

Alexander Grossmann

Physik Kompaktleifaden

Lehrbuch Physik

Alexander Grossmann

Physik Kompaktleitfaden

Praktikum und Examensvorbereitung in einem Buch

Für Naturwissenschaftler, Mediziner und Pharmazeuten

3., überarbeitete und korrigierte Ausgabe

Autor:

Prof. Dr. rer.nat. Alexander Grossmann

Berlin

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek: Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

© 2018 Alexander Grossmann, Berlin



Diese Arbeit wurde unter einer Creative Commons Lizenz als Open Access veröffentlicht, die bei Weiterverwendung nur die Nennung des Urhebers erfordert.

Lizenz: **CC-BY 4.0** – Weitere Informationen:

<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



DOI:10.24921/2018.94115921

Das vorliegende Werk wurde sorgfältig erarbeitet. Dennoch übernehmen Autor und Verlag für

die Richtigkeit von Angaben und Hinweisen sowie für etwaige Druckfehler keine Haftung.

Die verwendete Schrift ist lizenziert unter der SIL Open Font License, Version 1.1.

Gedruckt in Deutschland auf säurefreiem Papier mit FSC-Zertifizierung.

Herstellung der Verlagsausgabe (Druck- und digitale Fassung):

Carl Grossmann Verlag, Berlin, Bern

www.carlgrossmann.com

ISBN: 978-3-941159-02-0 (gedruckte Ausgabe, Paperback)

ISBN: 978-3-941159-21-1 (e-Book, Open Access)

Einführung

Nicht nur in an Obstwiesen reichen Tübingen beobachten wir einen scheinbar banalen Vorgang: Ein reifer Apfel fällt von einem Baum zu Boden.

Bereits Isaak Newton hat dieses Allerwelts-Ereignis im 17. Jahrhundert angeblich so inspiriert, dass er die grundlegenden Gesetze der Mechanik und der Gravitation aufstellte. Hinter dieser Beobachtung verbergen sich in der Tat eine Reihe von wichtigen Schlussfolgerungen. Einige Beispiele: Der Apfel fällt in der Regel geradlinig zu Boden, er benötigt eine gewisse Zeit für den Fall und er fällt niemals wieder nach oben. Beobachten wir eine ganze Reihe von solchen Ereignissen, können wir noch mehr Folgerungen ableiten: Die Zeit, in der ein Apfel zu Boden fällt hängt nicht von dessen Gewicht ab, wohl aber von der Höhe, aus der er zu Boden fällt. Je höher der Ast über dem Boden hängt, desto schneller ist der Apfel kurz vor dem Aufprall auf der Wiese.

Offensichtlich steht hinter einem physikalischen Gesetz, das man vielleicht noch aus der Schulzeit als auswendig gelerntes Formel-Gebilde in Erinnerung hat, eine mehr oder minder direkte Beobachtung. Aus dieser Beobachtung eines in der Natur vorkommenden Gegenstandes (Apfel) und eines Ereignisses, zum Beispiel der Bewegung des Gegenstandes (zu-Boden-Fallen), können wir Regeln aufstellen, die allgemeingültig sind und nicht nur den speziellen, gerade beobachteten Fall beschreiben. So wird jeder Apfel irgendwann einmal zu Boden fallen (vorausgesetzt, er wurde nicht gepflückt) und wir können die Zeit vorhersagen, die der Apfel benötigt, um aus einer bestimmten Höhe den Boden zu erreichen. Das erscheint sicher zunächst nicht besonders spannend, aber nun sind wir in der Lage, die Dauer jedes freien Falls eines beliebigen Gegenstands vorherzusagen, ohne dass das Ereignis tatsächlich stattfand.

Das Physikalische Praktikum stellt eine wichtige Ergänzung zu den

Vorlesungen im Fach Physik dar. Insbesondere Studierenden im Nebenfach bereitet die Umsetzung des in der Vorlesung theoretisch vermittelten Stoffs auf alltägliche physikalische Prozesse große Schwierigkeiten. Durch den oft sehr straffen Zeitplan bleibt dem Hörer der Physik im Nebenfach andererseits kaum Zeit, sich umfassend mit den vorgestellten physikalischen Phänomenen auseinander zu setzen. Zur erfolgreichen Durchführung der praktischen Übungen ist aber eine gewisse Basis an physikalischen und mathematischen Grundlagen erforderlich, die es dem Teilnehmer ermöglicht, seine Beobachtungen exakt zu notieren und aus dem Beobachteten einen physikalischen Zusammenhang zu formulieren.

Der vorliegende Kompaktleitfaden soll Teilnehmern am Physikalischen Praktikum einerseits die Informationen liefern, die zur Durchführung der speziellen Praktikumsversuche befähigen. Andererseits soll gleichzeitig eine möglichst breite physikalische Basis vermittelt werden, die *im Idealfall den Stoff des einen Versuch begleitenden Vorlesungsabschnitts enthält*. Neben etlichen Beispielen, die abstrakt wirkende physikalische Phänomene oder Formeln in eine alltägliche ‚Sprache‘ übersetzen, findet der Leser eine Reihe von durchgerechneten, einfachen Übungsaufgaben zur Vertiefung des Stoffs. In dieser Hinsicht geht der Umfang dieses Buches weit über das sonst für eine reine Praktikumsanleitung übliche Maß hinaus. Es eignet sich daher auch für die effiziente und zeitökonomische Vorbereitung auf einzelne Module oder das Staatsexamen für Nebenfachstudierende der Physik in einem Buch.

Besonderer Dank bei der Erstellung der ersten Auflage dieses Buches galt Sonja Hilbert, Dirk Amon und Sven Rempe für die tatkräftige Mitarbeit am didaktischen „Grundgerüst“ eines zu Grunde liegenden Skriptums zum Praktikum für Naturwissenschaftler an der Universität Tübingen. Inzwischen hat sich das Praktikum in Tübingen weiterentwickelt, und auch der Inhalt der dort vermittelten Versuche. Allerdings war es von Anfang an nicht Sinn und Zweck dieses Buches, die Praktikumsversuche vor Ort 1:1 darzustellen, sondern den Lesern

ein Gefühl für typische Praktikumsversuche zu geben, die an jeder Universität letztlich im Detail und der Ausführung anders konzipiert waren und sind. Allen denjenigen sei für die hilfreiche und konstruktive Kritik gedankt, die zur Beseitigung der unvermeidlichen vielen kleinen Fehlerchen beigetragen haben. Nobody is perfect: Jeder Hinweis auf noch verbliebene Unstimmigkeiten oder mögliche Ergänzungen wird gerne entgegengenommen: alexander.grossmann@htwk-leipzig.de

Berlin, im Januar 2018

Alexander Grossmann

Hinweise zum Physikpraktikum und zu diesem Buch

Wer? Das Physikalische Praktikum wird von Naturwissenschaftlern, also Biologen, Chemikern, Biochemikern, Geologen, Mineralogen, Geoökologen sowie von Medizinern und Pharmazeuten bearbeitet. Die genauen Anforderungen sind mit der jeweils gültigen Studienordnung Ihres Studienganges abzugleichen, insbesondere hängt die Zahl der zu absolvierenden Versuchstermine vom jeweiligen Studienfach ab.

Warum? Im Praktikum sollen Sie lernen, wie einfache physikalische Experimente geplant, aufgebaut, durchgeführt und ausgewertet werden. Ziel des Praktikums ist nicht das Auswendiglernen einer Versuchsbeschreibung oder eines ‚Kochrezeptes‘, sondern das Verstehen des Sinns eines physikalischen Experiments. Nur dann, wenn Sie die einzelnen Schritte eines Versuches verstanden haben und die Theorie zu den entsprechenden physikalischen Phänomenen auf den Versuch anwenden konnten, sind Sie in der Lage, ähnliche Fragestellungen in einem anderen Zusammenhang (zum Beispiel Ihrem Studienfach) erfolgreich zu verstehen. Dazu dienen die Zahlreichen, einfachen Beispiele im Text, die von Formulierung und Schwierigkeitsgrad den Examensfragen in Pharmazie und Ärztlicher Vorprüfung entsprechen.

Was? Die Versuche wurden aus dem Bereich der grundlegenden Physik ausgewählt, die Sie in den ersten beiden Semestern einer Anfängervorlesung zur Experimentalphysik kennen gelernt haben. Der in diesem Buch behandelte Stoff deckt den Rahmen einer Anfängervorlesung ab und eignet sich daher vorzüglich zur effizienten Vorbereitung auf das Vordiplom im Nebenfach Physik oder des Staatsexamens. Die Auswahl der Versuche deckt im Schwerpunkt die Bereiche

- Schwingungen und Wellen,
- Elektrizität und Magnetismus,
- Optik und Interferenz und
- Atom- und Kernphysik

ab. Die im Praktikum zu bearbeitenden Versuche stellen natürlich nur eine Auswahl des Stoffs einer Physikvorlesung dar. Der in diesem Kompaktleitfaden behandelte Stoff deckt den **Gegenstandskatalog zur Ärztlichen Vorprüfung GK1** teilweise ab. Diejenigen Stoffbereiche oder Stichpunkte, die sich mit anderen Fächern, wie Chemie, Biochemie oder Biologie überschneiden, wurden gekürzt oder gar nicht behandelt, um überflüssige Mehrarbeit zu vermeiden.

Wie? Zur Bearbeitung der einzelnen Versuche werden meist Arbeitsgruppen gebildet, die durch das gesamte Praktikum von einem festen Betreuer oder einer Betreuerin begleitet werden. Der Betreuer ist Ansprechpartner für alle organisatorischen und fachlichen Fragen, die im Laufe des Praktikums auftreten werden. Zumeist je zwei Teilnehmer bearbeiten zusammen einen Versuch und führen die Messungen gemeinsam durch. Zu jedem Versuch wird ein Versuchsprotokoll angefertigt, das knapp, aber vollständig enthält:

- die Theorie zum Versuch,
- den Aufbau des Experiments,
- eine Beschreibung der durchgeführten Messungen und
- die Auswertung der Messergebnisse

Die eigentlichen Versuchsanleitungen sind mit einem Balken am Textrand gekennzeichnet und enthalten jeweils einen allgemeinen Theorieteil, der verbindlich für alle nachfolgenden Versuche eines Schwerpunktgebietes (zum Beispiel Schwingungen und Wellen) ist. Je nachdem, welchen Versuch Sie aus diesem Gebiet konkret bearbeiten, lesen Sie bitte zusätzlich das entsprechende Kapitel zum Versuch selbst durch, in dem ergänzende Theorie und der eigentliche Aufbau des Experiments beschrieben sind.

Die Anleitung wurde so geschrieben, dass Sie den zu einer erfolgreichen Durchführung des Versuches notwendigen Stoff vollständig enthält. In einigen Fällen kann es aber hilfreich oder sogar gewünscht sein, zusätzliche Literaturstellen anhand von Physikbüchern durcharbeiten und so das Wissen zu vertiefen.

Tipp! Anhand der aufgeführten Übungsaufgaben können Sie Ihr physikalisches Verständnis rechtzeitig vor dem Versuchstermin überprüfen und gegebenenfalls noch unklare Sachverhalte oder Begriffe gezielt nachschlagen: Im Prinzip ist als Literatur jedes kompaktere Lehrbuch der Physik zur Vertiefung geeignet, weniger vielbändige Abhandlungen.

Hinweise zur Versuchsdurchführung

Zu Ihrer eigenen Sicherheit und der Sicherheit Ihrer Kommilitonen müssen einige Regeln während des Praktikums unbedingt beachtet werden:

Elektrische Schaltungen sind stromlos, also bei ausgeschaltetem Netzgerät vorzubereiten. Erst nach Kontrolle und Freigabe durch den Betreuer darf die Netzspannung angelegt werden, also das Netzgerät eingeschaltet werden.

Vor dem Ausschalten von regelbaren Netzteilen immer zuerst die Spannung/den Strom auf Null drehen.

Geräte und Anlagen, die im Praktikum bereitgestellt werden, stellen teilweise hohe Sachwerte dar und sind in jedem Fall sorgsam zu behandeln. Sollte ein Gerät defekt sein oder im Laufe

eines Versuches Funktionsstörungen aufweisen, melden Sie dies bitte sofort Ihrem Betreuer.

Laser können ernsthafte Augenverletzungen hervorrufen. Werden Versuche mit einem Laser durchgeführt, müssen Sie unbedingt die Hinweise des Betreuers zum Umgang mit dem Gerät beachten. Schauen Sie niemals direkt in den Strahl, da Augenschäden oder gar Erblindung die Folge sein könnten!

Manipulation von Messdaten ist Dummheit. Wenn Sie alle Versuche sorgfältig und nach der Anleitung bzw. den Anweisungen des Betreuers durchführen, werden Sie in der Regel keine Schwierigkeiten bei der korrekten Auswertung haben. Sollten Ihnen aber zum Beispiel unerwartet stark von der Theorie abweichende Zahlenwerte während der Messung oder der Auswertung auffallen, melden Sie dies bitte Ihrem Betreuer. Oft ist es nur ein kleiner Handgriff am Versuchsaufbau, der das Problem löst. Falls Sie Messwerte wider besseren Wissens ‚schönen‘ oder gar ‚erfinden‘, begehen Sie einen Betrug. Nicht zuletzt seit den jüngst aufgedeckten, vereinzelt Fällen von wissenschaftlichem Betrug in den Naturwissenschaften und der Medizin sollte sich jeder der Verantwortung des Wissenschaftlers bei der korrekten Datenaufnahme bewusst sein. Bei einer Fälschung von Messdaten sollte sich der betreffende Teilnehmer überlegen, ob er für eine wissenschaftliche Laufbahn geeignet ist.

Inhalt

1 Grundbegriffe des Messens und der quantitativen Beschreibung

- 1 Physikalische Größen und Einheiten
- 2 Messen und Unsicherheiten beim Messen
- 3 Zusammenhänge zwischen physikalischen Größen

2 Mechanik, Schwingungen und Wellen

- 1 Allgemeine Grundlagen der Mechanik
 - 1.1 Mechanik der starren Körper Grundbegriffe des Messens und der quantitativen Beschreibung
 - 1.2 Verformung von Festkörpern
 - 1.3 Kräfte an Grenzflächen
 - 1.4 Hydrodynamik
 - 1.5 Schwingungen
 - 1.6 Wellen
- 2 Versuch: Resonanz **RE**
 - 2.1 Grundlagen
 - 2.2 Versuchsaufbau
 - 2.3 Messungen
 - 2.4 Auswertung
- 3 Versuch: Saitenschwingungen **SA**
 - 3.1 Grundlagen
 - 3.2 Versuchsaufbau
 - 3.3 Messungen
 - 3.4 Auswertung

4 Versuch: Schallgeschwindigkeit in Gasen **CS**

4.1 Grundlagen

4.2 Versuchsaufbau

4.3 Durchführung des Versuchs

4.4 Auswertung

5 Akustik

3 Wärmelehre

1 Allgemeine Grundlagen

1.1 Temperatur

1.2 Innere Energie

1.3 Wärmeübertragung

1.4 Wärmekapazität

1.5 Wärmemischung

2 Versuch: Spezifische Wärmekapazität von Wasser **SW**

2.1 Messung

2.2 Auswertung

3 Gase

4 Elektrizitätslehre

1 Allgemeine Grundlagen

1.1 Elektrische Ladung

1.2 Das Coulomb-Gesetz

2 Versuch: Spannungsabfall und Wheatston-Brücke **OG**

2.1 Elektrischer Strom

2.2 Strom- und Spannungsmessung

2.3 Versuchsdurchführung

- 3 Versuch: Kondensator und Spule **KS**
 - 3.1 Der Kondensator
 - 3.2 Magnetismus
 - 3.3 Versuchsdurchführung
- 4 Versuch: Spezifische Ladung des Elektrons **EM**
 - 4.1 Freie und gebundene Elektronen
 - 4.2 Elektronen in Feldern
 - 4.3 Erzeugung des Magnetfeldes
 - 4.4 Versuchsdurchführung
 - 4.5 Elektronenmikroskop
- 5 **Optik**
 - 1 Allgemeine Grundlagen
 - 1.1 Die Natur des Lichtes
 - 1.2 Geometrische Optik
 - 2 Versuch: Optische Abbildung mit Linsen **OA**
 - 2.1 Grundlagen
 - 2.2 Methoden zur Bestimmung von Brennweiten
 - 2.3 Aufgaben
 - 3 Versuch: Interferenz am Gitter, Beugung am Spalt **IF**
 - 3.1 Wellenoptik
 - 3.2 Beugung am Spalt
 - 3.3 Beugung am Gitter
 - 3.4 Messungen
 - 4 Versuch: Saccharimetrie **SC**
 - 4.1 Polarisation

- 4.2 Messungen
- 5 Versuch: Mikroskop **MI**
 - 5.1 Grundlagen
 - 5.2 Aufgaben
- 6 Atom- und Kernphysik**
- 1 Franck-Hertz-Versuch **FH**
 - 1.1 Atommodelle
 - 1.2 Experimentelle Bestätigung des 2. Bohrschen Postulats
 - 1.3 Versuchsdurchführung
- 2 Ionisierende Strahlung
 - 2.1 Röntgenstrahlung
 - 2.2 Dosimetrie
- 3 Versuch: Halbwertszeit und Radioaktiver Zerfall **HW**
 - 3.1 Radioaktivität
 - 3.2 Messungen
- A Anhang**
- 1 Bedienungsanleitung für das Oszilloskop
- 2 Wichtige Zahlen und Größen

Index

1 Grundbegriffe des Messens und der quantitativen Beschreibung

- Einheit, Maßzahl, Basisgröße, Basiseinheit
- Vektoren, Skalare, Flächen, Volumen, Winkel, Raumwinkel
- Systematische und zufällige, relative und absolute Fehler
- Arithmetisches Mittel, Standardabweichung, Normalverteilung, Vertrauensbereich, Fehlerfortpflanzung
- Auswertung, Ausgleichsgrade

1 Physikalische Größen und Einheiten

Eine physikalische Größe nimmt Bezug auf einen genau definierten Teil der Natur und beschreibt die Eigenschaften und Beschaffenheit physikalischer Dinge. Jede Physikalische Größe ist durch ein Messverfahren bestimmt.

Beispiel Die Bestimmung einer unbekanntem Länge eines Gegenstandes erfolgt durch Vergleich der Länge des Gegenstandes mit einem Maßstab, zum Beispiel einem Metermaß.

Grundsätzlich gilt für alle physikalischen Größen:

Definition

Eine physikalische Größe G ist genau festgelegt durch das Produkt aus Zahlenwert (Maßzahl) und (Maß-)Einheit.

$$G = \{G\} \cdot [G]$$

$\{G\}$: Zahlenwert von G

$[G]$: Einheit von G

Beispiel Die Länge L des zu vermessenden Gegenstandes wurde durch Vergleich mit dem Metermaß bestimmt als $L = 4 \text{ m}$. Also ist $\{L\} = 4$ der Zahlenwert und $[L] = \text{m}$ die Maßeinheit der gesuchten physikalischen Größe.

Die Formelzeichen physikalische Größen werden in Büchern immer *kursiv* dargestellt, um sie auch optisch von den (Maß-)Einheiten zu trennen. Alle Einheiten von physikalischen Größen können auf sieben Basisgrößen zurückgeführt werden. Diese Basisgrößen bilden das international festgelegte SI-System (Système International).

Definition

Die Basisgrößen und die zugehörigen Basiseinheiten des SI-Systems sind

Basisgröße	Formelzeichen	Einheit	Zeichen
Länge	l	Meter	m
Masse	m	Kilogramm	kg
Zeit	t	Sekunde	s
Temperatur	T	Kelvin	K
Elektrische			
Stromstärke	I	Ampere	A
Lichtstärke	I_v	Candela	Cd
Stoffmenge	n	Mol	mol

Alle Basisgrößen sind voneinander unabhängig und durch Eichverfahren genau festgelegt.

Beispiel Die Basisgröße Länge war ursprünglich durch einen besonders exakt angefertigten Maßstab, das Pariser Urmeter festgelegt. Die Genauigkeit dieses Maßstabs ist aus naheliegenden Gründen aber sehr begrenzt, so dass die Definition des Meters heutzutage über die Lichtgeschwindigkeit festgelegt ist: Ein Meter ist die Entfernung, die Licht im Vakuum in einer 299 792 485tel Sekunde zurücklegt.

Von den sieben Basisgrößen leiten sich alle anderen physikalischen Größen als abgeleitete oder zusammengesetzte Größen ab.

Beispiel Die Geschwindigkeit (Formelzeichen: v) ist eine zusammengesetzte Größe aus den Basiseinheiten Länge l und Zeit t .

Es gilt: $v = \frac{l}{t}$. Die Maßeinheit der Geschwindigkeit ist m/s.

Die Beschreibung einer physikalischen Größe durch ihre Basiseinheiten bezeichnet man als Dimension.

Beispiel Im vorherigen Beispiel ist die Dimension der Geschwindigkeit

$$[v] = \frac{\text{Länge}}{\text{Zeit}}$$

Um unhandliche Darstellungen von großen oder kleinen Werten zu vermeiden, bedient man sich Vorsilben, die die Größenordnungen (meist in

1000er, also dezimalen Schritten) der Einheiten angeben:

Vorsilbe	Abkürzung	Größenordnung	Vorsilbe	Abkürzung	Größenordnung
Deka	da	$10=10^1$	Dezi	d	$0,1 = 10^{-1}$
Hekto	h	$100 = 10^2$	Centi	c	$0,01 = 10^{-2}$
Kilo	k	$1000 = 10^3$	Milli	m	$0,001 = 10^{-3}$
Mega	M	10^6	Mikro	μ	10^{-6}
Giga	G	10^9	Nano	n	10^{-9}
Tera	T	10^{12}	Pico	P	10^{-12}

Durch die Kombination der Vorsilbe und der Maßeinheit erhält man ein Vielfaches oder Bruchteil der Maßzahl.

Beispiel $25 \text{ mm} = 2,5 \text{ cm} = 0,025 \text{ m} = 2,5 \cdot 10^4 \mu\text{m}$;
 $0,000063 \text{ m} = 0,063 \text{ mm} = 63 \mu\text{m}$.

In der Natur beobachtet man bestimmte Größen, denen nicht nur ein reiner Zahlenwert, sondern auch eine Richtung zugeordnet werden kann. Rollt eine Kugel auf einer Ebene, so ist die Richtung dieser Bewegung offensichtlich der Geschwindigkeit der Kugel zugeordnet. Die Geschwindigkeit bezeichnet man daher als Vektor oder vektorielle Größe. Man kennzeichnet gerichtete Größen, also Vektoren, durch einen Pfeil über dem sonst üblichen Formelzeichen: \vec{v} . Weitere Schreibweisen in der Literatur sind: v oder \underline{v} .

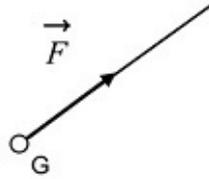
Beispiel Vektorielle Größen sind Kraft, Geschwindigkeit, Beschleunigung, Impuls, Drehmoment, elektrische Stromdichte, magnetische Feldstärke.

Andererseits gibt es Größen, denen keine Richtung zugeordnet werden kann, wie im vorherigen Beispiel der Zeit oder der Masse der Kugel. Diese Größen heißen Skalar(e).

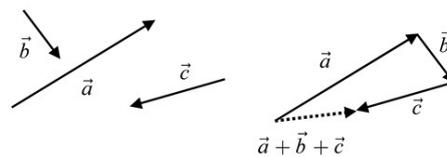
Beispiel Einige wichtige skalare Größen sind: Masse, Stoffmenge, Dichte, Länge, Zeit, Temperatur, Druck, Arbeit, Energie, Leistung, elektrische Ladung, Frequenz.

In einer Zeichnung kann einem Vektor eine Richtung zugeordnet werden, wobei die Pfeilspitze in der Zeichnung immer in Richtung des Vektors zeigt.

Beispiel Ein Seil ist an einem Gegenstand G befestigt. Zieht man am Seil, so wirkt eine Kraft \vec{F} in Seilrichtung. Die Richtung der Kraft ergibt sich aus der Pfeilrichtung in der nebenstehenden Zeichnung.



Beim Rechnen mit vektoriellen Größen muss die Richtung der Vektoren beachtet werden. Die Addition von Vektoren erfolgt durch Verschieben der Vektoren, so dass jeweils Anfangs- und Endpunkte eines Vektors aneinander liegen. (Bei der Vektorsubtraktion wird der Vektor um 180° gedreht und dann addiert:



Addition von Vektoren

Umgekehrt lässt sich ein Vektor beliebig in Komponenten zerlegen. Die Summe der Komponenten muss natürlich wieder den ursprünglichen Vektor ergeben. Die Gewichtskraft einer Kugel auf einer schiefen Ebene kann man zum Beispiel in eine Kraft senkrecht zur Ebene und eine parallel zur Ebene zerlegen. Letztere ist bestimmend für die beschleunigte Bewegung der Kugel hangabwärts.

Ist die Richtung des Vektors in einer Rechnung ohne Belang, benötigt man nur den Zahlenwert und die Einheit, also den Betrag des Vektors.

Beispiel Der Betrag eines Geschwindigkeitsvektors schreibt sich als $|\vec{v}|$ oder einfach als v .

Der Betrag eines Vektors entspricht dessen Länge.

Fläche, Volumen, Winkel

Wichtige, häufig verwendete Formeln zur Berechnung von Flächen sind in der folgenden Tabelle zusammengefasst:

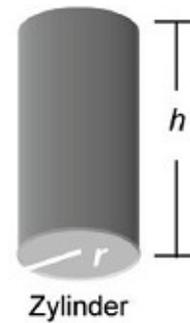
Dreieck: $A = \frac{1}{2} \cdot \text{Grundlinie} \cdot \text{Höhe}$

Rechteck: $A = \text{Länge} \cdot \text{Breite}$

Kreis: $A = \pi \cdot (\text{Radius})^2$

Wichtige Formeln zur Berechnung von Volumina sind in der folgenden Tabelle zusammengefasst:

Quader :	$V = \text{Länge} \cdot \text{Breite} \cdot \text{Höhe}$
Pyramide :	$V = \frac{1}{3} \cdot \text{Grundfläche} \cdot \text{Höhe}$
Zylinder :	$V = \text{Grundfläche} \cdot \text{Höhe}$ $= \pi \cdot r^2 \cdot h$
Kugel :	$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$



Zur Beschreibung der Ausrichtung verschiedener Vektoren gibt man den Winkel zwischen den Vektoren an. Zur Messung von Winkeln verwendet man das Gradmaß oder das Bogenmaß. Das Gradmaß teilt einen Kreis in 360 gleiche Teile oder 360° (Grad) ein. Die weitere Unterteilung eines Grades erfolgt nicht dezimal, sondern in der aus der Zeitangabe bekannten Minuten- und Sekunden-Einteilung:

Definition

Im **Gradmaß** entspricht der **Vollkreis** dem Winkel 360°
 1° (Grad) = $60'$ (Minuten) = $60 \cdot 60''$ (Sekunden)

Eine andere Einteilung ist das Bogenmaß:

Definition

Im **Bogenmaß** entspricht der Vollkreis dem Winkel 2π . Die Einheit des Bogenmaß ist der **Radian** (rad).

Zur Umrechnung zwischen Bogenmaß und Gradmaß verwendet man folgende Beziehung:

Formel

Umrechnung vom Bogen- ins Gradmaß

$$\alpha^\circ = 180^\circ \cdot \frac{\alpha}{\pi}$$

Umrechnung vom Winkel- ins Bogenmaß

$$\alpha = \frac{\pi}{180^\circ} \cdot \alpha^\circ$$

α° : Winkel im Gradmaß, α : Winkel im Bogenmaß

Beispiel Gebräuchliche Winkel sind:

$$360^\circ = 2\pi, 180^\circ = \pi, 90^\circ = \pi/2 \text{ und } 270^\circ = 3\pi/2.$$

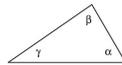
Diese Umrechnungsbeispiele erzeugen ein dezimales Ergebnis im Gradmaß, also zum Beispiel $10,5^\circ$ statt $10^\circ 30'$. Die Umrechnung in das Gradmaß mit Minuten und Sekunden ist etwas komplizierter:

Beispiel Umrechnung des Winkels $\alpha = 5,645$ rad im Bogenmaß in das Gradmaß:

$$\begin{aligned} 5,645 : 0,017453 &= 323^\circ + 0,007611, \\ 0,007611 : 0,000291 &= 26' + 0,000025 \text{ und} \\ 0,000025 : 0,000005 &= 5''. \\ \text{Also } \alpha &= 323^\circ 26' 5''. \end{aligned}$$

Auf einem (wissenschaftlichen) Taschenrechner finden Sie die Bezeichnungen DEG für das Gradmaß und RAD für das Bogenmaß. Vergewissern Sie sich also vor jeder Rechnung mit Winkeln, welches Winkelmaß eingestellt ist.

Bei einem ebenen Dreieck gilt, dass die Summe der Winkel genau 180° beträgt. Die Winkel bezeichnet man in der Regel mit griechischen Buchstaben α (Alpha), β (Beta), γ (Gamma), usw.



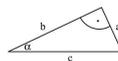
In einem rechtwinkligen Dreieck ist ein Winkel genau 90° . Im rechtwinkligen Dreieck gelten folgende wichtige Beziehungen:

Formel

Satz des Pythagoras

im rechtwinkligen Dreieck verhalten sich die Längen a, b und c der Seiten des Dreiecks wie

$$a^2 + b^2 = c^2$$



Formel

Im rechtwinkligen Dreieck (s. Skizze) gilt

$$\sin \alpha = \frac{a}{c}, \quad \cos \alpha = \frac{b}{c} \quad \text{und} \quad \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{a}{b}.$$

Verlässt man die Ebene und betrachtet den dreidimensionalen Fall, muss man zum Raumwinkel übergehen.

Definition

Der **Raumwinkel** Ω entspricht einem von einem Punkt im Raum ausgehendem Strahlenbüschel.

$$\Omega (\text{Omega}) = \frac{S}{r^2}$$

Einheit: $[\Omega] = 1$ Steradian (sr)

S : aus einer Kugel mit Radius r ausgeschnittene Oberfläche

Beispiel Ein Raumwinkel von $\Omega = 1$ sr schneidet auf einer Kugel mit Radius $r = 1$ m eine Fläche der Größe 1 m^2 aus.

Beispiel Der volle Raumwinkel, in den zum Beispiel eine punktförmige Lichtquelle ausstrahlt, beträgt immer

$$\Omega = 4\pi r^2 / r^2 = 4\pi.$$

Das folgende Kapitel beschreibt die verschiedenen Fehler, die bei Messungen auftreten können. Bei einer ersten Durchsicht dieses Buches kann das Kapitel auch übersprungen werden und bei Bedarf nachgearbeitet werden.

2 Messen und Unsicherheiten beim Messen

Eine wichtige Aufgabe in der Technik, der Physik oder den Naturwissenschaften besteht in der **Messung** einer physikalischen Größe (beispielsweise Länge, Gewicht, Geschwindigkeit, Strom, Spannung). Der wahre Wert dieser Größe lässt sich experimentell niemals exakt, sondern nur mit der Genauigkeit des verwendeten Messaufbaus bestimmen. Ungenauigkeiten einer Messung können in der begrenzten Auflösung des Messinstruments liegen oder durch den Beobachter bei der Erfassung der Messdaten hervorgerufen werden. Das Ziel der Messung einer physikalischen Größe kann daher nur die Bestimmung eines Wertes sein, der hinreichend nahe am exakten (wahren) Wert der Messgröße liegt. Diesen Wert bezeichnet man oft als richtigen Wert.

Zur Angabe der Genauigkeit, mit der dieser Wert bestimmt wurde, müssen möglichst alle störenden Einflüsse auf die Messung bekannt sein, die das Messergebnis verfälschen. Tritt der Fehler der Messung bei gleichen Versuchsbedingungen stets mit gleichem Betrag und Vorzeichen auf, oder lässt sich bei wiederholter Messung eine Gesetzmäßigkeit des Fehlers erkennen, liegt ein **systematischer Fehler** vor. Beispiele für systematische Fehler sind falsche Maßstäbe bei der Längenmessung, zu leichte oder zu schwere Eichgewichte bei einer Gewichtsbestimmung und elektrische oder magnetische Störfelder im Raum.

Das Erkennen oder Bestimmen von systematischen Fehlern ist oft schwierig und erfordert je nach Versuchsaufbau eine unterschiedliche Vorgehensweisen. Hilfreich ist oft die Wiederholung einer Messung mit verschiedenen Verfahren, also unterschiedlichen Versuchsaufbauten. Der elektrische Widerstand kann z.B. durch Spannungs- und Strommessung und danach durch die Wheatstone-Brücke gemessen werden. Wurde ein systematischer Fehler erkannt, sollte entweder seine Ursache beseitigt werden (z.B. durch Abschirmung eines störenden Magnetfeldes), oder das Messergebnis korrigiert werden. Beträgt beispielsweise die Länge eines fehlerhaften ‚Meter‘maßstabs nur 99 cm, so fällt jede Messung 1 % zu groß aus und jeder Messwert muss mit dem Korrekturfaktor $99/100$ multipliziert werden. Nichterfasste systematische Fehler können dagegen nur abgeschätzt werden. In einem Physikalischen Praktikum sind Korrekturen aufgrund bekannter systematischer Fehler in der Regel am Messinstrument oder in der Praktikumsanleitung vermerkt und müssen bei der Versuchsdurchführung berücksichtigt werden.

Messgeräte haben einen absoluten und einen relativen Messfehler, die sich aus einem zufälligen und systematischen Anteil zusammensetzen. Der Hersteller gibt meist eine obere Fehlergrenze an.

Beispiel Eine digitale Personenwaage habe einen absoluten Fehler von maximal ± 250 g (sie rundet auf volle 0,5-kg-Schritte) plus einen relativen Fehler von 1 % des angezeigten Messwertes. Bei 50 kg ist der Fehler somit kleiner als $\pm 1,5$ %.

Oftmals treten Fehler bei einer Messung nur zufällig auf, beispielsweise durch Wechsel der Beobachtungsrichtung bei der Ablesung der Skala eines Messinstruments (**Parallaxenfehler**), ungenaues Betätigen einer Stoppuhr oder wechselnde Umgebungsbedingungen im Versuchslabor oder der zu messenden Größe. Diese zufälligen Fehler sind in einzelnen Messungen nicht zu erkennen und führen zusammen mit dem unbekanntem systematischen Fehler zur Messunsicherheit. Zufällige Fehler können nur statistisch erfasst werden, beispielsweise durch mehrfache Wiederholung der Messung in einer Messreihe.

Digitale versus analoge Messung

Bei **analoger Messung** verändert sich die Anzeige des Messinstruments „analog“ zu der zu messenden Größe. Beispiele sind das Drehspulmessinstrument, dessen Zeiger entsprechend dem durchfließenden Strom ausschlägt, oder das Quecksilberthermometer, bei dem sich die Länge des Quecksilberfadens mit der Temperatur ändert. Der Messwert wird erst von einer Person anhand einer Skala erfasst. Dabei kommt es zu typischen Ablesefehlern wie dem oben erwähnten Parallaxenfehler.

Ein **digitales Messgerät** gibt den Messwert über eine Digitalanzeige aus. Achten Sie auf die Angaben der Messgenauigkeit. Womöglich sind die letzten Stellen der Anzeige nicht verlässlich.

Beispiel Ein Digitalvoltmeter (Genauigkeit 5 %) zeigt eine Spannung von 1000 mV an. Dann liegt der tatsächliche Wert zwischen 950 mV und 1050 mV!

Des Weiteren kommt es bei einem Digitalmessgerät zwangsläufig zu einem Rundungsfehler. Für eine optimale Messung ist deswegen sowohl bei analoger wie bei digitaler Messung ein Gerät bzw. ein Messbereich zu wählen, bei dem der Messwert möglichst groß dargestellt wird. So lassen sich Ablese- und Rundungsfehler minimieren.

Fehler einer Messung

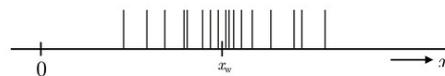
Bei Einzelmessungen können wir den Fehler nur abschätzen, indem wir auf die Herstellerangaben für das Messgerät zurückgreifen oder plausible Annahmen über die Fehlerquellen des Messprozesses machen. Ein wiederholtes Messen desselben tatsächlichen Wertes ermöglicht jedoch eine Behandlung mit statistischen Methoden. Der Messwert einer Einzelmessung wird im Folgenden als x_i bezeichnet. Wird die Messung n -fach wiederholt, kann der Mittelwert \bar{x} der Messreihe als arithmetisches Mittel der voneinander unabhängigen n Einzelmessungen gebildet werden.

Definition

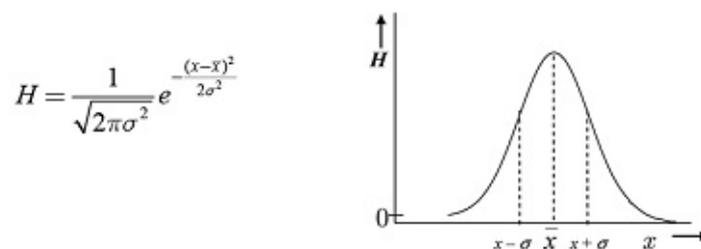
Arithmetisches Mittel der voneinander unabhängigen n Einzelmessungen mit Wert x_i :

$$\bar{x} = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

Durch die Mittelwertbildung werden zufällige Fehler zumindest teilweise ausgeglichen. Graphisch beobachtet man eine Häufung der zufällig verteilten Messergebnisse in der Umgebung des wahren Wertes x_w :



Je größer die Anzahl n der Einzelmessungen, die dem Mittelwert zugrunde liegen, desto näher liegt der Mittelwert an einem Grenzwert, dem Erwartungswert der Messgröße. Trägt man die Häufigkeit H (oder Wahrscheinlichkeit dw/dx) übereinstimmender Messwerte über dem Messwert x_i auf, erhält man ein Maximum am Mittelwert \bar{x} und einen Abfall nach beiden Seiten der x -Achse. Diese statistische Verteilung der Messwerte heißt **Gaußverteilung** oder **Normalverteilung**:



Aufgrund der Kurvenform bezeichnet man den funktionalen Verlauf dieser Verteilung oft auch als „Gaußsche Glockenkurve“.

Ist die Messung mit keiner systematischen Abweichung behaftet und die Anzahl der Einzelmessungen n sehr groß, stimmt der durch das Maximum der Gaußverteilung bestimmte Wert mit dem wahren Wert der Messgröße

überein. Liegt ein systematischer Fehler der Versuchsanordnung vor, ist das Maximum um diese systematische Abweichung verschoben.

Je „breiter“ die Glockenkurve ist, desto mehr streuen die Messwerte um den Mittelwert und desto unsicherer ist die Messung. Ein Maß für die Breite der Wahrscheinlichkeitsverteilung und damit für die statistische Sicherheit einer Messreihe ist die Standardabweichung σ . Bei einer Normal- oder Gaußverteilung liegen 31,7 % der Messwerte außerhalb des Intervalls $\bar{x} \pm \sigma$ (s. Skizze) und die statistische Sicherheit beträgt daher $P = 68,3$ %, wie sich durch Integration über dw/dx in diesen Intervallgrenzen leicht berechnen lässt. Dagegen liegen nur 4,6 % der Messwerte außerhalb des Bereiches $\bar{x} \pm 2\sigma$ und noch 0,3 % außerhalb $\bar{x} \pm 3\sigma$. Liegen die Messwerte normalverteilt vor, d.h. besitzt die Verteilung der Messwerte die Gaußsche Form, kann die Standardabweichung bereits bei einer relativ kleinen Zahl von Einzelmessungen (einige 10 Messwerte) bestmöglich angenähert werden durch die sogenannte empirische Standardabweichung s .

Definition

Empirische Standardabweichung

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

Die Standardabweichung wird auch als **mittlerer quadratischer Fehler**

der *Einzelmessung* bezeichnet und ist bei den heute erhältlichen wissenschaftlichen Taschenrechnern fest eingebaut.

Der Fehler des aus allen n Messwerten berechneten arithmetischen Mittels \bar{x} ist um $1/\sqrt{n}$ kleiner als der für die Einzelmessung angegebene

Wert. Die empirische Standardabweichung des arithmetischen Mittels $s(\bar{x})$ beträgt also

$$s(\bar{x}) = \frac{1}{\sqrt{n}} \cdot s = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

In der Regel wird der berechnete Mittelwert einer Messreihe nicht mit dem gesuchten Wert übereinstimmen. Man sucht daher einen Bereich, in dem der richtige Wert der Messgröße mit einer bestimmten statistischen Sicherheit P liegt, sofern keine systematischen Fehler die Messung beeinflussen. Dieses Intervall wird als Vertrauensbereich des Mittelwertes bezeichnet und von den Vertrauensgrenzen eingeschlossen. Ist σ nicht bekannt, können die Vertrauensgrenzen aus

$$\bar{x} - \frac{t}{\sqrt{n}} s \quad \text{und} \quad \bar{x} + \frac{t}{\sqrt{n}} s$$

berechnet werden.

Der Faktor t hängt von der Anzahl der Messungen und der gewählten statistischen Sicherheit ab und kann aus folgender Tabelle abgelesen werden:

n	$t(P = 68,3\%)$	$t(P = 95\%)$	$t(P = 99\%)$
5	1,15	2,8	4,6
10	1,06	2,3	3,25
20	1,03	2,1	2,9
50	1,00	2,0	2,7

Der Vertrauensbereich beträgt somit $\bar{x} \pm \frac{t}{\sqrt{n}} s$.

Insgesamt besteht das Messergebnis x einer Messreihe aus n voneinander unabhängigen Einzelmessungen aus dem Mittelwert \bar{x} und der Messunsicherheit u :

$$x = \bar{x} \pm u.$$

Die **Messunsicherheit** u ist die Summe aus zufälligen Fehlern (Standardabweichung mit Vertrauensbereich) und dem nicht quantitativ erfassten, also nur abgeschätzten systematischen Fehler h

$$u = \frac{t}{\sqrt{n}} s + h.$$

bei dem die gewählte statistische Sicherheit P immer angegeben werden muss.

Fehlerfortpflanzung

In vielen Experimenten kann die gesuchte Größe x nicht unmittelbar gemessen werden, sondern muss aus anderen, direkt messbaren Größen y , z , ... berechnet werden; man spricht von „indirekter Messung“. Gesucht ist nun der maximale Fehler, auch **Größtfehler** genannt, der beim resultierenden Wert möglich ist. Im Folgenden sei zur Vereinfachung angenommen, die gesuchte Größe hänge nur von zwei Messgrößen y und z ab (die Verallgemeinerung auf drei und mehr Variablen funktioniert entsprechend). Zunächst betrachten wir nur einfache Fälle zur Fehlerfortpflanzung, wie Summe, Differenz oder Produkt, bei denen der Fehler ohne Differentialrechnung angegeben werden kann. Die Ursprungs- oder Eingangswerte y und z sind mit den Fehlern Δy und Δz behaftet.

Die Auswirkung der Fehler der Eingangsgrößen auf die Summe $x = y + z$ ist gegeben durch

$$x \pm \Delta x = y \pm \Delta y + z \pm \Delta z \quad \text{oder} \quad \Delta x = \Delta y + \Delta z,$$

das heißt, der **maximale Absolutfehler einer** (algebraischen) **Summe** ist gleich der Summe der Absolutfehler der einzelnen Summanden. Letztere Beziehung gilt auch für den Fehler der Differenz $x = y - z$.

