eta \cdot v$ und für turbulente Strömungen die Formel $F_{turbulent} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot c_w \cdot A$. Überlegen Sie anhand einer Rechnung, welche der beiden Formeln die Wirklichkeit einigermaßen richtig beschreibt. Verwenden Sie dazu $\eta = 18,2\mu Pas$, $\rho = 1,29\frac{kg}{m^3}$ und $c_w = 0,3$.

Lösung: Wenn der Regentropfen "lostropft" wird er zunächst durch die Erdanziehung beschleunigt bis sich ein **Kräftegleichgewicht** zwischen Reibungskraft F_R und Gewichtskraft F_G einstellt ($F_R = F_G$). Wir vergleichen nun die Geschwindigkeit v_L entsprechend dem laminaren Reibungsmodell und die Geschwindigkeit v_T entsprechend dem turbulenten Reibungsmodell mit experimentellen Daten bzw. unserer Alltagserfahrung.

Laminar: $F_{R,L} \stackrel{!}{=} F_G \Leftrightarrow 6 \cdot \pi \cdot r \cdot \eta \cdot v_L = m \cdot g \Rightarrow v_L = \frac{m \cdot g}{6 \cdot \pi \cdot r \cdot \eta} = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3 \cdot \rho \cdot g}{3 \cdot 6 \cdot \pi \cdot r \cdot \eta}$; mit $m_{Regenkugel} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \cdot \rho$ unter Annahme, dass der Regentropfen eine Kugel mit Radius $r = 4mm$ (gschätzt) ist. $\Rightarrow v_L = \frac{4 \cdot (0,004)^2 m^2 \cdot 1,29\frac{kg}{m^3} \cdot 9,81\frac{m}{s^2}}{18 \cdot 18,2 \cdot 10^{-6} Pa\ s} = 2,47\frac{m}{s} = 8,9\frac{km}{h}$

Turbulent: $F_{R,T} \stackrel{!}{=} F_G \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_T^2 \cdot c_w \cdot A = m \cdot g \Rightarrow v_T^2 = \frac{2 \cdot m \cdot g}{\rho \cdot c_w \cdot A} = \frac{2 \cdot 4 \cdot \pi \cdot r^3 \cdot \rho \cdot g}{3 \cdot \rho \cdot c_w \cdot 4 \cdot \pi \cdot r^2}$
$\Rightarrow v_T = \sqrt{\frac{2 \cdot r \cdot g}{3 \cdot c_w}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,004m \cdot 9,81\frac{m}{s^2}}{3 \cdot 0,3}} = 0,3\frac{m}{s} = 1,06\frac{km}{h}$

$\Rightarrow$ Der Regentropfen lässt sich besser durch das laminare Modell nach Stokes beschreiben, weil die Geschwindigkeit nach dem turbulenten Modell unrealistisch ist. Eine Fallgeschwindigkeit von $1\frac{km}{h}$ ist geringer als die Spaziergeschwindigkeit eines Menschen (5-7$\frac{km}{h}$) und würde bedeuten wir könnten den Tropfen in Zeitlupe fallen sehen.

10. Aufgabe: Holzkugel

Eine Holzkugel habe den Radius $r = 25cm$ und die Masse $m = 600g$.

(a) Wie groß ist die Dichte ρ in $\frac{g}{cm^3}$ und in $\frac{kg}{\mu l}$?

Lösung: Die Massendichte ist definiert als das Verhältnis von Masse m zu Volumen V:
$\rho_{Holzkugel} = \frac{m}{V} = \frac{m}{\frac{4}{3}\pi r^3} = \frac{600g}{\frac{4}{3}\cdot\pi\cdot 25^3 cm^3} = 0,009\frac{g}{cm^3}$

(b) Welches Wasservolumen wird sie in einem süßen Bergsee ($\rho_{Süßwasser} = 1,002\frac{g}{cm^3}$) beim Schwimmen verdrängen?

Lösung: Die Holzkugel verdrängt so viel Wasser wie ihrer gesamten Gewichtskraft entspricht.**Kräftegleichgewicht** zwischen Gewichtskraft F_G und Auftriebskraft F_A.
$F_G = F_A \Leftrightarrow m \cdot g = V_{verdrängt} \cdot \rho_{Süßwasser} \cdot g$
$\Rightarrow V_{verdrängt} = \frac{m_{Holzkugel}}{\rho_{Süßwasser}} = \frac{600g}{1,002\frac{g}{cm^3}} = 599cm^3$

Alternativlösung: Verdrängte Masse ist gleich Gesamtmasse des Körpers:
$m_{Verdrängt} = m_{Holzkugel} \Leftrightarrow V_{verdrängt} \cdot \rho_{Süßwasser} = m_{Holzkugel}$
$\Leftrightarrow V_{verdrängt} = \frac{m_{Holzkugel}}{\rho_{Süßwasser}} = 599cm^3$

(c) Welches Wasservolumen wird sie im salzigen Ozean ($\rho_{Salzwasser} = 1,022\frac{g}{cm^3}$) beim Schwimmen verdrängen?

Lösung: Analog zu (b): $V_{verdrängt} = \frac{m_{Holzkugel}}{\rho_{Salzwasser}} = \frac{600g}{1,022\frac{g}{cm^3}} = 587cm^3$

$\Rightarrow$ Die Lösungen aus (b) und (c) sind im Vergleich zueinander physikalisch sinnvoll, weil die Holzkugel in der dichteren Flüssigkeit weniger als ihr Gesamtvolumen verdrängt.