Liegt die zu bestimmende Größe als Produkt der Eingangsgrößen y und z vor, ist also $x = y \cdot z$, ist es zweckmäßig, statt des absoluten den relativen Fehler oder Relativfehler anzugeben.

Der **maximale Relativfehler eines Produktes** ist gleich der Summe der Relativfehler der einzelnen Faktoren:

$$\frac{\Delta x}{x} = \frac{\Delta y}{y} + \frac{\Delta z}{z}.$$

Für den relativen Fehler eines Quotienten ergibt sich der analoge Ausdruck, das heißt, der maximale Relativfehler eines Quotienten ist gleich der Summe der Relativfehler von Dividend und Divisor.

Der maximale Relativfehler eines Potenzproduktes $x = y^a + z^b + \dots$ (a, b, \dots beliebig reell) lässt sich angeben als

$$\frac{\Delta x}{x} = a \frac{\Delta y}{y} + b \frac{\Delta z}{z} + \dots$$

Der maximale *Absolutfehler* des Logarithmus $x = \ln(y/c)$, mit der Konstanten c als fehlerfreie Größe, ist gleich dem relativen Fehler des Arguments:

$$\Delta x = \frac{\Delta y}{y}.$$

Der maximale Absolutfehler der Sinusfunktion $x = \sin y$ (y dimensionslos, z.B. Winkel im Bogenmaß) lautet

$$\Delta x = |\cos y \cdot \Delta y|.$$

Zur Berechnung des Fehlers einer beliebigen physikalischen Größen g , die als *Funktion* $g = g(x, y, \dots)$ einer oder mehr unabhängiger Veränderlichen x, y, \dots vorliegt, verwendet man das **Gaußsche Fehlerfortpflanzungsgesetz**. Bei dieser Methode wird der Fehler δg aus der Wurzel aus der Summe der Quadrate der partiellen Ableitungen von g nach den Variablen x, y, \dots berechnet, welche mit dem Fehler der Eingangsgrößen $\delta x, \delta y, \dots$ multipliziert wurden. Der Fehler gemäß dem Gaußschen Fehlerfortpflanzungsgesetz lautet dann

$$\delta g(x, y, \dots) \equiv \delta g = \sqrt{\left(\frac{\partial g}{\partial x} \delta x\right)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial y} \delta y\right)^2 + \dots}$$

Und analog dazu gilt für die Standardabweichung σ bei Mehrfachmessung:

$$\sigma(x, y, \dots) = \sigma = \sqrt{\left(\frac{\partial g}{\partial x} \sigma_x\right)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial y} \sigma_y\right)^2 + \dots}$$

Angaben von Dezimalstellen

Wenn Sie einen Messwert notieren oder an Dritte weitergeben, müssen Sie daran denken, den abgeschätzten Größtfehler mit anzugeben. Sie können ihn beliebig als Relativ- oder Absolutfehler ausdrücken. Ohne diese Fehlerangabe ist der Wert oft im wahrsten Sinne des Wortes wertlos. Es versteht sich von selbst, dass nur die verlässlichen Dezimalstellen notiert werden. Gerade die Verwendung des Taschenrechners zur Ermittlung des Messwertes bei indirekter Messung verleitet zur Angabe sinnlos genauer Werte.

Beispiel Die Lichtgeschwindigkeit wurde experimentell bestimmt mit $(2,997930 \pm 3 \cdot 10^{-6}) \cdot 10^8$ m/s . Der absolute Fehler der Messung beträgt also etwa ± 300 m/s.

Beispiel Bei einer Stromstärkemessung wurde folgender Wert aufgenommen: $I = 4,00 \pm 0,12$ A. Der relative Fehler, also die relative Messunsicherheit beträgt dann $\pm 3\%$.

Beispiel Ein rotes Blutkörperchen wird unter dem Mikroskop als kreisförmiges Scheibchen beobachtet. Im Mittel wird ein Durchmesser von ± 8 μm gemessen mit einer Messunsicherheit von $d = \pm 0,1$ μm . Der relative Fehler bei der Angabe der Querschnittsfläche A beträgt dann $\pm 2,5\%$.

Beispiel Der Mittelwert des Durchmessers von 100 Erythrozyten sei $\bar{x} = 8,0$ μm . Nachträglich stellt sich heraus, dass sich unter

den Messwerten ein sehr großer Wert (ein „Ausreißer“) mit einem Durchmesser vom 30 μm befindet. Der Mittelwert der 99 Erythrozyten ohne den Ausreißer beträgt dann

$$\bar{x} = (100 \cdot 8 - 30) \mu\text{m} / 99 = 7,8 \mu\text{m}.$$

3 Zusammenhänge zwischen physikalischen Größen

Anpassung von Funktionen an Messwerte

Bisher wurde gezeigt, dass der wahre Wert einer festen, physikalischen Größe durch mehrmalige Messung der Größe und Mittelwertbildung über die Einzelmessungen bestmöglich angenähert werden kann. Oftmals ist es auch möglich, einen zwischen einer variablen Größe x und einer von ihr abhängigen Größe y bestehenden funktionalen Zusammenhang $y = f(x)$ aus einer Reihe von n gemessenen Wertepaaren (x_i, y_i) zu bestimmen. Zur Anpassung muss die Art der Funktion f bekannt sein (lineare Abhängigkeit, Exponentialfunktion, etc.), die sich in der Regel aus der Theorie des Experiments oder des Versuchs ergibt. Es ist naheliegend, die Wertepaare in einem Diagramm graphisch aufzutragen und zu verifizieren, ob ein derartiger funktionaler Zusammenhang zwischen den Wertepaaren besteht. Oft ist es sinnvoll, eine Koordinatentransformation vorzunehmen, zum Beispiel eine logarithmische Teilung, d.h. den Auftrag der Messwerte auf (halb-)logarithmisches Papier, um die Auswertung zu vereinfachen.

Ein wichtiges Verfahren zur Anpassung eines funktionalen, linearen Zusammenhangs zwischen zwei Messgrößen ist das Einzeichnen einer Ausgleichsgeraden.

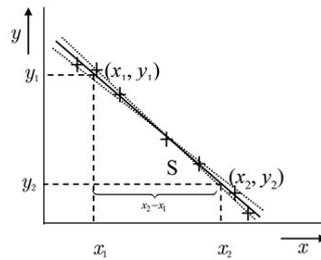
Beispiel Elektrischer Widerstand eines Leiters, bei dem ein linearer Zusammenhang zwischen der angelegten Spannung U und dem gemessenen Strom I durch den Leiter über das Ohm'sche Gesetz (siehe Kapitel 4) gegeben ist. Die Proportionalitätskonstante zwischen beiden Größen ergibt sich aus der Steigung einer Geraden durch die Messwertpaare im (U,I) -Diagramm als elektrischer Widerstand R .

Die zu bestimmende **Steigung** m der Geraden ist der Quotient aus der Ordinaten-Differenz und der Abszissen-Differenz zweier Punkte (x_1, y_1) und (x_2, y_2) der **Ausgleichsgeraden**:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Die Punkte (x_1, y_1) und (x_2, y_2) sollen im Interesse einer guten Auswertegenauigkeit möglichst weit auseinander liegen. Sinnvollerweise verwendet man bei einer größeren Anzahl von Wertepaaren gerade solche Punkte, die in der Nähe des ersten und letzten Messwertes liegen, sich aber noch innerhalb des Messbereichs befinden.

Zur Bestimmung der Differenzen $(y_2 - y_1)$ und $(x_2 - x_1)$ wird ein **Steigungsdreieck** gezeichnet:



Aus der Zeichnung werden zur Bildung der Differenzen die Größen x_1 und x_2 bzw. y_1 und y_2 *abgelesen* und *nicht* die Differenz (s. Skizze) mit dem Lineal bestimmt, da letzteres Verfahren zu schweren Fehlern, z.B. bei Änderung des Maßstabes in Ordinate und Abzisse, führen kann.

Zur Bestimmung des Fehlers der Steigung wird zunächst der Bereich eingegrenzt, in dem sich abweichende Geraden befinden können. Dieser Bereich heißt Fehlerstreifen. Das Einzeichnen des Fehlerstreifens (gestrichelte Linien in der Skizze) liefert zwei maximal abweichende Geraden, die sich im Schwerpunkt S der Meßwertverteilung schneiden. Nur bei konstantem Meßfehler liegt der Schwerpunkt in der Mitte der Verteilung, sonst ist er zu höheren Meßgenauigkeiten hin verschoben. Für beide maximal abweichende Geraden werden analog zum beschriebenen Verfahren die Steigungen m_1 und m_2 berechnet, aus denen sich der Fehler der Steigung der optimalen Gerade ergibt zu

$$\delta m = \frac{m_2 - m_1}{2}.$$

Sind die Fehler der einzelnen Meßpunkte bereits *vor* dem Auftragen bekannt (z.B. bei Zählraten für zufallsbedingt emittierte Teilchen), kann der Fehler der Steigung auch direkt aus den Fehlern des ersten und letzten Meßpunkts mittels des Gaußschen Fehlerfortpflanzungsgesetzes berechnet werden.

2 Mechanik, Schwingungen und Wellen

- Kinetische Größen, Newtonsche Axiome
- Mechanische Spannungen, Hookesches Gesetz
- Hydrodynamik, Kontinuitätsgleichung, Bernoullisches Gesetz
- Schwingungen, Eigenfrequenz, erzwungene Schwingung
- Wellen, Wellengeschwindigkeit, Superpositionsprinzip
- Schall, Lautstärke

1 Allgemeine Grundlagen der Mechanik

1.1 Mechanik der starren Körper

Translationsbewegungen

Ein Körper, der in Bewegung ist, besitzt eine Geschwindigkeit. Die Geschwindigkeit ist eine vektorielle, also gerichtete Größe. Man unterscheidet zwei Arten der Bewegung, die **Translation** und die **Rotation**.

Definition

Eine geradlinige Bewegung, bei der die Geschwindigkeit des Körpers konstant ist, bezeichnet man als **gleichförmige Translation**.

Bei einer gleichförmigen Translation kann die Geschwindigkeit des sich bewegenden Körpers bestimmt werden aus dem Verhältnis zwischen zurückgelegtem Weg s in der dafür benötigten Zeit t . Es gilt dann die

Formel

Geschwindigkeit = Weg / Zeit oder

$$v = s / t \text{ (gleichförmige Translation)}$$

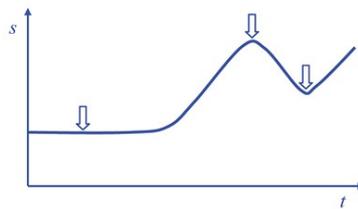
Beispiel Ein Teilchen legt in der Zeit $t = 6 \text{ ms}$ einen Weg von $s = 30 \text{ }\mu\text{m}$ zurück. Die Geschwindigkeit des Teilchens beträgt dann: $v = s / t = 30 \cdot 10^{-3} \text{ mm} / 6 \cdot 10^{-3} \text{ s} = 5 \text{ mm/s}$.

Beispiel Bei einer gleichförmigen Bewegung ist die Beschleunigung null, da die Geschwindigkeit konstant ist.

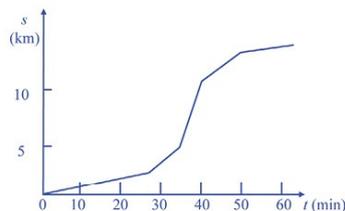
Ändert sich die Geschwindigkeit während der Bewegung des Körpers, kann man zu einem Zeitpunkt t nur die **Momentangeschwindigkeit** angeben.

Zeichnerisch lässt sich die Momentangeschwindigkeit aus einem Weg-Zeit-Diagramm (oder s - t -Diagramm) ablesen. Die Momentangeschwindigkeit ist dann die *Steigung* der Kurve im s - t -Diagramm.

Beispiel Ein Fahrrad bewegt sich wie im gezeigten s - t -Diagramm dargestellt. Zu den mit einem Pfeil gekennzeichneten Zeiten ist die Geschwindigkeit des Fahrrades null.



Beispiel Die größte Momentangeschwindigkeit eines Zuges, der zwischen zwei Bahnhöfen fährt, beträgt $v_m = (12 \text{ km} - 5 \text{ km}) / (40 \text{ min} - 35 \text{ min}) = 7 \text{ km} / 5 \text{ min} = 1,4 \text{ km/min} = 84 \text{ km/h}$. Offensichtlich ein „Bummelzug“.



Die Durchschnittsgeschwindigkeit, die der Zug aus dem vorangegangenen Beispiel, oder allgemein ein bewegter Körper zwischen zwei Punkten aufweist, heißt auch **mittlere Geschwindigkeit**.

Formel

Mittlere Geschwindigkeit (Durchschnittsgeschwindigkeit) zwischen zwei Punkten 1 und 2:

$$v = \frac{(s_2 - s_1)}{(t_2 - t_1)} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Δs : Wegstrecke (Wegintervall) zwischen Punkt 1 und 2
 Δt : Zeitintervall, in der die Strecke Δs zurückgelegt wurde.

Formel

Umrechnung zwischen m/s und km/h:

Von **m/s auf km/h**: $x \text{ m/s mal } 3,6 = y \text{ km/h}$

Von **km/h auf m/s**: $y \text{ km/h durch } 3,6 = x \text{ m/s}$

Beispiel Ein Paket läuft auf einem Fließband erst 5 m in 8 s und direkt anschließend weitere 5 m in 7 s. Die mittlere Geschwindigkeit des Pakets beträgt:

$$v = 10 \text{ m} / 15 \text{ s} = 0,67 \text{ m/s} = 2,4 \text{ km/h}$$

Beispiel Zwei Jogger starten gleichzeitig an einem Ort und laufen in entgegengesetzte Richtungen (geradlinig) auseinander. Ihre Geschwindigkeit beträgt 8 km/h bzw. 11 km/h. Sie bewegen sich mit einer Geschwindigkeit auseinander von:

$$v = 8 \text{ km/h} + 11 \text{ km/h} = 19 \text{ km/h} .$$

Beispiel Ein Auto fährt mit konstanter Geschwindigkeit von $v_1 = 20 \text{ km/h}$ hinter einem Fahrrad her, das mit $v_2 = 12 \text{ km/h}$ unterwegs ist. Der anfängliche Abstand beträgt 600 m. Gesucht ist der Weg s und die Zeit t , bis das Auto das Fahrrad eingeholt hat.

Das Auto legt in der gesuchten Zeit den Weg $s = 20 \text{ km/h} \cdot t$ zurück. Gleichzeitig wird in dieser Zeit der Abstand vollständig aufgeholt, also $s - 600 \text{ m} = 12 \text{ km/h} \cdot t$. Wir setzen s aus der ersten Gleichung ein und erhalten:

$20 \text{ km/h} \cdot t - 600 \text{ m} = 12 \text{ km/h} \cdot t$ oder $8 \text{ km/h} \cdot t = 600 \text{ m}$. Die Zeit t zum Einholen des Fahrrades beträgt also $t = 600 \text{ m} / 8 \text{ km/h} = 600 \text{ m} / 2,22 \text{ m/s} = 270 \text{ s}$. In dieser Zeit hat das Auto den Weg $s = 20 \text{ km/h} \cdot 270 \text{ s} = 5,6 \text{ m/s} \cdot 270 \text{ s} = 1.500 \text{ m} = 1,5 \text{ km}$ zurückgelegt.

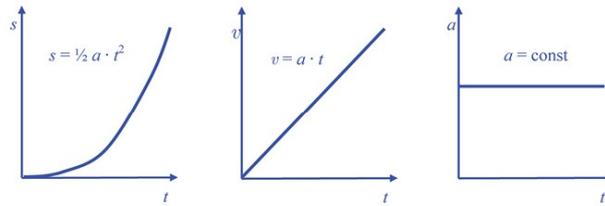
Im Folgenden betrachten wir die Bewegung von Körpern, die eine gleichmäßigen Beschleunigung aufweisen.

Definition

Eine geradlinige Bewegung, bei der die *Beschleunigung* konstant ist, heißt **gleichmäßig beschleunigte Translation**.

Unter einer Beschleunigung versteht man eine Änderung der Geschwindigkeit je Zeiteinheit. Die Ursache einer Beschleunigung ist immer eine Kraft auf den Körper. Eine gleichförmig beschleunigte Bewegung ist im Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm (v - t -Diagramm) immer eine lineare Kurve, also eine Gerade.

Beispiel Eine gleichmäßig beschleunigte Translation im (1) Weg-Zeit-Diagramm, (2) Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm und (3) Beschleunigungs-Zeit-Diagramm. Es handelt sich um drei gleichwertige Darstellungsformen zur Beschreibung ein und derselben Bewegungsform eines Körpers, der sich mit konstanter Beschleunigung bewegt.



Definition

Die durchschnittliche Beschleunigung entspricht der gesamten Geschwindigkeitsänderung Δv geteilt durch die dafür benötigte Zeit Δt . Also $a_m = \Delta v / \Delta t$.

Beispiel Eine U-Bahn startet mit einer konstanten Beschleunigung von $1,2 \text{ m/s}^2$. In 20 s erreicht sie damit eine Geschwindigkeit von $v = a \cdot t = 1,2 \text{ m/s}^2 \cdot 20 \text{ s} = 24 \text{ m/s} = 86,4 \text{ km/h}$.

Beispiel Ein Auto wird aus dem Stand mit konstanter Beschleunigung von $0,1 \text{ m/s}^2$ über eine Strecke von 500 m beschleunigt. Gesucht ist die Geschwindigkeit am Ende der Strecke. Es gilt $s = \frac{1}{2} a t^2$. Die Größen s und a sind bekannt. Zunächst müssen wir anhand dieser Beziehung die Zeit berechnen, in der die Beschleunigung stattfindet: $t = (2s/a)^{1/2} = 100 \text{ s}$.

Die Endgeschwindigkeit ist daher

$$v = a \cdot t = 0,1 \text{ m/s}^2 \cdot 100 \text{ s} = 10 \text{ m/s}.$$

Die **Beschleunigung** ist eine vektorielle, also gerichtete Größe. Zwei Beschleunigungen sind nur dann gleich, wenn Betrag *und* Richtung übereinstimmen. Wird ein in Bewegung befindlicher Körper abgebremst, so ist seine Beschleunigung negativ, er erfährt eine **Verzögerung** ($a < 0$). Bei der Abbremsung eines sich bewegenden Körpers sind Beschleunigung und Geschwindigkeit einander entgegengerichtet.

Geometrisch wird die Beschleunigung durch die *Steigung* der Kurve im v - t -Diagramm repräsentiert.

Beispiel Ein Fahrzeug, das sich mit einer Geschwindigkeit von 10 m/s bewegt, wird in 10 s gleichmäßig bis zum Stillstand abgebremst. Seine Beschleunigung ist dann negativ. Für diese Verzögerung gilt: $a_m = -10 \text{ m/s} / 10 \text{ s} = -1 \text{ m/s}^2$.

Beispiel Bei einer gleichförmig beschleunigten Translation ist die Geschwindigkeit eine lineare, ansteigende Gerade, deren Steigung immer gleich ist (siehe Diagramme oben). Die Beschleunigung ist also konstant.

Beispiel Ein Wagen wird auf einer gerade horizontalen Schiene aus der Ruhe mit konstanter Beschleunigung beschleunigt. Für die Fahrstrecke s , die Geschwindigkeit v und die Beschleunigung a treffen qualitativ die in obigen Beispiel gezeigten Diagramme zu.

Beispiel Eine konstante positive (negative) Beschleunigung wird im s - t -Diagramm mit linearer Achsenteilung als immer steiler ansteigende (abfallende) Kurve dargestellt (siehe linkes Diagramm in obigem Beispiel).

Die **Kraft** ist die Ursache jeder Beschleunigung. Sie hat das Zeichen F und die Einheit $[F] = \text{N}$ (Newton¹) = $\text{kg m} / \text{s}^2$. Es gelten die vier Newtonschen Gesetze, auch Newtonsche Axiome genannt

Gesetz

1. Newtonsche Axiom

Ohne Krafteinwirkung beharrt eine Masse in Ruhe oder gleichförmiger Bewegung.

2. Newtonsche Axiom

Es gilt der Zusammenhang zwischen Kraft F , Masse m und der Beschleunigung a :

$$F = m \cdot a.$$

3. Newtonsche Axiom

Die von zwei Körpern aufeinander ausgeübten Kräfte sind gleich groß und entgegengerichtet (**actio gleich reactio**).

4. Newtonsche Axiom

Kräfte addieren sich wie Vektoren.

Beispiel Zu den häufig vorkommenden Kräften gehören beispielsweise neben der allgegenwärtigen **Schwerkraft**, die **Gleit-** und **Haftreibung** zwischen festen Körpern (sie ist proportional zur Normalkraft, die die beiden reibenden Flächen zusammendrückt), die **Auftriebskraft** in Flüssigkeiten (sie ist gleich dem Gewicht der verdrängten Flüssigkeit) oder die **Zentrifugalkraft** (Fliehkraft).

Die Schwerkraft bewirkt, dass Dinge zu Boden fallen. Der **freie Fall** ist eine Sonderform der gleichförmig Beschleunigung. Beim freien Fall erfährt ein Körper eine Beschleunigung, die gleich der **Erdbeschleunigung g** ist, also $a = g = 9,81 \text{ m/s}^2 \approx 10 \text{ m/s}^2$. Daraus folgt, dass alle Körper im luftleeren Raum

(Vakuum, also unter Vernachlässigung der Luftreibung) gleich schnell zu Boden fallen.

Beispiel Zwei Kugeln von 10 kg und 20 kg werden in einem luftleeren Raum zur gleichen Zeit von der gleichen Höhe fallengelassen. In halber Höhe über dem Boden ist dann die Beschleunigung der Kugeln gleich. Sogar in jeder beliebigen Höhe gilt $a = g$.

Gesetz

Fallgesetz: Die **Fallgeschwindigkeit** eines Körpers im freien Fall beträgt

$$v = \sqrt{2gh}$$

h : Fallhöhe

g : Erdbeschleunigung

Beispiel Galileo Galilei (1564–1642) führte am Schiefen Turm von Pisa die ersten systematischen Experimente zum Fallgesetz durch. Er ließ verschieden schwere und unterschiedlich große Körper vom Turm zu Boden fallen und beobachtete den Aufprall. Alle Körper kamen nahezu gleichzeitig am Boden an; es gab nur minimale Abweichungen durch den unterschiedlichen Luftwiderstand der Körper (Luftreibung).

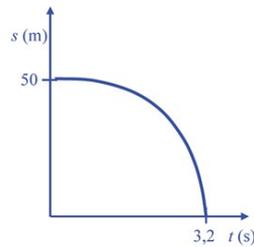
Beim freien (reibungsfreien) Fall eines Körpers aus der Ruhelage gilt:

- Die Ausgangsgeschwindigkeit ist null.
- Die momentane Geschwindigkeit nimmt aus der Ruhe heraus gleichmäßig zu.
- Die mittlere Geschwindigkeit ist stets geringer als die in diesem Moment erreichte Momentan-Geschwindigkeit.
- Die Geschwindigkeit steigt proportional zu \sqrt{s} an, wenn s der zu rückgelegte Fallweg ist.
- Die Beschleunigung ist *unabhängig* von der Falldauer t .
- Die Geschwindigkeit nach der Falldauer t beträgt $v = a \cdot t = g \cdot t$.
- Die kinetische Energie nimmt beim Fall zu und ist proportional zur Fallstrecke.
- Der Fallweg ist proportional zum Quadrat der Falldauer, also $s = t^2$.

Findet der freie Fall unter normalen Bedingungen an Luft statt, gilt außerdem:

- Die Reibungskraft, die der Körper in der umgebenden Luft erfährt, wächst mit zunehmender Geschwindigkeit.

Beispiel Ein Körper fällt frei aus der Höhe $h=50$ m zu Boden ($h=0$ m). Die Fallbewegung beginnt zur Zeit $t=0$ s. Das Weg-Zeit-Diagramm kann dann wie nebenstehend gezeigt gezeichnet werden. Die Zeit t , nach der der Körper auf den Boden schlägt, beträgt



$$t = \sqrt{2h/g} = \sqrt{2 \cdot 50 \text{ m} / 10 \text{ m/s}^2} = 3,2 \text{ s}$$

Beispiel Ein Auto fährt mit 50 km/h frontal gegen eine Mauer. Auf einer Strecke von 50 cm, der Knautschzone, komme es gleichmäßig verzögert zum Stillstand. Die Insassen sind dabei einer Beschleunigung von $20g$ ausgesetzt.

Eng verknüpft mit der Geschwindigkeit eines Körpers ist sein **Impuls**. Es gilt

Formel

Impuls p , $[p] = \text{kg} \cdot \text{m} / \text{s}$, ist definiert als

$$p = m \cdot v$$

Für ein abgeschlossenes System gilt die Impulserhaltung:

Satz

Impulserhaltung

In einem Abgeschlossenen System ist die Summe aller Impulse eine Konstante und gleich dem Impuls des Schwerpunktes des Systems.

Beispiel Ein Auto der Masse 1200 kg trifft mit einer Geschwindigkeit von 20 m/s auf ein parkendes Auto der Masse 800 kg. Wie schnell ist der resultierende Schrotthaufen unmittelbar nach der Kollision? Der Impuls des parkenden Autos ist null, der des fahrenden

$$p = 1200 \text{ kg} \cdot 20 \text{ m/s} = 24\,000 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

Der Gesamtimpuls ist also gleich $p = 24\,000 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$, die

Gesamtmasse beträgt 2000 kg, und damit die Geschwindigkeit nach dem Unfall

$$v = p / m = 24\,000 / 2000 \text{ m/s} = 12 \text{ m/s}.$$

Die **kinetische Energie** E_{kin} , die ein sich bewegender Körper *relativ* zu einem Bezugssystem hat ist gegeben durch

Formel

kinetische Energie E_{kin} , $[E_{\text{kin}}] = \text{J}$, ist definiert als

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2}mv^2$$

Man definiert zusätzlich die sogenannte **potentielle Energie** einer Masse. Durch ein Kraftfeld, wie zum Beispiel das der Erde, kann ein Körper durch seine *relative* Lage bezogen auf einen vorgegebenen Punkt eine bestimmte Energie besitzen.

Beispiel Denken Sie an den 3 kg schweren Dachziegel, der vom Dach fallen kann. Seine potentielle Energie bezogen auf das Niveau des Daches ist null, bezogen auf die 10 m tiefer liegende Straßen jedoch

$$E_{\text{pot}} = mgh = 3\text{kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 10\text{m} \approx 300\text{J}$$

Für die Energie gilt der

Satz

Energieerhaltungssatz

In einem abgeschlossenen System ist die Summe aller Energien konstant.

Bei der Energieerhaltung müssen sämtliche mögliche Formen der Energie – kinetische, potentielle, elektrische Energie, Volumenarbeit, Wärme usw. – berücksichtigt werden.

Die Änderung der Energie pro Zeit ist die

Definition

Leistung P , $[P] = \text{W (Watt)} = \text{J/s}$

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t}$$

Rotationsbewegungen

Dreht sich ein Körper um eine Achse, zum Beispiel Material in einer Zentrifuge, führt ein Körper eine **Drehbewegung** oder **Rotation** aus. Die für die Translation geltenden Gesetze können einfach an die der Rotation angepasst werden, wenn folgende Ersetzungen vorgenommen werden:

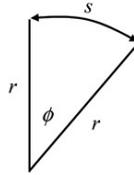
Translation	⇒	Rotation
Weg s	⇒	Drehwinkel $\phi = s/r$
Geschwindigkeit v	⇒	Winkelgeschwindigkeit ω
Beschleunigung a	⇒	Winkelbeschleunigung b

Definition

ϕ Drehwinkel

r Kreisradius

s Wegstrecke auf Kreisrand



Eine Drehbewegung ist gleichförmig, wenn die Winkelgeschwindigkeit konstant ist, das heißt der rotierende Körper in gleichen Zeiten um gleiche Winkel gedreht wird. Unter einer **konstanten Winkelgeschwindigkeit** versteht man das Verhältnis des Drehwinkels zur der zur Drehung benötigten Zeit: $\omega = \phi / t$.

Definition

Unter einer konstanten Umlauf-Frequenz f , der **Drehzahl**, versteht man das Verhältnis der Anzahl der Umdrehungen N zur benötigten Zeit t :

$$f = N / t .$$

Beispiel Bei einer Zentrifuge, die mit gleichmäßiger Drehfrequenz läuft, lässt sich die Winkelgeschwindigkeit ω des Rotors errechnen durch $\omega = 2 \pi /$ Umlaufzeit.

Beispiel Eine Zentrifuge wird zur Erhöhung der Drehzahl von einer Handkurbel über ein Getriebe mit der Übersetzung 1 : 5 angetrieben. Bei 4 Umdrehungen der Kurbel je Sekunde benötigt ein Umlauf der Zentrifuge etwa

$$t = 2 \pi / \omega = 1 / (4 \text{ s}^{-1} \cdot 5) = 0,05 \text{ s} .$$

Allgemein führen bei jeder Drehbewegung die nicht im Drehmittelpunkt liegenden Massenpunkte eines starren Körpers eine Bewegung auf einer Kreisbahn aus.

Bewegt sich ein Massenpunkt mit konstanter Winkelgeschwindigkeit auf einer Kreisbahn, so gilt:

- Es handelt sich um eine gleichförmige Kreisbewegung.
- Der Massenpunkt legt in gleichen Zeiten gleiche Kreisbogenabschnitte zurück.

- Die Bahngeschwindigkeit des Massenpunktes besitzt ständig die Richtung der an diesem Punkt der Kreisbahn anliegenden Tangente.
- Der Massenpunkt erfährt eine Radialbeschleunigung.
- Die Winkelgeschwindigkeit $\omega = 2\pi \cdot f$ ist konstant; die Bahngeschwindigkeit beträgt $v = \omega \cdot r$.
- Die **Winkelbeschleunigung** b ist null.

Definition

Die **Radialbeschleunigung** ist eine Beschleunigung eines Massenpunktes auf einer Kreisbahn, die auf den Kreismittelpunkt gerichtet ist. Sie wird verursacht von der Radialkraft.

Definition

Die **Radialkraft** (oder **Zentripetalkraft**) F_R ist die Kraft, die den Körper auf einer Kreisbahn hält; sie zeigt auf den Kreismittelpunkt.

Es ist

$$F_R = m \cdot a_R = m \cdot r \cdot \omega^2.$$

m : Masse des rotierenden Körpers.

Radialbeschleunigung und Radialkraft ändern während einer gleichförmigen Drehbewegung ständig ihre Richtung, bleiben aber vom Betrag nach immer konstant.

Beispiel Eine Scheibe mit 10 cm Durchmesser rotiert mit 30 000 Umdrehungen pro Minute. Die Bahngeschwindigkeit beträgt dann: $v = \omega \cdot r = 2\pi \cdot f \cdot r = 2\pi \cdot 30\,000/60\text{ s} \cdot 0,05\text{ m} = 157\text{ m/s}$.

Definition

Als **Fliehkraft (Zentrifugalkraft)** F_z bezeichnet man die Kraft, mit der der rotierende Körper von der Drehachse wegstrebt. Die Zentrifugalkraft ist die Gegenkraft zur Zentripetalkraft und vom Betrag gleich dieser. Es gilt:

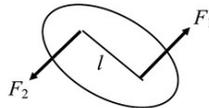
$$F_z = m \cdot \omega^2 \cdot r = m \cdot v^2/r$$

Beispiel Das Prinzip der Fliehkraft wird technisch genutzt in Zentrifugen und Wäscheschleudern.

Bei einer **gleichförmig** (winkel-)beschleunigten Drehbewegung ist die Winkelbeschleunigung b konstant und die Winkelgeschwindigkeit proportional zur Zeit t .

Beispiel Ein Rad, das sich mit der Winkelgeschwindigkeit 800 s^{-1} rotiert, wird in 5 Sekunden bis zum Stillstand abgebremst. In dieser Abbremszeit ist der Betrag der (mittleren) Winkelbeschleunigung 160 s^{-1} . Da es sich um eine Verzögerung handelt, ist die Winkelbeschleunigung negativ, ganz analog zur Translation.

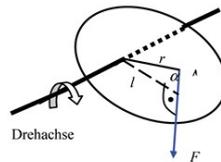
Wirkt eine Kraft auf einen drehbaren, starren Körper, so erzeugt sie ein **Drehmoment**. Das Drehmoment entspricht der Wirkung eines Kräftepaars.



Definition

Das **Drehmoment** ist das Produkt aus senkrecht wirkender Kraft F und der Hebelarmlänge l . Dabei bezeichnet die Hebelarmlänge den Abstand zwischen dem Ansatzpunkt A der Kraft und dem Drehpunkt. Allgemein gilt:

$$M = F \cdot r \sin \alpha$$



r : Radius der Rotation α : Winkel zwischen Radius und Kraft Für den Fall, dass die Hebelarmlänge gleich dem Radius ist, also $l = r$ ist, gilt:

$$M = F \cdot l \quad [M] = \text{N (Newton)} \cdot \text{m (Meter)} = \text{N} \cdot \text{m}$$

Das Drehmoment ist eine vektorielle, also eine gerichtete Größe.

Beispiel An einer am Ende drehbar gelagerten Stange der Länge l greift eine Kraft F an. Der Betrag des auf die Stange wirksamen Drehmoments beträgt dann $M = F_{\perp} \cdot l$. F_{\perp} ist die Kraftkomponente senkrecht zur Drehachse.

Die Größe eines Drehmoments hängt ab von

- dem Betrag der angreifenden Kraft,
- der Richtung der angreifenden Kraft,
- dem Abstand zwischen Drehpunkt und Angriffspunkt der Kraft und
- dem Winkel zwischen Kraft und Kraftarm.

Ein Drehmoment, das an einem frei beweglichen Körper angreift, bewirkt eine Winkelbeschleunigung. Wirken mehrere Kräfte auf einen drehbaren Körper, ist das resultierende Drehmoment gleich der Summe aus den einzelnen Drehmomenten. Dabei ist auf die Richtung der angreifenden Kräfte zu achten.

Beispiel An einem drehbaren Balken greifen im Abstand von 8 cm bzw. 16 cm vom Drehpunkt Kräfte von 15 N bzw. 10 N an (Skizze blau). Die Richtung der Kräfte ist jeweils entgegengesetzt. Insgesamt wirkt ein Drehmoment von

$$M = M_1 + M_2 = 0,08 \text{ m} \cdot 15 \text{ N} + 0,16 \text{ m} \cdot 10 \text{ N} = \\ = 1,2 \text{ N m} + 1,6 \text{ N m} = 2,8 \text{ N m}.$$



Beispiel An einem drehbaren Balken greifen im Abstand von 8 cm bzw. 16 cm vom Drehpunkt Kräfte von 15 N bzw. 10 N an. Beide Kräfte zeigen nach unten (Skizze). Insgesamt wirkt ein Drehmoment von

$$M = M_1 + M_2 = -(0,08 \text{ m} \cdot 15 \text{ N}) + 0,16 \text{ m} \cdot 10 \text{ N} = \\ = -1,2 \text{ N m} + 1,6 \text{ N m} = 0,4 \text{ N m}.$$

Beispiel Ein Gewicht von 5 N hängt an einem Faden, der über eine zentrisch gelagerte Rolle von 40 cm Durchmesser gewickelt ist. Es wirkt ein Drehmoment von

$$M = 5 \text{ N} \cdot 0,2 \text{ m} = 1 \text{ N m}.$$

Beispiel Die Fortbewegung von Mensch und Tier beruht meist auf der Drehbewegung der Gliedmaßen. Das Drehmoment, das der Muskel auf die Knochenachse ausübt, hängt von der Gelenkstellung ab. Bei Ausübung verschiedener Sportarten kann man sich vergewissern, dass der Sportler in bestimmten Gelenkstellungen offensichtlich mehr Kraft hat, als in anderen.

Ist die Summe aller Drehmomente, die an einem Körper angreifen und gleichzeitig die Resultierende aller auf ihn wirkender Kräfte null, befindet sich der Körper im **Gleichgewicht**. Je nach Stellung und Haltung des Körpers unterscheidet man drei **Gleichgewichtsarten** oder -lagen:

- **Stabile Lage** (stabiles Gleichgewicht): Bei Auslenkung aus der Gleichgewichtslage fällt der Körper wieder ins Gleichgewicht zurück, er nimmt wieder seine Ruhelage ein (Beispiel: Stehaufmännchen).
- **Labile Lage** (labiles Gleichgewicht): Bei einer Auslenkung kippt der Körper sofort um.
- **Indifferente Lage** (indifferentes Gleichgewicht): Jede Auslenkung führt sofort zu einer neuen Gleichgewichtslage (wie zum Beispiel bei einer Kugel auf einer ebenen Fläche).

Die Art des Gleichgewichts wird bestimmt durch die Bewegung des **Schwerpunktes** bei Auslenkung aus der Gleichgewichtslage.

Definition

Als **Schwerpunkt** eines Körpers bezeichnet man den Punkt des Körpers, an dem das Gesamtgewicht des Körpers angreift. Man stellt sich das gesamte Gewicht des Körpers in diesem Punkt vereint vor. Der Schwerpunkt kann innerhalb oder außerhalb des Körpers liegen.

Bei der stabilen Lage muss der Schwerpunkt angehoben werden (Energie muss aufgewendet werden). Bei der labilen Lage fällt der Schwerpunkt immer nach unten und bei der indifferenten Lage bleibt der Schwerpunkt auf gleicher Höhe.

Die genaue Lage des Schwerpunktes hängt von der räumlichen Verteilung der Masse des Körpers ab und kann bei homogenen und regelmäßigen Körpern leicht berechnet werden. Am Schwerpunkt angreifende Kräfte erzeugen *kein* Drehmoment, sondern führen zur fortschreitenden Bewegung des Körpers, also einer Translation.

Beispiel Verschiedene Körper mit eingezeichnetem Schwerpunkt



Unter einem **Hebel** versteht man einen festen, länglichen Körper, der um einen Drehpunkt gelagert ist. Bei einem einarmigen Hebel liegt der Drehpunkt am Ende. Beim zweiarmigen Hebel greifen die Kräfte auf verschiedenen Seiten vom Drehpunkt an (zum Beispiel: Waage, Zange, Schere). An einem Hebel herrscht *Gleichgewicht*, wenn sich die angreifenden Drehmomente zu null addieren.

Definition

Hebelgesetz

Kraft mal Kraftarm = Last mal Lastarm

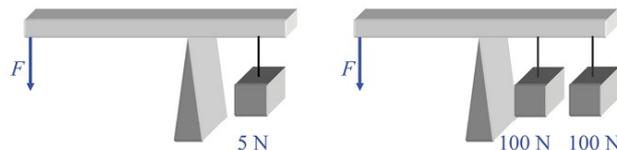
$$F_1 \cdot l_1 = F_2 \cdot l_2$$

Beispiel Beim Anheben einer schweren Kiste verwendet man eine Stange, die unter den Rand der Kiste untergeschoben wird. Je länger die Stange ist, desto leichter fällt das Anheben der Kiste.

Beispiel Zahlreiche Knochen von Wirbeltieren dienen als Hebel. Die Gelenke bilden die Drehpunkte, die Muskeln stellen die Kräfte her. Von den Muskeln ziehen Sehnen quasi als Zugstricke zu den Knochen, mit denen sie verwachsen sind.

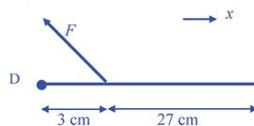
Beispiel An einer Waage wirkt am rechten Arm im Abstand von 20 cm zum Drehpunkt eine Kraft von 5 N (Skizze). Welche (parallel) gerichtete Kraft muss am anderen Hebelarm der Länge 100 cm angreifen, damit das gesamte Drehmoment Null ist, sich die Waage also im Gleichgewicht befindet? Mit dem Hebelgesetz gilt:

$$F = 5 \text{ N} \cdot 0,2 \text{ m} / 1 \text{ m} = 1 \text{ N}.$$



Beispiel Damit der Balken mit zwei Gewichten von je 100 N im Abstand von 5 und 10 cm vom Drehpunkt im Gleichgewicht ist, muss die Kraft F auf der linken Seite des Hebels nach dem Hebelgesetz und der Hebelarmlänge von 10 cm wegen $100 \text{ N} \cdot 0,05 \text{ m} + 100 \text{ N} \cdot 0,1 \text{ m} = F \cdot 0,01 \text{ m}$ den Wert $F = 150 \text{ N}$ annehmen.

Beispiel Als einfachstes Modell eines Unterarms dient ein einarmiger Hebel mit den nebenstehenden Abmessungen, der um den Drehpunkt gelagert ist. Die Kraft $F = 100 \text{ N}$ zieht unter einem Winkel von 30° und hält den Hebel damit in waagerechter Lage. Im Drehpunkt (Lager) D wirkt dann eine Kraft von 86,6 N in x -Richtung.



Ein Drehmoment, das an einen frei beweglichen Körper angreift, bewirkt eine Winkelbeschleunigung. Das Verhältnis von (wirksamen) Drehmoment zur

erzielten Winkelbeschleunigung bezeichnet man als **Trägheitsmoment** eines Körpers.

Definition

Trägheitsmoment J (oder θ),

$$[J]=\text{kg} \cdot \text{m}^2$$

$$J = \text{Drehmoment} / \text{Winkelbeschleunigung} = M \cdot \omega = m \cdot r^2$$

Das Trägheitsmoment ist abhängig von der Masse eines Körpers und der Verteilung der Masse um die Drehachse. Bei einem rotierenden System kann also die Winkelgeschwindigkeit *erhöht* werden, indem das Trägheitsmoment durch Verlagerung der Masse *verkleinert* wird.

Beispiel An einer im Zentrum drehbar gelagerten Stange sind an beiden Armen zwei Massen befestigt. Die Stange rotiert um den Auflagepunkt senkrecht zur Achse mit konstanter Winkelgeschwindigkeit. Rutschen die Massen plötzlich nach außen an die Enden der Stange, wird das Trägheitsmoment größer und die Winkelgeschwindigkeit kleiner.

Definition

Drehimpuls L

$$L = J \cdot \omega \quad [L] = \text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}$$

Der Drehimpuls eines Körpers entspricht dem Drall, den ein rotierender Körper besitzt. Er ist eine vektorielle Größe und hat die Richtung der Winkelgeschwindigkeit des rotierenden Objektes.

Analog zur Erhaltung des Impulses gilt die **Drehimpuls-Erhaltung**: In einem abgeschlossenen System ist die Summe aller Drehimpulse konstant.

Beispiel Eine Zentrifuge mit dem Trägheitsmoment J wird zum Ausgleich von Reibungsverlusten mit einem Drehmoment M angetrieben. Sie rotiert mit der konstanten Kreisfrequenz $2\pi f$.

$$\text{Der Drehimpuls beträgt dann } L = J \cdot 2\pi f.$$

Beispiel Eine Zentrifuge rotiert mit 1 000 Umdrehungen pro Sekunde. Das Trägheitsmoment des Rotors beträgt

$$1 \cdot 10^4 \text{ cm}^2 \cdot \text{g}. \text{ Der Drehimpuls des Rotors beträgt damit } L = 1 \cdot 10^4 \text{ cm}^2 \cdot \text{g} \cdot 2\pi \cdot 1\,000 \text{ s}^{-1} = 6,28 \cdot 10^7 \text{ cm}^2 \cdot \text{g} \cdot \text{s}^{-1}$$

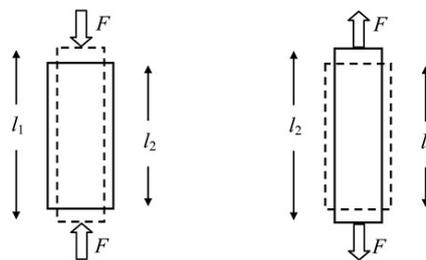
1.2 Verformung von Festkörpern

Wird ein stabförmiger, fester Körper (durch äußere Kräfte an beiden Enden) gedehnt, erfährt er eine Längenänderung. Ist seine ursprüngliche

Länge zum Beispiel l_1 und die Länge im gedehnten Zustand l_2 , dann beträgt diese (absolute) **Längenänderung** $\Delta l = l_2 - l_1$. Die Größe der Längenänderung hängt vom Werkstoff und der Kraft ab. Allgemein bezeichnet eine **Dehnung** eine durch äußere Kräfte hervorgerufene Form- und Volumenänderung. Wird an die Enden des stabförmigen Körpers ein Druck ausgeübt, kommt es zu einer Verkürzung der ursprünglichen Stablänge, also einer Stauchung. Die Längenänderung Δl ist im Falle einer **Stauchung** negativ. Die Dehnung ist gleich der relativen Längenänderung $\Delta l/l$ eines (stabförmigen) Körpers, also das Verhältnis der Längenänderung zur ursprünglichen Länge:

Definition

Dehnung $\varepsilon = \Delta l/l = (l_2 - l_1)/l_1$



$\Delta l < 0$ (Stauchung) $\Delta l > 0$ (Dehnung)

Die senkrecht zum Querschnitt angreifende Kraft F auf die Enden des stabförmigen Körpers (Zug- oder Druckkraft) geteilt durch den Querschnitt A des Stabes entspricht der mechanischen Spannung σ .

Definition

mechanische Spannung

$\sigma = F$ (auf die Stabenden)/ A , $[\sigma] = \text{N} / \text{m}^2$

Führt die Spannung zu einer Dehnung des Körpers ($\Delta l > 0$), liegt eine **Zugspannung** vor; wird der Körper durch die Spannung gestaucht ($\Delta l < 0$), spricht man von einer **Druckspannung**.

Nach dem Hookeschen Gesetz ist die Spannung σ proportional zur Dehnung ε .

Gesetz

Hookesches Gesetz

$\sigma = E \cdot \varepsilon$

mit E : Elastizitätsmodul, $[E] = \text{N}/\text{m}^2$

Die Proportionalitäts-Konstante zwischen der Spannung und der Dehnung ist der **Elastizitätsmodul**. Es entspricht dem Verhältnis der erforderlichen Spannung zur erzielten relativen Längenänderung.

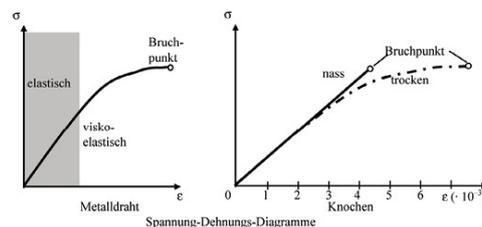
Beispiel Ein 4 m langer Draht mit einem Querschnitt von 2 mm² wird durch Belastung mit 500 N um 5 mm elastisch gedehnt. Der Elastizitätsmodul des Drahtes beträgt dann

$$E = \sigma / \varepsilon = (F / A) / (\Delta l / l) = \\ = (500 \text{ N} / 2 \text{ mm}^2) / (5 \text{ mm} / 4005 \text{ mm}) = 2 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2.$$

Beispiel Ein Gewicht von 10 000 N wird an 5 Stahlseilen mit je 2 cm² Querschnitt so aufgehängt, dass alle Seile gleichmäßig belastet sind. Die Gewichtskräfte verursachen eine Zugspannung in den Seilen pro Seil von

$$\sigma = F/A = 10\,000 \text{ N} / (5 \cdot 2 \text{ cm}^2) = 1\,000 \text{ N/cm}^2.$$

Das Hookesche Gesetz beschreibt eine lineare Abhängigkeit zwischen der Spannung und der Dehnung, es gilt daher nur im rein **elastischen** Bereich. Überschreitet die Spannung einen bestimmten Wert, wird die Verformung zunächst **viskoelastisch**, nach Überschreiten der **Elastizitätsgrenze** **plastisch**, da sich das Gefüge des Körpers umwandelt bis hin zum **Bruch** des Körpers (Bruch- oder Zerreißpunkt).



Im viskoelastischen Zustand bilden sich Verformungen zwar noch zurück, das heißt sie sind reversibel, die Spannung ist aber nicht mehr proportional zur Dehnung. Außerdem beobachtet man eine elastische Nachwirkung, die vom verwendeten Material abhängt. Die Größe des viskoelastischen Bereichs oder **Fließbereichs** im Spannungs-Dehnungs-Diagramm ist ein Maß für die Sprödigkeit oder Plastizität des Stoffes. Bei **spröden** Stoffen ist der Bereich sehr schmal, es kommt also bei einer Überdehnung schnell zur plastischen Verformung und Bruch (z.B. gehärteter Kohlenstoffstahl); bei **plastischen** Stoffen ist der Bereich weit, eine Überdehnung äußert sich also zunächst als plastische Verformung (z.B. Blei).

Beispiel Viskoelastische Stoffe sind die menschliche Haut und hochpolymere Kunststoffe.

Überschreitet die Dehnung schließlich die Elastizitätsgrenze, führt eine weitere Dehnung des Körpers zu einer irreversiblen (unumkehrbaren) Streckung des Körpers. Verschwindet die mechanische Spannung, geht die Dehnung nicht mehr auf null zurück.

Eine nicht mehr elastische Verformung bezeichnet man als **plastische Verformung**, also eine Verformung bei der Volumen- und Gestaltänderungen zurückbleiben.

Wird auf einen Würfel, dessen Bodenfläche fest mit dem Untergrund verbunden ist, eine seitliche Kraft (**Scherkraft**) ausgeübt (Skizze), deformiert sich der Körper um einen **Scherwinkel** α . Dieser Scherwinkel ist der **Schubspannung** τ proportional.

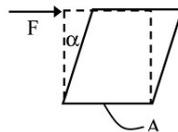
Definition

Schubspannung

$$\tau = G \cdot \alpha$$

mit G : **Schub- oder Torsionsmodul**

$$[G] = \text{N/m}^2$$



Die Schubspannung bei einer **Scherung** entspricht dem Verhältnis der Scherkraft F zum Querschnitt A des Würfels, also $\tau = F / A$.

Wird ein fester (dreidimensionaler) Körper (oder eine Flüssigkeit) durch äußere Kräfte zusammengedrückt, vergrößert sich der hydrostatische Druck. Umgekehrt vergrößert sich das Volumen des Körpers ($\Delta V > 0$), wenn der hydrostatische Druck sinkt ($\Delta p < 0$). Zur Charakterisierung der Zusammendrückbarkeit eines Körpers verwendet man die **Kompressibilität** κ , die proportional dem Quotienten aus ΔV und Δp ist.

Definition

Kompressionsmodul

$$K = 1 / \kappa, [K] = \text{N/m}^2.$$

Elastizitätsmodul, Torsionsmodul und der Kompressionsmodul haben also alle die Einheit eines Drucks: $[E] = [G] = [K] = \text{N/m}^2 = \text{Pa}$ (Pascal).

1.3 Kräfte an Grenzflächen

Zwischen Molekülen und Atomen wirken zwischenatomare oder zwischenmolekulare Kräfte, deren Stärke den Aggregatzustand des Stoffes bestimmt. Diese Kräfte werden als **van-der-Waals-Kräfte** zusammengefasst. Bei Festkörpern und Flüssigkeiten bestimmen diese Kräfte das Volumen. Man unterscheidet je nach Art der Wirkung

Kohäsionskräfte: molekulare (anziehende) Kräfte zwischen den gleichen Atomen bzw. Molekülen.

Adhäsionskräfte: molekulare (anziehende) Kräfte zwischen den Atomen und Molekülen verschiedener Stoffe.

Adsorptionskräfte: Adhäsionskräfte zwischen festen und flüssigen bzw. festen und gasförmigen Stoffen.

Beispiel Bei frei fallenden Wassertropfen tritt stets Kohäsion auf.

Die Kohäsionskräfte bedingen den Zusammenhalt der festen und flüssigen Stoffe. Eine Folge der Kohäsionskräfte bei Flüssigkeiten ist die **Oberflächenspannung**. Die Oberflächenspannung entsteht an der Oberfläche (oder Grenzfläche) einer Flüssigkeit, wo sich die gegenseitigen Anziehungs- (oder Kohäsions-)Kräfte gerade nicht mehr aufheben, wie im Innern der Flüssigkeit. Das führt zu einer in das Innere der Flüssigkeit gerichteten Restkraft. Die Oberflächenspannung verkleinert daher die Flüssigkeitsoberfläche soweit wie möglich. Die Oberfläche einer Flüssigkeit stellt sich stets senkrecht zu der auf die einzelnen Moleküle wirkende Kraft ein.

Beispiel Ein Wassertropfen hat immer Kugelform, da die Oberflächenspannung bei Wasser groß ist.

Die Oberflächenspannung ist temperaturabhängig. Am Gefrierpunkt ist sie am größten, und verringert sich mit zunehmender Temperatur. Verunreinigungen und adsorbierende Stoffe vermindern die Oberflächenspannung.

Beispiel Die Oberflächenspannung von Wasser wird durch Zugabe von Waschmitteln herabgesetzt.

Beispiel Wird eine Fettkörperoberfläche von einer Flüssigkeit vollständig benetzt, so ist deren Adhäsion größer als die Kohäsion.

Die Messung der Oberflächenspannung geschieht über einen Tropfenzähler (Stalagmometer) oder die Bügelmethode.

In einer engen Röhre, der **Kapillare**, führt die Adhäsion zwischen den Flüssigkeitsmolekülen und der Wand der Kapillare zu einem höheren oder

niedrigeren Flüssigkeitsspiegel, als im umgebenden Gefäß. Sind die Adhäsionskräfte zwischen Flüssigkeits- und Wandmolekülen größer als die Kohäsionskräfte zwischen den Flüssigkeitsmolekülen untereinander, „zieht“ sich die Flüssigkeit die Kapillare hinauf. Eine solche Flüssigkeit ist **benetzend**. Im umgekehrten Fall, bei dem die Kohäsionskräfte dominieren, zieht sich die Flüssigkeitsoberfläche in der Kapillare zurück und bildet eine kugelartige (nach oben konvexe) Form (**Kapillar-Depression**). Diese Flüssigkeit heißt **nicht-benetzend**.

Beispiel In einer Glaskapillare ist Wasser eine benetzende, Quecksilber eine nichtbenetzende Flüssigkeit.

Beispiel An der Grenzfläche Wasser-Glas überwiegen die Adhäsionskräfte die Kohäsionskräfte, das Wasser steigt eine Kapillare hinauf.

Beispiel Die Oberfläche der Quecksilbersäule in einem engen Rohr hat die Form eines nach oben konvexen Meniskus.

Die **Steighöhe** einer Flüssigkeit in einer Kapillare hängt ab vom

- Radius des Kapillar-Röhrchens r ,
- der Oberflächenspannung σ ,
- der Dichte der Flüssigkeit ρ ,
- der Schwerkraft (bzw. Gravitationsbeschleunigung g) und
- der Benetzbarkeit der Kapillaroberfläche.

Formel

Steighöhe einer Flüssigkeit in einer Kapillare

$$h = 2 \sigma / (\rho \cdot g \cdot r)$$

1.4 Hydrodynamik

Als eine Flüssigkeit werden Stoffe bezeichnet, die sich im flüssigen (Aggregat-)Zustand befinden. In einer **Flüssigkeit** lassen sich die Teilchen (Atome, Moleküle, Ionen) leicht gegeneinander verschieben.

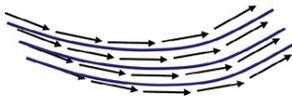
Beispiel Durch die gegenseitige Verschiebbarkeit der Teilchen nimmt eine Flüssigkeit immer die Form des Gefäßes ein, in dem sich die Flüssigkeit befindet.

Kennzeichnend für Flüssigkeiten ist die **Volumenbeständigkeit**, da der mittlere Abstand der Teilchen in der Flüssigkeit konstant bleibt. Eine Flüssigkeit lässt sich daher nur bei sehr hohen Drücken sichtbar zusammenpressen.

Beispiel Die Volumenbeständigkeit ermöglicht es, mit einer Flüssigkeit (Öl) gefüllte Kolben zur Übertragung großer Kräfte zu verwenden, ohne dass es zu einem Einfedern kommt, wenn die Mechanik plötzlich belastet wird (Hydraulik).

Als **Strömung** fasst man die Bewegung von Flüssigkeiten und Gasen auf. Strömungen werden verursacht zum Beispiel durch einen Druckunterschied oder die Schwerkraft. Eine ideale Strömung liegt vor, wenn keine merkliche innere Reibung (= Reibung zwischen den Teilchen der

Flüssigkeit) und keine Wirbelbildung auftritt, also bei der Strömung einer idealen Flüssigkeit oder eines idealen Gases. In einer Strömung hat jedes Teilchen eine in Betrag und Richtung bestimmte Geschwindigkeit, die sich zeitlich ändern kann. Zur Kennzeichnung der Strömung verwendet man sinnvollerweise nicht die einzelnen Geschwindigkeitsvektoren der Teilchen selbst, sondern **Stromlinien**, die die Bewegungsrichtung und -stärke einer Strömung veranschaulichen.



Stromlinien
und Bewegung der einzelnen
Flüssigkeitsteilchen

Die Dichte der Stromlinien, also die Anzahl der Stromlinien pro Querschnitt ist proportional der Geschwindigkeit der Flüssigkeit. Eine stationäre Strömung liegt vor, wenn jedes Teilchen einer Stromlinie mit gleicher Geschwindigkeit strömt. Die **Stromstärke I** oder der **Volumenstrom** gibt an, welches Volumen V einer (homogenen) Flüssigkeit durch einen Querschnitt A in der Zeiteinheit t strömt, also das **je Zeiteinheit bewegte Volumen**:

Definition

Stromstärke

$$I = V/t = A \cdot v, [I] = \text{m}^3/\text{s}$$

v . Geschwindigkeit der Flüssigkeit am Querschnitt A

Beispiel Mit einer 10 ml-Spritze können 1 ml Wasser von 20 °C in 1 s durch eine Kanüle der Länge 3 cm (Innendurchmesser 0,4 mm) gedrückt werden. Die Geschwindigkeit des Wasser beim Austritt aus der Kanüle beträgt:

$$v = I / A = I / \pi r^2 = 1 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 / \pi (0,2 \cdot 10^{-3} \text{ m})^2 \cdot \text{l/s}$$

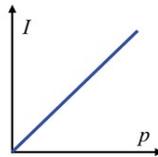
$$= 7,9 \text{ m/s.}$$

Beim Transport einer Flüssigkeit durch ein Rohr ist die Stromstärke I abhängig von der Druckdifferenz Δp zwischen Anfang und Ende des Rohres. Eine solche Flüssigkeit bezeichnet man als **Newtonsche Flüssigkeit**.

Definition

Strömungswiderstand

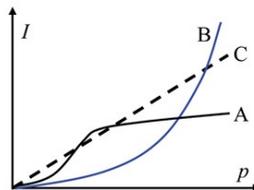
$$F_R = \Delta p / I, [F_R] = \text{Pa} \cdot \text{s} / \text{m}^3$$



Die Steigung der Kurve im Stromstärke-Druck-Diagramm (Skizze) ist $F_R = \text{konstant}$.

Der Strömungswiderstand F_R ist der Quotient aus Druckdifferenz und der Stromstärke. In einer Glaskapillare hängt der Strömungswiderstand einer Newtonschen Flüssigkeit von der Temperatur ab, da die Zähigkeit einer Newtonschen Flüssigkeit temperaturabhängig ist.

Beispiel Dargestellt ist das Druck-Stromstärke-Diagramm bei der Durchströmung eines Blutgefäßes. (A) die glatte Gefäßmuskulatur ist (pharmakologisch) gelähmt. (B) Autoregulation (mit wachsendem Druck wächst die Stromstärke überproportional, zum Beispiel bei einer kleinen Arterie). (C) Newtonsche Flüssigkeit in einem (starrten) Rohr. Die Steigung der Kurve beträgt $1/F_R$.



In einer Strömung setzt sich der Druck zusammen aus zwei Teildrücken:

- dem **statischen Druck** (aus der potentiellen Energie der unter Druck stehenden Flüssigkeit) und
- dem **dynamischen Druck** oder **Staudruck** (aus der Bewegungsenergie der strömenden Flüssigkeit).

Formel

dynamischer Druck

$$p_D = \frac{\rho}{2} v^2$$

mit ρ : Dichte der Flüssigkeit

Die mechanische Gesamtenergie einer strömenden Flüssigkeit bleibt immer erhalten. Das ist das **Gesetz von Bernoulli** (1700–1782) Es gilt für stationäre, reibungsfreie Flüssigkeiten. In einer stationären Flüssigkeit ist also die Summe aus statischem Druck und dynamischen Druck konstant:

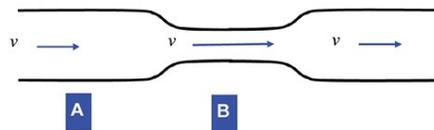
Gesetz

von Bernoulli

$$p = p_s + p_D = p_s + \frac{\rho}{2} v^2$$

In einer *ruhenden* Flüssigkeit ist der dynamische Druck null, der statische Druck gleich dem hydrostatischen Druck.

Eine Folgerung aus dem Bernoulli-Gesetz ist der Zusammenhang zwischen dynamischem Druck, der Geschwindigkeit der Flüssigkeit und dem Rohrquerschnitt durch den die Flüssigkeit strömt. Es ergibt sich an Orten *hohen* dynamischen Drucks (= hoher Geschwindigkeit) ein *niedriger* statischer Druck.



Gezeigt ist der laminare Durchfluss einer zähen Flüssigkeit durch ein Rohr, dessen Querschnitt sich in der Mitte verringert. Der Druckabfall im Bereich B ist größer als im Bereich A. Daher ist die Geschwindigkeit der Strömung in B größer als in A.

An einer Engstelle eines Strömungskanals nimmt die mittlere Strömungsgeschwindigkeit zu und der statische Druck ab.

Beispiel Technische Anwendungen dieses Prinzips sind der Bunsenbrenner, Wasserstrahlpumpen oder Zerstäuber.

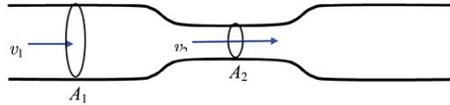
Nach dem **Durchflussgesetz** oder der sogenannten **Kontinuitätsbedingung** fließt durch jeden Querschnitt A eines Rohres in der gleichen Zeit das gleiche Volumen:

Gesetz

Kontinuitätsbedingung

$A \cdot v = \text{konstant}$ oder

$A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2$ für zwei Querschnitte A_1 und A_2 .



Bei einer stationären Strömung treten also in gleichen Zeiten gleiche Flüssigkeitsmengen durch jeden Querschnitt des Rohres. Durch kleine Querschnitte strömt die Flüssigkeit schneller, als durch weitere. Die Strömungsgeschwindigkeit ist zum Radius des Rohres umgekehrt proportional: $v \sim l/r^2 \sim 1/A$.

Beispiel Beim Durchfluss des Blutes durch eine krankhafte Verengung von Blutgefäßen (zum Beispiel durch Ablagerungen) erhöht sich an der Engstelle der dynamische Druck des Blutes. Das führt zu einer größeren Durchflussgeschwindigkeit an der Engstelle. Es besteht daher die Gefahr der Ablösung von Ablagerungen von den Gefäßwänden und gravierenden gesundheitlichen Komplikationen.

Das Durchflussgesetz ist anwendbar auf

- ideal viskose (Newtonsche) Flüssigkeiten, die nicht kompressibel (zusammendrückbar) sind,
- ideal (reibungsfreie) Flüssigkeiten, für die das Bernoullische Gesetz gilt, und
- Gase, wenn deren Dichte konstant bleibt.

Berücksichtigt man auch die Wechselwirkung der Teilchen in einer Flüssigkeit untereinander, also eine reale Flüssigkeit, treten weitere Phänomene, zum Beispiel die (innere) Reibung auf. Eine **laminare Strömung** liegt vor, wenn die benachbarten Flüssigkeitsschichten ohne Verwirbelung aneinander vorbeigleiten. Kennzeichnend ist also die wirbelfreie Strömung. Die **Viskosität** oder **innere Reibung** ist eine Stoffgröße, die die Zähigkeit von Flüssigkeiten und Gasen beschreibt.

Definition

Viskosität (innere Reibung)

η (griechisch: „Eta“), $[\eta] = \text{Pa} \cdot \text{s}$

Die Viskosität einer **Newtonschen Flüssigkeit** (zum Beispiel Wasser oder Paraffinöl) nimmt im allgemeinen mit steigender Temperatur ab; bei Gasen verhält es sich genau umgekehrt. Die Viskosität ist in engen Röhren bei einer laminaren Strömung unabhängig von der mittleren Fließgeschwindigkeit.

Eine **Newtonsche Flüssigkeit** ist eine Flüssigkeit, deren Viskosität *un*abhängig von der Geschwindigkeit ist.

Beispiel Blutplasma ist eine Newtonsche Flüssigkeit, das Blut selbst aber nicht!

Beispiel Die Viskosität des Blutes hängt ab von der Temperatur, dem Proteingehalt, der Zusammensetzung des Plasmas und der Strömungsgeschwindigkeit. Die Viskosität des Blutes sinkt erheblich, wenn sich die Blutkörperchen hintereinander anordnen, wie es zum Beispiel in einer Kapillare der Fall ist. Die Viskosität des Blutes steigt bei Abnahme der Strömungsgeschwindigkeit.

Bewegt sich ein Körper in einer Flüssigkeit der Dichte ρ , so behindert die innere Reibung η diese Bewegung. Liegen zwei Platten nur durch einen (zähen) Flüssigkeitsfilm voneinander getrennt aufeinander, ist eine Kraft zum Verschieben der oberen Platte erforderlich. Diese Kraft ist gleich der Reibungskraft F_R .

Gesetz

inneren Reibung

$$F_R = k \cdot \eta \cdot v$$

k : formabhängige Konstante (Formkonstante)

η : innere Reibung (Viskosität)

Bei *großen* Geschwindigkeiten gilt: $F_R = k \cdot \eta \cdot v^n$, wobei n Werte zwischen 1 und 2 einnimmt. Die Formkonstante k wird experimentell bestimmt.

Formel

Formkonstante einer Kugel

$k = 6 r \cdot \pi$ (gilt nur für laminare Strömung um die Kugel)

mit r : Radius der Kugel

Die Bestimmung der Viskosität einer zähen Flüssigkeit erfolgt zum Beispiel im Kugelfall-Viskosimeter, das auf dem **Gesetz von Stokes** beruht. Dabei wird die Sinkgeschwindigkeit der Kugel gemessen. Das Stokes' sche Gesetz

gibt die Reibungskraft einer Kugel beim laminaren Fall durch eine Newtonsche Flüssigkeit an.

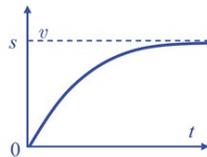
Gesetz

von Stokes

$$F_R = 6 r \cdot \pi \cdot \eta \cdot v$$

mit r : Radius der Kugel

Beispiel Eine Kugel der Masse m sinkt in einer zähen Newtonschen Flüssigkeit aus dem Ruhezustand. Nachdem die Kugel eine Strecke s durchlaufen hat, hat sie eine Geschwindigkeit v erreicht. Das Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm ist nebenstehend dargestellt.



Überschreitet die Strömung einer Newtonschen Flüssigkeit eine kritische Geschwindigkeit, geht sie vom laminaren Fluss in eine **turbulente** Strömung über. Kennzeichen einer turbulenten Strömung ist die Wirbelbildung aufgrund der inneren Reibung und Geschwindigkeit, sie ist also eine **Wirbelströmung**. Beim Übergang von einer laminaren zu einer turbulenten Strömung erhöht sich der Strömungswiderstand.

Beispiel Turbulente Strömungen sind der Luftstrom in der Luftröhre, der Blutstrom an den Herzklappen und an krankhaft verengten Blutgefäßen (Gefäßverkalkungen).

Das **Durchflussvolumen** V kann unter anderem durch Vergrößerung des Radius r des Querschnitts und des Druckgefälles Δp gesteigert werden. Für laminare Strömungen einer homogenen und viskosen Flüssigkeit durch ein Rohr mit kreisförmigen Querschnitt (zum Beispiel eine Kapillare) gilt das Gesetz von Hagen-Poiseuille:

Gesetz

von Hagen-Poiseuille

$$V \sim \Delta p \cdot r^4 / l$$

mit l : Länge des Rohres

Wichtig ist die Abhängigkeit des Durchflussvolumens von der vierten Potenz des Radius.

Beispiel Durch zwei Rohre mit der Länge 2 m, Durchmesser 4 cm und der Länge 1 m, Durchmesser 2 cm werde Wasser gepumpt. Der Druckabfall sei in beiden Rohren gleich, die Strömung laminar. Die Wassermengen, die in gleichen Zeiteinheiten durch die Rohre gepumpt werden, stehen im Verhältnis

$$V_1 : V_2 = (2 \text{ cm})^4 / 2 \text{ m} : (1 \text{ cm})^4 / 1 \text{ m} = 16/2 : 1 = 8 : 1.$$

Mit der Definition der Volumenstromstärke $I=V / t$ gilt $I \sim \Delta p \cdot r^4$, die Stromstärke ist also ebenfalls proportional zur vierten Potenz des Radius des Rohres oder der Kapillare.

Beispiel Wird der Radius einer Kapillare nur um 19 % vergrößert, verdoppelt sich die Stromstärke.

Werden Strömungskanäle **hintereinander** geschaltet, gilt zur Berechnung der Gesamtstromstärke I_{tot} : Die Stromstärke einer Flüssigkeit ist an allen Enden eines nicht verzweigten Strömungskanal gleich. Der Gesamtwiderstand ergibt sich aus der Summe der einzelnen Strömungswiderstände.

Werden mehrere Strömungskanäle parallel, also nebeneinander geschaltet, gelten die **Kirchhoffschen Gesetze**.

Gesetz

1. Kirchhoffsches Gesetz

In jedem Punkt eines Leitersystems ist die Summe der ankommenden Stromstärken gleich der Summe aller abfließenden Stromstärken:

$$I_{\text{tot}} = I_1 + I_2 + I_3 + \dots$$

Gesetz

2. Kirchhoffsches Gesetz

In parallel geschalteten Leitern verhalten sich die Stromstärken I umgekehrt wie die Widerstände R :

$$I_1 / I_2 = R_2 / R_1$$

Definition

Strömungsleitwert ist der Kehrwert der Strömungswiderstände

$$I / \Delta p$$

Der Strömungswiderstand einer Parallelschaltung ist geringer als in einer der Leitungen allein.

1.5 Schwingungen

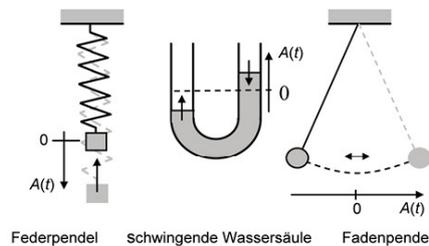
Als **Schwingung** (Oszillation) bezeichnet man einen Vorgang, der sich in regelmäßigen Zeitabständen wiederholt, also zeitlich periodisch ist.

Als **Schwinger** (Oszillator) bezeichnet man ein schwingungsfähiges System, in dem die Schwingung entsteht.

Ganz allgemein unterscheidet man zwischen mechanischen und elektrischen Schwingungen, von denen in diesem Kapitel nur erstgenannte behandelt werden sollen.

Mechanische Schwingungen

Mechanische Schwingungen sind dadurch gekennzeichnet, dass das schwingende System periodische und meist zu seiner Ruhelage symmetrische Bewegungen ausführt. In der folgenden Abbildung sind einige schwingungsfähige Systeme dargestellt.



In jedem dieser Beispiele liegt eine schwingende Masse vor, die hin- und herpendelt.

Eine Schwingung entsteht, wenn einem Schwinger (schwingungsfähigen System) Energie zugeführt wird. Jeder mechanische Schwinger besitzt eine Gesamtenergie E , die sich aus kinetischer Energie E_{kin}

(Bewegungsenergie) und potentieller Energie E_{pot} (Lageenergie) zusammensetzt:

$$E = E_{\text{kin}} + E_{\text{pot}}$$

Bei der Schwingung wird kinetische Energie periodisch in potentielle Energie umgewandelt und umgekehrt.

Kennzeichnende Größen einer Schwingung

Die **Auslenkung** (Elongation, Momentanwert) A bezeichnet den momentanen Abstand des schwingenden Körpers von seiner Ruhelage.

Die maximale Auslenkung nennt man **Amplitude** A_0 der Schwingung.

Als **Phase** bezeichnet man den augenblicklichen Zustand der Schwingung, der durch Auslenkung und Schwingungsrichtung des Körpers festgelegt ist.

Die **Phasendifferenz** zweier Schwingungen hat die Dimension eines Winkels.

Unter der **Schwingungsdauer** (Periodendauer) T versteht man die Zeit, die die schwingende Masse für eine volle Schwingung (Hin- und Hergang) benötigt und damit auch den zeitlichen Abstand zwischen zwei aufeinanderfolgenden gleichen Bewegungszuständen. Die **Frequenz** f ist der Kehrwert der Schwingungsdauer T :

$$f = \frac{1}{T}$$

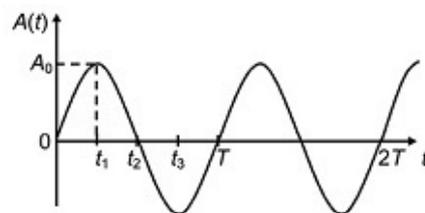
Sie gibt die Anzahl der Schwingungen pro Sekunde an und wird in **Hertz**² (1Hz = 1/s) gemessen.

Harmonische Schwingungen

Die einfachste Schwingungsform ist die sog. **harmonische Schwingung**, bei der der Zusammenhang zwischen Auslenkung A und Zeit t durch eine Sinusfunktion dargestellt werden kann (folgende Abbildung).

Die Schwingung beginnt zum Zeitpunkt $t = 0$ mit der Auslenkung $A = 0$. Zur Zeit $t = t_1$ erreicht die Auslenkung A ihren maximalen Wert A_0 . Anschließend kehrt die Richtung der Schwingung um. Der schwingende Körper passiert bei $t = t_2$ die Ruhelage und erreicht bei $t = t_3$ erneut einen Maximalwert. Danach kehrt die Schwingungsrichtung wieder um. Zum Zeitpunkt $t = T$ beginnt die Schwingung erneut bei der Anfangsauslenkung $A = 0$.

*Amplitudenfunktion $A(t)$
einer harmonischen
Schwingung*



Mathematisch lässt sich diese Schwingung wie folgt formulieren:

$$A(t) = A_0 \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0) = A_0 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t + \varphi_0\right)$$

dabei ist:

$A(t)$ die Auslenkung aus der Ruhelage zum Zeitpunkt t

$\omega = 2\pi \cdot f = \frac{2\pi}{T}$ die Kreisfrequenz der Schwingung

j_0 die Anfangsphase der Schwingung (in obiger Abbildung ist $j_0 = 0$).

Durch die Phase j_0 kann der Anfangszustand der Schwingung festgelegt werden. Für $j_0 = \pi/2$ (90°) ergibt sich beispielsweise eine Schwingung, die bei Maximalauslenkung beginnt (Kosinusfunktion).

Beispiel Folgende Gleichungen beschreiben also eine harmonische Schwingung:

$$y(t) = y_0 \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

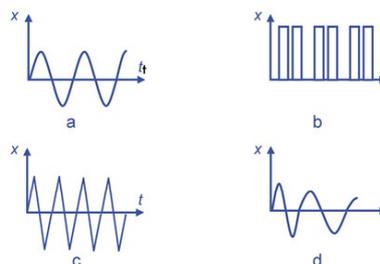
$$y(t) = y_0 \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0) ;$$

$$y(t) = y_0 \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_0) ;$$

$$y(t) = y_0 \cdot \cos(\omega \cdot t - \varphi_0)$$

Unter welchen Bedingungen eine harmonische Schwingung entsteht, wird in Kapitel 2 beim Versuch Resonanz beschrieben.

Beispiel In folgenden Kurven ist eine physikalische Größe x gegen die Zeit t aufgetragen. Einen *harmonischen* Vorgang (innerhalb der Zeichengenauigkeit) stellt die Kurve a dar. Die Kurven b und c sind *periodisch*. Kurve d ist *nichtperiodisch*.



1.6 Wellen

Schwingungen können sich ausbreiten. Eine **Welle** ist dann die Gesamtheit der sich von einem Ausgangspunkt im Raum ausbreitenden Schwingungszustände.

Man unterscheidet mechanische und elektromagnetische Wellen (z.B. Licht, vgl. Optikversuche), von denen im folgenden wiederum nur auf mechanische Wellen eingegangen werden soll.

Mechanische Wellen

Mechanische Wellen sind an die Anwesenheit von Materie gebunden. Im materiefreien Raum, im Vakuum, gibt es keine mechanischen Wellen.

Mechanische Wellen können sich nur über schwingungsfähige, miteinander gekoppelte Teilchen ausbreiten. (Anders ist dies bei den *elektromagnetischen* Wellen, die *kein* Ausbreitungsmedium benötigen.)

Wellenentstehung

Gerät ein Teilchen des Ausbreitungsmediums in Schwingung, so wird diese Schwingung aufgrund der Kopplung zwischen den Teilchen mit einer gewissen Zeitverzögerung auf die benachbarten Teilchen übertragen. Die Schwingung des ersten Teilchens breitet sich in der Materie aus.

Wirft man beispielsweise einen Stein auf eine ruhige Wasseroberfläche, so breiten sich vom Einwurfspunkt wellenförmige Bewegungen (Oberflächenwellen) in alle Richtungen aus.

Kennzeichnende Größen einer Welle

Als **Ausbreitungs-** oder **Phasengeschwindigkeit** c der Welle bezeichnet man die Geschwindigkeit, mit der sich der Schwingungszustand, die Phase, der Welle ausbreitet.

Mit der Welle erfolgt *kein* Stofftransport, es breitet sich lediglich ein Schwingungszustand aus! Die einzelnen Teilchen des Ausbreitungsmediums führen lediglich Schwingungen um ihre Ruhelage aus. Da jeder Schwinger Energie besitzt, findet mit der Welle allerdings ein Energietransport statt.

Die **Frequenz** f der Welle bezeichnet die Anzahl der Schwingungen, die jedes einzelne Teilchen pro Sekunde durchführt (vgl. Schwingungen).

Als **Wellenlänge** l bezeichnet man den räumlichen Abstand zweier benachbarter phasengleicher Schwingungszustände. Sie ist damit aber auch die Strecke, die die Welle während der Dauer T einer Schwingung zurücklegt.

Damit ergibt sich sofort ein wichtiger Zusammenhang zwischen Ausbreitungsgeschwindigkeit c , Frequenz f und Wellenlänge l einer Welle.

Formel

Ausbreitungsgeschwindigkeit einer Welle

Geschwindigkeit $c = \frac{\text{Strecke}}{\text{Zeit}} = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot f$ also

$$c = \lambda \cdot f$$

Dieser Zusammenhang gilt für *alle* (auch elektromagnetische) Wellen.

Beispiel Wird die Frequenz f eines Tongenerators verdoppelt, so bleibt die Schallgeschwindigkeit c konstant und die Wellenlänge λ wird halb so groß:

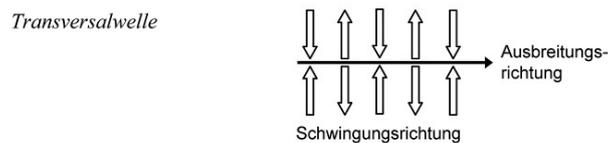
$$\lambda = c / f \rightarrow \lambda / 2 = c / 2f$$

Beispiel Auf eine Flüssigkeitsoberfläche fallen Tropfen. Es bilden sich Oberflächenwellen, die eine Ausbreitungsgeschwindigkeit von 0,5 m/s und eine Wellenlänge von 2,5 cm haben. Daraus ergibt sich eine Frequenz der Wellen von:

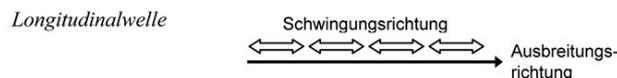
$$f = c / \lambda = 20 \text{ Hz}$$

Die Richtung der Ausbreitungsgeschwindigkeit einer Welle und die Richtung der Schwingungen schließen einen Winkel ein. Man unterscheidet zwei Grenzfälle:

Als **Querwellen** oder **Transversalwellen** bezeichnet man Wellen, bei denen die Schwingung senkrecht zur Ausbreitungsrichtung erfolgt. (z.B. Wellen auf einem Seil → „Saitenschwingungen“, elektromagnetische Wellen → „Saccharimetrie“).



Als **Längswellen** oder **Longitudinalwellen** bezeichnet man Wellen, bei denen die Schwingung in Ausbreitungsrichtung erfolgt. (z.B. die hörbaren Schallwellen → „Schallgeschwindigkeit in Gasen“).



Beispiel Viele in der Natur vorkommende Wellen sind Longitudinalwellen mit transversalen Anteilen oder umgekehrt, z.B. die durch den Wind entstehenden Wellen eines Ährenfeldes oder die Brandungswellen des Meeres.

Mathematische Formulierung von Wellen

Bei der Wellenausbreitung handelt es sich um einen räumlich und zeitlich periodischen Vorgang. Die Auslenkung A eines Teilchens des Ausbreitungsmediums aus der Ruhelage hängt daher sowohl vom Ort x ab, an dem sich das Teilchen befindet, als auch von der Zeit t .

Die zusammenfassende Gleichung für die Auslenkung A lautet:

Formel

$$A(x, t) = A_0 \cdot \sin(k \cdot x \pm \omega \cdot t) = A_0 \cdot \sin\left(2\pi \left(\frac{x}{\lambda} \pm \frac{t}{T}\right)\right)$$

dabei ist $k = 2\pi/\lambda$ die **Wellenzahl**, die die Anzahl der Wellenlängen pro Meter, multipliziert mit 2π angibt.
„-“ entspricht einer nach rechts laufenden Welle.
„+“ entspricht einer nach links laufenden Welle.

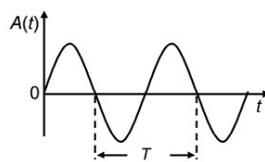
Darstellungsmöglichkeiten von Wellen:

Wellen lassen sich auf zwei Arten darstellen, je nachdem, ob man die räumliche oder die zeitliche Periodizität der Welle betrachten will:

- *Darstellung des zeitlichen Verlaufs der Welle:*

Dabei wird die zeitliche Entwicklung der Amplitude an einem bestimmten (festen) Ort betrachtet: $x = \text{const.}$

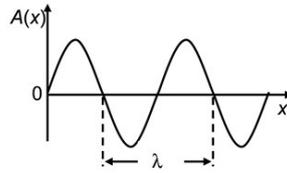
Ortsfeste Betrachtung einer Welle



- *Darstellung des räumlichen Verlaufs der Welle:*

Dabei wird die räumliche Gestalt der Welle zu einem bestimmten (festen) Zeitpunkt betrachtet: $t = \text{const.}$

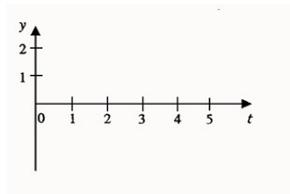
*Momentaufnahme der
räumlichen Gestalt der
Welle*



Übungsaufgabe:

1.a) Skizzieren Sie in nebenstehendem Diagramm den Verlauf eines

Ausschnitts der durch $y(x, t) = -1 \cdot \cos 2\pi \left(\frac{t}{2} - \frac{x}{\lambda} \right)$ beschriebenen, harmonischen Welle am Ort $x = 0$.



b) Tragen Sie die Amplitude und die Periode T ein.

2 Versuch: Resonanz

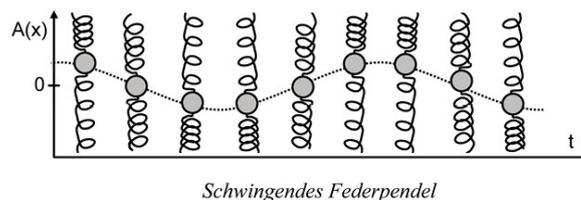
2.1 Grundlagen

RE

Freie ungedämpfte Schwingungen

Bei einer *freien* Schwingung wird der Körper, z.B. ein Federpendel, einmalig aus der Ruhelage ausgelenkt und dann sich selbst überlassen. Als *ungedämpft* bezeichnet man Schwingungen, deren Gesamtschwingungsenergie E zeitlich konstant bleibt, d.h. die Amplitude der Schwingung bleibt immer gleich. Dies ist jedoch ein Idealfall, da bei jeder Schwingung Energieverluste durch Reibung auftreten. Zur Erzeugung einer wirklich ungedämpften Schwingung muss daher der Energieverlust durch regelmäßige Energiezufuhr ausgeglichen werden.

Man betrachte folgendes Federpendel:



Befindet sich die Masse m außerhalb der Ruhelage, so tritt eine rücktreibende, elastische Kraft (Rückstellkraft) F auf, die bei nicht zu großer Entfernung von

der Ruhelage der Auslenkung x proportional ist (Hookesches Gesetz, siehe vorangegangenes Kapitel). Dabei ist k die **Federkonstante** (in unserem Fall für die Kombination beider Spiralfedern).

Wird der Körper ausgelenkt, treibt ihn die auftretende Rückstellkraft in Richtung Ruhelage zurück. Dabei wird potentielle Energie (hier die Federenergie: $E_{\text{pot}} = 1/2 k x^2$) in kinetische Energie ($E_{\text{kin}} = 1/2 m v^2$) umgewandelt. Beim Erreichen der Ruhelage liegt die gesamte Energie in Form von kinetischer Energie vor, die potentielle Energie ist in diesem Punkt gleich null. Der Körper schwingt über die Ruhelage hinaus.

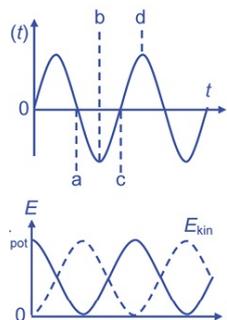
Die vorhandene Energie wird nun verwandt, um die Federn wieder zu deformieren und dadurch potentielle Energie zu speichern. Es ergibt sich demnach ein Wechselspiel zwischen beiden Energieformen. Die Summe aus kinetischer und potentieller Energie bleibt im Fall der ungedämpften, also reibungsfreien Schwingung konstant:

Gesetz

Energiesatz

$$E = E_{\text{pot}} + E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} k x^2 + \frac{1}{2} m v^2 = \text{const.}$$

Beispiel Ein Federpendel schwingt ungedämpft um seine Ruhelage. In den Zeitpunkten b und d liegt die Schwingungsenergie vollständig als potentielle Energie vor. Zu den Zeitpunkten a und c liegt die Schwingungsenergie vollständig als Bewegungsenergie vor.



Beispiel Ein ungedämpftes Federpendel sei aus seiner Ruhelage ausgelenkt und werde zum Zeitpunkt $t = 0$ losgelassen. Den zeitlichen Verlauf der potentiellen Energie E_{pot} der Feder und der kinetischen Energie E_{kin} der Masse zeigt die nebenstehende Abbildung.

Wie zu Anfang des letzten Kapitels ausgeführt wurde, bewirkt eine Kraft eine Beschleunigung (Newtonsche Axiome):

$$F = m \cdot a = m \cdot \ddot{x} \quad (2.2)$$

(Zur Nomenklatur: ein Punkt über einer Variablen bedeutet die Ableitung dieser Größe nach der Zeit, zwei Punkte entsprechend die zweifache Ableitung nach der Zeit.)

Durch Gleichsetzen der Gleichungen 2.2 und 2.1 ergibt sich:

$$m \cdot \ddot{x} = -k \cdot x \quad (2.3)$$

Bei dieser Gleichung handelt es sich um eine Differentialgleichung 2. Ordnung, was lediglich eine Gleichung bezeichnet, die eine Größe (hier x) mit ihrer 2. Ableitung in Beziehung setzt. RE

Als Funktion $x(t)$, die diese Differentialgleichung erfüllt, ergibt sich:

$$x(t) = A_0 \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + \varphi_0) \quad (2.4)$$

wobei für die **Kreisfrequenz** ω_0 gilt:

Definition

$$\text{Kreisfrequenz } \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad [\omega_0] = \text{s}^{-1} = \text{Hz (Hertz)}$$

Dies lässt sich anhand der folgenden Proberechnung leicht zeigen.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A_0 \cdot \cos(\omega_0 \cdot t + \varphi_0) \cdot \omega_0 \\ \ddot{x}(t) &= A_0 \cdot (-\sin(\omega_0 \cdot t + \varphi_0)) \cdot \omega_0^2 = -\omega_0^2 \cdot x(t) \end{aligned}$$

Einsetzen in die Differentialgleichung 2.3 ergibt:

$$\begin{aligned} m \cdot (-\omega_0^2 \cdot x(t)) &= -k \cdot x(t) \\ \Rightarrow \omega_0^2 &= \frac{k}{m} \quad \text{bzw.} \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \end{aligned} \quad (2.5)$$

Damit folgt für die Frequenz f_0 (oder oft mit dem griechischen Buchstaben „ ν “ (Ny) bezeichnet) der freien ungedämpften Schwingung:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2.6)$$

Da die Schwingungsfrequenz f_0 nur von systemeigenen Bauelementen (Masse m ; Federkonstante k) abhängig ist, nennt man sie auch die **Eigenfrequenz** des Systems.

Beispiel Bei einem Federpendel mit der Eigenfrequenz f_r wird die Masse des schwingenden Körpers verdoppelt. Die Eigenfrequenz des Federpendels ist nun: $f_r / \sqrt{2}$.

Beispiel Ein Federpendel habe die Eigenfrequenz 2 Hz. Eine Eigenfrequenz von 1 Hz hat das Federpendel, wenn die Masse des schwingenden Körpers vervierfacht wird.

Beispiel Ein Federpendel mit der Federkonstanten $k = 100 \text{ N/m}$ und der Masse $m = 0,25 \text{ kg}$ schwingt mit einer Kreisfrequenz von 20 s^{-1} .

Da gilt: $\omega_0 = 2\pi \cdot f_0 = 2\pi/T_0$, ergibt sich mit 2.5 für die **Schwingungsdauer** $T_0 = 2\pi/\omega_0$ der freien, ungedämpften Schwingung:

$$T_0 = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (2.7)$$

Die Frequenz f_0 und die Schwingungsdauer T_0 sind also von der Federkonstante k der verwendeten Federn und von der Masse m des schwingenden Körpers abhängig, jedoch unabhängig von der Amplitude A_0 der Schwingung.

Beispiel Bei einem Fadenpendel zeigt sich, dass die rücktreibende Kraft für kleine Auslenkungen gerade

$$F = -\frac{mg}{l}x$$

ist. Dabei ist m die Masse des Pendels, l die Länge des Fadens und g die Erdbeschleunigung ($x = 0$ ist die Ruhelage). Damit ist die Bewegungsgleichung von der gleichen Struktur wie beim Federpendel, nur dass wir statt k die Konstante mg/l nehmen müssen. Wir erhalten für die Eigenfrequenz: $f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}}$, die interessanterweise nicht von der Masse abhängt.

Beispiel Ein Federpendel mit der Masse $m = 100 \text{ g}$ und der Federkonstanten $k = 0,4 \text{ N/m}$ hat eine Schwingungsdauer von etwa 3,14 s. RE

Beispiel Auf dem federnden Sitz eines Traktors sitzt ein Landwirt; dabei ist die schwingende Masse 80 kg . Die Periodendauer liegt bei 1 s . Setzt sich seine Frau ans Steuer reduziert sich die schwingende Masse auf 60 kg . Die zu erwartende Schwingungsdauer berechnet sich zu:

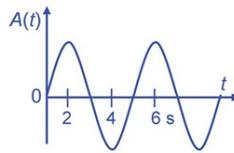
$$T_2 / T_1 = \sqrt{m_2 / m_1} \quad \Leftrightarrow \quad T_2 = \sqrt{m_2 / m_1} \cdot T_1 = 0,87 \text{ s}$$

Die in Gl. 2.4 dargestellte Funktion $x(t)$ beschreibt eine **harmonische Schwingung**. Harmonische Schwingungen kommen also immer dann zustande, wenn Gl. 2.1 gilt, d.h., wenn die Rückstellkraft proportional zur Auslenkung ist.

Beispiel Ein ungedämpft schwingendes Pendel führe die dargestellte Bewegung aus:

- a) Die Bewegung ist harmonisch.
- b) Die Schwingungsdauer beträgt 5 s .

- c) Die Frequenz beträgt 0,2 Hz.
d) Die Amplitude ist konstant.



Freie gedämpfte Schwingungen

Als *gedämpft* bezeichnet man Schwingungen, deren Gesamtenergie im Laufe der Zeit abnimmt. Hierbei handelt es sich um den Realfall, denn bei jeder praktisch realisierten mechanischen Schwingung wird ein Teil der Schwingungsenergie aufgrund von Reibung in Wärme umgewandelt und geht somit verloren.

Die **Dämpfung** habe die Form einer zur Geschwindigkeit v proportionalen Reibungskraft F_R und wirke entgegengesetzt zur Bewegungsrichtung:

$$F_R = -R \cdot v = -R \cdot \dot{x} \quad (2.8)$$

Damit lautet die Bewegungsgleichung im Fall der freien gedämpften Schwingung

$$m \cdot \ddot{x} = -k \cdot x - R \cdot \dot{x} \quad (2.9)$$

Als Lösung dieser Differentialgleichung ergibt sich:

$$x(t) = A_0 \cdot e^{-\beta t} \cdot \cos(\omega \cdot t) = A(t) \cdot \cos(\omega \cdot t) \quad (2.10)$$

Dabei ist:

A_0 die Anfangsamplitude zur Zeit $T = 0$.

$\beta = R/2m$ die Abklingkonstante (in s^{-1})

ω die Kreisfrequenz der gedämpften Schwingung, wobei gilt

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} \quad \text{mit} \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (\text{ungedämpfte Schwingung})$$

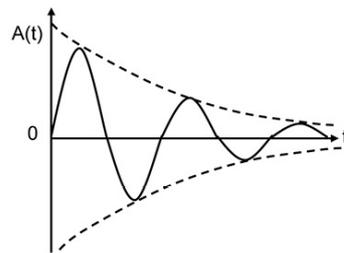
Die Frequenz der gedämpften Schwingung nimmt mit zunehmender Dämpfung ab.

Solange $\beta^2 < \omega_0^2$ ist, kommt eine Schwingung zustande, deren Amplitude $A(t)$ mit der Zeit exponentiell abnimmt, und zwar um so schneller, je größer die Dämpfung und damit β ist. Dieser sogenannte **Schwingfall** ist in folgender Abbildung dargestellt.

Wird $\beta^2 = \omega_0^2$, so ist die Reibung gerade so groß, dass das System keine Schwingung mehr ausführen kann. Es erfolgt lediglich eine Rückkehr in die Ruhelage. Man nennt dies den **aperiodischen Grenzfall**.

Der Fall $\beta^2 > \omega_0^2$ wird **Kriechfall** genannt. Auch hier kehrt der ausgelenkte Körper nur langsam in die Ruhelage zurück, ohne über sie hinausschwingen zu können.

Gedämpfte Schwingung
(Schwingfall)



RE

Definition

Die **Güte** eines schwingungsfähigen Systems ist

$$Q = \frac{\sqrt{k \cdot m}}{R}$$

k : Federkonstante

m : Masse des schwingenden Körpers

R : Reibungskonstante

Die Güte eines Systems ist demnach umso *größer*, je *kleiner* die Reibungskonstante R ist.

Zusammenfassend seien nochmals die beiden **Folgen der Dämpfung** genannt:

1. Die Amplitude $A(t)$ der Schwingung nimmt mit der Zeit exponentiell ab.
 2. Die Frequenz der Schwingung ist kleiner als die Eigenfrequenz des Systems (d.h. kleiner als die Frequenz im ungedämpften Fall).
- \bar{D} Die Schwingungsdauer T ist größer als die der ungedämpften Schwingung (T_0).

Erzwungene Schwingungen

Bei einer *freien* Schwingung wird der Körper einmalig aus der Ruhelage ausgelenkt und dann sich selbst überlassen. Er schwingt bei geringer Dämpfung praktisch mit seiner Eigenfrequenz.

Wirkt nun eine äußere, sich periodisch ändernde Kraft auf das schwingende System ein (z.B. durch Kopplung mit einem Motor, vgl. Versuchsaufbau), so

kommt es zu einer **erzwungenen Schwingung**.

Die bisherige Bewegungsgleichung 2.9 muss nun durch die zusätzliche periodische Zwangskraft $F_z = F_0 \cdot \cos(\omega \cdot t)$ ergänzt werden. Es ergibt sich die Differentialgleichung

$$m \cdot \ddot{x} = F_0 \cdot \cos(\omega \cdot t) - R \cdot \dot{x} - k \cdot x. \quad (2.11)$$

Als Folge stellt sich zunächst eine Überlagerung aus einer freien gedämpften Schwingung und einer erzwungenen Schwingung ein. Bei diesem zu Beginn stattfindenden sogenannten **Einschwingvorgang** macht das Pendel anharmonische Bewegungen.

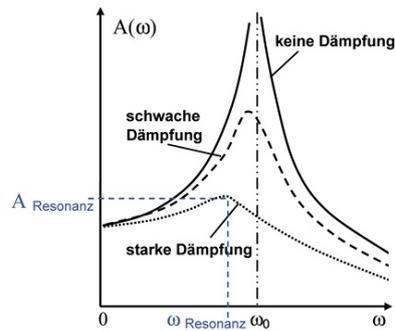
Wie im letzten Abschnitt gezeigt, klingt die freie gedämpfte Schwingung jedoch aufgrund der Dämpfung mit der Zeit ab, so dass nach einiger Zeit (Einschwingzeit) nur noch der erzwungene Anteil übrig bleibt. Das System hat den sogenannten **stationären Zustand** erreicht.

Als Lösung der Differentialgleichung 2.11 ergibt sich im stationären Zustand eine Schwingung der Form

$$x(t) = A(\omega) \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi(\omega)) \quad (2.12)$$

(Details z.B. in: Staudt Experimentalphysik I, 7. Aufl. 1999, S.198ff). Das System schwingt im stationären Zustand also mit der Kreisfrequenz ω der erregenden Kraft, ist jedoch gegenüber dieser **Zwangskraft** um $j(\omega)$ phasenverschoben. Sowohl diese Phasenverschiebung j als auch die Amplitude A der Schwingung hängen von der **Erregerfrequenz** ab. Liegt die Erregerfrequenz weit unterhalb der Resonanzfrequenz, so sind Erreger und Schwingung praktisch in gleicher Phase. Mit zunehmender Erregerfrequenz eilt der Erreger der Schwingung immer mehr voraus. Bei der Resonanzfrequenz besteht gerade eine Phasenverschiebung von 90° . Für sehr hohe Frequenzen bewegen sich Erreger und Schwinger gegenphasig.

Variiert man die Frequenz $f = \omega/2\pi$ der erregenden Kraft, so beobachtet **RE** man, dass die Amplitude der Schwingung in der Nähe der Eigenfrequenz $f_0 = \omega_0/2\pi$ des erregten Systems steil ansteigt. Es liegt **Resonanz** vor. Man bezeichnet ein solches System als **Resonator**.



Trägt man in einem Diagramm die Amplitude $A(\omega)$ in Abhängigkeit von der Erregerkreisfrequenz ω auf, so erhält man für verschiedene Dämpfungen die in obiger Abbildung dargestellten Resonanzkurven. Ohne Dämpfung liegt das Resonanzmaximum bei der Eigenkreisfrequenz ω_0 des Systems. Die Resonanzamplitude geht in diesem Idealfall gegen unendlich.

Je *stärker* die Dämpfung ist, umso *flacher* wird die Resonanzkurve und umso weiter verschiebt sich die Resonanzfrequenz zu kleineren Werten hin (siehe obige Abbildung).

Es gilt:

$$\omega_{\text{Resonanz}} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2} \quad (2.13)$$

Die Resonanz spielt in der Technik und im Alltag eine große Rolle. Die meisten mechanischen Gebilde sind schwingungsfähig und können durch äußere regelmäßige Kräfte angeregt werden. Dabei weist jedes System, jeder Körper bevorzugte Frequenzen, die sog. Eigenfrequenzen auf. Diese hängen von der Form, der Masse, der Elastizität und der inneren Struktur des Körpers ab.

Komplexe Systeme wie Brücken, Maschinen, Flugzeuge, Radioempfänger und organische Zellen zeigen nicht nur eine Eigenfrequenz, sondern eine Vielzahl. Bei der Konstruktion mechanischer Strukturen müssen deren Eigenfrequenzen sorgfältig beachtet werden. Ist eine Brücke oder Tragfläche nicht entsprechend entworfen, so kann z.B. der Wind Schwingungen im Bereich der Eigenfrequenzen anregen. Die Struktur gerät in Resonanz und katastrophale Schwingungsweiten (Amplituden), die z.B. zum Bruch einer Brücke führen können, sind die Folge.

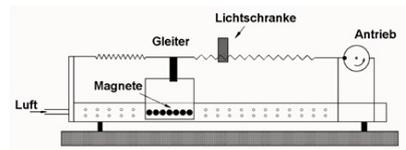
Beispiel Ein Auto besitzt eine Eigenfrequenz von 2 Hz. Es fährt auf einer alten Autobahn, die im Abstand von 15 m tiefe Querfugen hat. Bei jeder Querfuge erhält das Auto einen Stoß. Entspricht der zeitliche Abstand zwischen zwei Stößen gerade der Periodendauer $T = 1/f$ des Autos, so liegt Resonanz vor. Die Stoßdämpfer werden dann besonders beansprucht.

Dies passiert, wenn für die Geschwindigkeit v des Autos gilt:

$$v = \frac{s}{T} = s \cdot f = 15\text{m} \cdot 2\text{Hz} = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 3,6 \cdot 30 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 108 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

2.2 Versuchsaufbau

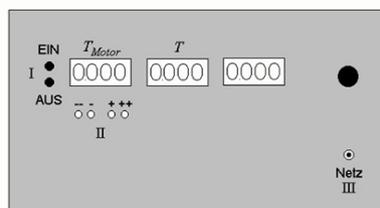
Das im Praktikumsversuch verwendete Pendel besteht aus einem Gleiter, der durch zwei Schraubenfedern an eine Ruhelage gebunden ist (vgl. Abbildung unten). Zur Vermeidung der Reibung befindet sich der Gleiter auf einer Luftkissenbahn.



Schema des Luftkissengleiters

Eine geschwindigkeitsproportionale Dämpfung (siehe Gleichung (2.8)) wird durch eine Wirbelstrombremse erreicht. Die Wirbelstrombremse wird durch Permanentmagnete realisiert, die so an den Seiten des Gleiters angebracht sind, dass ihr Magnetfeld die Luftkissenschiene senkrecht durchsetzt. Um verschiedene Dämpfungen zu erreichen, kann die Anzahl der Magnetpaare (je ein Magnet rechts und links am Gleiter) von 1 bis 7 Paaren bzw. 2 bis 14 Magneten variiert werden. Dabei ist zu beachten, dass nicht auf dem Gleiter angebrachte Magnete durch gleich schwere Messingstücke ersetzt werden, damit die Masse m des Gleiters bei jeder Dämpfung gleich bleibt.

Frontplatte des Betriebsgerätes



Die Amplitude A der Schwingungen kann mithilfe eines angeklebten Maßbands direkt an der Luftkissenbahn abgelesen werden.

Zur Messung der Periodendauer $T (= 2\pi/\omega)$ der Schwingung dient eine

Doppel-Lichtschranke, die sich in der Ruhelage des Gleiters befindet (sollte dies nicht der Fall sein, bitte nachjustieren!). Sie gibt ein Signal, wenn der Gleiter von links nach rechts durchläuft, also nach jeder Schwingungsperiode. Die elektronische Stoppuhr, die durch ein Signal dieser Lichtschranke ausgelesen und sofort wieder neu gestartet wird befindet sich in einem speziell für diesen Versuch ausgestatteten Betriebsgerät, dessen Frontplatte in

oberer Abbildung dargestellt ist. Die gemessene Schwingungsdauer T des Gleiters wird auf der mittleren Anzeige des Betriebsgerätes angezeigt.

Zur Realisation der erzwungenen Schwingung lässt sich an der Versuchsanordnung ein Motor zuschalten, der über einen Exzenter mit dem Ende einer Feder verbunden ist und somit das System zum Schwingen anregen kann. Die Elektronik zur Ansteuerung des Motors befindet sich im Betriebsgerät. Der Motor wird mit den Tasten (I) an und ausgeschaltet. Beim Ausschalten bleibt der Exzenter in seiner Null-Position stehen, damit die Ruhelage des Gleiters bei der Untersuchung der freien, gedämpften Schwingungen (ohne Motor) an derselben Stelle liegt wie bei der Untersuchung der erzwungenen Schwingungen (mit Motor).

Die linke Anzeige am Betriebsgerät zeigt die Periodendauer T_{Motor} (in s)

der äußeren Kraft an. Sie kann mit den vier Tasten (II) unter der Anzeige im Bereich von 1 s bis 4 s verändert werden. Die Anzeige leuchtet nur, wenn der Motor eingeschaltet ist. Schalter (III) ist der Netzschalter, mit dem das Betriebsgerät eingeschaltet wird.

2.3 Messungen

1. Freie Schwingungen

Die erste Messung beschäftigt sich mit freien Schwingungen verschiedener Dämpfung.

Um die unterschiedlichen Dämpfungen zu erreichen, setzt man nacheinander p Magnetpaare (0,1,3,7) auf den Gleiter auf. Nicht benötigte

Magnete müssen durch gleich schwere Messingstücke ersetzt werden. Für jede Anzahl von Magnetpaaren (0,1,3,7) ist nun folgende Messung durchzuführen:

Man lenkt den Gleiter jeweils ca. 35 bis 45 cm nach rechts aus der Ruhelage aus und beginnt mit dem Loslassen die freie Schwingung. RE

- Zuerst ist die Schwingungsdauer T (mittlere Anzeige) und damit die Kreisfrequenz ω der Schwingung zu bestimmen.
- Nach erneutem Auslenken um ca. 30 cm (dieser Wert entspricht der Anfangsamplitude A_0 der jeweiligen Schwingung – notieren!) und Loslassen des Gleiters sind die aufeinanderfolgenden Amplituden A_1, A_2, \dots, A_{10} (bei großem p auch weniger) abzulesen und in eine Tabelle einzutragen.

Es empfiehlt sich, die Messung bei maximaler Magnetpaaranzahl ($p = 7$) zu beginnen, und sich schrittweise zu kleinerer Dämpfung vorzuarbeiten, da die Geschwindigkeit des Gleiters für kleinere Dämpfungen immer höher wird, was das Ablesen der Amplituden erschwert!

2. Erzwungene Schwingungen

Zu messen ist die Amplitude $A(\omega)$ des Gleiters in Abhängigkeit von der Erregerkreisfrequenz ω für die zwei unterschiedlichen Dämpfungen $p = 1$ und $p = 7$.

Dabei beginnt man am besten mit dem wegen der kürzeren Einschwingzeit weniger problematischen Fall größerer Dämpfung ($p = 7$). (Bei größerer Dämpfung klingt die beim Einschwingvorgang noch vorhandene freie gedämpfte Schwingung schneller ab (vgl. Gl. 2.10), der interessierende stationäre Zustand wird demnach schneller erreicht.)

- Zu messen sind jeweils die Amplitude $A(\omega)$ für Schwingungsdauern T zwischen 1,6 s und 4,0 s. Dabei ist die Schwingungsdauer von 1,6 bis 2,0 s in 0,2 s – Schritten, von 2,0 bis 3,0 s (in der Nähe der Resonanz) in 0,1 s – Schritten und ab 3,0 s wieder in 0,2 s – Schritten zu erhöhen.
- Nach dem Einstellen der Erregerfrequenz des Motors ist jeweils das Abklingen des Einschwingvorgangs abzuwarten, bevor die Amplitude abgelesen wird. (Der stationäre Zustand ist erreicht, wenn linke und mittlere Anzeige des Betriebsgerätes etwa übereinstimmen bzw. wenn die Amplitude der Schwingung konstant bleibt).

2.4 Auswertung

Zu Messung 1:

1.1 Berechnen Sie für jede Dämpfung (jedes p) aus den Messwerten für die aufeinanderfolgenden Amplituden A_1, A_2, \dots, A_{10} die Größen $R_i = \ln(A_i/A_0)$. Auf diese Weise erhalten Sie für jedes p 10 Werte R_i (R_1, R_2, \dots, R_{10}) die in ein Diagramm als Funktion von i (1, 2, ..., 10) einzutragen sind.

Für jedes p ist eine Ausgleichsgerade durch die entsprechenden Messpunkte zu legen.

Nach Gl. 2.10 gilt für die Amplituden bei der gedämpften Schwingung:

$$A(t) = A_0 \cdot e^{-\beta t}$$

Damit ergibt sich:

$$\frac{A_i}{A_0} = \frac{A(i \cdot T)}{A_0} = \frac{A_0 \cdot e^{-\beta \cdot i \cdot T}}{A_0} = e^{-\beta \cdot i \cdot T}$$

und folglich

$$\ln\left(\frac{A_i}{A_0}\right) = -\beta \cdot T \cdot i$$

1.2 Anhand der Steigungen der Ausgleichsgeraden und der gemessenen Schwingungsdauern T sind die Abklingkonstanten $\beta(p)$ zu bestimmen.

1.3 Tragen Sie in einem weiteren Diagramm die Abklingkonstanten $\beta(p)$ über der Anzahl p der Magnetpaare auf. Zeichnen Sie eine Ausgleichsgerade und ermitteln Sie durch Extrapolation die für kritische Dämpfung (aperiodischer Grenzfall: $\beta_{\text{krit}}^2 = \omega_0^2$) notwendige Anzahl p_{krit} von Dämpfungsmagnetpaaren. Verwenden Sie als ω_0 die für $p = 0$ gemessene Kreisfrequenz.

Zu Messung 2:

RE

2.1 Zeichnen Sie die Resonanzkurven $A(\omega)$ über ω für beide Dämpfungen in ein Diagramm. Achten Sie hier ganz besonders darauf, den Maßstab günstig zu wählen, so dass das ganze Blatt ausgenutzt wird!

2.2 Bestimmen Sie für beide Dämpfungen die Maximalamplitude A_{max} und die jeweilige Resonanzfrequenz ω_{Resonanz} . Vergleichen Sie die Werte mit den theoretischen Überlegungen.

2.3 Berechnen Sie für den Fall größerer Dämpfung ($p = 7$) anhand der gemessenen Resonanzfrequenz ω_{Resonanz} und der in Aufgabe 1 bestimmten Eigenfrequenz ω_0 mithilfe von Gl. 2.13 die Abklingkonstante $\beta(p = 7)$ und vergleichen Sie diese mit dem aus der freien Schwingung gewonnenen Wert.

Übungsaufgaben

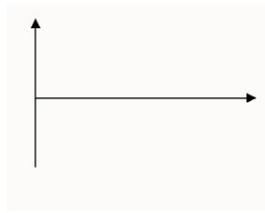
1 Eine Masse von 2 kg schwingt mit einer Frequenz von 1 Hz an einer Feder. Welche Schwingungsfrequenz besitzt die Feder, wenn sie mit einer weiteren Masse von 3 kg belastet wird? (0,63 Hz)

2 Ein Auto von 950 kg schwingt leer mit einer Frequenz von 1 Hz auf den Achsfedern. Welche Schwingungsfrequenz besitzt das Fahrzeug, wenn es mit 4 Personen (300 kg) besetzt ist, die die Federn gleichmäßig belasten? (0,87 Hz)

3. a) Skizzieren Sie im untenstehenden Diagramm den Verlauf eines Ausschnitts der durch

$$y(x,t) = y_0 \cdot \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$$

beschriebenen, ungedämpften harmonischen Welle am Ort $x = 0$.



- b) Tragen Sie alle Achsenbezeichnungen, die Amplitude y_0 und die Periode T ein.
- c) Skizzieren Sie (farbig oder gestrichelt) den zeitlichen Verlauf derselben Welle bei kleiner Dämpfung ($\beta^2 < \omega_0^2$).

3 Versuch: Saitenschwingungen

3.1 Grundlagen

Man stelle sich ein an einer Wand befestigtes langes, gespanntes Gummiband vor. Bewegt man das andere, freie Ende des Gummibandes periodisch auf und wieder ab, so entsteht eine sich auf dem Band ausbreitende Welle. SA

Das Gummiband stellt einen linearen Wellenträger dar, der aus vielen miteinander gekoppelten schwingungsfähigen Teilchen besteht. Wird das Abschlussteilchen am einen Ende des Bandes wie gerade beschrieben in Schwingung gebracht, breitet sich diese Schwingung auf die Nachbarteilchen und damit auf das ganze Gummiband aus.

Da die Schwingungsrichtung senkrecht zur Ausbreitungsrichtung steht, entsteht eine Transversalwelle. Es gilt die allgemeine Beziehung:

$$c = l \cdot f$$

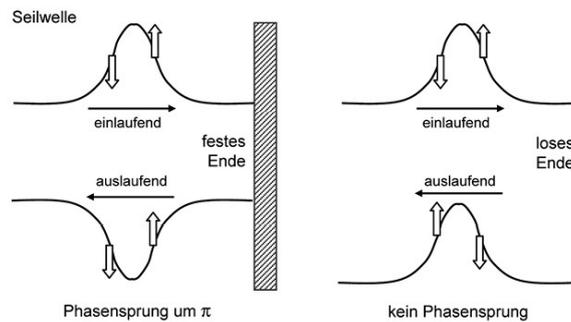
Die Ausbreitungsgeschwindigkeit c der Welle auf dem Gummiband ist gleich dem Produkt aus Wellenlänge l und Frequenz f der Welle.

Reflexion von Wellen

Gelangt eine Welle an ein Ende des Ausbreitungsmediums, kommt es zur Reflexion der Welle.

Wir betrachten wieder das an der Wand befestigte Gummiband. Lenkt man dieses an seinem losen Ende nur einmal nach oben aus, entsteht eine Ausbuchtung, ein Wellenberg, der über das ganze Gummiband läuft. An der Wand erfährt die Ausbuchtung eine Störung, sie klappt nach unten: Es findet ein **Phasensprung** von π statt. Der ankommende Wellenberg läuft als Wellental zurück (vgl. folgende Abbildung).

Befindet sich bei nochmaliger Versuchsdurchführung zwischen Gummiband und Wand ein dünner Faden, so dass das Gummiband auch an diesem Ende frei schwingen kann, findet *kein* Phasensprung statt. Ein ankommender Wellenberg wird also als Wellenberg reflektiert.



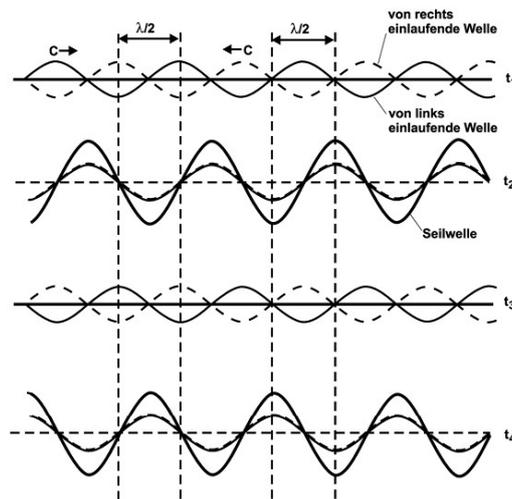
Reflexion am festen und am losen (freien) Ende

Beispiel Auch wenn eine Schallwelle senkrecht an einer Mauer reflektiert wird, handelt es sich um eine Reflexion an einem festen Ende. Verallgemeinert lässt sich sagen: Die Reflexion an der Wand ist ein Sonderfall der Reflexion an einem *dichteren* Medium, und entsprechend ist die Reflexion am losen Ende ein Sonderfall der Reflexion an einem *dünnere*n Medium.

Stehende Wellen

Nach der Reflexion der Welle kommt es zur Überlagerung von einlaufender und rücklaufender Welle. Bei der Überlagerung (Interferenz) von Wellen gilt das Gesetz der *ungestörten Superposition*, d.h. die Auslenkungen der Einzelwellen addieren sich zur Gesamtauslenkung. Auf dem Gummiband sieht man nur die aus der Überlagerung resultierende Welle. Im Falle der Überlagerung einer Welle mit ihrer reflektierten Welle handelt es sich um eine Überlagerung von Wellen gleicher Amplitude A und Frequenz f , jedoch entgegengesetzter Ausbreitungsrichtung c .

Man stelle sich ein unendlich langes Seil vor, auf dem von beiden Seiten Wellen gleicher Amplitude und Frequenz erzeugt werden. Die Wellen laufen aufeinander zu und überlagern sich, sobald sie aufeinandertreffen. In folgender Abbildung möge die gestrichelt gezeichnete Welle von links nach rechts laufen, die durchgezogene (dünne) Welle von rechts nach links. Die beiden gezeichneten Wellen zeigen jeweils die Form des Seiles an, die die jeweilige Welle *allein* dem Seil geben würde.



Zur Entstehung stehender Wellen

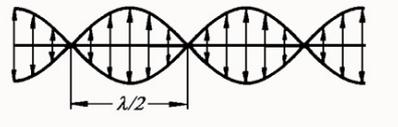
Beim Vorhandensein beider Wellen erfahren alle Punkte des Seiles gleichzeitig zwei Auslenkungen. Die Abbildung zeigt verschiedene Momentaufnahmen der so entstehenden Überlagerung der Wellen (stark durchgezogene Linie), gekennzeichnet durch verschiedene Zeitpunkte t_1 bis t_4 . Zum Zeitpunkt t_1 überlagern sich die beiden Wellen gerade so, dass ein Wellenberg (Maximum) der einen Welle auf ein Wellental (Minimum) der entgegenlaufenden Welle trifft. Die Amplituden sind an jedem Punkt entgegengesetzt gleich groß und heben sich folglich auf. Das Seil wird nicht ausgelenkt.

Zum Zeitpunkt t_2 sind beide Wellen um $\lambda/4$ (nach rechts bzw. links) weitergewandert. Jetzt treffen gerade Wellenberge und Wellentäler bei der Wellen aufeinander. Die Einzelauslenkungen addieren sich, das Seil wird doppelt so stark ausgelenkt wie beim Vorhandensein einer einzelnen Welle. Die dargestellten Zeitpunkte t_3 und t_4 liegen wieder je eine Viertelperiode $T/4$ später (dies entspricht einem Fortschreiten der Wellen um $\lambda/4$). Man erkennt in der Abbildung, dass es bei dieser Überlagerung von zwei gegeneinanderlaufenden Wellen Punkte gibt, die dauernd in Ruhe sind, die sog. **Schwingungsknoten**. Außerhalb der Knoten führt jeder Punkt eine harmonische Schwingung mit einer vom Ort abhängigen Amplitude aus. In der Mitte zwischen zwei Knoten liegen die **Schwingungsbäuche**, die mit größter Amplitude schwingen.

Der Abstand zwischen zwei Bäuchen bzw. zwischen zwei Knoten ist gleich einer halben Wellenlänge ($\lambda/2$), der zwischen einem Knoten und dem benachbarten Schwingungsbauch entsprechend $\lambda/4$.

Da sowohl die Punkte ständiger Ruhe als auch die größter Bewegung immer dieselben sind, nennt man dies eine *stehende Welle* (siehe folgende Abbildung).

Stehende Welle



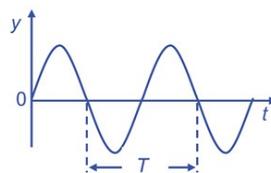
Bei der Reflexion einer Welle an einem festen Ende entsteht an der Reflexionsstelle ein Knoten, bei der Reflexion an einem losen (freien) Ende beobachtet man dort einen Schwingungsbauch.

Beispiel Eine Schallwelle trifft senkrecht auf eine Wand und wird reflektiert. An der Wand entsteht ein Schwingungsknoten. Der nächste Bauch befindet sich 8 cm von der Wand entfernt.

Die Wellenlänge beträgt

$$l/4 = 8 \text{ cm} \Rightarrow l = 32 \text{ cm.}$$

Beispiel Eine ebene Welle treffe senkrecht auf eine Wand und werde von dieser reflektiert, so dass sich vor der Wand eine stehende Welle ausbildet.



Die Abbildung stellt den Verlauf des Momentanwertes der Auslenkung y der Welle in Abhängigkeit von der Zeit t an einem festen Ort (außerhalb eines Wellenknotens) dar.

Vergleich von stehender und fortschreitender Welle

Fortschreitende Welle	Stehende Welle
Sie entstehen durch erzwungene Schwingungen	
<ul style="list-style-type: none"> • in einem unbegrenzten System • transportiert Energie mit Wellengeschwindigkeit • Alle Schwingungen erfolgen mit gleicher Amplitude • Die Phasen der Schwingungen sind von Ort zu Ort verschieden. Gleiche Phasen wiederholen sich im Abstand einer Wellenlänge (λ) 	<ul style="list-style-type: none"> • in einem begrenzten System • speichert Energie in den ortsfesten Schwingungsbäuchen • Die Amplituden der Schwingungen sind von Ort zu Ort verschieden. Gleiche Amplituden wiederholen sich im Abstand einer halben Wellenlänge ($\lambda/2$) • Die Phasen der Schwingungen zwischen zwei Knoten sind gleich. Die Phase ändert sich im Abstand einer halben Wellenlänge ($\lambda/2$) um π

Saitenschwingungen

Auf einem an *beiden* Seiten eingespannten Seil oder einer Saite können sich nicht stehende Wellen jeder beliebigen Frequenz ausbilden. In diesem Fall wird die Welle nämlich vielfach reflektiert, d.h. sie läuft vielfach hin und her. Es addieren sich also sehr viele Wellen, deren Amplituden sich nur in Sonderfällen nicht völlig auslöschen.

Im Fall fester Enden an beiden Seiten ergeben sich für stehende Wellen folgende Randbedingungen:

- An beiden Enden befinden sich Schwingungsknoten
- Der Knotenabstand beträgt $\lambda/2$

Daraus folgt, dass stehende Wellen immer dann entstehen, wenn die Saitenlänge L gerade ein ganzzahliges Vielfaches der halben Wellenlänge ist.

Bedingung

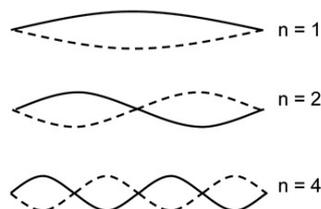
für das **Zustandekommen stehender Wellen** auf einer eingespannten Saite:

$$L = n \cdot \frac{\lambda}{2} \quad \text{mit } n = 1, 2, 3,$$

L : Länge der Saite, λ : Wellenlänge

Nächste Abbildung zeigt Beispiele für stehende Wellen auf einer Saite.

Eigenschwingungen einer Saite



Da man die Saite auch als schwingungsfähigen Körper ansehen kann, der mehrere **Eigenfrequenzen** besitzt (vgl. Versuch: Resonanz), nennt man die sich auf einer Saite ausbildenden stehenden Wellen auch **Eigenschwingungen** der Saite. Für $n = 1$ bildet sich die **Grundschiwingung** (oder auch **1. Harmonische**) aus. Die Fälle $n = 2, 3, 4, \dots$ bezeichnet man als **1., 2., 3., ... Oberschiwingung** (oder als **2., 3., 4., ... Harmonische**). Zwischen den Enden der Saite befinden sich jeweils n Schwingungsbäuche und $n - 1$ Schwingungsknoten.

Beispiel Stehende Wellen können sich auch bei Schallwellen (vgl. Versuch Schallgeschwindigkeit in Gasen) ausbilden. Richtet man einen Lautsprecher senkrecht gegen eine Wand aus, so werden die austretenden Schallwellen reflektiert. Zwischen Wand und Lautsprecher entsteht genau dann eine stehende Welle, wenn der

Abstand Wand-Lautsprecher gerade ein ganzzahliges Vielfaches der halben Schallwellenlänge ist.

Ist diese Bedingung erfüllt, so kann man, wenn man sich entlang der stehenden Welle bewegt, deutliche Intensitätsunterschiede hören. In den Schwingungsbäuchen ist die Lautstärke am größten, an den Stellen der Knoten am niedrigsten.

Mit $c = l \cdot f$ und $L = n \cdot l/2$ bzw. $l = n \cdot 2L/n$ ergibt sich für die Frequenzen der Eigenschwingungen:

Formel

Eigenfrequenzen einer Saite

$$f_n = \frac{c}{\lambda} = n \cdot \frac{c}{2L} \quad \text{mit } n = 1, 2, 3, \dots \quad (3.2) \text{ SA}$$

c : Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle auf der Saite Da die Eigenfrequenz der Grundschwingung ($n = 1$), die sog. Grundfrequenz $f_1 = c/2L$ beträgt, kann man auch schreiben:

$$f_n = n \cdot f_1 \quad (3.3)$$

Beispiel Eine Saite schwingt mit einer Frequenz von 1500 Hz und bildet dabei 3 Schwingungsbäuche aus. Es handelt sich demnach um die 2. Oberschwingung bzw. 3. Harmonische der Saite. Die Grundfrequenz der Saite ergibt sich zu: $f_1 = 1500 \text{ Hz} / 3 = 500 \text{ Hz}$

Wie Gl. 3.3 zeigt, hängen die Eigenfrequenzen einer Saite von ihrer Länge L und der Ausbreitungsgeschwindigkeit c der Welle auf der Saite ab.

Die Ausbreitungsgeschwindigkeit c hängt wiederum von den folgenden zwei Größen ab:

1. von der Massenbelegung μ der Saite.

$$\mu = \frac{\text{Masse der Saite}}{\text{Länge der Saite}} = \frac{m}{L}$$

Erweitert man mit der Querschnittsfläche A der Saite, so erhält man:

$$\mu = \frac{m \cdot A}{L \cdot A} = \frac{m \cdot A}{V} = \rho \cdot A \quad \begin{array}{l} V: \text{Saitenvolumen} \\ \rho: \text{Dichte der Saite} \end{array}$$

2. von der Kraft F , mit der die Saite gespannt ist.

In unserem Versuch wird die Saite durch ein angehängtes Massestück M gespannt (vgl. nächste Abbildung), die Saitenspannung F entspricht also der Gewichtskraft, die auf die Masse M wirkt:

$$F = M \cdot g \quad \text{mit der Erdbeschleunigung } g = 9,81 \text{ m/s}^2$$

Beispiel Dass die Saitenspannung Auswirkungen auf die Schwingungsfrequenz einer Saite hat, zeigt sich beim Stimmen von Saiteninstrumenten. Je mehr eine Geigensaite gespannt wird, umso größer wird die Ausbreitungsgeschwindigkeit c von Wellen auf der Saite und damit erhöht sich auch die Schwingungsfrequenz f der Saite ($f = c/l$). Der von der Saite ausgehende Ton wird höher (vgl. Versuch Schallgeschwindigkeit in Gasen).

Es lässt sich zeigen, dass gilt:

Formel

Ausbreitungsgeschwindigkeit c der Welle auf der Saite

$$c = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \quad (3.4)$$

Beispiel Ein Strick der Länge 5 m wiegt 10 kg und wird mit der Kraft 200 N gespannt. Eine Seilwelle läuft entlang des Stricks. Die Geschwindigkeit c der Welle berechnet sich zu:

$$c = \sqrt{F/\mu} = \sqrt{F \cdot L / m} = 10 \text{ m/s}$$

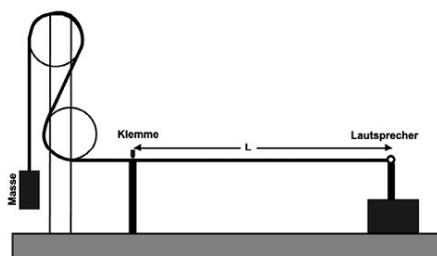
Beispiel Ein Seil wird zwischen zwei Haken an einer Wand gespannt, die 1,2 m voneinander entfernt sind. Das Seil schwingt mit 450 Hz in einer stehenden Welle, die zwei Knoten zwischen den Enden aufweist. Es handelt sich also um die 2. Oberschwingung bzw. um die 3. Harmonische.

Die Wellenlänge λ berechnet sich mit Gl. 3.1 zu 80 cm. Wird die Saitenspannung vervierfacht, so verdoppelt sich die Ausbreitungsgeschwindigkeit c der Welle auf der Saite ($c = \sqrt{4F/\mu}$). Die Frequenz der 3. Harmonischen berechnet sich aufgrund von $f = c/\lambda$ zu:

$$f = 2 \cdot 450 \text{ Hz} = 900 \text{ Hz} .$$

3.2 Versuchsaufbau

Im vorliegenden Versuch werden Eigenschwingungen eines Gummibandes mit Hilfe eines mechanischen Erregers, der im wesentlichen wie ein Lautsprecher funktioniert, hervorgerufen.



Schema des Versuchsaufbaus

Ein Schema des Versuchsaufbaus ist in obiger Abbildung gezeigt. Die Schwingungsfrequenz f wird durch einen Frequenzgenerator erzeugt und angezeigt. Sie kann kontinuierlich verändert werden. Erreicht die eingestellte Erregerfrequenz den Wert einer Eigenschwingung f_n des Gummibandes, so kommt es zu einer Resonanzerscheinung, d.h. die Amplitude der Saitenschwingung wird deutlich zunehmen. Durch Abzählen der Knoten kann festgestellt werden, welche Oberschwingung angeregt wurde.

Die Saitenspannung F kann durch Auflegen zusätzlicher Gewichtsstücke variiert werden. Die Saitenlänge L wird durch Einspannen des Gummibandes mit einer Klemme festgelegt. Wichtig ist es, die Einspannklemmen beim Auflegen zusätzlicher Gewichtsstücke zu öffnen, und erst danach wieder zu schließen, sonst ändert sich die Saitenspannung nicht!

3.3 Messungen

1. Man messe bei 3 *verschiedenen Spannungen* (Massen M) möglichst viele Eigenschwingungen der Saite.

Die einzelnen Massestücke sind bezeichnet, die Saitenlänge ist auszumessen.

2. Man messe bei einer festen Spannung mit 3 *verschiedenen Längen* L mindestens 3 Eigenschwingungen.

3.4 Auswertung

Zu Messung 1:

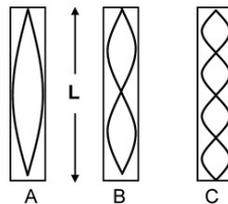
- Tragen Sie die gemessenen Eigenfrequenzen f_n in einem Diagramm als Funktion der Nummer n der Eigenschwingung ($f_n = f(n)$) auf und bestimmen Sie die Grundfrequenzen f_1 für die drei Massen M aus der Steigung der Ausgleichsgeraden.
- Bestimmen sie die Ausbreitungsgeschwindigkeiten c für die drei Spannungen mithilfe von Gl. 3.2.
- Bestimmen Sie mithilfe von Gl. 3.4 den Mittelwert der Massenbelegung μ des Gummibandes.

Zu Messung 2:

- Zeigen Sie mit den Ergebnissen der Messung 2, dass die Grundfrequenz f_1 umgekehrt proportional zur Saitenlänge L ist.

Übungsaufgaben

1. Ein Seil, das an einem Ende mit einer Mauer fest verbunden ist, wird in Schwingung versetzt. Der von der Wand aus gesehen zweite Schwingungsbauch befindet sich 24 cm vom Befestigungspunkt entfernt. Wie groß ist die Wellenlänge der Schwingung? (32 cm)
2. In einem senkrechten Rohr der Länge $L = 17$ cm bildet sich eine stehende Welle aus. Die Schwingungsform in A besitzt eine Frequenz f und eine Wellenlänge λ .



- a) Wie groß ist die Wellenlänge der in A gezeigten stehenden Welle? (34 cm)
- b) Wie groß sind Frequenz und Wellenlänge der stehenden Welle, die unter B gezeigt ist? (Kreuzen Sie die richtige Antwort an.)

A: $1/2 f$; B: $3/2 f$; C: $2f$; D: $4f$

E: L ; F: $1/2L$; G: $3L$; H: $4L$

(CE)

3. Die Schwingung einer Gitarrensaite sei wie unten skizziert gegeben



- a) Welche Schwingungsform (Grund- bzw. wievielte Oberschwingung) ist dargestellt?
 - b) Wenn der Grundton die Frequenz $f = 450$ Hz besitzt, wie groß ist die Frequenz der dargestellten Schwingung? (1800 Hz)
4. a) Wie nennt man bei einer stehenden Welle die Stellen, die immer in Ruhe bleiben? (Knoten)
 - b) Wie groß ist der Phasensprung einer Seilwelle bei Reflexion am festen, mit einer Wand verbundenen Seilende? (π)

4 Versuch: Schallgeschwindigkeit in Gasen

4.1 Grundlagen

Auch beim Schall handelt es sich um mechanische Wellen. Bei der Ausbreitung von **Schallwellen**, zum Beispiel in Festkörpern, Flüssigkeiten oder Gasen, werden die Materieteilchen in Schwingungen versetzt. Die Ausbreitung von Schallwellen kann also nur in einem Medium (Stoff, Materie) erfolgen, nicht aber im materiefreien Raum (Vakuum).

CS

Beispiel Ein laut rasselnder Wecker befindet sich in einem Glasgefäß, das nach und nach evakuiert (ausgepumpt) wird. Nach dem Auspumpen der in der Glocke befindlichen Luft ist kein Geräusch des Weckers mehr zu hören.

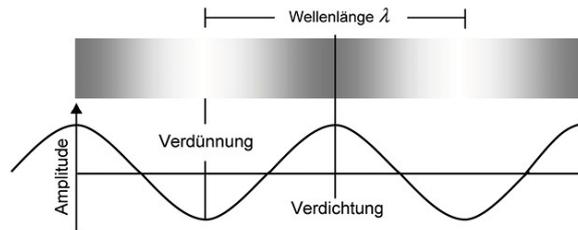
In Gasen und Flüssigkeiten können die Atome oder Moleküle nur Kompression und Expansion weitergeben. Schallwellen können sich deswegen dort nur als **longitudinale** Wellen ausbreiten. In festen Stoffen dagegen können sich Schallwellen sowohl als longitudinale als auch als **transversale** Wellen fortpflanzen. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Longitudinalwellen ist dabei immer größer, als die der Transversalwellen und hängt vom Stoff ab, in dem sich der Schall fortbewegt.

Schallgeschwindigkeit für verschiedene Stoffe in m/s (bei 20° C)

Feste Stoffe:	Aluminium (Al)	6420
	Blei (Pb)	2160
	Kupfer (Cu)	5010
	Stahl	5200
	Ziegelstein	3600
Flüssigkeiten:	Wasser	1485
	Meerwasser	1531
	Chloroform	987
	Benzol	1320
Gase:	Luft	331,4
	Kohlendioxid (CO ₂)	268
	Helium (He)	965
	Wasserstoff (H ₂)	1285

Schallwellen entsprechen einer elastischen Deformation des Mediums, in dem sich die Schallwellen ausbreiten. Der Schall breitet sich zum Beispiel an Luft ausgehend von einer Schallquelle (Lautsprecher, Stimmgabel) in Form von Druck- bzw. Dichteschwankungen der Luft aus. Ein in der Verdichtungsphase erhöhter Druck wechselt periodisch mit einem verringerten Druck in der Verdünnungsphase ab. Die Druckänderungen der Luft bei der Schallausbreitung können daher durch eine Sinusschwingung dargestellt werden.

Beispiel Eine Stimmgabel an Luft wird in Schwingung versetzt. Die Druckschwankungen der Luft bei der Schallausbreitung können als periodische Verdichtungen der Luft im Abstand einer Wellenlänge oder als Sinusschwingung dargestellt werden. Die Amplitude der Sinusschwingung entspricht der (subjektiven) Lautstärke des Schalls:



Formel

Schallgeschwindigkeit c

$$c = \lambda \cdot f = \lambda \cdot \nu$$

Einheit: $[c] = 1 \text{ m/s}$

f (oder ν): Frequenz, λ : Wellenlänge

Beispiel Die Schallgeschwindigkeit beträgt in Luft etwa 300 m/s und in Wasser etwa 1500 m/s. Pflanzt sich eine ebene Schallwelle mit der Frequenz 500 Hz in beiden Medien fort, so gilt für die Wellenlängen in Wasser λ_W und in Luft λ_L das Verhältnis $\lambda_W/\lambda_L = 5$, da die Wellenlängen in Wasser bzw. Luft $\lambda_W = 1500 \text{ ms}^{-1}/500 \text{ s}^{-1} = 3 \text{ m}$ und $\lambda_L = 300 \text{ ms}^{-1}/500 \text{ s}^{-1} = 0,6 \text{ m}$ betragen.

Ähnlich wie die Schwingung eines Federpendels durch die Trägheit der schwingenden Masse m und durch die elastischen Rückstelleigenschaften der Feder (über die Federkonstante k) charakterisiert wird (vgl. Versuch Resonanz), hängt auch die Ausbreitungsgeschwindigkeit einer Schallwelle von Materialkonstanten ab.

Formel

Schallgeschwindigkeit in Gasen



$$c = \sqrt{k \frac{p}{\rho}} = \sqrt{k \frac{RT}{M}} \sim \sqrt{\frac{1}{M}}$$

k : Adiabatenkoeffizient (materialabhängig)

p : Druck

ρ : Dichte

M : Molare Masse

R : Gaskonstante

Die Schallgeschwindigkeit steigt also mit abnehmender (molarer) Masse des Gases und gleichzeitig nimmt die Frequenz (Tonhöhe) zu.

Beispiel Ein Proband atmet kurz aus einer Druckflasche Helium. Der Klang seiner Stimme verwandelt sich beim Ausatmen zu einer Micky-Maus-Stimme, da Helium leichter als Luft ist, also eine geringere molare Masse hat. Die Frequenz und damit die Tonhöhe ist in Helium größer als in Luft.

Schallwellen können an festen Hindernissen reflektiert werden, und an Kanten Beugung (vgl. Wellenoptik) erfahren.

Beispiel Ein Echo im Gebirge oder in Höhlen oder großen, leeren Räumen ist ein Beispiel für die Reflexion des Schalls an Hindernissen. Ein Zuhörer, der neben der Tür vor einem Zimmer steht, in dem sich eine Schallquelle befindet, hört den Schall, obwohl er keine direkte räumliche Verbindung zur Schallquelle hat. Der Schall wird an der Türöffnung gebeugt, so dass die Schallwellen auch den Bereich außerhalb des Zimmers erreichen. Die Amplitude und damit die Lautstärke nimmt aber aufgrund der Beugung mit zunehmender seitlicher Entfernung von der Türöffnung schnell ab.

Interferenz von Schallwellen

Werden Schallwellen von zwei verschiedenen Quellen ausgesandt, überlagern sich die Wellen, sofern die Wellen die gleiche Frequenz und Amplitude besitzen. Diese Überlagerung bezeichnet man als Interferenz (vgl. Kap. Wellenoptik). An bestimmten Stellen der überlagerten Schallwelle kommt es zur Auslöschung oder Verstärkung der ursprünglichen Schallwellen.

Beispiel Die beiden Lautsprecher einer herkömmlichen Stereoanlage (ohne Surround-Effekt) werden in die Ecken eines größeren Raumes gestellt. Auf beide Boxen wird der gleiche Ton mit konstanter Tonhöhe (Frequenz) gegeben. Wenn man sich längs der Verbindungslinie beider Lautsprecher bewegt, hört man je nach Position und Entfernung zu den Boxen den Ton lauter oder leiser.

Die Stellen im Raum, an denen Auslöschung (Schwächung) oder Addition (Verstärkung) der beiden Schallwellen eintritt, ist durch den Wegunterschied der Wellen von der Quelle zum Hörer bestimmt. Die Stellen der Schwächung oder gar Auslöschung des Schalls ergeben sich im Raum aus den Kurven gleicher Abstände zu den Quellen (Kegelschnitte). Der Wegunterschied oder **Gangunterschied** muss zur Auslöschung ein ungeradzahliges Vielfaches der halben Wellenlänge betragen. Verstärkung des Schalls tritt auf, wenn der Gangunterschied ein Vielfaches der Wellenlänge beträgt.

Bedingung

Auslöschung des Schalls bei Überlagerung zweier Schallwellen mit gleicher Frequenz und Amplitude

Gangunterschied: $(2n+1) \frac{\lambda}{2}$ mit $n = 0, 1, 2, \dots$

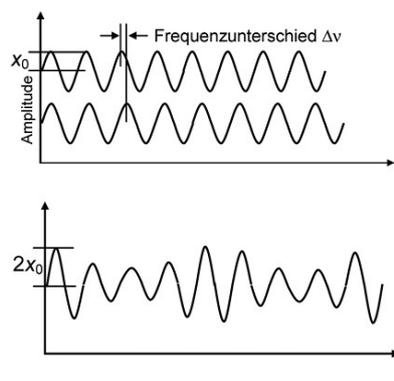
Bedingung

Verstärkung des Schalls bei Überlagerung zweier Schallwellen mit gleicher Frequenz und Amplitude

Gangunterschied: $n \cdot \lambda$ mit $n = 0, 1, 2, \dots$

Schwebung

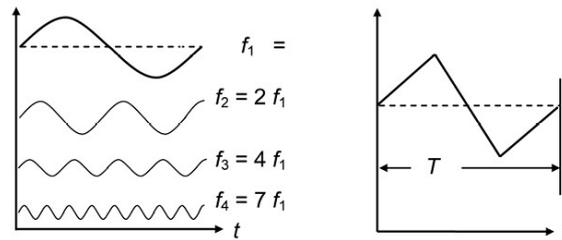
Sind die Amplituden der Schallwellen zwar gleich, die Frequenzen aber geringfügig verschieden, überlagern sich die Schallwellen zur sog. **Schwebung**. Die Amplitude der resultierenden Schwebungs-Welle nimmt periodisch zu und ab. Die maximale Amplitude der Schwebung ist doppelt so groß wie die Amplitude der Einzelwellen. Die Frequenz der Schwebung entspricht gerade der Differenz der Frequenzen der Einzelwellen.



Beispiel Schwebungen treten beim Stimmen von verschiedenen Musikinstrumenten auf (zum Beispiel von Streichern im Orchester) und lassen sich besonders gut hören, wenn die einzelnen Instrumente in der gleichen Tonhöhe (Stimmlage) nur noch einen geringen Frequenzunterschied aufweisen.

Werden mehr als zwei harmonische Schallwellen mit unterschiedlicher Frequenz, Amplitude und Phase überlagert, ergeben sich kompliziertere zeitliche Verlaufsformen der überlagerten Schallwelle, die teilweise eine nicht-harmonische Verlaufsform besitzen können (Zick-Zack-Welle).

Jeder beliebiger periodisch ablaufender Verlauf kann also als Kombination von harmonischen Anteilen dargestellt werden:

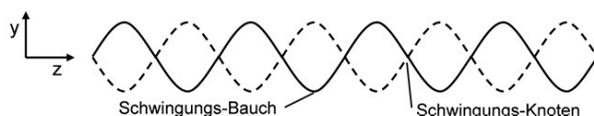


Diese Beobachtung wird in der **Fourieranalyse** ausgenutzt, indem nichtharmonische (aber periodische) Vorgänge in die einzelnen harmonischen Anteile zerlegt werden. Im folgenden ist ein nicht-harmonischer Vorgang (Abb. rechts) in vier harmonische Anteile (Abb. links) zerlegt.

Beispiel Die Fourieranalyse wird technisch dazu eingesetzt, ein gleichmäßiges akustisches oder elektronisches Störsignal in einem Ton oder einem elektromagnetischen Signal zu bestimmen und diese Komponente durch eine Fourier-Filterung zu entfernen. Danach werden die einzelnen, harmonischen Anteile des Signals wieder zum ursprünglichen Signal überlagert, das jetzt jedoch rausch- oder störungsfrei ist.

Stehende Schallwellen

Ein wichtiger Fall der Überlagerung zweier Schwingungen ist das Zusammentreffen zweier Wellen gleicher Frequenz, Amplitude und entgegengesetzter Ausbreitungsrichtung. Eine solche Situation ergibt sich zum Beispiel, wenn eine Welle an einer Wand reflektiert wird. Man beobachtet dann eine Überlagerung (Interferenz) beider entgegenlaufender Wellen zu einer **stehenden Welle** (vgl. Versuch Saitenschwingungen). In dieser stehenden Welle ist die Anordnung der Bereiche mit maximaler Schwingungsamplitude (Schwingungs-**Bäuche**) und mit minimaler Amplitude (Schwingungs-**Knoten**) im Raum fest vorgegeben. Wellenknoten und Wellenbäuche wechseln einander im gleichen Abstand periodisch ab.



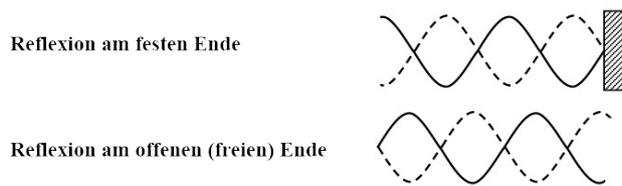
CS

Der räumliche Abstand zwischen zwei Knoten bzw. zwei Bäuchen in der stehenden Welle beträgt eine halbe Wellenlänge, also $l/2$. Der Abstand zwischen Knoten und Bäuchen beträgt $l/4$.

An den Knoten der stehenden Welle haben einlaufende und reflektierte (oder zurücklaufende) Welle die entgegengesetzte Phase. An diesen Stellen kommt es daher zur Auslöschung der Wellen, so dass an den Knoten die Amplitude

der stehenden Welle immer null ist. Außerhalb der Knoten führt jeder Punkt eine harmonische Schwingung mit einer vom Ort abhängigen Amplitude aus. Die Bäuche der stehenden Welle entstehen dort, wo die ankommende und reflektierte Welle die gleiche Phase haben und sich maximal verstärken. Deshalb besitzen die Bäuche die größte Amplitude.

Je nachdem, ob die stehende Welle durch Reflexion an einem Hindernis (am festen Ende) oder Überlagerung zweier entgegengerichteter Wellen (offenes od. freies Ende) zustande kommt, befindet sich am Rand der stehenden Wellen ein Wellenknoten od



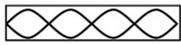
Befindet sich eine Luftsäule in einem beidseitig verschlossenen Rohr der festen Länge L , können (zum Beispiel durch einen Lautsprecher am einen Ende des Rohres) stehende Schallwellen angeregt werden. Die verschiedenen Schwingungszustände der Luftsäule werden genau dann durch die eingestrahlte Frequenz f angeregt, wenn die Rohrlänge ein gradzähliges Vielfaches der halben Wellenlänge ist (Herleitung: Versuch Saitenschwingungen).

Bedingung

Ausbildung einer stehenden Schallwelle erfolgt, wenn in einem beidseitig geschlossenen Rohr

$$n \cdot \frac{\lambda}{2} = L \quad \text{mit } n = 0, 1, 2, \dots$$

erfüllt ist. Dabei ist L die Rohrlänge und λ die Wellenlänge der Schallwelle

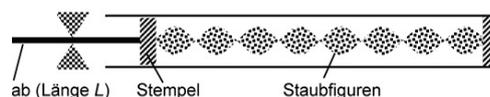
		Frequenz	Wellenlänge
A		f_1	$\lambda_1 = 2L$
B		$f_2 = 2f_1$	$\lambda_2 = 2L \quad 2 = L$
C		$f_3 = 3f_1$	$\lambda_3 = 2L / 3$ $= 2/3 L$

Beispiel In **Orgelpfeifen** bilden sich longitudinale Schwingungen der Luftsäule in der Pfeife aus. Die Anregung der Schallwellen erfolgt durch das Anblasen der seitlich am Rohr angebrachten Pfeifenlippe. Je nachdem, ob beide Pfeifenenden geschlossen (**gedackte Pfeife**) oder ein Ende offen ist (**offene Pfeife**) entstehen räumlich verschiedene

Schwingungszustände der stehenden Welle in der Pfeife. Druck- und Bewegungsamplitude verhalten sich dabei genau umgekehrt: In der einseitig offenen Pfeife befindet sich am geschlossenen Ende ein Schwingungsknoten. Jedoch ändert sich der Druck an dieser Stelle maximal, da die Luftmoleküle ständig auf das Ende zu und wieder von ihm weg schwingen. Am geschlossenen Ende der Pfeife entsteht also ein Druckbauch, während am offenen Ende ein Druckausgleich mit der Umgebung stattfinden kann, der Druck folglich immer gleich bleibt (Druckknoten). Die gedackte Pfeife weist an beiden (geschlossenen) Enden einen Schwingungsknoten (Druckbauch) auf.

Beispiel Eine Schallwelle mit einer Wellenlänge von 0,4 m trifft an Luft CS senkrecht auf eine Wand und wird reflektiert. An der Wand entsteht also ein (Druck-)Bauch. Der nächste Druckbauch der stehenden Welle ist $l/2 = 0,4 \text{ m}/2 = 20 \text{ cm}$ von der Wand entfernt.

Beispiel In einer einfachen Anordnung, dem **Kundtschen³ Rohr**, können Schallwellen an Luft sichtbar gemacht werden. In einem langen, horizontalen Glasrohr ist eine Luftsäule durch einen Korken auf der einen Seite und einen beweglichen Stempel auf der anderen eingeschlossen. An dem Stempel ist ein Stab befestigt, der fest außerhalb des Rohres eingeklemmt ist. Durch Reiben des Stabes werden longitudinale Schwingungen angeregt, die der Stab auf die Luftsäule im Rohr überträgt. Im Rohr bildet sich eine stehende Schallwelle aus. Um die Knoten und Bäuche der stehenden Welle sichtbar zu machen, befindet sich am Boden des Rohrs Korkstaub. Der leichte Korkstaub ordnet sich zu Kundtschen Staubfiguren an, aus denen die Schallgeschwindigkeit im Stabmaterial c_{Stab} berechnet werden kann. Für die Wellenlänge der longitudinalen Schwingung des Stabes gilt $\lambda_{\text{Stab}} = 2L$, da sich an der Einspannstelle des Stabes ein Schwingungsknoten befindet. Die Schallgeschwindigkeit im Stab beträgt $c_{\text{Stab}} = c_{\text{Luft}} \cdot 2L/\lambda_{\text{Luft}}$, wenn L die Länge des Stabes ist.



Doppler-Effekt⁴

Bislang haben wir den Ursprungsort des Schalls als fest im Raum befindliche Schallquelle angenommen. Der von der Quelle entfernt stehende Beobachter hört den Schall dann mit der gleichen Frequenz, mit der die Schallwelle an der Quelle schwingt. Ist die Schallquelle dagegen in Bewegung, ist die

Frequenz beim Betrachter (Zuhörer) höher oder tiefer, je nachdem in welche Richtung sich die Quelle relativ zum Zuhörer bewegt.

Die Veränderung der Frequenz von Wellen durch eine Relativbewegung zwischen der Quelle und dem Empfänger bezeichnet man als **Doppler-Effekt**. Ist die Quelle in Ruhe, breiten sich die Wellen mit der Wellenlänge l_Q und der Frequenz f_Q gleichmäßig in alle Richtungen mit der

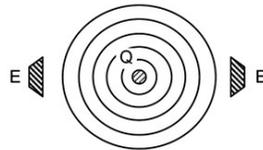
Geschwindigkeit c aus. Die Position des Empfängers spielt keine Rolle; Frequenz und Wellenlänge sind an jedem Ort gleich. Bewegt sich die Quelle jedoch mit einer konstanten Geschwindigkeit v auf den Empfänger zu, so erreichen ihn in der gleichen Zeiteinheit mehr Wellenzüge, als bei der ruhenden Quelle. Die Frequenz ist am Ort des Empfängers nun höher als an der Quelle. Umgekehrt kommen beim Empfänger weniger Wellenzüge an, wenn sich die Quelle von ihm entfernt. Die Frequenz ist in diesem Fall niedriger, als an der Quelle.

Formel

Doppler-Effekt

ruhende Quelle: Q

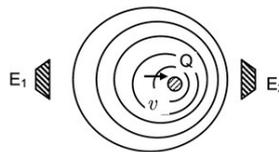
sendet Welle aus mit Wellenlänge λ_Q , Frequenz f_Q



Empfänger (in Ruhe): E

empfängt Welle mit

Wellenlänge $\lambda_E = \lambda_Q$ und Frequenz $f_E = f_Q$.



bewegte Quelle: Q

mit Geschwindigkeit v

sendet Welle aus mit

Wellenlänge λ_Q , Frequenz f_Q

Empfänger (in Ruhe):

$$E_1 \text{ empfängt Welle mit } f_E = f_Q \cdot \frac{1}{1+v/c} \text{ und}$$

$$\lambda_E = \lambda_Q \cdot (1+v/c)$$

$$E_2 \text{ empfängt Welle mit } f_E = f_Q \cdot \frac{1}{1-v/c} \text{ und}$$

$$\lambda_E = \lambda_Q \cdot (1-v/c)$$

CS

Beispiel Ein Feuerwehrwagen mit eingeschaltetem Martinshorn kommt auf einer Straße dem Zuhörer entgegen und passiert die Stelle, an der der Zuhörer steht mit großer Geschwindigkeit. Danach entfernt sich der Wagen von diesem Punkt. Der Zuhörer empfindet den Ton beim Entgegenkommen höher, mit wachsendem Abstand des Fahrzeugs tiefer. Die Frequenz des akustischen Signals ist also beim Annähern höher als beim Entfernen des Fahrzeugs.

Beispiel Mit Hilfe des Doppler-Effektes kann die **Blutgeschwindigkeit** gemessen werden. Durch das Gewebe wird eine eng gebündelte

Ultraschallwelle in Richtung des Blutgefäßes entsandt. Das durch das Gefäß strömende Blut reflektiert die Wellen (Echo) und verursacht eine Dopplerverschiebung. Dagegen zeigen alle Schall-Reflexionen des umgebenden (ruhenden) Gewebes keine Änderung der Ursprungsfrequenz. Mit dieser Methode können selbst geringe Strömungsgeschwindigkeiten von weniger als 1 m/s bestimmt werden (z.B. Arm-Arterie).

Beispiel Im Weltall führt der Doppler-Effekt aufgrund der (Weg-) Bewegung der Sterne und Galaxien relativ zu der Erde zu einer Frequenzverschiebung des ausgesandten Lichts. Dieser Effekt heißt aufgrund der Verschiebung des sichtbaren (weißen) Lichts zu größeren Wellenlängen „**Rotverschiebung**“. Aus der Rotverschiebung kann eine Geschwindigkeit der Relativbewegung der Sterne zur Erde von bis zu 90% der Lichtgeschwindigkeit für sehr weit entfernte Sternsysteme am Rand des Weltalls berechnet werden.

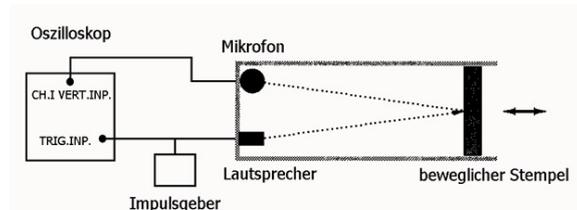
Beispiel Bei der **Radarkontrolle** von Verkehrssündern wird die Relativgeschwindigkeit zwischen dem Sender und dem Fahrzeug anhand der Frequenzverschiebung durch den Doppler-Effekt bestimmt. Der Sender verwendet elektromagnetische Wellen und wird daher als „Doppler-Radar“ bezeichnet.

4.2 Versuchsaufbau

Ziel des Versuches ist es, die Schallgeschwindigkeit in Luft und in Kohlendioxid (CO₂) zu bestimmen.

Dem Versuch liegt das folgende einfache Prinzip zugrunde: Ein Schallimpuls, der eine Laufstrecke s zurücklegt, benötigt dazu die Laufzeit t . Misst man Strecke und Zeit, so ergibt ihr Verhältnis $c = s/t$ die Schallgeschwindigkeit. Die nächste Abbildung zeigt das Schema des Versuchsaufbaus.

Die Laufstrecke s der Schallwelle befindet sich in einem Holzkasten. An der Schmalseite dieses Kastens befindet sich ein Lautsprecher und ein Mikrofon. Die gegenüberliegende Seite besteht aus einem verschiebbaren Stempel.



Der Lautsprecher ist mit einem elektrischen Impulsgeber verbunden, der einen elektrischen Impuls erzeugt. Dieser Impuls wird an der Membran des

Lautsprechers in einen Schallimpuls umgewandelt. Der Schallimpuls läuft zum Stempel, wird dort reflektiert und gelangt so zurück zum Mikrofon. Die zurückgelegte Strecke s kann also durch Verschieben des Stempels variiert werden.

Die Zeit t , die der Schallimpuls für die Strecke Lautsprecher–Stempel–Mikrofon benötigt, wird mit Hilfe eines Oszilloskops gemessen. Das Oszilloskop wird dazu extern getriggert (vgl. Anleitung zum Oszilloskop). Als Triggerimpuls dient der Impuls des Impulsgebers, der auch den Schallimpuls im Lautsprecher erzeugt. So erreicht man, dass gleichzeitig mit dem Schallimpuls die Horizontalablenkung des Elektronenstrahls im Oszilloskop gestartet wird.

Die Spannung am Mikrofon wird an die vertikalen Ablenkplatten (CH.I **CS** VERT. INP.) des Oszilloskops gelegt. Sobald der reflektierte Schallimpuls im Mikrofon eintrifft, wird auf dem Schirm des Oszilloskops eine vertikale Ablenkung des Elektronenstrahls sichtbar. Die Laufzeit t des Schallimpulses lässt sich damit direkt auf dem Schirm ablesen.

4.3 Durchführung des Versuchs

1. Machen Sie sich mit der Funktionsweise des Oszilloskops und der Bedienung des Geräts vertraut.
2. Betrachten Sie den elektrischen Impuls direkt, indem Sie den Ausgang des Impulsgebers mit dem (vertikalen) Eingang des Oszilloskops (CH.I VERT. INP.) verbinden. Bestimmen Sie Dauer und Höhe (Spannung) des Impulses.
3. Bauen Sie den Versuchsaufbau wie oben beschrieben vollständig auf. Betrachten Sie das Bild auf dem Oszilloskop einmal mit und einmal ohne eingesetzten Stempel. Welche Impulsgruppe stammt vom *reflektierten* Schallimpuls? Die erste vertikale Ablenkung, die bei entferntem Stempel nicht mehr zu sehen ist, soll in den nachfolgenden Messungen verwendet werden. Wie genau ist der Zeitnullpunkt festgelegt?
4. Bestimmen Sie bei 5 verschiedenen Stempelpositionen
 - a) die Position des Stempels im Kasten und daraus den Weg s des Schalls (Stempeldicke berücksichtigen!)
 - b) die Laufzeit t des Schalls.
5. Wiederholen Sie die Messung zur Bestimmung der Schallgeschwindigkeit in Kohlendioxid. Schieben Sie dazu zunächst den Stempel soweit wie möglich in den Kasten und ziehen Sie während des Einströmens des Gases

den Stempel langsam zurück. (**Achtung:** Druckflasche mit Kohlendioxid darf nur vom Assistenten bedient werden!)

4.4 Auswertung

Tragen Sie für beide Messungen (Luft und CO₂) die Wegstrecke s des Schalls gegen die Laufzeit t auf. Legen Sie eine Ausgleichsgerade durch die Messpunkte. Aus der Steigung der Geraden kann die Schallgeschwindigkeit in Luft (CO₂) bestimmt werden.

Diskutieren Sie, ob die Bestimmung der Wegdifferenzen Δs und der Zeitdifferenzen Δt nicht zu genaueren Ergebnissen führt. Wie unterscheiden sich die nach den beiden Möglichkeiten berechnete Schallgeschwindigkeiten?

5 Akustik

Töne und Klänge

Als **Töne** bezeichnet man Schallwellen, die reine Sinusschwingungen (harmonische Schwingungen) darstellen. Der Ton ist umso höher, je größer die Frequenz der Schwingung ist. Die Lautstärke wird durch die Amplitude der Schwingung bestimmt.

Beispiel Der **Kammerton a** ist z.B. eine harmonische Schwingung der Frequenz 440 Hz. Eine Tonleiter erhält man, wenn man Töne nach einem bestimmten Frequenzverhältnis anordnet. Wird die Frequenz eines Tones verdoppelt, so wird dies als Änderung der Tonhöhe um eine **Oktave** empfunden.

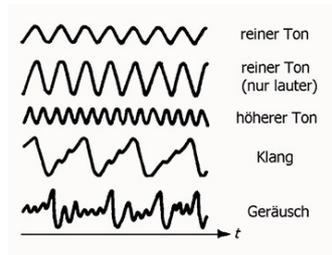
Die mit dem menschlichen Ohr wahrnehmbaren Frequenzen liegen im Bereich zwischen etwa 16 Hz und 20 kHz. Diese Grenzen, insbesondere die obere, hängen stark vom Alter ab. So liegt die obere **Hörgrenze** beim 35-jährigen bei 15 kHz, beim 50-jährigen bei 12 kHz und im Greisenalter nur noch bei 5 kHz.

Der Frequenzbereich unter 16 Hz wird als **Infraschall**, der über 20 kHz als **Ultraschall** bezeichnet.

Beispiel Der Mensch kann zwar Frequenzen unter 16 Hz nicht mehr hören, jedoch kann er die auftretenden Druckschwankungen spüren, z.B. beim Autofahren mit offenem Fenster. Einige Tiere, z.B. Hunde und Fledermäuse, können auch Frequenzen im Ultraschallbereich wahrnehmen. Eine Hundepfeife z.B. erzeugt einen Ton, der für den Menschen nicht mehr hörbar ist.

Reine Töne können nur elektronisch erzeugt werden. Klassische Musikinstrumente erzeugen keine reinen Töne, sondern **Klänge**, die eine Überlagerung mehrerer Sinustöne, eines Grundtons und einiger Obertöne, darstellen. Es entsteht insgesamt ein periodischer, im allgemeinen aber nicht harmonischer Vorgang beliebiger Form. Jeder beliebige periodisch ablaufende Verlauf kann also als Kombination von harmonischen Anteilen dargestellt werden (Fourieranalyse). Die für jedes Musikinstrument charakteristische **Klangfarbe** wird durch das Verhältnis der Amplituden von Grund- und Obertönen bestimmt.

Geräusche entstehen durch Zusammensetzung von Schwingungen, die in einem völlig regellosen, nicht harmonischen Frequenzverhältnis zueinander stehen.



Schallempfindung

Die **Schallstärke** wird beschrieben durch den Schalldruckpegel und die Schallintensität. Der (Schall-)pegel ist allgemein das logarithmierte Verhältnis einer (Schall-)feldgröße (z.B. Schalldruck) zu einer fest vorgegebenen Bezugsgröße (z.B. Hörschwellendruck). Den durch eine Schallschwingung hervorgerufenen Wechseldruck bezeichnet man als **Schalldruck**. Der Schalldruck entspricht der Amplitude der Druckschwankung.

Definition

Schalldruck p

Einheit: $[p] = 1 \text{ Pascal}^5 = 1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$

Amplitude der Druckschwankung einer Schallwelle

Der **Schalldruckpegel** bezieht den tatsächlichen Schalldruck (in etwa) auf den Hörschwellendruck. Der Hörschwellendruck (Schwellenschalldruck) entspricht der physiologischen **Hörschwelle** des Menschen, also dem Schalldruck, der gerade noch eine Hörempfindung auslöst. Dieser Wert hängt stark von der Frequenz und der Person ab.

Beispiel Der kleinste Schalldruck einer Frequenz von 1000 Hz, den ein durchschnittlicher 25-jähriger Mensch noch wahrnimmt, beträgt 4 dB.

Definition

Schalldruckpegel L_p

$$L_p = 20 \cdot \log(p/p_0)$$

Einheit: $[L_p] = \text{Dezibel} = \text{dB}$

$$p_0 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ Pa}$$

Diese Definition ermöglicht die Darstellung des gesamten Hörbereichs in handhabbaren Zahlenwerte (0 bis 140). Dagegen überdeckt die Änderung des Schalldrucks von der Hörschwelle bis zur Schmerzgrenze einen Bereich von 7 Zehnerpotenzen. Die Dezibel-Skala stellt also eine Abstufung dar, die der physiologischen Hörempfindung angepasst ist. Der Hörschwelle von 1 kHz entspricht nach der Skala ein Schalldruckpegel von 0 dB. Eine Zunahme des Schalldruckpegels um 1dB bedeutet eine Zunahme des Schalldrucks um ungefähr 12%. Als **Schmerzgrenze** bezeichnet man einen Schalldruck von um 100 Pa, der bereits eine Schmerzempfindung auslöst.

Beispiel Die Differenz der Schalldruckpegel zwischen Hör- und Schmerzschwelle ist bei 50 Hz geringer als bei 1000 Hz, da im Gegensatz zu 1000 Hz der Schalldruckpegel der Hörschwelle bei 50 Hz stark erhöht ist, während sich die Schmerzschwelle weit weniger ändert.

Als **Schallintensität** I wird die Energie einer Schallwelle bezeichnet, die pro Zeiteinheit auf eine senkrechte Flächeneinheit auftrifft. Die Schallintensität ist proportional zum Quadrat des Schalldrucks. Der Schall-Intensitätspegel bezieht die tatsächliche Schallintensität auf die Bezugsintensität I_0 .

Definition

Schallintensitätspegel L_I

$$L_I = 10 \cdot \log(I/I_0), [L_I] = \text{Dezibel} = \text{dB} \cdot \log(p/p_0)$$

Schallintensität $I =$ Energiemenge pro Zeit und Fläche Bezugsintensität

$$I_0 = 10^{-16} \text{ W/cm}^2 = 10^{-12} \text{ W/m}^2 = 1 \text{ pW/m}^2$$

Beispiele für verschiedene Schallintensitätspegel

Schallintensitätspegel in dB Beispiel	
0	Hörschwelle
10	Blätterrauschen, Atmen

40	Sprechen (normale Unterhaltung)
70	starker Verkehrslärm, Staubsauger
100	Schwerlastzug auf Autobahn
130	Startendes Flugzeug, Sirene
	Schmerzschwelle
160	Hörverlust, Hautschädigung möglich

Beispiel Ein Schallintensitätspegel von $L_I = 30$ dB bedeutet, dass $I/I_0 = 10^3$ und damit ist die Schallstärke $I = 10^{-13}$ W/cm².

Zur Beschreibung der subjektiven Wahrnehmung des Schalls werden die Maßeinheiten **Lautstärke** und Lautheit verwendet.

Definition

Lautstärke, Einheit: **Phon**

Die Lautstärke eines Tons ist von der Schallintensität abhängig und bezieht sich immer auf einen als gleich laut empfundenen 1-kHz-Ton. Für einen 1-kHz-Ton ist sein Schallintensitätspegel gleich seiner Lautstärke in Phon gemessen.

Alle Töne, die gleich laut klingen wie ein 1-kHz-Ton von 60 dB haben eine Lautstärke von 60 Phon. Die Zahlenwerte von Dezibel und Phon stimmen nur dann überein, wenn die Schallfrequenz 1 kHz beträgt.

Beispiel Ein durchschnittlicher Mensch empfindet zwei Töne mit den Schallfrequenzen 100 Hz und 500 Hz als gleich laut, wenn die Töne gleiche Phon-Werte aufweisen.

Die subjektiv empfundene Stärke des Schalls wird gemessen als **Lautstärkepegel**. Es gilt das Weber-Fechnersche Gesetz, das den Zusammenhang zwischen **Lautstärkepegel** L_N und der Schallstärke I wiedergibt.

Gesetz

Weber-Fechnersche⁶ Gesetz

$$L_N \sim \log I [L_N] = \text{Phone}$$

Beispiel Wächst der Lautstärkepegel von 10 Phon auf 20 Phon, hat sich die Schallstärke verzehnfacht. Steigt der Lautstärkepegel von 20 Phon auf

70 Phon, so nimmt die Schallstärke um fünf Größenordnungen zu, also den Faktor 10^5 .

Beispiel Zwei Personen, von denen jeder allein eine Lautstärke von etwa 70 Phon erzeugt, unterhalten sich. Beide zusammen ergeben beim Gespräch eine Lautstärke von 73 Phon (nicht etwa 140).

Die **Lautheit** dient als subjektive Größe dem Vergleich gleichzeitig sendender Schallquellen. Zwei Quellen, die mit gleichem Lautstärkepegel Schall aussenden, führen nicht zu einer Verdoppelung des Lautstärkepegels beim Empfänger. Der Begriff der Lautheit beseitigt dieses Problem der Phon-Skala und ist ein direktes Maß für die Stärke der Hörempfindung. Aus dem Weber-Fechnerschen Gesetz folgt, dass die Lautheit annähernd proportional dem Logarithmus der Schallstärke ist.

Definition

Lautheit

Einheit: Sone 1 Sone = 40 Phon (bei 1 kHz)

$$\log(\text{Lautheit}) = 0,03 (L_N - 40)$$

Aus dem Zusammenhang zwischen Lautheit und Lautstärke erkennt man, dass kein linearer Zusammenhang zwischen beiden Größen besteht. Bei leisen Lautstärken nimmt das Lautheitsempfinden stärker zu, als bei höheren Lautstärken. Einer Änderung des Lautstärkepegels um 10 Phon entspricht eine Verdoppelung (bzw. Halbierung) der Lautheit.

Beispiel Eine Solist erzeugt mit einem Cello eine Lautstärke von 60 Phon, was 4 Sone entspricht. Um die Lautheit zu verdoppeln, muss die Lautstärke von 60 auf 70 Phon, also um 10 Phon, erhöht werden. Dazu benötigt man 10 Instrumente mit einer Lautstärke von je 60 Phon. Um die dreifache Lautheit zu erzielen, müsste die Lautstärke von 60 auf 74 Phon erhöht werden. Dafür sind 25 Cellisten notwendig, da $10 \log 25 = 14$ Phon.

Zur objektiven Prüfung der Hörfähigkeit dient ein Audiometer. In einer Hörverlustdarstellung bezieht man den Hörverlust des Schwerhörigen bei jeder Frequenz auf die Hörschwelle des Normalhörenden bei dieser Frequenz. Ein Schwerhöriger mit einem Hörverlust von x dB benötigt zur Wahrnehmung desselben Tones gegenüber einem gesunden Menschen einen Schalldruck von y .

Beispiel Ein Patient mit einem Hörverlust von 80 dB benötigt zur Wahrnehmung des Tones gegenüber einem Menschen mit gesundem

Gehör den 10 000-fachen Schalldruck.

Übungsaufgaben

1. a) Wie groß ist die Wellenlänge einer ebenen Schallwelle mit der Frequenz 1250 Hz in Wasser?

(Die Schallgeschwindigkeit in Wasser beträgt etwa 1500 m/s, in Luft etwa 330 m/s bei 0 °C) (1,2 m)

b) Wie groß ist das Verhältnis der Wellenlängen der Schallwelle in Wasser und Luft, also l_w/l_L ? (4,55)

2. Wie groß ist die Wellenlänge einer ebenen Schallwelle mit der Frequenz 500 Hz in Wasser? (3 m)

3. Eine Schallwelle trifft senkrecht auf eine Wand und wird reflektiert. Die Wellenlänge beträgt 28 cm. Wie weit ist der nächste Schwingungsbauch von der Wand entfernt? (7 cm)

4. Geben Sie an, in welchen der folgenden Medien longitudinale, transversale oder beide Arten von mechanischen Wellen existieren können.

	longitudinal	transversal
Luft	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Wasser	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Stahl	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

(longitudinal: Luft, Wasser, Stahl; transversal: Stahl)

¹ Benannt nach dem Physiker Sir Isaac Newton (1643–1727).

² Heinrich Rudolf Hertz (1857–1894)

³ Benannt nach August Kundt (1839–1894)

⁴ Christian Doppler (1803–1853)

⁵ Benannt nach Blaise Pascal (1623–1662)

⁶ Benannt nach Ernst Weber (1795–1878) und Gustav Fechner (1801–1887).

3 Wärmelehre

- Temperatur: Einheiten, Skalen, Messung
- Erster und zweiter Hauptsatz der Wärmelehre, (Innere) Energie
- Wärmeleitung
- Spezifische Wärme, Wärmekapazität, Messung
- Reale und ideale Gase, Zustandsgleichung
- Gasgemische, Partialdruck

1 Allgemeine Grundlagen

1.1 Temperatur

Temperaturskalen

Die Temperatur kennzeichnet den Zustand eines Körpers. Sie ist eine Zustandsgröße, die unabhängig von der Masse und stofflichen Zusammensetzung des Körpers ist.

Die Einheit der Temperatur ist das Kelvin¹ (SI-Basiseinheit). Das Kelvin ist die Einheit der **thermodynamischen Temperaturskala**.

Definition

Fixpunkt der thermodynamischen Temperaturskala

$$0 \text{ K(Kelvin)} = -273,15 \text{ °C}$$

ist der absolute Nullpunkt.

Der absolute Nullpunkt ist die theoretisch tiefstmögliche Temperatur, bei der die Moleküle eine kinetische Energie und damit eine Geschwindigkeit von null hätten.

Beispiel Erreicht ein Körper die tiefstmögliche Temperatur, den sogenannten absoluten Nullpunkt ($-273,15 \text{ °C} = 0 \text{ K}$), so sind die Moleküle vollkommen in Ruhe.

Die Fixpunkte der **Celsius²-Skala** sind der Schmelz- und Siedepunkt reinen Wassers bei 1013 mbar. Die Kelvin- und die Celsius-Skala sind lediglich über einen konstanten Wert gegeneinander verschoben. *Temperaturdifferenzen* haben in beiden Skalen denselben Zahlenwert wobei zur Umrechnung gilt: $0 \text{ °C} = 273,15 \text{ K}$.

Beispiel Die Temperaturdifferenz zweier Körper beträgt in der Celsius-Skala 253 °C . Dann beträgt die Temperaturdifferenz in der Kelvin-Skala 253

K.

Beispiel Die folgenden Umrechnungen zwischen der Kelvinskala und der Celsiusskala sind zutreffend (gerundet auf ganze Zahlen):

– 23 °C = 250 K, 0 °C = 273 K, +250 °C = 523 K,

– 273 °C = 0 K, +23 °C = 296 K, 300 K = 27 °C.

In Amerika wird häufig die **Fahrenheit³-Skala** (keine SI-Einheit) verwendet. Null Grad Celsius entspricht 32 Grad Fahrenheit. Weiter gilt die

Umrechnungsformel $x^{\circ}\text{C} = \left(\frac{9}{5}x + 32\right)^{\circ}\text{F}$.

Aufbau der Materie, Aggregatzustände

Materie, das heißt feste, flüssige oder gasförmige Stoffe oder Stoffgemische, sind aus Atomen und Molekülen aufgebaut. In **festen** Stoffen nehmen die Atome oder Moleküle definierte Plätze ein, die über eine langreichweitige Ordnung festgelegt ist (z.B. Kristallgitter). Die Atome bzw. Moleküle führen um ihre Gleichgewichtslage Schwingungen aus. Der Abstand zwischen Atomen oder Molekülen in einem festen Körper ist im Gleichgewicht durch einen bestimmten Wert festgelegt. In einem Kristallgitter bestimmt diesen Gleichgewichtsabstand die **Gitterkonstante**.

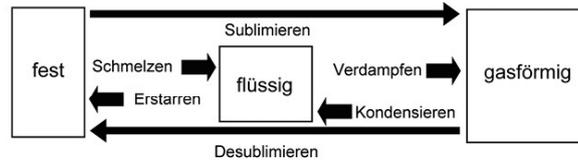
Beispiel Wichtige Arten von Kristallen sind: Ionenkristalle (Bindung zwischen Ionen durch elektrostatische Kräfte: NaCl = Kochsalz, ZnS = Zinkblende), Molekülkristalle (sehr schwache van-der-Waals-Bindung: H₂, DNS-Doppelhelix),

Metallkristalle (dichte Packung von Atomen, deren Valenzelektronen im Kristall ein bewegliches *Elektronengas* bilden).

In **Flüssigkeiten** besteht keine Fernordnung zwischen den Atomen oder Molekülen, sondern nur eine kurzreichweitige Bindung zum nächsten Nachbarn (Nahordnung). Die Flüssigkeitsmoleküle bzw. -atome besitzen daher keinen festen Platz, sondern bewegen sich fortschreitend auf ungeordneten Bahnen (Zick-Zack-Bahnen). Diese Art der regellosen Bewegung heißt **Brownsche Bewegung**.

Zwischen den Molekülen oder Atomen eines **Gases** existieren keine nennenswerten Kräfte. Die Gasteilchen können sich frei bewegen.

Die stoffliche Form, in der Materie vorliegt, heißt **Aggregat⁴-Zustand**. Die Änderungen zwischen den Aggregatzuständen werden als **Phasen-umwandlung** bezeichnet:



Zum **Schmelzen** einer Substanz muss Energie in Form von Wärme, der **Schmelzwärme** zugeführt werden. Beim **Erstarren** wird diese Energie wieder freigesetzt.

Die Umwandlungswärme zum **Verdampfen** einer Flüssigkeit heißt **Verdampfungswärme**. Beim Kondensieren eines Gases wird die Verdampfungswärme wieder frei. Die beim Kondensieren, Erstarren oder Desublimieren freiwerdende Wärme bezeichnet man als latente Wärme.

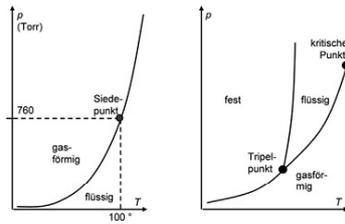
Beispiel Beim Schwitzen wird die Haut befeuchtet, so dass Wasser von der Hautoberfläche verdunsten kann. Pro Gramm verdampften Wasser werden der Haut fast 2256 Joule (etwa 0,5 kcal) entzogen

In welchem Aggregatzustand, **fest, flüssig oder gasförmig**, ein Stoff vorliegt, hängt von Druck und Temperatur des Stoffes ab. Die Umwandlungsformen zwischen zwei Aggregatzuständen (z.B. Verdampfen und Kondensieren) laufen gleichzeitig ab, wobei je nach (**Dampf**)-**Druck** und Temperatur die eine Umwandlungsform, z. B. Kondensieren, dominiert: die Substanz wird flüssig. Bei einem bestimmten Dampfdruck verdampft die gleiche Anzahl an Flüssigkeitsmolekülen, wie Gasmoleküle kondensieren. Der Dampfdruck, bei dem sich dieses dynamische Gleichgewicht einstellt, heißt **Sättigungsdampfdruck**.

Der Sättigungsdampfdruck steigt mit zunehmender Temperatur. Der **Siedepunkt** gibt an, wo der Sättigungsdampfdruck gleich dem äußeren Druck ist (in der Regel der Luftdruck).

Beispiel Je geringer der umgebende Luftdruck ist, desto geringer ist die zum Sieden von Wasser erforderliche Temperatur. Wasser kocht im Gebirge schneller als auf Meeresniveau.

Für alle drei Aggregatzustände lassen sich die Phasenumwandlungen in einem **Phasendiagramm** in Abhängigkeit des Druckes und der Temperatur einzeichnen. Am **Tripelpunkt** liegen alle drei Aggregatzustände des Stoffes im Gleichgewicht vor. Oberhalb des **kritischen Punktes** lässt sich nicht mehr zwischen flüssig und gasförmig unterscheiden.



Sättigungsdampfdruck von Wasser Phasendiagramm

Beispiel Der Tripelpunkt von Wasser liegt bei $T = 0,01 \text{ °C}$ und $p = 612 \text{ Pa}$. Der kritische Punkt von Wasser liegt bei $T_c = 374,25 \text{ °C}$ und $p_c = 220,3 \text{ bar}$.

Ausdehnung fester Körper

Bei Erwärmung eines festen Körpers nimmt die Amplitude der schwingenden Atome oder Moleküle zu, so dass der gegenseitige Abstand im Mittel größer wird. Der Körper erfüllt dann einen größeren Raum, er dehnt sich aus. Feste Körper dehnen sich in alle Raumrichtungen aus.

Bei Erwärmung eines dünnen Stabes aus einem festen Stoff (z.B. Metall) fällt die Ausdehnung besonders in der Längsachse des Stabes auf. Die Längenausdehnung ist proportional zur Länge des Stabes und der Temperaturänderung. Es gilt daher die

Formel

Längenänderung Δl eines festen Körpers der Länge l

$$\Delta l = \alpha \cdot l \cdot \Delta T$$

mit α : **Längenausdehnungskoeffizient.**

Der Längenausdehnungskoeffizient α bezeichnet das Verhältnis der relativen Längenänderung $\Delta l / l$ zur Temperaturdifferenz ΔT . Die Länge eines um ΔT erwärmten festen Körpers kann berechnet werden mit der

Formel

Länge l_1 eines festen Körpers, dessen ursprüngliche Länge l_0 betrug, nach Erwärmung um ΔT :

$$\begin{aligned} l_1 &= l_0 [1 + \alpha (T_1 - T_0)] \\ &= l_0 (1 + \alpha \cdot \Delta T) \end{aligned}$$

mit α : Längenausdehnungskoeffizient.

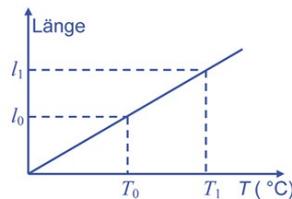
Beispiel Die Längenänderung einer Stange aus Eisen der Länge 250 cm beträgt 2,5 mm bei einer Erwärmung von 0 °C auf 100 °C, also um 100 K.

Beispiel Bei Erwärmung von 10 °C auf 40 °C dehnt sich eine Straßenbahnschiene von 30 m Länge aus um

$$\Delta l = 30 \text{ m} \cdot 1 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1} \cdot 30 \text{ K} = 9 \text{ mm}.$$

Beispiel Das Diagramm zeigt die Ausdehnung eines Eisenstabs bei Erwärmung. Bei $T_0 = 10 \text{ °C}$ beträgt die Länge des Stabes $l_0 = 2 \text{ m}$. Bei der Temperatur von $T_1 = 170 \text{ °C}$ wird eine Länge von $l_1 = 2,002 \text{ m}$ bestimmt. Der Ausdehnungskoeffizient beträgt dann entsprechend der obigen Formel

$$\begin{aligned} \alpha &= (l_1 - l_0) / \Delta T \\ &= (2,002 \text{ m} - 2,000 \text{ m}) / 160 \text{ K} \\ &= 1,25 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1} \end{aligned}$$



Bei festen Metallen nehmen Länge und Volumen in der Umgebung der Raumtemperatur jeweils näherungsweise linear mit der Temperatur zu. Die Volumenausdehnung ΔV eines (homogenen und isotropen) Körpers mit den Kantenlängen x , y , z und dem Volumen V bei einer Temperaturänderung ΔT entspricht einer Längenausdehnung in allen drei Raumrichtungen, also

Formel

Volumenänderung ΔV eines Körpers des Volumens V

$$\Delta V = 3\alpha \cdot V \cdot \Delta T = \kappa \cdot V \cdot \Delta T$$

mit α : Längenausdehnungskoeffizient und

$\kappa = 3 \cdot \alpha$: **Volumenausdehnungskoeffizient.**

Beispiel Ein Quader der Kantenlängen 3 m, 2 m und 4 m wird um 50K erwärmt. Der lineare Ausdehnungskoeffizient des Materials beträgt $1,2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$. Das Volumen des Quaders nimmt dabei zu um

$$\begin{aligned} \Delta V &= 3 \text{ m} \cdot 2 \text{ m} \cdot 4 \text{ m} \cdot 3 \cdot 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1} \cdot 50 \text{ K} \\ &= 0,0432 \text{ m}^3. \end{aligned}$$

Mit dem Volumen ändert sich auch seine Dichte ρ . Sie nimmt ab, wenn die Temperatur und damit das Volumen zunehmen.

Definition

Die **Dichte** ist eine volumenbezogene Größe und definiert als Masse pro Volumen:

$$\rho = \frac{m}{V}, [\rho] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Temperaturmessung

Zur Messung von Temperaturen können alle Eigenschaft von Stoffen ausgenutzt werden, die sich mit der Temperatur ändern. Häufig wird die Volumenausdehnung einer Flüssigkeit oder die Längenänderung von Metallen ausgenutzt. Weitere temperaturabhängige Größen sind Viskosität, elektrischer Widerstand von Metallen, Halbleitern oder Elektrolyten und die Dichte.

Beispiel Bei einer Erwärmung *steigen* folgende Größen:

Länge, Volumen, elektrischer Widerstand von Metallen, Viskosität von Gasen.

Bei einer Erwärmung *sinken* dagegen:

elektrischer Widerstand von Elektrolytlösungen, Viskosität von Flüssigkeiten und die Dichte.

Jedes Thermometer muss (z.B. über eine Skala) **kalibriert** sein. Die Kalibrierung ordnet der relativen Änderung der temperaturabhängigen Messgröße einen absoluten Temperaturwert zu.

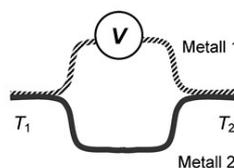
Beim **Flüssigkeitsthermometer** wird die zunehmende Volumenausdehnung einer Flüssigkeit (Quecksilber, Ethanol, Toluol, Pentan) in einer Kapillare mit steigender Temperatur gemessen. Der Anstieg der Flüssigkeit in der mit einer Skala versehenen Kapillare sollte näherungsweise linear mit der Temperatur sein. Der Messbereich ist durch den Siede- und Gefrierpunkt der Flüssigkeit begrenzt (Nachteil). Die Empfindlichkeit des Flüssigkeitsthermometers ist umso größer, je dünner die Kapillare ist, je größer die Menge der eingeschlossenen Flüssigkeit ist und je größer der thermische Ausdehnungskoeffizient der Flüssigkeit ist.

Beispiel Das **Fieberthermometer** ist ein Flüssigkeitsthermometer, bei dem die Kapillare mit Quecksilber gefüllt ist. Die Dichte von Quecksilber nimmt mit steigender Temperatur ab, so dass das von einer bestimmten Menge Quecksilber eingenommene Volumen einer Temperatur(-änderung) entspricht. Das Fieberthermometer ist ein **Höchstwertthermometer**, da der in der Kapillare angezeigte maximale Temperaturwert bei Abkühlung nicht wieder abfällt. Durch eine Verengung der Kapillare kurz oberhalb des Quecksilber-Reservoirs reißt der Quecksilberfaden beim Abkühlen an der Engstelle ab und muss durch Schütteln in das Gefäß zurückgebracht werden.

Zwei miteinander verbundene Metallstreifen (z.B. Aluminium und Kupfer) bilden ein **Bimetallthermometer**. Beim Erwärmen dehnen sich die Metalle unterschiedlich aus, da sie verschiedene Längenausdehnungskoeffizienten besitzen. Die Erwärmung führt daher zu einer Verbiegung, also Krümmung des Streifens, wobei die Verbiegung zur Seite des Metalls mit dem geringeren thermischen Ausdehnungskoeffizient erfolgt. Die Genauigkeit steigt mit der Länge des Bimetallstreifens, so dass oft lange Streifen zu einer Spirale aufgebogen sind und die Krümmung über einen Zeiger auf einer Skala abgelesen wird.

Das Prinzip der **Widerstandsthermometer** beruht auf der temperaturabhängigen Änderung des elektrischen Widerstands. Bei Metallen (z.B. Platindraht) nimmt mit steigender Temperatur der elektrische Widerstand des Drahtes zu. Bei Halbleitern nimmt der Widerstand mit steigender Temperatur meist stark ab, weshalb die Änderung besonders gut zu messen ist. Halbleiterwiderstände finden sich als Sensoren in den handelsüblichen elektronischen Thermometern.

Ein **Thermoelement** besteht aus zwei an den Enden jeweils fest verbundenen (gelöteten oder verschweißten) Metalldrähten aus unterschiedlichem Material. Besteht zwischen den verbundenen Enden ein Temperaturunterschied, baut sich eine **Thermospannung** auf, die über ein Voltmeter (V) gemessen werden kann. Ein Vorteil dieser Anordnung liegt darin, dass der Abstand zwischen Messgerät und Messstelle im Gegensatz zu den bisher geschilderten Thermometern groß sein kann. Ein weiterer Vorteil ist die enorm große Temperaturspanne, die bei geeigneter Wahl der Metalle von fast 0 K bis 3000 K reicht.



Beziehung

Seebeck-Effekt

Die Thermospannung U_{th} eines Thermoelements ist für bestimmte Materialkombinationen und Temperaturbereiche näherungsweise linear:

$$U_{th} = S_{AB} \cdot \Delta T$$

S_{AB} : Seebeck-Koeffizient für die Metalle a und b.

Die Thermospannung ist umso *höher*, je größer die Temperaturdifferenz $T_2 - T_1$ zwischen den beiden Enden ist. Hält man die eine Kontaktstelle bei einer genau bekannten Temperatur T_1 , kann die Temperatur T_2 der an der Messstelle befindlichen anderen Kontaktstelle bestimmt werden. Die angezeigte Thermospannung ist fast proportional zu $T_2 - T_1$.

Die Vergleichsstelle eines Thermoelements muss also bei einer Temperaturmessung bei einer konstanten, definierten Temperatur gehalten werden.

Beispiel Man kann das eine Ende (T_1) des Thermoelements in Eiswasser tauchen, so dass genau $T_1 = 0 \text{ °C}$ gilt und die Thermospannung sofort in die Temperatur der Messstelle (T_2) umgerechnet werden kann (wenn der Seebeck-Koeffizient bekannt ist).

Beispiel Die Vergleichslötstelle eines Fe-Ni-(Eisen-Nickel)-Thermoelements ($S_{\text{Fe-Ni}} = + 35 \text{ } \mu\text{V/K}$) befindet sich in Eiswasser. Es wird eine Thermospannung von 2,8 mV gemessen. Die Temperatur T_2 an der Messstelle beträgt dann

$$T_2 = 2,8 \text{ mV} / 35 \text{ } \mu\text{V} = 77 \text{ °C}$$

Thermoelemente sind sehr klein und haben eine geringe Wärmekapazität. Sie werden daher in der Medizin und Technik häufig eingesetzt.

1.2 Innere Energie

Beispiel Ein Klotz, der auf einem horizontalen Brett rutscht, kommt von ganz alleine zum Stillstand. Diese Tatsache scheint dem *Energieerhaltungssatz* zu widersprechen, der besagt, dass die *Gesamtenergie eines abgeschlossenen Systems immer konstant* bleibt.

Im vorliegenden Beispiel zeigt sich folgende Energiebilanz:

- Die *potentielle Energie* des Klotzes (das ist die Energie, die der Klotz aufgrund seiner Höhe im Schwerfeld der Erde besitzt) ändert sich nicht, da das Brett horizontal ausgerichtet ist. Würde der Klotz aufwärts rutschen, würde seine potentielle Energie zunehmen. Die Abnahme der Geschwindigkeit, und damit der Bewegungsenergie des Klotzes wäre damit erklärbar. Würde es abwärts gehen, so könnte sich die Abnahme der potentiellen Energie in einer Zunahme der Bewegungsenergie äußern. Beides ist hier nicht der Fall.
- Die *kinetische Energie* des Klotzes (die Energie, die er aufgrund seiner Bewegung besitzt) geht in obigem Beispiel vollständig verloren, da der

Klotz zum Stillstand kommt. Auf den ersten Blick ist nicht ersichtlich, in welche andere Energieform sie sich umgewandelt haben soll.

Die einzige Möglichkeit, das „Verschwinden“ der Energie zu erklären, ist die Vorstellung, die Energie *in* den beiden beteiligten Objekten, im Brett und im Klotz, habe zugenommen. Und man kann tatsächlich eine Veränderung an den beiden Objekten beobachten, die eine Zunahme ihrer sogenannten **inneren Energie** verursacht hat:

Als Folge der Reibung werden beide Gegenstände wärmer. Infolge der Reibung wird also die kinetische Energie in innere Energie umgewandelt, was eine Erwärmung der beteiligten Objekte bewirkt.

Nach diesem Beispiel kann man also Wärme als eine spezielle Art von Energie identifizieren, die anderen Arten von Energie gleichberechtigt gegenübersteht. Da Wärme und Arbeit einander energetisch äquivalent sind, kann man den allgemeinen Satz von der Erhaltung der Energie auch in folgender Form aussprechen:

Gesetz

Erster Hauptsatz der Wärmelehre

Die einem Körper zugeführte **Wärmemenge** Q muss sich in der Zunahme seiner inneren Energie ΔU und in der von ihm nach außen geleisteten Arbeit W wiederfinden:

$$Q = \Delta U + W$$

Dabei ist die Einheit der Wärmemenge Q dieselbe wie die der Arbeit oder der Energie ganz allgemein, nämlich $[Q] = 1 \text{ Joule} = 1 \text{ J}$.

Beispiel Als Einheit wurde früher die Kalorie als die Wärmemenge definiert, durch die 1 g Wasser von 14,5 auf 15,5 °C erwärmt wird. (Werden die Werte der Verbrennungsenergie von Nahrungsmitteln in „Kalorien“ angegeben, so sind *Kilokalorien* gemeint.) Für die Umrechnung in SI-Einheiten gilt: $1 \text{ cal} = 4,1868 \text{ J}$.

Aus was „besteht“ nun aber diese Energieform der Wärme? Was verändert sich in einem Körper bei Erwärmung?

Zur Beantwortung dieser Frage muss man sich der kinetischen Theorie der Materie bedienen, die die Eigenschaften von Materie durch die Bewegung der Teilchen, aus der sie aufgebaut ist (Moleküle und Atome), erklärt. Die innere Energie eines Körpers ist danach nichts anderes als die Summe der gesamten kinetischen und potentiellen Energie aller Moleküle des Körpers.

Steigt die mittlere Energie der Moleküle, bewegen sie sich also z.B. im Mittel schneller, so erhöht sich die Temperatur des Körpers. Dadurch wird auch anschaulich klar, warum sich ein Körper bei Erwärmung ausdehnt: Die Moleküle stoßen mit größerer Geschwindigkeit aufeinander und brauchen dadurch mehr Platz.

Auch die *Wärmeleitung* von einem warmen Körper auf einen kälteren wird dadurch verständlich: Die schnellen Moleküle des wärmeren Körpers stoßen auf die langsam bewegten Moleküle des kälteren, die sich aufgrund dieser Stöße allmählich schneller bewegen. Die schnellen Moleküle verlieren dadurch einen Teil ihrer Energie. Der warme Körper kühlt also ab, während die Temperatur des kalten zunimmt, bis beide Körper dieselbe Temperatur aufweisen.

1.3 Wärmeübertragung

Wärmeenergie kann auf drei Arten übertragen werden. Durch Wärmeleitung, Konvektion oder Wärmestrahlung.

Bei der **Wärmeleitung** vollzieht sich, wie oben beschrieben, der Energietransport durch Wechselwirkung zwischen Atomen und Molekülen, die aber selbst nicht transportiert werden. Metalle leiten z.B. die Wärme sehr gut, weil die freien Elektronen in ihnen während ihrer Bewegung ständig mit Atomen zusammenstoßen, deren thermische Energie aufnehmen, dadurch ihre eigene kinetische Energie erhöhen und sie dann durch Stöße mit anderen Atomen wieder abgeben. Bei der Wärmeleitung strömt die Wärmeenergie nur von Bereichen höherer Temperatur in Bereiche niedriger Temperatur, es ist also ein Temperaturgefälle notwendig.

Die **Konvektion** ist eine **Wärmeströmung**, bei der die Wärmeübertragung mit einem Stofftransport verbunden ist. Sie findet also nur in Flüssigkeiten und in Gasen statt. Wird die Luft in einem Zimmer an einem Heizkörper erwärmt, so nimmt ihr Volumen zu und dadurch ihre Dichte ab. Sie wird also leichter als die kältere Luft, steigt auf und nimmt die aufgenommene Wärme mit nach oben. Die Konvektion hängt ab von der Zähigkeit und der spezifischen Wärmekapazität des wärmeübertragenden Stoffes sowie den Abmessungen des Raumes über den die Wärme transportiert wird.

Bei der **Wärmestrahlung** emittieren oder absorbieren die Körper Energie in Form von elektromagnetischen Wellen (infrarote Strahlung), die sich im Raum mit Lichtgeschwindigkeit ausbreitet (siehe „Optik“). Jeder Körper mit $T > 0 \text{ K}$ emittiert und absorbiert Strahlung ohne dass ein Stofftransport stattfindet und unabhängig davon, ob der eine Körper heißer als der andere

ist. Befindet er sich in thermischem Gleichgewicht mit seiner Umgebung, so sind Emission (Wärmeabgabe) und Absorption (Wärmeaufnahme) im Gleichgewicht. Hat er eine höhere Temperatur als seine Umgebung, so emittiert er mehr, als er absorbiert. Dadurch kühlt er sich ab und erwärmt die Umgebung.

Beispiel Um bei einer Flüssigkeit Wärmeverluste zu vermeiden, benutzt man doppelwandige Gefäße, deren Zwischenraum evakuiert ist, sogenannte **Dewar⁵-Gefäße**. Beispiele aus dem täglichen Leben sind Thermosflaschen, deren Glas innen mit einem Silber- oder Kupferspiegel versehen ist. Durch den Vakuummantel sind Konvektion und Wärmeleitung ausgeschaltet, Wärmestrahlung wird durch die verspiegelten Innenflächen zurückgeworfen. Dadurch ist der Wärmeaustausch mit der Umgebung minimiert, so dass sich in einem solchen Gefäß kalte oder warme Flüssigkeiten lange aufbewahren lassen.

Beispiel Gase sind schlechte Wärmeleiter. Deshalb verdampft ein Wassertropfen, der auf eine heiße Herdplatte gelangt, nicht sofort, sondern schwirrt längere Zeit über ihr hin und her. Die im ersten Augenblick der Berührung entstandene Dampf Wolke zwischen Tropfen und Platte schützt den Tropfen vor unmittelbarer Berührung mit der heißen Unterlage und lässt ihn solange schweben, bis sich der Wasserdampf verflüchtigt hat.

Ein vollständig nach außen abgeschlossener Hohlraum, aus dem nur durch eine kleine Öffnung (Wärme)-Strahlung austreten kann, wird als **Schwarzer Körper** (Strahler) bezeichnet. Die aus dem Hohlraum austretende Strahlung heißt **Schwarze Strahlung**. Die abgegebene Wärmemenge steigt im Idealfall mit der vierten Potenz der Temperatur (in Kelvin), die Temperaturstrahlung eines Schwarzen Körpers ist also proportional zu T^4 .

Beispiel Bei einer Verdopplung der (absoluten) Temperatur eines Schwarzen Strahlers steigt die abgestrahlte Wärmemenge um den Faktor $2^4 = 16$.

Die **Leistung** der Temperaturstrahlung eines schwarzen Körpers ist proportional zur Fläche des strahlenden Körpers A und der vierten Potenz der Temperatur. Es gilt das

Gesetz

Stefan⁶-Boltzmann⁷-Gesetz

$$P = \sigma \cdot A \cdot T^4.$$

mit σ : Stefan-Boltzmann- oder Strahlungskonstante

$$\sigma = 5,670 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4$$

Berücksichtigt man dagegen einen realen strahlenden Körper, muss das Stefan-Boltzmann-Gesetz um den **Emissionsgrad** bzw. den **Absorptionsgrad** ε des Körpers ergänzt werden:

$$P = \sigma \cdot \varepsilon \cdot A \cdot T^4 .$$

Bei jedem Körper ist bei gleicher Temperatur und gleicher Wellenlänge der Strahlung Emissionsgrad und Absorptionsgrad der Strahlungsleistung P gleich groß (**Kirchhoffsches Strahlungsgesetz**).

Beispiel In der Biologie oder Medizin wird die starke Temperaturabhängigkeit der Wärmestrahlung zur Lokaldiagnostik ausgenutzt. Ein lokaler Anstieg der Haut-Temperatur um $0,7 \text{ }^\circ\text{C}$ verursacht beispielsweise eine gut messbare Änderung des Wärmestroms um 1%. Lokale Veränderungen der Haut-Temperatur können daher zur Diagnose von Durchblutungsstörungen, Entzündungen oder Zellanomalien verwendet werden.

1.4 Wärmekapazität

Wenn einem sonst von der Umgebung thermisch isolierten Körper die Wärmemenge Q zugeführt wird, so steigt seine Temperatur um ΔT an. Das Verhältnis dieser Größen heißt **Wärmekapazität** C des Körpers:

$$C = Q / \Delta T \quad [C] = \text{J/K}$$

Andererseits gibt also ein heißer Körper die Wärmemenge $Q = C \cdot \Delta T$ ab, wenn er sich um den Temperaturunterschied ΔT abkühlt. Man sieht, dass bei Abkühlung, also $\Delta T < 0$, die Wärmemenge Q *negativ* (= *abgeführte* Wärmemenge) ist.

Bei einem Körper aus einheitlichem Stoff steigt die Wärmekapazität proportional mit der Masse an, d.h. zur gleichen Erwärmung der doppelten Stoffmenge wird die doppelte Wärmemenge benötigt. Aus diesem Grund macht es Sinn, die Wärmekapazität zusätzlich auch noch auf die Masse eines Körpers zu beziehen. Das Verhältnis von benötigter Wärmemenge Q zum damit erreichten Temperaturanstieg ΔT eines Körpers der Masse m wird als die **spezifische Wärmekapazität** c des Körpers bezeichnet.

Definition

Spezifische Wärmekapazität

$$c = \frac{Q}{m \cdot \Delta T}$$

Einheit: $[c] = \text{J/kg} \cdot \text{K} = \text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

Die **molare Wärmekapazität** ist die Wärmemenge, die notwendig ist, um ein Mol eines Stoffes um 1 K zu erwärmen:

Definition

molare Wärmekapazität

$$C_m = c \cdot \text{Molmasse}$$

$$\text{Einheit: } [C_m] = \text{J/mol} \cdot \text{K} = \text{J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

Beispiel Körper *hoher* Wärmekapazität sind *gute* Wärmflaschen, da sie pro Grad ihrer Abkühlung viel Wärme freisetzen.

Beispiel Die (inzwischen veraltete) Einheit der *Kalorie* ist definiert als die Wärmemenge, die 1 Gramm Wasser um 1 °C erwärmt. Für die spezifische Wärmekapazität von Wasser zu (Man beachte die Einheiten!):

$$c = 1 \text{ cal/g} \cdot \text{K} = 4,1868 \text{ J/g} \cdot \text{K} = 4,1868 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K} = 4186,8 \text{ J/kg} \cdot \text{K}.$$

Die **elektrische Leistung** P , die notwendig ist, eine gegebene Stoffmenge um eine bestimmte Temperatur innerhalb einer bestimmten Zeit t zu erhöhen, ist gleich der zugeführten Wärmemenge Q pro Zeit t , also

$$P = \frac{Q}{t} = \frac{c \cdot m \cdot \Delta T}{t}.$$

Beispiel Mit einem Tauchsieder werden 100 g Wasser in 1 min um 80 °C erwärmt. Die Leistung des Tauchsieders beträgt daher
 $P = 4186,8 \text{ J/kg} \cdot \text{K} \cdot 0,1 \text{ kg} \cdot 80 \text{ K} / 60 \text{ s} = 558 \text{ W}.$

Beispiel Ein Wasserbad wird mit einem Tauchsieder einer Leistung von 1000 W in 10 s um 10 °C erwärmt. Daraus berechnet man die Masse des erwärmten Wassers zu $m = P \cdot t / (\Delta T \cdot c) = 239 \text{ g}.$

Mit einer Leistung von 2000 W beträgt nach 2 s die Temperaturerhöhung $\Delta T = 2000 \text{ W} \cdot 2 \text{ s} / (239 \text{ g} \cdot 4186,8 \text{ J/g} \cdot \text{K}) = 4 \text{ K} = 4^\circ\text{C}.$

Für die spezifische (molare) Wärmekapazität eines Stoffes bei konstantem Druck c_p (C_{mp}) und bei konstantem Volumen c_v (C_{mV}) gelten folgende Beziehungen:

Bei **Gasen** ist stets $c_p > c_v$ ($C_{mp} > C_{mV}$), dasselbe gilt für Flüssigkeiten, die sich bei steigender Temperatur ausdehnen.

Bei **idealen Gasen** gilt $C_{mp} = C_{mV} + R$, wenn R die allgemeine Gaskonstante bezeichnet.

Definition

Gaskonstante (allgemeine)

$$R = 8,314 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$$

1.5 Wärmemischung

Werden zwei oder mehr Körper, unterschiedlicher Temperatur in Wärmekontakt zueinander gebracht, erfolgt ein Wärmeaustausch bis die Temperaturdifferenz zwischen den Körpern gleich null ist. Die Wärmemenge Q_1 , die ein heißerer Körper abgibt, wird vom kälteren Körper als Wärmemenge Q_2 aufgenommen, bis beide Körper die gleiche Temperatur aufweisen. Es gilt also

$$\Delta Q = Q_1 - Q_2 = 0.$$

Die Mischungstemperatur T_m im Gleichgewicht berechnet sich nach der

Formel

Richmannsche Mischungsregel

$$T_m = \frac{c_1 \cdot m_1 \cdot T_1 + c_2 \cdot m_2 \cdot T_2}{c_1 \cdot m_1 + c_2 \cdot m_2}$$

T_1 und T_2 : Temperaturen der Substanzen mit den spezifischen Wärmekapazitäten c_1 und c_2 vor dem Mischen.

Beispiel 4 kg Wasser mit der Temperatur 298 K wird mit 2 kg Wasser der Temperatur 90 °C gemischt. Die Wärmekapazität des Gefäßes wird vernachlässigt. Die Temperatur der Mischung (6 kg Wasser) beträgt

$$T_m = (4 \text{ kg} \cdot 298 \text{ K} + 2 \text{ kg} \cdot 363 \text{ K})/6 \text{ kg} = 320 \text{ K}.$$

Beispiel In einen thermisch isolierten Mischbehälter speisen zwei Zuleitungen Wasser mit 5 l/s bei 10 °C und 2 l/s bei 20 °C ein. Die Mischtemperatur im Gleichgewicht beträgt dann $T_m = 12,9$ °C.

2 Versuch: Spezifische Wärmekapazität von Wasser

Kennt man die Wärmemenge Q , die benötigt wird, um Wasser der Masse m um den Temperaturunterschied ΔT zu erwärmen, so kann man die spezifische Wärmekapazität von Wasser bestimmen. Dies soll im Praktikum durchgeführt werden:

Eine Wasserprobe befindet sich zur thermischen Isolation in einem  Dewar-Gefäß. Mittels zweier in Reihe geschalteter Drahtwendeln (Prinzip des Tauchsieders) wird die Temperatur des Wassers erhöht, was an einem Thermometer abgelesen werden kann. Die zugeführte Wärmeenergie ist durch die der Heizung zugeführten elektrischen Energie gegeben. Sie

berechnet sich folgendermaßen über die Elektrische Energie $W = P \cdot \Delta t$ (dabei ist Δt die Zeit, in der die elektrische Leistung $p = u I$ wirkt, U die angelegte Spannung und I der durch den Widerstand fließende Strom).

In der Heizung wird diese elektrische Energie vollständig in die Wärmeenergie Q umgewandelt:

$$Q = U \cdot I \cdot \Delta t$$

Diese Energie wäre im Idealfall gleich der vom Wasser aufgenommenen Wärmeenergie $Q = m \cdot c \cdot \Delta T$, wobei m die Masse des aufgeheizten Wassers, c die spezifische Wärmekapazität des Wassers und ΔT die Erhöhung der Wassertemperatur bezeichnet. Der Versuch wird aller dings dadurch gestört, dass außer der Wasserprobe auch Teile des Gefäßes und des Thermometers, mit dem die Wassertemperatur gemessen wird, und schließlich auch die Heizung selbst aufgeheizt werden. Die von diesen Komponenten aufgenommene Wärmeenergie steht natürlich nicht zur Erwärmung des Wassers zur Verfügung. Sie beträgt $Q_{\text{Verlust}} = K \cdot \Delta T$, wobei K die Wärmekapazität des leeren Versuchsaufbaus darstellt, die in unserem Fall 84 J/K beträgt.

Die elektrisch erzeugte Wärmeenergie wird also einerseits dem Wasser, andererseits den anderen Komponenten des Versuchsaufbaus zugeführt. Es ergibt sich folgende Gleichung:

$$U \cdot I \cdot \Delta t = c \cdot m \cdot \Delta T + K \cdot \Delta T.$$

oder, aufgelöst nach c :

$$c = \frac{U \cdot I \cdot \Delta t}{m \cdot \Delta T} - \frac{K}{m}$$

Mit dieser Gleichung kann nun die spezifische Wärmekapazität von Wasser experimentell bestimmt werden.

2.1 Messung

Da die thermische Isolation der Wasserprobe im Versuch nicht perfekt ist, muss dies in der Auswertung berücksichtigt werden. Das Problem macht sich dadurch bemerkbar, dass sich das eingefüllte Wasser, dessen Temperatur zunächst unter der Zimmertemperatur liegen wird, schon ehe elektrisch geheizt wird, durch einen Zustrom von Wärme aus der Umgebung langsam erwärmt. Umgekehrt fließt später, wenn die Wassertemperatur über der Zimmertemperatur liegt, Wärme an die Umgebung ab.

Im Versuch ist die Veränderung der Wassertemperatur als Funktion der Zeit in Abständen von einer halben Minute zu vermessen. Um den Temperatenausgleich mit der Umgebung bei der Auswertung berücksichtigen

zu können, misst man zu Beginn den Temperaturverlauf fünf Minuten lang ohne zu heizen, dann mit konstanter Heizleistung, bis eine Temperatur zwischen 40 °C und 50 °C erreicht ist, und danach noch einmal fünf Minuten lang bei wieder abgeschalteter Heizung. Während der gesamten Messung, also in der Anfangsphase, der Heizphase und der anschließenden Abkühlungsphase muss die Wassertemperatur *ohne Unterbrechung* in Abständen von einer halben Minute gemessen werden. Durch Rühren muss dafür gesorgt werden, dass die Temperatur im Wasser überall dieselbe ist (Durch Konvektion wird die Temperatur an der Wasseroberfläche höher sein als weiter unten!) und das Thermometer tatsächlich die mittlere Wassertemperatur anzeigt.

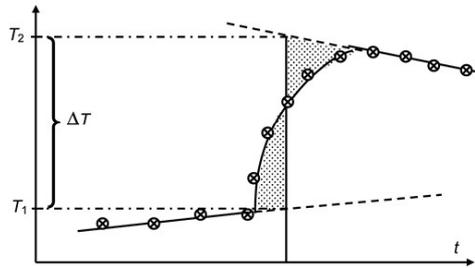
Die an der Heizung angelegte Spannung U , sowie der Strom I sind so einzustellen, dass sie Werte besitzen, die im günstigsten Ablesebereich der beiden Messinstrumente liegen ($U \approx 7V$). Dabei ist darauf zu achten, dass die einmal eingestellten Strom- und Spannungswerte konstant bleiben. Sollten sie sich während der Messung um einen kleinen Betrag ändern, so muss nachgeregelt werden.

Bereiten Sie die Schaltung selbständig vor, aber legen Sie die Spannung erst nach Kontrolle durch den Assistenten an! Messen Sie die Wassermenge, etwa 200 bis 250 cm^3 , im Messzylinder ab. Vergessen sie während des Heizens das **Umrühren** nicht!

Notieren Sie sich alle zur Berechnung der spezifischen Wärmekapazität von Wasser nach oben angegebener Formel benötigten Größen.

2.2 Auswertung

Zur Auswertung trägt man die gemessenen Temperaturwerte als Funktionskurve in ein Diagramm (auf Millimeterpapier) ein. Durch folgendes Vorgehen bei der Ermittlung des Temperaturunterschieds ΔT aus dem Diagramm wird die unvollkommene Isolierung des Wassers von der Umgebung berücksichtigt: Man legt durch die Messwerte der ersten fünf Minuten (Aufwärmphase), sowie durch die Messwerte der letzten fünf Minuten (Abkühlphase) jeweils eine Ausgleichgerade. Die ideale Temperaturerhöhung erhält man als einen Sprung zwischen diesen beiden Geraden. Man wählt die Sprungstelle so, dass die Fläche, die von der Aufwärmgeraden, dem gemessenen Temperaturverlauf und der vertikalen Sprunggeraden begrenzt wird, und die Fläche, die von der vertikalen Sprunggeraden, der Abkühlgeraden und dem Temperaturverlauf begrenzt wird, gleich groß sind. In der Abbildung sind diese beiden Flächen ausgefüllt dargestellt.



Die gesuchte Temperaturerhöhung $\Delta T = T_2 - T_1$ (s. Skizze) entspricht dem Abstand der Geradenschnittpunkte. Damit berechne man die spezifische Wärmekapazität von Wasser.

Übungsaufgaben:

1. Welche Mischungstemperatur stellt sich ein, wenn 3 l Wasser von 70 °C mit 2 l Wasser von 22 °C in Wärmekontakt gebracht werden? (50,8 °C)
2. Welche Mischungstemperatur stellt sich ein, wenn (ohne Wärmeverlust) 5 kg Quecksilber von 98 °C mit 1 kg Wasser von 12 °C in Wärmekontakt gebracht werden? Es ist $c_{\text{Hg}} = 0,139 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$ und $c_{\text{H}_2\text{O}} = 4,187 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$. (24,24 °C)
3. In einem thermisch isolierten Gefäß soll 240 g Wasser mit einem Tauchsieder von 100 W Leistung erwärmt werden. Die Wärmekapazität des Tauchsieders sei vernachlässigbar klein. Wie groß ist der Temperaturanstieg pro s? (0,1 K/s)

3 Gase

Gase bestehen aus Molekülen oder Atomen. Ein **ideales Gas** besitzt folgende Eigenschaften:

- Die Gasteilchen werden als Massenpunkte betrachtet, da ihr Volumen im Verhältnis zum gegenseitigen Abstand sehr klein ist.
- Beim Zusammenstoß zweier Gasteilchen bleiben die kinetischen Energien und der Gesamtimpuls erhalten; das heißt die Teilchen führen elastische Stöße aus
- Die Gasmoleküle werden als wechselwirkungsfreie Teilchen betrachtet, sie üben also weder anziehende noch abstoßende Kräfte aufeinander aus.

Gase füllen jeden beliebigen Raum gleichmäßig auf, da Gestalt und Volumen eines Gases im Gegensatz zu einem festen Stoff oder einer Flüssigkeit unbestimmt sind.

Beispiel Bei Raumtemperatur nahezu ideale Gase sind Luft, Edelgase und Wasserstoff. Dagegen kann man zum Beispiel beim Wasserdampf wegen seiner hohen Kondensierungstemperatur auf eine starke Anziehungskraft zwischen den Wassermolekülen schließen.

Die **Anzahl** der Teilchen in einem Mol eines Gas (oder allgemein eines Stoffes eines bestimmten Elements oder einer Verbindung) ist gegeben durch die Avogadro-Zahl:

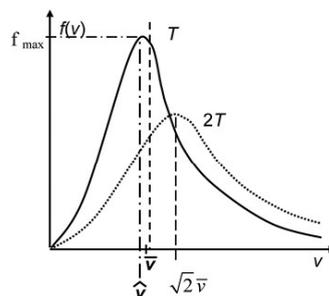
Definition

Avogadro-Konstante

$$N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

In einem Gas bewegen sich Atome oder Moleküle frei auf regellosen Bahnen im Raum. Es besteht keine Bindung zwischen den freien Teilchen und es wirken keine Kräfte. Die Teilchen bewegen sich mit unterschiedlicher Geschwindigkeit und Richtung durch den Raum. Bei Stößen untereinander oder mit einer den Raum begrenzenden Wand ändert sich der Betrag der Geschwindigkeit und die Richtung.

Die Häufigkeit aller in einem Gas von Atomen oder Molekülen vorkommenden Geschwindigkeiten kann angegeben werden über die **Maxwellsche Geschwindigkeitsverteilung** $f(v)$. Diese Geschwindigkeitsverteilung ist temperaturabhängig und gibt an, wie viele Teilchen in einem Gas sich mit einer bestimmten Geschwindigkeit v bewegen. Die **mittlere Geschwindigkeit** \bar{v} ist das (arithmetische) Mittel der Absolutwerte der Geschwindigkeit aller Teilchen. Die **häufigste Geschwindigkeit** \hat{v} , also den Höchstwert der Häufigkeitsverteilung, gibt die wahrscheinlichste Geschwindigkeit an, die ein Teilchen im Gas bei einer bestimmten Temperatur T besitzt.



Beispiel Die mittlere thermische Geschwindigkeit von Molekülen in Luft beträgt etwa 500 m/s oder 1800 km/h.

Die mittlere Bewegungsenergie W , also die **mittlere thermische** (oder kinetische) **Energie** von Molekülen in einem Gas ist proportional zur

Temperatur des Gases. Es gilt die

Formel

Mittlere thermische Energie eines Gasteilchens

$$W = \frac{3}{2} \cdot k_B \cdot T = \frac{1}{2} m \bar{v}^2$$

in einem idealen Gas der Temperatur T .

Definition

Boltzmann-Konstante

$$k_B = R / N_A = 1,3806 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$$

mit R : Allgemeine Gaskonstante, N_A : Avogadro-Zahl

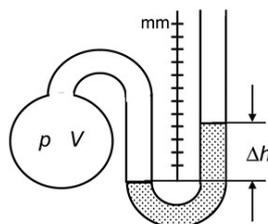
Beispiel Wird ein ideales Gas von 200 K auf 400 K erwärmt, also die Temperatur verdoppelt, verdoppelt sich auch die *mittlere* thermische Energie der Gasteilchen. Die mittlere Geschwindigkeit erhöht sich um $\sqrt{2}$.

Der **Druck** p des Gases ist proportional zur mittleren kinetischen Energie der Gasteilchen (bei konstantem Volumen). Wenn ein Gasteilchen auf die Gefäßwand prallt, übt es im klassischen Sinne einen Kraftstoß auf die Wand aus. Die Summe aller Kraftstöße geteilt durch die verstrichene Zeit und die Fläche der Gefäßwand bestimmt den Druck des Gases. Der Druck p ist definiert als die Kraft F , die auf eine Fläche A wirkt.

Definition

Druck

$$p = \frac{F}{A} \quad [p] = 1 \text{ N/m}^2 = 1 \text{ Pascal}$$



Zur Messung des Drucks dient ein **Manometer**. In einem Flüssigkeits-Manometer ist eine Flüssigkeit (Quecksilber oder Wasser) in einem U-förmig gebogenen Rohr eingefüllt, das an einem Ende offen ist. Das andere Ende wird mit dem Gasvolumen V verbunden, in dem der Gas-Druck bestimmt werden soll. Der Höhenunterschied Δh zwischen den Flüssigkeitssäulen in

beiden Schenkeln des Rohres ist proportional zum Druckunterschied Δp des (gesuchten) Gasdrucks p im Gefäß und dem Außendruck p_0 , es gilt $\Delta h \sim \Delta p = p - p_0$

Man bezeichnet diesen Druck auch als **Schweredruck**, weil er durch die eigene Schwere des Stoffes erzeugt wird. Es gilt $p = \Delta h \cdot \rho \cdot g$, wobei ρ die Dichte des Stoffes und g die Erdbeschleunigung ist. Er hängt also linear von der Höhendifferenz im U-Rohr beziehungsweise von der Eintauchtiefe in einer Flüssigkeit ab.

Schweredruck von Quecksilber und Wasser

Quecksilber:	1 mm Hg	\triangleq	1 Torr =	133,3 Pa	= 1,33 mbar
Wasser:	1 mm H ₂ O	\triangleq		9,81 Pa	= 0,098 mbar

Beispiel Auf der Skala eines Quecksilber-Manometers (s. Skizze) wird ein Höhenunterschied zwischen beiden Flüssigkeitssäulen von $\Delta h = + 40$ mm abgelesen. Wenn der Luftdruck 950 mbar beträgt, ist der Druck des Gases im Messgefäß $p = 40 \text{ mm} \cdot (1,33 \text{ mbar/mm}) + 950 \text{ mbar} = 1003$ mbar.

Beispiel Auf der Skala eines mit Wasser gefüllten Manometers wird ein Höhenunterschied von $\Delta h = - 50$ cm zwischen beiden Flüssigkeitssäulen abgelesen (d.h. die linke Flüssigkeitssäule steht um 50 cm höher als die rechte). Bei einem Luftdruck von 1013 mbar beträgt der Gasdruck $p = - 50 \text{ cm} \cdot (0,098 \text{ mbar/mm}) + 1013 \text{ mbar} = 964$ mbar.

Beispiel Im Jahre 1896 erfand **Scipione Riva-Rocci** (1873–1937) das nach ihm benannte Blutdruckmessgerät mit Manschette und Quecksilbermanometer. Seither wird der Blutdruck in Millimeter Quecksilbersäule angegeben.

Durch Aufpumpen der Armmanschette mit Luft wird zunächst der Blutstrom durch die Arterie völlig abgedrückt. Der Druck wird nun verringert, bis wieder Blut einströmen kann (systolischer Blutdruck). Bei weiterem Verringern wird schließlich aus dem stoßweise Fließen wieder ein kontinuierlicher Blutstrom (diastolischer Blutdruck)

Eine weitere Möglichkeit der Druckmessung ist im **Membranmanometer** realisiert. Eine elastische Membran (oder ein Stempel) wird von dem Druck gegen eine Federkraft eingedrückt. Je größer der Druck, desto tiefer wird die Membran eingedrückt. Ein mit der Membran verbundener Zeiger und eine Skala ermöglichen das Ablesen des Drucks.

Umgekehrt lässt sich durch Aufbringen einer Kraft F auf einen Stempel, der in ein geschlossenes Gefäß geht und die Fläche A hat, in dem Gefäß ein Druck $p=F/A$ erzeugen. Der sogenannte **Stempeldruck** ist anders als der Schweredruck überall im Gefäß gleich und addiert sich im ganzen Volumen zum Schweredruck hinzu.

Luftdruck

Der Luftdruck ist der Schweredruck der Luftsäule der Atmosphäre über einem Punkt. Mit zunehmender Höhe nimmt der Luftdruck ab, da die darüber liegende Luftsäule ein geringeres Gewicht hat. Der Zusammenhang zwischen Luftdruck p und der Höhe h ist gegeben durch die barometrische Höhenformel.

Formel

Barometrische Höhenformel

$$p = p_N \cdot \exp\left(-\frac{\rho_0 \cdot g \cdot h}{p_N}\right) \quad [p] = \text{kPa}$$

p_N Luftdruck bei Normalbedingungen

$\rho_0 = 1,29 \text{ kg/m}^3$, Dichte der Luft bei Normalbedingungen

g = Erdbeschleunigung

Definition

Normalbedingungen

Temperatur: $T_N = 273,15 \text{ K}$ (= 0 °C)

Druck: $p_N = 0,101325 \text{ Mpa} = 101,325 \text{ kPa}$

= 760 Torr = 1013,25 mbar

Der Luftdruck nimmt also mit zunehmender Höhe exponentiell ab. Vereinfachend kann man die Barometrische Höhenformel darstellen als

$$p \approx p_0 \cdot e^{-h/8\text{km}}$$

das heißt, der Luftdruck ist in etwa 8 km Höhe auf den e-ten Teil (also auf das 0,37-fache) des Normaldrucks auf Meeresniveau abgefallen.

Gasgemische

Viele in der Natur vorkommenden Gase setzen sich aus verschiedenen Gasen zusammen, sind also **Gasgemische**. Den Gasdruck der einzelnen Gase bezeichnet man als **Partialdruck** (oder Teildruck). Jedes einzelne Gas trägt

zum Gesamtdruck des Gasgemisches bei, indem sich die Partialdrücke zum Gesamtdruck **addieren**. Es gilt das

Gesetz

von Dalton

Ein Gasgemisch aus n Gasen mit den Partialdrücken p_n besitzt den Gesamtdruck

$$p_{\text{tot}} = p_1 + p_2 + p_3 + \dots + p_n.$$

Der Anteil eines Gases an einem Gasgemisch wird in Teilen des Gesamtvolumens, also **Volumenprozent** (Vol%) angegeben.

Beispiel (Saubere) **Luft** stellt näherungsweise ein ideales Gas dar und ist ein Gasgemisch aus Stickstoff (N_2 , ca. 78 Vol%), Sauerstoff (O_2 , 21 Vol%), Edelgasen (überwiegend Argon: Ar, 1 Vol%) und Kohlendioxid (CO_2 zur Zeit etwa 0,03 %). Diese Angaben beziehen sich jeweils auf getrocknete Luft. Der Wasserdampfgehalt variiert stark. An einem trocknen Sommertag sind es etwa 1 %, an einem schwül-feuchten etwa 2 % und an einem klarernd kalten, trockenen Wintertag etwa 0,1 %.

Beispiel Trockene Luft besitzt einen verschwindend geringen Anteil an Wasserdampf. Bei einem Gesamtdruck von 1 bar sind in trockener Luft die Partialdrücke von Sauerstoff: $p_{O_2} = 0,21$ bar, Stickstoff: $p_{N_2} = 0,78$ bar und Ar: $p_{Ar} = 10$ mbar.

Beispiel In einer Stahlflasche befinden sich Sauerstoff mit einem Partialdruck von 20 bar und Stickstoff mit einem Partialdruck von 50 bar. Der Gesamtdruck des eingeschlossenen Gasgemisches ist dann $p = 20 \text{ bar} + 50 \text{ bar} = 70 \text{ bar}$. Wird der Gesamtdruck in der Stahlflasche nun auf $p = 35 \text{ bar}$ vermindert, ändern sich die Partialdrücke der Gase. Da der Gesamtdruck halbiert wurde, berechnet man

für die Partialdrücke $p_{N_2} = 50 \text{ bar}/2 = 25 \text{ bar}$ und $p_{O_2} = 20 \text{ bar}/2 = 10 \text{ bar}$.

Beispiel Stickstoff und Sauerstoff wurden in einem Verhältnis von 4:1 gemischt. Der Gesamtdruck des Gasgemisches beträgt 900 mbar. Die Partialdrücke sind dann

$$p_{N_2} = 900 \text{ mbar} \cdot 4/5 = 720 \text{ mbar} \text{ und}$$

$$p_{O_2} = 900 \text{ mbar} \cdot 1/5 = 180 \text{ mbar}.$$

Allgemein werden bei Stoffgemischen die Anteile (oder Konzentrationen) jeweils in Prozent (Promille usw.) angegeben. Wichtig ist dabei auf die Bezugsgröße zu achten. Dies kann die Gesamtmasse (Massenprozent, Massenkonzentration), das Gesamtvolumen (Volumenprozent) oder die Gesamtanzahl der Teilchen (Stoffmengenkonzentration, meist in Mol, gleich der **Molarität**) sein.

Gasgesetz

Die **Zustandsgrößen** zur exakten thermodynamischen Beschreibung eines Körpers sind **Temperatur, Druck und Volumen**.

Die Zustandsgrößen Druck p , Temperatur T und Volumen V sind bei einem idealen Gas, das aus n Mol besteht, verbunden über die Zustandsgleichung der idealen Gase.

Gesetz

Zustandsgleichung idealer Gase

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

mit R der allgemeinen Gaskonstante (siehe Abschnitt 1.4 in diesem Kapitel.)

Die Zustandsgleichung eines idealen Gases beschreibt das thermodynamische Verhalten einiger Gase gut, stellt aber nur eine Näherung dar.

Beispiel Aus der Zustandsgleichung kann man den Raum berechnen, den ein Mol eines Gases bei Normalbedingungen einnimmt (Normvolumen). Das Volumen eines idealen Gases bei 0 °C und 101,3 kPa beträgt
 $V = 1 \text{ mol} \cdot 8,314 \text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K}) \cdot 273,15 \text{ K} / 101,3 \text{ kPa}$
 $= 0,0224 \text{ m}^3 = 22,4 \text{ Liter}$.

Beispiel Unter Normalbedingungen ist die Teilchenanzahldichte für beliebige ideale Gase (bezogen auf ein Liter):

$$\frac{6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}}{22,4 \text{ Liter mol}^{-1}} = 2,69 \cdot 10^{22} \cdot \text{Teilchen pro Liter}$$

Anders als bei den bisher betrachteten idealen Gasen verhalten sich viele Gase in der Natur, also reale Gase, anders als durch die Zustandsgleichung idealer Gase beschrieben. Bei **realen Gasen** müssen daher folgende Einflüsse berücksichtigt werden:

- das **Eigenvolumen** der Gasmoleküle oder -atome
- die **Anziehungskräfte** zwischen den Gasteilchen

So können z.B. reale Gase verflüssigt werden, da Anziehungskräfte zwischen den Atomen bzw. Molekülen wirken und ihre Teilchen eine endliche Größe haben.

Formel

Van-der-Waals-Gleichung

(Zustandsgleichung realer Gase)

$$\left(p + \frac{a \cdot n^2}{V^2}\right) \cdot (V - n \cdot b) = n \cdot R \cdot T$$

$a n^2/V^2$: **Binnendruck** aufgrund der Anziehungskräfte (Kohäsion) zwischen den Gasteilchen

$b n$: **Kovolumen** (Eigenvolumen der Gasteilchen)

In der Van-der-Waals-Gleichung vergrößert sich der Druck gegenüber der Zustandsgleichung des idealen Gas durch den Binnendruck. Außerdem verkleinert sich das Volumen, also der dem Gas zur Verfügung stehende Raum, durch das Eigenvolumen (Kovolumen) der Gasmoleküle oder-atome.

Zustandsänderungen

Wird in der Zustandsgleichung eines idealen oder realen Gases eine oder mehrere Größen verändert, ändert sich der Wert der anderen über die Zustandsgleichung angegebenen thermodynamischen Größen. Wird zum Beispiel ein Gas erwärmt, dehnt es sich aus. Das heißt, durch Än-

derung der Temperatur des Gases wird eine Zustandsänderung des Drucks und/oder des Volumens verursacht.

Da in der Zustandsgleichung immer drei Größen, Druck, Temperatur und Volumen als variable Größen enthalten sind, ist es zweckmäßig, immer eine Größe unverändert, also konstant zu lassen, und sich die Zustandsänderung des Gases über die beiden anderen Größen zu verdeutlichen. Eine Zustandsänderung heißt

isotherm, wenn die Temperatur konstant gehalten wird,

isobar, wenn der Druck konstant gehalten wird,

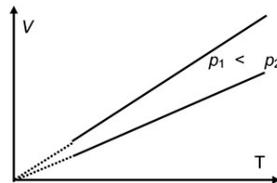
isochor, wenn das Volumen konstant bleibt, und

adiabatisch, wenn kein Wärmeaustausch mit der Umgebung stattfindet.

Isobare Zustandsänderung

Wenn der Druck konstant ist, sind Temperatur und Volumen zueinander proportional. Es ergibt sich der nebenstehend gezeigte Verlauf im (V,T) -

Diagramm. Für höhere Drücke ist die Steigung der Kurve kleiner, als für niedrigere Drücke. Das wurde formuliert im



Gesetz

von Gay-Lussac⁹ (1. Gesetz)

$$V = V_0 \frac{T}{273\text{K}} \quad \text{wenn} \quad \frac{T}{V} \sim P = \text{const.}$$

T : Temperaturänderung des idealen Gases in K

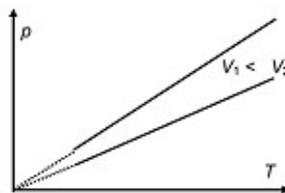
V_0 : Volumen des Gases bei 0 °C

Bei einer isobaren Temperaturerhöhung um 1 °C (oder 1 K) dehnt sich das Gas um 1/273 des Volumens aus, das es bei 0 °C einnimmt. Linien gleichen Drucks heißen **Isobare**.

Beispiel Eine offene Stahlflasche von 20 l Fassungsvermögen wird mit einem Edelgas gefüllt. Wird das Gas (ohne, dass sich der Druck ändert) von 0 °C auf 15 °C erwärmt, entweichen

$$V = (288 \text{ K} / 273 \text{ K} - 1) \cdot 20 \text{ l} = 1,1 \text{ l.}$$

Isochore Zustandsänderung



Wird das Volumen konstant gehalten, sind Druck und Temperatur zueinander proportional. Es gilt $p = T \frac{n \cdot R}{V}$ mit $V = \text{const.}$ Das nebenstehende (p, T) -Diagramm gibt die Druck-Temperatur-Abhängigkeit eines idealen Gases bei konstantem Volumen wieder. Die Linien gleichen Volumens heißen **Isochore**.

Beispiel An einem Druckcontainer im Freien, der mit 200 bar Wasserstoff bei 20 °C gefüllt wurde, wird ein Sicherheitsventil eingestellt, das gegen die Explosion des Gases bei Überhitzung schützen soll. Damit das Ventil bei einer Temperatur von 50 °C anspricht, muss das Ventil eingestellt werden auf $p = 323 \text{ K} / 293 \text{ K} \cdot 200 \text{ bar} = 220 \text{ bar}$.

Isotherme Zustandsänderung

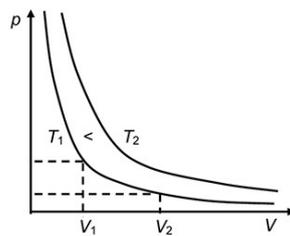
Bei konstanter Temperatur ist das Produkt aus dem Druck p und dem Volumen V des eingeschlossenen Gases konstant. Es gilt das

Gesetz

von Boyle-Mariotte¹⁰

$$p \cdot V = \text{const}$$

Die Zustandsgleichung des idealen Gases kann umgeformt werden zu



$$V = \frac{1}{p} \cdot n \cdot R \cdot T.$$

Ist die Temperatur konstant, ist das Volumen V *umgekehrt* proportional zum Druck p . Somit verlaufen die Kurven im (p,V) -Diagramm auf Hyperbeln. Diese Hyperbeln heißen **Isotherme**.

Beispiel Ein Mol eines Gases nimmt unter Normalbedingungen ein Volumen von 22,4 Litern ein. Bei einer isothermen Kompression, also Verdichtung, des Molvolumens auf einen Liter bei gleicher Temperatur nimmt der Druck auf 22,4 atm (1 Atmosphäre = 0,101325 MPa), also auf ‚Normaldruck‘ zu.

Bei isothermer Expansion eines Gases um das Volumen $\Delta V = (V_2 - V_1)$ muss am Gas die (Ausdehnungs-)Arbeit $-\Delta W = p \cdot \Delta V$ verrichtet werden. Nach dem ersten Hauptsatz geschieht dies über Zufuhr der Wärmemenge $\Delta Q = \Delta W$. Anhand des (p,V) -Diagramms sieht man, dass **bei der Ausdehnung bei konstanter Temperatur** entlang der Isotherme von V_1 nach V_2 **der Druck sinkt**.

Adiabatische Zustandsänderung

Wird eine Zustandsänderung an einem Gas vorgenommen, ohne dass das Gas Wärme abgeben oder aufnehmen kann, heißt diese Zustandsänderung **adiabatisch** und es ist $\Delta Q = 0$. Es findet also kein Wärmeaustausch mit der Umgebung des Gases statt. Bei einer adiabatischen Zustandsänderung ändern sich alle drei Zustandsgrößen (Druck, Temperatur und Volumen) des Gases. Bei einer **adiabatischen Verdichtung** erhöht sich die innere Energie des

Gases um die Kompressions-Arbeit, während Druck und Temperatur zunehmen. Bei einer **adiabatischen Ausdehnung** eines Gases nimmt die innere Energie ab und Druck und Temperatur sinken.

Umwandlung von Wärme in Arbeit

Hat man zwei Wärmereservoirs mit verschiedenen Temperaturen T_1 und T_2 , so lässt sich daraus mechanische Arbeit gewinnen. Dies nutzt man zum Beispiel beim Verbrennungsmotor. Die durch die Verbrennung stark erhitzten Gase im Zylinder werden adiabatisch expandiert und leisten am Kolben mechanische Arbeit.

Die dem wärmeren Reservoir entnommene Energie kann dabei prinzipiell nur zum Teil in mechanische Arbeit umgewandelt werden. Für einen solchen Prozess gibt es einen maximalen thermodynamischen Wirkungsgrad η . Es gilt

$$\eta = \frac{T_2 - T_1}{T_2}$$

Der theoretisch erreichbare Wirkungsgrad ist also umso größer, je größer die Temperaturdifferenz ist und kann maximal den Wert eins annehmen. Haben beide Reservoirs die gleiche Temperatur, so lässt sich keine mechanische Arbeit gewinnen. Dieses Phänomen findet seinen Niederschlag im

Gesetz

Zweiter Hauptsatz der Wärmelehre:

Es ist unmöglich aus *einem* Wärmereservoir durch Entnahme von Wärmeenergie mechanische Energie zu gewinnen.

¹ Lord Kelvin (gen. W. Thomson 1824–1907)

² Eingeführt durch Anders Celsius (1701–1744).

³ Eingeführt von dem Erfinder des Quecksilberthermometers Daniel Gabriel Fahrenheit (1686–1736).

⁴ von lat. *aggregare*: zusammenballen

⁵ Benannt nach seinem Erfinder Sir James Dewar (1842–1923).

⁶ Josef Stefan (1835–1893)

⁷ Ludwig E. Boltzmann (1844–1906)

⁸ Blaise Pascal (1623–1662)

⁹ Joseph Louis Gay-Lussac (1778–1850).

¹⁰ Robert Boyle (1627–1691) und Edme Mariotte (~1620–1684).

4 Elektrizitätslehre

1 Allgemeine Grundlagen

- Elektrischer Strom, elektrische Spannung, Kirchhoffsche Gesetze
- Messung von Strom und Spannung, Messgeräte
- Elektrischer Widerstand, Ohmsches Gesetz, Schaltungen
- Elektrische Ladung, elektrisches Feld, Kondensator, Kapazität
- Elektrische Leistung, Elektrizitätsleitung
- Magnetisches Feld, Lorentzkraft, Magnetfeld einer Spule, Induktion
- Ladungsträger, Bewegung geladener Teilchen in elektromagnetischen Feldern

Die Elektrostatik beschäftigt sich, ähnlich der Statik in der Mechanik, mit Kräften. Es wirken Kräfte zwischen (ruhenden) elektrischen Ladungen, die **Coulomb-Kräfte**¹, die der Gravitationskraft in der Mechanik entsprechen.

1.1 Elektrische Ladung

In der täglichen Anwendung wird der Strom in metallischen Leitern erzeugt, geführt und in andere Energieformen verwandelt. Viel einfacher ist die Ladungserzeugung mit Isolatoren: Werden ausgewählte Materialien miteinander in Kontakt gebracht und wieder getrennt, dann bleiben Ladungen an ihrer Oberfläche zurück. Die Ladungen zeigen sich durch ihre Kraftwirkung: Haare steigen beim Kämmen auf, Papierschnipsel kleben an einem geriebenen Füller. Auf diese Art wurden Ladungen schon im Altertum von Thaies von Milet² bei Versuchen mit geriebenem Bernstein entdeckt: ‚ελεκτρον‘ (elektron) ist das griechische Wort für Bernstein.

Beispiel Stäbe aus Porzellan und Hartgummi werden am Katzenfell gerieben. Beide ziehen danach Papierschnipsel an. Ähnliches beobachtet man mit Füllern, Kugelschreibern, Kämmen, die an Wollpullovern oder kunststoffhaltigen Stoffen gerieben worden sind. Diese Gegenstände üben im ‚Normalzustand‘ keinen Einfluss auf Papierschnipsel aus, ziehen diese nach dem Reiben aber an.

Beispiel Ein Stab aus Hartgummi wird in einer Schlaufe aufgehängt und am Katzenfell gerieben. Man nähert sich einem Ende mit vorher geriebenen Gegenständen: Der Hartgummistab stößt ab, Glasstab zieht an, das Tuch stößt ab.

Man erkennt aus diesen Beispielen:

Es gibt elektrische **Ladungen**, die von einem Körper zum andern übergehen können

Elektrische Ladungen sind stets an einen stofflichen Ladungsträger (Materie) gebunden

Es genügt die Annahme von zwei Ladungsarten: **positive** und **negative Ladungen**

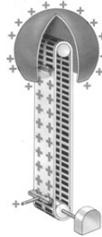
Zwischen den Ladungen wirken **Kräfte**

Gleichnamige Ladungen stoßen sich ab, ungleichnamige ziehen sich an

Definition

elektrische Ladung Q

Einheit: $[Q] = 1 \text{ A s} = 1 \text{ Amperesekunde} = 1 \text{ C(oulomb)}$



Im unbehandelten (ungeladenen) Zustand sind die Körper **elektrisch neutral**: Es gibt gleich viele positive wie negative Ladungen. Ladung ist an Materie gebunden: Es gibt elektrisch isolierende Stoffe (**Isolatoren**), und leitende Materialien (**Leiter**). In Isolatoren bleiben die Ladungen am Ort ihrer Entstehung lokalisiert, in Leitern breiten sie sich gleichmäßig über die ganze Oberfläche aus. In Leitern sind die Ladungen frei verschiebbar. Gute elektrische Leiter sind Metalle, elektrische Isolatoren bestehen oft aus Kunststoffen oder Keramiken.

Als **Ladungstrennung** bezeichnet man den Vorgang, bei dem positive und negative elektrische Ladungsträger voneinander getrennt werden. Elektrische Ladungsträger sind Elektronen oder Ionen. Eine Anwendung der Ladungstrennung ist ein **Bandgenerator**. Durch die Berührung einer Metallbürste mit einem ständig umlaufenden Gummiband wird dem Band bei seiner Bewegung Ladung in Form von Elektronen entzogen. Die das Band umgebende Metallhaube lädt sich positiv auf, die negative Ladung wird an eine Metallkugel abgeführt, die sich negativ auflädt, hier aber nicht gezeichnet ist.

Der Übergang elektrischer Ladungsträger (Ionen, Elektronen) zwischen unterschiedlich elektrisch geladenen Objekten bis zum Ausgleich der Ladungen heißt **Ladungsausgleich**. Ein Körper mit einem Überschuss an negativer Ladung gibt Elektronen an einen Körper mit Elektronenmangel (positive Ladung) ab, bis beide Körper die gleiche Ladung, also die gleiche Menge an Ladungsträgern, besitzen.

Beispiel Eine Metallkugel ist negativ aufgeladen. Durch Berührung der geladenen Kugel mit einer zweiten, vorher ungeladenen Metallkugel geht ein Teil der Ladung auf die zweite Kugel über. Die Ladung der Kugeln nach der Berührung ist genau die Hälfte der ursprünglichen Ladung.

Beispiel Bei einem Gewitter findet auch ein Ladungsausgleich statt. Durch Verdunstung von Wasser werden dem Erdboden negative Ladungen entzogen, die sich in den Wolken sammeln. Durch Blitzschlag findet dann der Ladungsausgleich statt.

Durch den Übergang von elektrischen Ladungsträgern von einem elektrisch geladenen Körper auf einen oder mehrere andere Körper findet ein **Ladungsübertrag** statt. Die vorhandene elektrische Ladung wird auf alle am Ladungsübertrag beteiligten Körper aufgeteilt. Die Aufteilung von elektrischer Ladung kann nicht beliebig klein werden, sondern ist durch die kleinste, unteilbare elektrische Ladung, die **Elementarladung**, begrenzt.

Definition

Elementarladung e , kleinstmögliche, unteilbare elektrische Ladungseinheit, entspricht der elektrischen Ladung eines Elektrons

$$e = 1,6022 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

Die Beträge der negativen und positiven Elementarladung sind identisch. Die Messung der Elementarladung gelang erstmals 1910 durch Millikan³ mittels des „Öltröpfchenversuchs“.

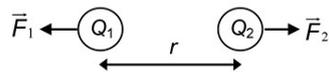
Beispiel Jedes **Elektron** trägt eine negative Elementarladung. Die Ladung des Elektrons beträgt $Q_e = -e$. Im **Kern** eines Atoms mit der Ordnungszahl Z sind Z Protonen vorhanden und N Neutronen. Ein Proton hat die Ladung $Q_p = +e$, die Neutronen sind elektrisch neutral. Die Ladung des Kerns beträgt daher insgesamt $Q_{\text{Kern}} = +Z \cdot e$.

Für die Ladung gilt der **Erhaltungssatz**, dass in einem abgeschlossenen System die Nettoladung (Menge aller positiven Ladungen abzüglich aller negativen Ladungen) erhalten bleibt.

Die elektrische Ladung kann durch **Erdung**, d.h. einer leitenden Verbindung zum Ladungsreservoir der Erde, ausgeglichen werden.

1.2 Das Coulomb-Gesetz

Elektrische Ladungen üben *Kräfte* aufeinander aus. Elektrisch gleichartig geladene Körper (also *gleichnamige Ladungen*) **stoßen sich ab**, ungleichartig geladene Körper (also *ungleichnamige Ladungen*) *ziehen sich an*. Eine quantitative Aussage über die elektrostatische Kraft zwischen zwei elektrisch geladenen Körpern macht das **Coulomb-Gesetz**. Es besagt, dass zwei Ladungen Q_1 und Q_2 , die sich in einem Abstand r voneinander befinden, mit einer Kraft proportional zum Produkt der beiden Ladungen und umgekehrt proportional zum Quadrat des Abstandes der Ladungen anziehen bzw. abstoßen. Die Ladungen werden dabei als punktförmig im Zentrum des geladenen Körpers angenommen (**Punktladungen**).



Die Coulomb-Kraft weist in Richtung der Verbindungslinie beider Ladungen. Die Richtung der Kraft hängt von den Vorzeichen der Ladungen ab. Sind die Vorzeichen der Ladungen gleich (beide positiv oder beide negativ) kommt es zur Abstoßung, bei unterschiedlichen Vorzeichen (eine Ladung positiv, die andere negativ) ziehen sich die Ladungen an.

Gesetz

Coulomb-Kraft

$$F_{\text{Coulomb}} = |\vec{F}_{\text{Coulomb}}| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$$

Kraft zwischen zwei Punktladungen Q_1 und Q_2 , die sich in einem Abstand r voneinander befinden. Sie wirkt entlang der Verbindungslinie der Ladungen und heißt deshalb *vektorielle* (gerichtete) Größe.

Die Proportionalitätskonstante ϵ_0 heißt **elektrische Feldkonstante** oder **Dielektrizitätskonstante** des Vakuums.

Definition

elektrische Feldkonstante

$$\epsilon_0 = 8,8542 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}^2}$$

Das Coulomb-Gesetz ähnelt formal dem Newtonschen Gesetz zur Gravitationsanziehung zweier Körper, allerdings sind Gravitationskräfte immer anziehende Kräfte.

Beispiel Zwei gleichnamige Ladungen Q_1 und Q_2 im Abstand r stoßen sich gegenseitig ab. Wenn nun bei gleichbleibendem Abstand die Ladung Q_2 verdoppelt wird, so verdoppeln sich auch die Abstoßungskräfte F_1 und F_2 .

So wie man von einem Gravitationsfeld spricht, so lässt sich auch ein elektrisches Feld definieren:

Definition

Elektrisches Feld E , $[E] = \text{Newton/Coulomb} = \text{N/C}$

$$\vec{E}(r) = \frac{\vec{F}_{\text{elektr.}}(r)}{q},$$

wobei q eine Probeladung ist und $\vec{F}_{\text{elektr.}}(r)$ die Kraft, die sie am Ort r erfährt.

Für den Betrag eines Feldes der Punktladung Q ergibt sich damit unmittelbar aus dem Coulombschen Gesetz:

$$E_{\text{Punktladung}}(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}$$

Die Energie W , die eine Ladung Q beim Bewegen von der Stelle r_1 nach r_2 gewinnt (oder verliert), wird definiert über die **Potentialdifferenz (Spannung)** zwischen den beiden Punkten:

Formel

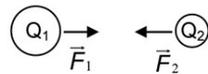
Zusammenhang zwischen Energie und elektrischer Potentialdifferenz U , $[U] = \text{Volt} = \text{V}$

$$W = Q \cdot U$$

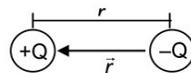
Das elektrische Potential lässt sich analog zum Potential im Gravitationsfeld beschreiben:

- Für die potentielle Energie ist stets ein Bezug nötig, die Potentialdifferenz ist entscheidend, nicht die absolute Größe des Potentials.
- Der Weg, der zwischen zwei Punkten r_1 und r_2 genommen wird, hat kein Einfluss auf die Potentialdifferenz (der Berg ist immer gleich hoch, egal, wie geschickt der Weg darauf ausgesucht wurde).
- Es gibt Wege, entlang derer sich die Energie nicht ändert: Sie liegen auf den Äquipotentialflächen (Höhenlinien). Die Linien senkrecht zu den Äquipotentialflächen nennt man Feld- oder Kraftlinien.

Bei der elektrostatischen Anziehung zweier Ladungen mit (ungleichnamigen) Ladungen Q_1 und Q_2 wirkt auf den ersten Ladungsträger die Kraft F_1 und auf den zweiten die Kraft F_2 . Diese Kräfte sind bis auf das Vorzeichen gleich groß, auch wenn die Ladungen Q_1 und Q_2 verschiedene Beträge haben. Auch für die elektrostatische Wechselwirkung gilt: *actio = reactio*.



Zwei elektrische Ladungen $+Q$ und $-Q$ (gleicher Betrag, unterschiedliches Vorzeichen) im Abstand r bilden einen **elektrischen Dipol** mit einem elektrischen **Dipolmoment** vom Betrag p .



Definition

Elektrisches Dipolmoment

$$\vec{p} = Q \cdot \vec{r}$$

$$[p] = 1 \text{ Debye}^5 = 1 \text{ D} = 3,34 \times 10^{-34} \text{ C} \cdot \text{m}$$

Es ist eine vektorielle (gerichtete) Größe: Orientierungsvektor \vec{r} zeigt entlang der **Dipolachse** vom negativen zum positiven **Pol**. Der Betrag von \vec{r} entspricht dem Abstand der (Punkt-)Ladungen r .

Beispiel Werden die Ladungen eines elektrischen Dipols mit dem Dipolmoment p_1 verdoppelt und gleichzeitig der Abstand zwischen den Ladungen halbiert, so ergibt sich ein Dipolmoment p_2 und es ist $p_1 = p_2$.

Im folgenden Kapitel betrachten wir die Eigenschaften **bewegter** Ladungen.

2 Versuch: Spannungsabfall und Wheatstone-Brücke

2.1 Elektrischer Strom

Als elektrischen Strom bezeichnet man die Bewegung oder den Fluss von elektrischen Ladungsträgern. Die Bewegung erfolgt in einer bevorzugten Richtung innerhalb einer Zeiteinheit. Dabei muss an den Ladungsträgern Arbeit verrichtet werden.

Beispiel Elektrischer Strom in Metallen bedeutet Transport von OG Elektronen pro Zeiteinheit. In einem Metalldraht sind bei Zimmertemperatur ausschließlich Elektronen für den Strom verantwortlich. Ein Elektron ist negativ geladen und trägt genau eine (negative) Elementarladung. Die Elektronen bewegen sich bei

Raumtemperatur nur mit einer Geschwindigkeit von einigen Zehnteln mm pro Sekunde durch einen Metalldraht.

Beispiel Der Strom in einer Salzlösung (**Elektrolyt**) wird durch „wandernde“ Ionen (Ion, griechisch das Wandernde) ermöglicht. Die positiv geladenen Ionen heißen **Kationen**. negativ geladene **Anionen**.

Beispiel Der Strom in **Halbleitern** wird durch die Bewegung von Elektronen oder Elektronenlücken (Ladungs-,Löchern‘) ermöglicht. Wichtige Halbleiter sind Silizium oder Germanium.

Voraussetzungen für das Zustandekommen des elektrischen Stroms sind ein elektrisches Feld und bewegliche Ladungsträger im elektrischen Feld. Ursache für das Fließen eines elektrischen Stroms ist eine elektrische **Spannung** (Potentialdifferenz). Damit ein elektrischer Strom fließen kann, ist eine **Spannungsquelle** notwendig, die eine solche Potentialdifferenz aufbaut. Eine Batterie ist eine Stromquelle mit einem **Pluspol** (Mangel an negativen Ladungsträgern) und einem **Minuspol** (Überschuss an negativen Ladungsträgern). Werden beide Pole leitend verbunden, bewegen sich die Elektronen vom Minuspol (–) zum Pluspol (+):

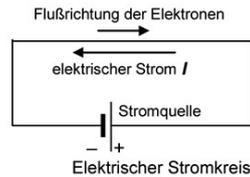


Symbole für Spannungsquellen

Beachte Beachte: Gemäß der (historischen) Konvention der **technischen Stromrichtung** fließt der elektrische Strom außerhalb der Stromquelle genau entgegengesetzt zur Bewegung der Elektronen, also vom Pluspol (+) zum Minuspol (–).

Man unterscheidet **Gleichstrom**: der Strom fließt nur in einer Richtung mit konstanter Geschwindigkeit der Ladungsträger und **Wechselstrom**: der elektrische Strom wechselt laufend seine Richtung, d.h. seine **Polarität** (Vorzeichen der elektrischen Spannung).

Beispiel Das technische Stromnetz („Strom aus der Steckdose“) besitzt eine Frequenz von 50 Hz, liefert also Wechselstrom. Jeder Pol der Wechselstromquelle ist in der Sekunde 50 mal positiv und 50 mal negativ.



Verbindet man zwei elektrisch ungleichnamig geladene Körper durch einen elektrischen Leiter zu einem **elektrischen Stromkreis**, findet ein Stromfluss statt. Der Strom fließt solange, bis ein völliger Ladungsausgleich erfolgt ist.

Ein elektrischer Stromkreis enthält mindestens eine Spannungsquelle (z.B. Batterie) und Leitungen mit einem Widerstand. Durch die angelegte Spannung fließt der Strom durch den Stromkreis.

Die **Elektronen** fließen außerhalb der Spannungsquelle vom Minus- zum Pluspol und innerhalb der Spannungsquelle vom Pluspol zum Minuspol zurück. Je größer die elektrische Spannung, desto größer ist der Stromfluss. Die Stärke des Ladungsträgeroder Stromflusses durch einen Stromkreis bezeichnet man als elektrische Stromstärke.

Definition

Elektrische Stromstärke I , $[I] = 1\text{A} = 1 \text{ Ampere}^6$

Das Ampere ist eine SI-Basis-Einheit, eine Grundeinheit.

Der Zusammenhang zwischen der elektrischen Stromstärke in einem Leiter und der transportierten elektrischen Ladung ist gegeben durch

Formel

Stromstärke = transportierte Ladung Q in der Zeit t

$$I = \frac{Q}{t}$$

Wenn innerhalb einer Sekunde die Ladungsmenge 1 C durch einen OG Leiterquerschnitt transportiert wird, beträgt die elektrische Stromstärke 1 A.

Beispiel Eine Batterie liefert 10 Minuten lang eine Stromstärke von 1,5 A. Die Ladung, die der Batterie entnommen wurde beträgt

$$Q = I \cdot t = 600\text{s} \cdot 1,5 \text{ A} = 900 \text{ As} = 900\text{C} .$$

Manchmal interessiert nicht die absolute Größe des Stroms, sondern wie viel Strom pro Flächeneinheit eines Leiterquerschnitts A fließt:

Definition

Stromdichte j , $[j] = \text{A/m}^2$

$$j = \frac{I}{A}$$

Fließt ein elektrischer Strom durch einen Leiter, so setzt der Leiter dem Strom einen **Widerstand** entgegen. Durch den elektrischen Widerstand eines Materials wird während des Stromflusses ein Teil der elektrischen Leistung in Wärme umgewandelt.

Der elektrische Strom hat stets eine magnetische Wirkung, meistens eine Wärme- und manchmal eine chemische Wirkung. Fließt ein elektrischer Strom durch einen ohmschen Leiter, so entsteht immer Wärme.

Eine Ausnahme stellen **Supraleiter** dar, in denen der Strom widerstandsfrei fließt. (Supraleiter werden unter anderem zur Konstruktion von extrem genauen Magnetfeld-Sensoren, zum Beispiel für die Messung von Gehirnströmen oder zur Materialprüfung eingesetzt). Die Wärme entsteht durch die Bewegung und gegenseitige Stöße von Atomen und Molekülen im stromdurchflossenen Material, welche durch den Fluss der elektrischen Ladungsträger angeregt werden. Die Umwandlung der elektrischen Energie erfolgt also in Wärmeenergie. Die in Wärmebewegung der Moleküle pro Zeit umgewandelte Energie heißt **Joulesche Wärme** Q .

Definition

Joulesche Wärme

$$Q = P \cdot t \quad [Q] = \text{Joule} = \text{J}$$

Dabei ist P die **elektrische Leistung**, die zur Erzeugung der Jouleschen Wärme verbraucht wurde. Sie ist für Gleichstrom gleich dem Produkt aus Stromstärke I und Spannung U .

Definition

Elektrische Leistung

$$P = I \cdot U \quad [P] = \text{J} / \text{s}$$

Gilt das Ohmsche Gesetz, folgt daraus $P = R \cdot I^2$ und $P = U^2 / R$.

Beispiel Wird die Spannung an einer Heizvorrichtung bei konstantem Widerstand verdoppelt, so ist die Heizleistung viermal so groß.

Beispiel Joulesche Wärme wird in der Glühwendel von Glühbirnen, dem Heizdraht einer Kochplatte, einem Tauchsieder technisch genutzt. Unerwünscht ist die Joulesche Wärme in elektrischen Kabeln

(Brandgefahr!) oder Überlandleitungen, wo sie zu einem unnötigen Energieverlust führt.

Für Metalle ist der **elektrische Widerstand** R proportional zur Länge des Leiters und umgekehrt proportional zu seiner Querschnittsfläche. Die Proportionalitätskonstante ist der **spezifische Widerstand** ρ (**Resistivität**). Er ist eine Materialkonstante und hängt ab von der Art des elektrischen Leiters (Material) und der Temperatur. Gute elektrische Leiter (z.B. Metalle: Kupfer, Silber, Gold, ...) haben einen sehr kleinen, Nichtleiter (Isolatoren) einen sehr hohen spezifischen Widerstand. **Halbleiter** können sowohl sehr niedrige als auch sehr hohe spezifische Widerstände haben. Das liegt daran, dass sich Ladungsträger in Halbleitern zwar hervorragend leicht bewegen können, sich in einem reinen Halbleiter jedoch praktisch keine freien Ladungsträger befinden. Erst z.B. durch die gezielte Verunreinigung mit Fremdatomen (Dotierung), durch Injektion von Ladungsträgern (beim Transistor) oder Bestrahlung mit Licht (Photowiderstand) entstehen freie Ladungsträger und es verringert sich die Resistivität.

Gesetz

elektrischer Widerstand R , $[R] = 1 \text{ Ohm}^7 = 1 \Omega$



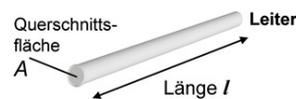
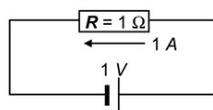
$$R = \rho \cdot \frac{\ell}{A}$$

ρ : spezifischer Widerstand

l : Länge des Leiters

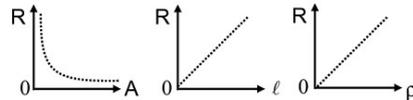
A : Querschnittsfläche

Ein Material hat den elektrischen Widerstand von 1Ω ., wenn bei einer angelegten elektrischen Spannung von 1 Volt (1 V) ein Strom von 1 Ampere (1 A) fließt.



Beispiel Wird der Durchmesser und die Länge eines (zylindrischen) Drahtes um den Faktor zwei vergrößert, so halbiert sich der elektrische Widerstand des Leiters.

Der elektrische Widerstand eines geraden, homogenen Metalldrahtes hängt also von seinem **Querschnitt** A , seiner **Länge** l und dem **spezifischen Widerstand** ρ des Materials ab, aus dem der Leiter besteht. Graphisch kann dieser Zusammenhang über folgende Kurven dargestellt werden:



Beispiel Der spezifische Widerstand von Kupfer (Cu) beträgt $1,7 \times 10^{-6} \Omega \cdot \text{cm}$. Der Widerstand eines zylindrischen Kupferdrahtes mit dem Querschnitt $0,01 \text{ cm}^2$ und der Länge 10^3 cm beträgt damit

$$R = 1,7 \times 10^{-6} \Omega \cdot \text{cm} \cdot 10^3 \text{ cm} / (0,01 \text{ cm}^2) = 0,17 \Omega.$$

Den Kehrwert des Widerstandes nennt man Leitwert.

Definition

Elektrischer Leitwert L

$$L = \frac{1}{R} \quad \text{Einheit } [L] = \frac{1}{\Omega} = 1 \text{ Siemens} = 1 \text{ S}$$

Legt man in einem Stromkreis an einen elektrischen Widerstand R verschiedene Spannungen an und misst den resultierenden elektrischen Strom, so findet man in der Regel einen linearen Zusammenhang zwischen resultierender Stromstärke und angelegter Spannung. Diese Beobachtung wird vom **Ohmschen Gesetz** beschrieben.

Gesetz

Ohmsches Gesetz

$$U \sim I$$

Damit besteht folgender Zusammenhang zwischen Spannungsabfall an einem elektrischen Widerstand und Stromstärke:

$$U = R \cdot I$$

Es ergeben sich zwei Interpretationsmöglichkeiten:

1. Legt man an einen Widerstand R eine Spannung U , so fließt der Strom I .
2. Fließt durch einen Widerstand R ein Strom I , so kann man an den Enden des Widerstandes die Spannung U abgreifen. Man sagt, „am Widerstand fällt die Spannung U ab“.

Beispiel Ein Strom durch einen elektrischen Widerstand wird durch die OG am Widerstand angelegte Spannung verursacht. Verdoppelt man die Spannung, so misst man den doppelten Betrag des Stromes, die halbe Spannung bewirkt die halbe Stromstärke, usw.

Jede reale **Spannungsquelle** besitzt einen **Innenwiderstand** R_i . Die Spannung, die man an ihren Anschlussklemmen misst wird

Klemmenspannung genannt. Wird eine Spannungsquelle nicht durch einen Strom belastet, so misst man an ihren Anschlüssen die **Leerlaufspannung** U_0 der Spannungsquelle. Fließt jedoch ein Strom I , so fällt über dem Innenwiderstand R_i die Spannung $U_i=R_i \cdot I$ ab. Die Klemmenspannung reduziert sich somit auf

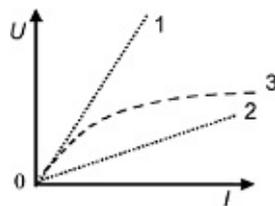
$$U = U_0 - R_i \cdot I$$

Daraus ergibt sich, dass eine Spannungsquelle maximal den sogenannten **Kurzschlussstrom**

$$I_{\text{kurz}} = \frac{U_0}{R_i}$$

liefern kann. Je geringer der Innenwiderstand ist, um so belastbarer ist die Spannungsquelle

Die graphische Darstellung der Stromstärke gegen die an einem elektrischen Widerstand anliegende Spannung heißt **Kennlinie** des Widerstandes (Strom-Spannungs-Kennlinie). Je nachdem, ob die Kennlinie eines elektrischen Widerstandes dem Ohmschen Gesetz folgt oder nicht, bezeichnet man den Widerstand als **Ohmschen Widerstand** (oder Ohmschen Leiter) oder **nicht-ohmschen Leiter**.

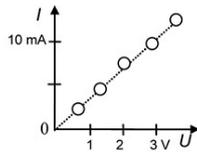


Kennlinien von elektrischen Widerständen: 1 und 2 sind Ohmsche Leiter (Widerstände), 3 ist ein nicht-ohmscher Leiter (z. B. Solarzelle oder Gleichrichterdiode)

Für Ohmsche Leiter gilt das ohmsche Gesetz (also $U/I = \text{const}$), das heißt, die Spannung ist proportional zur Stromstärke und der Widerstand ist somit konstant. Die Strom-Spannungs-Kennlinie verläuft daher linear (1 und 2). Dieser Fall gilt für die meisten metallischen Leiter und Elektrolyte.

Für nicht-ohmsche Leiter besteht ein nicht-linearer Zusammenhang zwischen Stromstärke und angelegter Spannung, es gilt $U / I \neq \text{const}$. Ein Beispiel für einen nicht-ohmschen Leiter ist eine Gleichrichter-Diode (3).

Beispiel Das Diagramm zeigt die gemessene Kennlinie eines Ohmschen Widerstandes. Aufgetragen ist die Abhängigkeit der am Widerstand abgegriffenen Spannung U von der Stromstärke I , die den Widerstand durchfließt.



Man liest ab, der Widerstand beträgt etwa

$$U / I \approx 3V / (10mA) = 300\Omega$$

Der (spezifische elektrische) Widerstand von Leitern und Nichtleitern ist in der Regel **temperaturabhängig**. Mit zunehmender Temperatur **steigt** der elektrische Widerstand metallischer Leiter (z. B. Kupfer),

sinkt der Widerstand von **Halbleitern** (z.B. Silizium, Germanium) und **sinkt** der Widerstand von **Elektrolyten** (z.B. wässrige Salzlösung).

Eine nur geringe Temperaturabhängigkeit weisen die Legierungen Konstantan (57 % Cu, 41 % Ni, 1 % Fe, 1 % Mn) und Manganin (86% Cu, 2% Ni, 12% Mn) auf und werden daher für Präzisions- und Normalwiderstände verwendet. Für die Abhängigkeit des elektrischen Widerstandes metallischer Leiter von der Temperatur gilt näherungsweise die

Formel

$$R = R_0(1 + \alpha \cdot \Delta T) \text{ oder } \rho = \rho_0(1 + \alpha \cdot \Delta T)$$

$$\Delta T = T - T_0$$

R_0 : Elektrischer Widerstand bei $T_0 = 0 \text{ °C} = 273 \text{ K}$

α : Temperaturkoeffizient des Metalls, definiert als

OG

Definition

Temperaturkoeffizient α , $[\alpha] = 1/K$

Der Temperaturkoeffizient bezeichnet das Verhältnis der relativen Änderung des elektrischen Widerstandes zur Temperaturänderung eines metallischen Leiters.

Das Prinzip des **Widerstandsthermometer** beruht auf der linearen Abhängigkeit des elektrischen Widerstandes von der Temperatur. Aus der Messung des Widerstandes kann damit die Temperatur berechnet werden.

Beispiel Bei 20 °C beträgt der spezifische Widerstand von Kupfer $1,7 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{cm}$, der Temperaturkoeffizient $\alpha = 0,0040 \text{ K}^{-1}$. Der spezifische Widerstand bei 120 °C ist daher

$$\begin{aligned} \rho(120 \text{ °C}) &= 1,7 \times 10^{-6} \Omega \cdot \text{cm} \cdot (1 + 0,0040 \text{ K}^{-1} \cdot 100 \text{ K}) = \\ &= 2,4 \times 10^{-6} \Omega \cdot \text{cm}. \end{aligned}$$

Beispiel Der Temperaturkoeffizient von Kupfer (Cu) beträgt $\alpha = 0,0040 \text{ K}^{-1}$.
 Bei Erwärmung eines Kupferdrahtes von $0 \text{ }^\circ\text{C}$ auf $30 \text{ }^\circ\text{C}$ erhöht sich der elektrische Widerstand von ursprünglich $6 \text{ } \Omega$ bei $0 \text{ }^\circ\text{C}$ um $0,72 \text{ } \Omega$ auf $6,72 \text{ } \Omega$ bei $30 \text{ }^\circ\text{C}$.

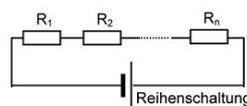
In den meisten technischen Geräten werden elektrische Schaltungen verwendet, die aus einer Kombination von elektrischen Elementen, zum Beispiel Widerständen, bestehen. Eine Kombination von elektrischen Widerständen kann beschrieben werden durch Parallelschaltung oder Reihenschaltung der Widerstände.

Bei einer **Reihenschaltung** von elektrischen Widerständen sind die Widerstände hintereinander geschaltet. Durch alle Widerstände fließt der gleiche Strom. Die Gesamtspannung ist die Summe der einzelnen Spannungsabfälle an den Widerständen. Nach dem Ohmschen Gesetz ist daher der Gesamtwiderstand einer Reihenschaltung die Summe der Einzelwiderstände.

Definition

Reihenschaltung von n elektrischen Widerständen $R_1 \dots , R_n$ (= Serienschaltung = Hintereinanderschaltung)

Durch alle Widerstände fließt der gleiche Strom I . Dabei ist die Gesamtspannung die Summe der Spannungsabfälle an den einzelnen Widerständen.



Der Gesamtwiderstand ist die Summe der Einzelwiderstände:

$$R_{\text{ges}} = R_1 + R_2 + \dots + R_n$$

Werden mehrere elektrische Widerstände parallel geschaltet, liegt an allen Widerständen in der **Parallelschaltung** die gleiche Spannung U an. Der Strom durch den einzelnen Widerstand R_i teilt sich auf zu $I_i = U/R_i$. Damit lässt sich der gesamte Strom berechnen zu

$$\begin{aligned} I &= I_1 + I_2 + \dots + I_n = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \dots + \frac{U}{R_n} = \\ &= U \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n} \right) \end{aligned}$$

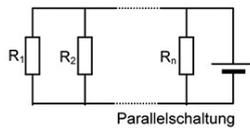
Der Kehrwert des Gesamtwiderstand der Parallelschaltung ist daher

$$\frac{1}{R_{\text{ges}}} = \frac{I}{U} = \frac{U \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n} \right)}{U} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}$$

also die Summe der Kehrwerte der Einzelwiderstände.

Definition

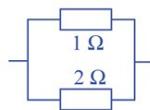
Parallelschaltung von n elektrischen Widerständen $R_1 \dots ,R_n$ An allen Widerständen liegt die gleiche Spannung U an.



Der Kehrwert des Gesamtwiderstands ist die Summe der Kehrwerte der Einzelwiderstände:

$$\frac{1}{R_{ges}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}$$

Es addieren sich bei einer Parallelschaltung die Leitwerte $L_i=1/R_i$ zum Gesamtleitwert $L_{ges} = L_1 + L_2 + \dots + L_n$. Bei einer Parallelschaltung ist damit der Gesamtwiderstand mehrerer Widerstände kleiner als der kleinste der einzelnen Widerstände.

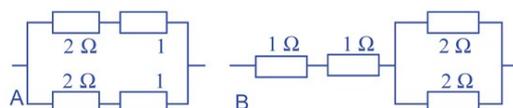


Beispiel Der Kehrwert des Gesamtwiderstandes in nebenstehenden elektrischen Parallelschaltung zweier Widerstände von 1Ω und 2Ω beträgt

$$\frac{1}{R_{ges}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{1\Omega} + \frac{1}{2\Omega} = \frac{3}{2\Omega}$$

Der Gesamtwiderstand ist mit $R = 0,667 \Omega$ kleiner als der kleinste der Einzelwiderstände.

Beispiel Der Gesamtwiderstand in der unten gezeigter Schaltung A beträgt $1,5 \Omega$, der von Schaltung B ist 3Ω .



Die Grundlage zur Errechnung der Stromstärken in verzweigten Leitersystemen und der Analyse komplexerer elektrischer Schaltungen bilden die **Kirchhoffschen⁹ Regeln**. Sie gelten für Ohmsche Leiter.

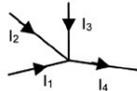
Gesetz

1. Kirchhoffsche Regel (= Knotenregel)

An einem Verzweigungspunkt (Knoten) ist die Summe der zufließenden gleich der Summe der abfließenden Ströme. Zu- und abfließende Ströme tragen dabei ein unterschiedliches Vorzeichen. Die Summe der zu- und abfließenden Ströme ist daher null.

$$I_1 + I_2 + I_3 = I_4$$

$$\text{D } I_1 + I_2 + I_3 - I_4 = 0$$



Aus dem ersten Kirchhoffschen Gesetz folgt, dass in einer Stromverzweigung (parallele Zweige) sich die Zweigströme umgekehrt wie die

Widerstände verhalten. Es gilt also $\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1} = 1$. An beiden Widerständen

liegt dieselbe Spannung an, da $I_1 \cdot R_1 = U = I_2 \cdot R_2$.

Gesetz

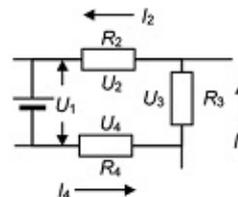
2. Kirchhoffsche Regel (= Maschenregel)

In jedem geschlossenen Stromkreis oder geschlossenen Teil eines Stromkreises (Masche) ist die Summe aller Spannungsabfälle an den einzelnen Widerständen (und

Spannungsquellen) gleich Null, solange die Masche im gleichen Sinn umlaufen wird.

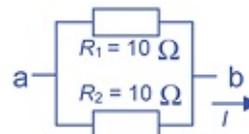
$$U_1 = U_2 + U_3 + U_4 = I_2 R_2 + I_3 R_3 + I_4 R_4$$

$$\sum_i U_i = 0$$



Beispiel An folgenden Schaltkreis wird zwischen den Anschlussstellen a und b eine Spannung von $U = 200 \text{ V}$ angelegt. Da die Widerstände gleich groß sind, ist

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1} = 1.$$



Die Ströme durch die Widerstände R_1 und R_2 sind also gleich groß. OG

Der Gesamtwiderstand der Parallelschaltung beträgt dabei

$$\frac{1}{R_{\text{ges}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow R_{\text{ges}} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{100 \Omega^2}{20 \Omega} = 5 \Omega.$$

Der Gesamtstrom, der durch die Schaltung fließt beträgt somit

$$I_{\text{ges}} = \frac{U}{R_{\text{ges}}} = \frac{200V}{5 \Omega} = 40A.$$

Jeder der Einzelwiderstände wird also von einem Strom von 20 A durchflossen.

Wirkung des Stroms auf den menschlichen Körper

Fließt Strom durch den menschlichen Körper, so gibt es mehrere Effekte. Die Nervenbahnen leiten im Körper am besten, so dass sie am stärksten betroffen sind.

Zunächst bewirkt Strom eine Erregung der Nerven, es kribbelt, Muskeln fangen an zu zucken, es kann zu Krämpfen kommen, im schlimmsten Fall zum Herzstillstand.

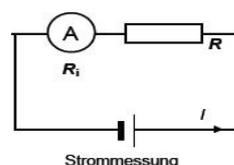
Der Körper ist ein elektrolytischer Leiter, d.h. der Strom wird von Ionen getragen. An den Zellwänden kommt es zur Elektrolyse wobei Zellgifte entstehen. Durch den elektrischen Widerstand kommt es zu einer Erwärmung, die im Extremfall zu Verbrennungen führen kann.

Als noch ungefährlich, wenn auch schmerzhaft, gelten 80 mA Gleichstrom und 25 mA Wechselstrom. Neben einer hinreichenden Isolierung (die z.B. bei Nassräumen die elektrischen Kontakte auch vor Spritzwasser schützen muss) gibt es zwei weitere übliche Schutzmaßnahmen in gefährdeten Bereichen (Labore, Nassräume ...). Beim **Trenntrafo** lässt man die Stromversorgung über einen Trafo mit dem Übersetzungsverhältnis 1:1 laufen. Damit ist die Spannung vom Erdpotential entkoppelt und die Berührung nur einer der Pole bleibt ungefährlich. Beim **Fehlerstromschutzschalter** wird die Differenz der Ströme gemessen, die aus der Steckdose hinaus- und in die Steckdose hineinlaufen. Nimmt der Strom (teilweise) einen anderen Weg, (z.B. über den menschlichen Körper zur geerdeten Wasserleitung), so wird eine Differenz größer null gemessen und der Schutzschalter trennt die Steckdose vom Netz.

2.2 Strom- und Spannungsmessung



Zur Strommessung dienen **Amperemeter**. Beim **Hitzdraht**-Amperemeter erwärmt und verlängert sich ein stromdurchflossener Messdraht. Die Verlängerung des Messdrahtes ist ein Maß für die Stromstärke. Das Hitzdraht-Amperemeter ist für Gleich- und Wechselstrom verwendbar, da der Ausschlag des Hitzdraht-Messers unabhängig von der Stromrichtung erfolgt. Beim **Drehspul-Amperemeter** befindet sich eine drehbare Spule im Feld eines Permanentmagneten. Fließt der zu messende Strom durch die Spule, entsteht durch die Überlagerung der Magnetfelder (Magnetfeld der stromdurchflossenen Spule und des Permanentmagneten) ein Drehmoment. Das auftretende Drehmoment ist ein Maß für die Stromstärke. Übliche Drehspul-Amperemeter sind nur zur Messung von Gleichströmen verwendbar, da der Ausschlag des Gerätes von der Stromrichtung abhängt. Zur **Messung von Wechselströmen** bedient man sich eines Messwiderstandes R_M . Die darüber abfallende Spannung wird mit einem Gleichrichter in eine Gleichspannung U_{gl} umgewandelt, die mit einem Spannungsmessgerät gemessen wird. Der Strom ist dann $I = U_{gl} / R_M$. Bei einem **Galvanometer**¹⁰ verwendet man anstelle der Drehspule eine Saite, bestehend aus einem versilberten Quarzfaden. Der Faden ist durch ein homogenes Magnetfeld, zum Beispiel das Feld eines Permanentmagneten, gespannt. Fließt ein elektrischer Strom durch den Faden, wird dieser senkrecht zu den magnetischen Feldlinien abgelenkt. Diese Ablenkung kann in Form einer Verbiegung des Fadens mit einer Lupe beobachtet werden. Das Galvanometer besitzt eine äußerst hohe Empfindlichkeit. Wegen der geringen Trägheit des Quarzfadens ist es sehr gut geeignet zur Messung schwacher Ströme oder kurzer Strompulse.



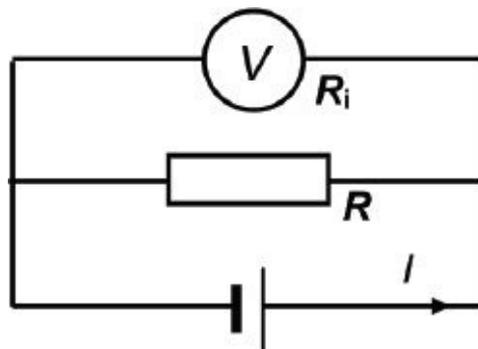
OG

Zur **Strommessung** (links) schaltet man das Amperemeter direkt in den Stromkreis, in dem die Stromstärke gemessen werden soll (= **Hauptschluss**).

Jedes Strommessgerät besitzt selbst einen Widerstand, den **Innenwiderstand** R_i . Ein Amperemeter (Strommesser) sollte einen möglichst geringen Innenwiderstand aufweisen, weil der Spannungsabfall am Amperemeter so klein wie möglich sein soll, damit der Stromkreis kaum beeinträchtigt wird.

Der Messbereich eines Amperemeters lässt sich auf höhere Stromstärken ausweiten indem man parallel einen (Mess-)Widerstand (Shunt) hinzuschaltet. Steigern lässt sich die Empfindlichkeit eines Messgerätes

dadurch jedoch nicht. Sei zum Beispiel der Innenwiderstand des Messgerätes 1Ω , so kann der Messbereich um den Faktor 10 erhöht werden,



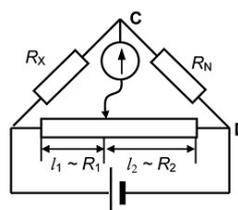
Spannungsmessung

wenn ein Widerstand von $\frac{1}{9} \Omega = 111 \text{ m}\Omega$ hinzugeschaltet wird. Die Ströme teilen sich dann zwischen Messwiderstand und Messgerät auf wie 9:1. Durch das Messgerät fließt nur noch ein Zehntel des gesamten Stromes.

Zur **Spannungsmessung** (rechts) verwendet man **Voltmeter**. Bei der Spannungsmessung wird das Voltmeter immer parallel zum Widerstand geschaltet, an dem die Spannung abfällt (das nennt man dann **Nebenschluss**). Spannungsmesser sollen einen möglichst großen Innenwiderstand aufweisen, damit das Gerät nur wenig Strom abzweigt und der Stromkreis möglichst wenig beeinflusst wird.

Nach der zweiten Kirchhoffschen Regel fließt durch das Voltmeter umso weniger Strom, je größer der Innenwiderstand ist. Spannungsmesser sind daher immer *hochohmig*, das heißt sie haben einen hohen Eigenwiderstand. Den Messbereich eines Voltmeters kann man durch das Einschalten von Widerständen (Vorschaltwiderstand) auf größere Spannungen erweitern.

Die Messung von unbekanntem elektrischen Widerständen kann allg. durch Messung des Stroms I und der am Widerstand abfallenden Spannung U erfolgen. Nach dem Ohmschen Gesetz wird daraus der unbekannte Widerstand R_x .



Eine sehr viel genauere Methode zur Bestimmung von Widerständen ist die Messung mit der **Wheatstoneschen¹¹ Brücke** (rechts). Der unbekannte

Widerstand ist in der Schaltung mit R_x bezeichnet.

Der Abgriff am Schiebewiderstand (**Potentiometer**) wird so eingestellt, dass die Messbrücke mit dem Messgerät stromlos wird, die Spannung zwischen den Punkten C und D also gleich null wird. Für das Verhältnis der Widerstände gilt nach Abgleichen der Wheatstoneschen Brücke im

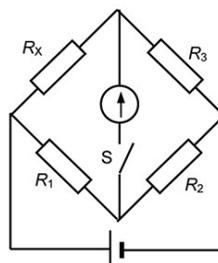
stromlosen Fall, also für $I=0: \frac{R_x}{R_N} = \frac{R_1}{R_2}$ und für den unbekannt

Widerstand $R_x = R_N \cdot \frac{\ell_1}{\ell_2}$, wenn die (variablen) Teilwiderstände R_1 und R_2 durch die abgegriffenen Längen ℓ_1 und ℓ_2 ersetzt werden. Das ist möglich, wenn der Schiebewiderstand aus einem homogenen Draht besteht, der überall den gleichen Querschnitt aufweist. Der feste Vergleichswiderstand R_N in der Schaltung einer Wheatstoneschen Brücke ist in der Regel ein Präzisionswiderstand und wird oft als **Normalwiderstand** bezeichnet. Der Vorteil dieser Schaltung zur Messung von elektrischen Widerständen liegt darin, dass die Größe der an der Messbrücke anliegenden Spannung nicht in das Messergebnis eingehen.

Beispiel Eine Wheatstonesche Brücke, die im unteren Zweig einen OG homogenen Leiter der Länge 64 cm besitzt, sei (stromlos) abgeglichen. Der verschiebbare Abgriff auf dem homogenen Leiter sei 16 cm vom linken Ende des Leiters entfernt. Der Normalwiderstand beträgt $R_N = 60 \Omega$. Man berechnet den gesuchten Widerstand zu

$$R_x = R_N \cdot \frac{\ell_1}{\ell_2} = 60 \Omega \cdot \frac{16 \text{ cm}}{64 \text{ cm} - 16 \text{ cm}} = 20 \Omega$$

Anstelle eines variablen Schiebewiderstands kann eine Wheatstonesche Brückenschaltung auch mit zwei **Festwiderständen** (rechts) aufgebaut werden.



Beispiel Das Messgerät der Wheatstonesche Brücke in nebenstehender Schaltung sei für geschlossenen Schalter S stromlos. Die Widerstände sind $R_1 = 10 \Omega$, $R_2 = 20 \Omega$ und $R_3 = 30 \Omega$. Der gesuchte Widerstand

beträgt $R_x = 15 \Omega$. Sind im stromlosen Fall die Widerstände $R_1 = 4 \Omega$, $R_2 = 16 \Omega$ und $R_3 = 12 \Omega$, beträgt der gesuchte Widerstand $R_x = 3 \Omega$.

2.3 Versuchsdurchführung

Aufgabe 1: Strom-Spannungs-Kennlinie eines Messdrahtes

Die **Strom-Spannungs-Kennlinie** eines dünnen Messdrahtes (Widerstandsdraht aus Kanthal) soll bestimmt werden. Anhand der gemessenen Kennlinie soll die Gültigkeit des Ohmschen Gesetzes bestätigt und der Widerstand des Messdrahtes bestimmt werden.

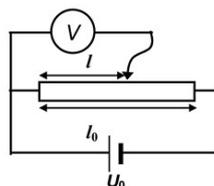
- Bestimmen Sie die Kennlinie bei Spannungen zwischen $U = 0$ und $2,4$ V in Schritten von $0,2$ V und stellen Sie die Messwerte in einem Diagramm dar.
- Zeichnen Sie durch die Messpunkte eine Ausgleichsgerade und ermitteln Sie aus dem Anstieg der Ausgleichsgeraden den Widerstand des Messdrahtes.
- Berechnen Sie den Durchmesser des Messdrahtes.

Der spezifische Widerstand von Kanthal beträgt $\rho = 1,45 \cdot 10^{-6} \Omega\text{m}$, die Länge des Drahtes ist $l = 1,0$ m .

Aufgabe 2: Aufbau von zwei festen Spannungsteilern

Als **Spannungsteiler** dient eine Anordnung von elektrischen Widerständen in Reihenschaltung. Dimensionieren Sie anhand zweier frei zu wählender Festwiderstände einen Spannungsteiler, der die Eingangsspannung U_0 der Spannungsquelle halbiert bzw. drittelt. Bauen Sie die entsprechenden Schaltungen auf und überprüfen Sie die Ausgangsspannung U mit dem Voltmeter. Zeichnen Sie die Schaltungen und notieren Sie verwendete Widerstände sowie angelegte und gemessene Spannungen.

Aufgabe 3: Potentiometerschaltung



Häufig verwendet man als Spannungsteiler Schiebewiderstände, sogenannte Potentiometer. Besteht der Schiebewiderstand aus einem homogenen Draht mit konstantem Querschnitt über die Drahtlänge l , kann mittels eines

Schleifkontaktes, der entlang des Drahtes verschoben wird, ein beliebiger Spannungsabfall (Teilspannung) eingestellt werden.

Die am Voltmeter gemessene Spannung U ergibt sich dann zu $U = \frac{l}{l_0} \cdot U_0$, wenn l_0 die gesamte Länge des Messdrahts und l das durch den Schleifkontakt abgegriffene Teilstück ist.

- Messen Sie bei einer variablen Spannungsteilerschaltung mit einer festen Spannung von $U_0 = 2,0 \text{ V}$ den Spannungsabfall längs des Messdrahtes.
- Tragen Sie die gemessene Spannung als Funktion der abgegriffenen Länge l in Schritten von 5 cm auf und zeichnen Sie eine Ausgleichsgerade.

Aufgabe 4: Widerstandsmessung mit Wheatstone-Brücke



- Bauen Sie eine Wheatstonesche Brückenschaltung auf.

Der Aufbau erfolgt mit einem Schiebewiderstand (Messdrahtleiste mit Messdraht und Schleifkontakt). Als Normalwiderstand R_N soll ein Stöpsel-Rheostat verwendet werden. Ein **Stöpsel-Rheostat** enthält vier in Reihe geschaltete (Normal-) Widerstände von 10Ω , 20Ω , 30Ω und 40Ω . Jeder einzelne Widerstand kann durch einen kegelförmigen Bolzen, einen „Kurzschluss-Stöpsel“, überbrückt werden. Mittels der vier Widerstände lassen sich in Schritten von 10Ω alle Werte zwischen 10Ω und 100Ω verwirklichen. Als weitere Geräte stehen ein Voltmeter (Messbereich $2,5 \text{ V}$) und ein Amperemeter (Messbereich 250 mA) zur Verfügung.

Stellen Sie die Spannung der Messbrücke auf $U_0 = 2,0 \text{ V}$ ein. Verschieben Sie den Abgriff am Messdraht, bis das Nullinstrument (Messgerät zum Nullabgleich der Messbrücke) keinen Ausschlag mehr zeigt. Dann ist die Brücke abgeglichen (Ast C-D stromlos).

- Messen Sie die Widerstandswerte von zwei unbekanntem Widerständen für jeweils fünf verschiedene Normalwiderstände.
- Berechnen Sie die Mittelwerte der unbekanntem Widerstände.
- Berechnen Sie den Gesamtwiderstand, den man bei Reihen- und Parallelschaltung der beiden untersuchten Widerstände messen würde.

Übungsaufgaben

1. Ein Stück Kupferdraht mit einem Radius von 5 mm besitzt einen Widerstand von 21Ω .

Welchen Widerstand hat ein Draht der gleichen Länge mit einer Querschnittsfläche von $1,2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$? ($R_{\text{neu}} = 13,75 \Omega$)

2. Die Widerstände $R_1 = 3 \Omega$, $R_2 = 5 \Omega$ und $R_3 = 8 \Omega$ sind in Reihe geschaltet. Welcher Strom fließt insgesamt, wenn an den Enden eine Spannung von $U = 4 \text{ V}$ angelegt ist? ($I = 0,25 \text{ A}$)

3 Versuch: Kondensator und Spule

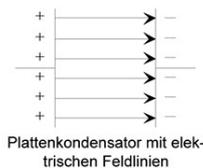
3.1 Der Kondensator

Kondensator als Ladungs- bzw. Energiespeicher

Als Kondensator bezeichnet man einen Speicher elektrischer Ladung.

Beispiel Bei einem Blitzgerät eines Fotoapparates muss in kürzester Zeit eine hohe elektrische Leistung verfügbar sein. Man löst dieses Problem dadurch, dass man einen Energiespeicher füllt und ihn dann zu gegebener Zeit wieder schnell entlädt. Ein solcher Energiespeicher ist der **Kondensator**.

Die einfachste Ausführung eines Kondensators, die man **Plattenkondensator** nennt, besteht aus zwei voneinander isoliert aufgestellten Metallplatten, auf die eine entgegengesetzte Ladung gebracht wird.



Zwischen den entgegengesetzt geladenen Platten baut sich ein elektrisches Feld auf, das von den positiven Ladungen zu den negativen Ladungen weist. Dies hat zur Folge, dass zwischen den Platten eine Spannung U_C abgegriffen werden kann, die proportional zur aufgebrauchten Ladung Q ist: $U_C \sim Q$.

Erhöht man umgekehrt die Spannung U an einem Kondensator, so fließt mehr Ladung Q auf den Kondensator.

Die Proportionalitätskonstante zwischen Ladung und Spannung eines Kondensators nennt man Kapazität:

Definition

Kapazität

$$C = \frac{Q}{U_c}$$

Einheit:

$$[C] = 1 \frac{\text{C(oulomb)}}{\text{V}} = 1 \frac{\text{As}}{\text{V}} = 1 \text{ Farad}_{12} \text{ (F)}$$

Die Kapazität (= Fassungsvermögen) gibt an, wie viel Ladung der Kondensator bei einer bestimmten Spannung fasst.

Gängige Kondensatoren haben Kapazitäten der Größenordnung Pikofarad pF (= 10^{-12} F) bis Millifarad mF (= 10^{-3} F).

Beispiel Ein Kondensator der Kapazität $C = 100 \mu\text{F}$ wird auf eine Spannung von $U_c = 10 \text{ V}$ aufgeladen. Er trägt dann eine Ladung von

$$Q = C \cdot U_c = 100 \cdot 10^{-6} \text{ F} \cdot 10 \text{ V} = 10^{-3} \text{ C} = 1 \text{ mC}.$$

Die Kapazität eines Plattenkondensators hängt nur ab von der Plattenfläche A und dem Abstand d der beiden Platten. Je größer der Abstand d bzw. je kleiner die Fläche A der Platten, desto kleiner ist die Kapazität des Plattenkondensators.

Formel

Kapazität eines Plattenkondensators

$$C = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{A}{d}$$

ϵ_0 elektrische Feldkonstante ($\epsilon_0 = 8,8542 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}}{\text{Vm}}$)

ϵ_r Dielektrizitätszahl (Materialkonstante des Nichtleiters)

A Plattenfläche, d Plattenabstand

Bringt man zwischen die Platten eines Plattenkondensators ein nichtleitendes Material, so erhöht sich die Kapazität verglichen zur Kapazität des Plattenkondensators im Vakuum. Das elektrische Feld greift durch den Nichtleiter hindurch, weshalb man dieses Material auch **Dielektrikum** nennt (Di = durch). Folgende Tabelle gibt eine Übersicht über die Größenordnung der Dielektrizitätszahl ϵ_r für verschiedene Materialien:

Dielektrizitätszahlen ϵ_r

Glas	5 – 10
Hartgummi	2,5 – 3,5

Wasser	81,1
Petroleum	2,1
Luft	1,0006
Vakuum	1

Im Dielektrikum sind die elektrischen Ladungen anders als im Leiter nicht frei beweglich. Sie können sich aber minimal gegeneinander verschieben, so dass sich die Oberflächen leicht aufladen (**Verschiebungspolarisation**). Diese Verschiebbarkeit der Ladung bewirkt die Erhöhung der Kapazität in einem Kondensator.

Die Wassermoleküle sind bereits kleine Dipole, die aber ohne elektrisches Feld regellos verteilt sind. Im Feld richten sie sich ein Stück weit in Richtung des Feldes aus (**Orientierungspolarisation**). Wie stark in der Tat die Polarisierung von Wasser ist, lässt sich mit einem einfachen Versuch zeigen.

Laden Sie einen Gummistab durch Reiben an einem Fell elektrisch auf. Halten Sie ihn neben den Strahl eines Wasserhahns. Der Strahl wird offensichtlich vom Stab angezogen und aus seiner senkrechten Falllinie abgelenkt.

Bringt man einen Leiter in ein elektrisches Feld, so verschieben sich die Ladungen im Leiter so weit, bis im Inneren des Leiters sich äußeres und inneres Feld gerade aufheben, es also feldfrei ist. Diesen Effekt nennt man **Influenz**. Er bewirkt z.B. dass man in einem geschlossenen Metallkäfig (**Faradayscher Käfig**) selbst vor sehr großen elektrischen Spannungen wie sie beispielsweise beim Blitzschlag auftreten, geschützt ist.

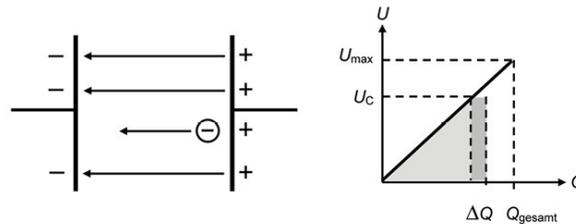
Beispiel Um bei Verdoppelung der Spannung U_C zwischen den Platten die Ladung konstant zu halten, muss man entweder die Plattenfläche halbieren oder den Abstand der Platten verdoppeln

Beispiel Auch zwei Kugelschalen mit gleichem Mittelpunkt (d.h. konzentrische Kugelschalen) wirken als Kondensator, dessen Kapazität nur von den Radien der beiden Schalen abhängt.

Will man nun die **Kapazität der Erdkugel** bestimmen, nimmt man an, dass die Erdoberfläche die innere Kugelschale sei, und der Radius der

äußeren Kugelschale beliebig groß („unendlich“). Dann beträgt die Kapazität der Erdkugel etwa 700 μF .

Um den **Energieinhalt eines Kondensators** der Kapazität C zu bestimmen, macht man folgendes Gedankenexperiment: Ein leerer Kondensator wird schrittweise dadurch aufgeladen, dass man Ladungsportionen ΔQ von der einen Platte zur anderen transportiert (Abb. links):



Befinden sich Ladungen bereits auf der anderen Platte, so versuchen sie die weitere Ladungsportion ΔQ abzustößen, weshalb man nun Arbeit aufwenden muss, um diese Abstoßung zu überwinden. Um gegen diese Abstoßung anzukämpfen, muss die Arbeit $\Delta W = U_C \cdot \Delta Q$ aufgewendet werden, die dann als Energieinhalt im Kondensator steckt. Dieser Energie entspricht im U - Q -Diagramm ein Rechteck der Breite ΔQ und der Länge U_C , also der Spannung, die sich bereits zwischen den Platten aufgebaut hat.

Hat man nun die Ladung Q_{gesamt} von der einen zur anderen Platte gebracht, so lässt sich zwischen den Platten eine Spannung U_{max} messen. Es steckt damit eine Energie im Kondensator, die der Fläche unterhalb der Geraden im obigen rechten Teilbild entspricht. Die Energie beträgt somit

Formel

Energieinhalt eines Kondensators: $w = \frac{1}{2} C \cdot U_C^2.$

Einsetzen von $Q = C \cdot U_C$ liefert

$$w = \frac{1}{2} C \cdot U_C^2.$$

Lädt man also einen Kondensator der Kapazität C auf eine Spannung U_C auf, so beträgt sein Energieinhalt $w = \frac{1}{2} C \cdot U_C^2.$

Beispiel Ein Foto-Blitz-Kondensator der Kapazität $C = 200 \mu\text{F}$ wird auf eine Spannung von $U_C = 300 \text{ V}$ aufgeladen.

Damit speichert der Kondensator eine Energie von

$$w = \frac{1}{2} C \cdot U_C^2 = \frac{1}{2} \cdot (200 \cdot 10^{-6} \text{ F}) \cdot (300 \text{ V})^2 = 9 \text{ J}.$$

In der Blitzlampe wird dann während der Blitzdauer von $t = 1 \text{ ms}$ eine Leistung

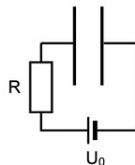
$$P = \frac{W}{t} = \frac{9 \text{ J}}{1 \cdot 10^{-3} \text{ s}} = 9 \text{ kW}$$

umgesetzt!

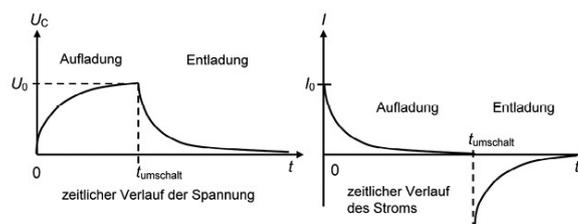
Die gespeicherte Energie im Kondensator ist sehr gering, sie beträgt im **KS** Beispiel nur $2,5 \cdot 10^{-6} \text{ kWh}$. Bei sehr schneller Entladung können jedoch in kurzer Zeit hohe Leistungen auftreten.

Auf- und Entladung eines Kondensators

Möchte man einen Kondensator mit Ladung füllen („aufladen“), so verbindet man ihn über einen ohmschen Widerstand R mit einer Spannungsquelle, die eine Ausgangsspannung U_0 liefert. (Ohne Vorwiderstand könnte die Spannungsquelle überlastet werden.) Hier liegt *kein* geschlossener Stromkreis vor, da der Kondensator aufgrund des Nichtleiters zwischen den Platten die Stromleitung unterbricht.



Dennoch fließt zu Beginn der Aufladung ein Strom I_0 gemäß dem Ohmschen Gesetz, der allein von der Spannungsquelle U_0 und dem ohmschen Widerstand R bestimmt wird.



Da nun Ladungen auf die Platten fließen, entsteht zwischen den Platten ein elektrisches Feld und damit eine Spannung U_C , die von der äußeren Spannungsquelle überwunden werden muss, um weitere Ladungen auf die Platten zu pressen. Die Ladungen auf den Platten behindern also den weiteren Stromfluss, was dazu führt, dass während der gleichen Zeit weniger Ladungen auf die Platten fließen. Das bedeutet aber gleichzeitig, dass die Spannung zwischen den Platten langsamer ansteigt. Hat die Spannung zwischen den Kondensatorplatten den maximalen Wert U_0 erreicht, kann die äußere Spannungsquelle keine weiteren Ladungen mehr auf die Platten pressen, und der Stromfluss kommt zum Erliegen.

Der Aufladevorgang eines Kondensators kann in einem Diagramm als zeitlicher Verlauf der Spannung und des Stroms dargestellt werden (in den Abbildungen jeweils die linke Hälfte):

Man erkennt aus den Diagrammen: Ist der Kondensator vollständig aufgeladen, fließt kein Strom mehr. Zum **Entladen** des Kondensators wird nun die Spannungsquelle (Schaltbild siehe oben) abgetrennt und der Stromkreis an dieser Stelle (kurz-)geschlossen. Die jeweils rechte Hälfte der Abbildungen zeigt den zeitliche Spannungs- und Stromverlauf des **Entladevorgangs** am Kondensator.

Ist der Kondensator voll aufgeladen, d.h. befindet sich zwischen seinen Platten eine Spannung U_0 , so fließt zu Beginn wieder der volle Strom I_0 , da jetzt der Kondensator als Spannungsquelle wirkt. Durch den Stromfluss nehmen die Ladungen auf den Platten ab und damit auch die Spannung U_C , was einen niedrigeren Strom zur Folge hat. Befinden sich keine Ladungen mehr auf den Platten, so herrscht zwischen den Platten keine Spannung mehr, und der Strom ist ebenfalls null.

Gesetz

Aufladevorgang

$$U(t) = U_0 \cdot \left(1 - e^{-\frac{1}{RC}t}\right)$$
$$I(t) = I_0 \cdot e^{-\frac{1}{RC}t}$$
$$I_0 = \frac{U_0}{R}$$

Spannungsverlauf

Stromverlauf

mit

Entladevorgang

Spannungsverlauf

$$U(t) = U_0 \cdot e^{-\frac{1}{RC}t}$$
$$I(t) = -I_0 \cdot e^{-\frac{1}{RC}t}$$
$$I_0 = \frac{U_0}{R}$$

Stromverlauf

mit

Definition

Zeitkonstante τ_C des Kondensators

$$\tau_C = R \cdot C$$

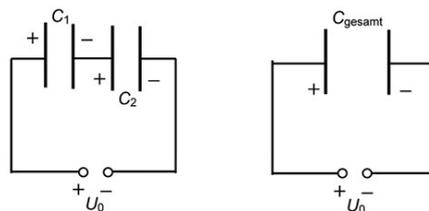
t_C ist diejenige Zeit, nach der ein Kondensator 36,8 % (entspricht dem Bruchteil $1/e$) seiner maximal möglichen Ladung aufgenommen hat, bzw. beim Entladevorgang noch 36,8 % seiner Ausgangsladung auf den Platten trägt.

Beispiel Wird ein Kondensator der Kapazität $C = 1 \mu\text{F}$ über einen ohmschen Widerstand von $R = 10 \text{ k}\Omega$ aufgeladen, so wird der Bruchteil $1/e \approx 36,8$ % seiner maximal möglichen Spannung U_0 erreicht nach

$$\tau_C = R \cdot C = (10 \cdot 10^3 \Omega) \cdot (1 \cdot 10^{-6} \text{F}) = 10^{-2} \text{s} = 10 \text{ms}.$$

Parallelschaltung von Kondensatoren

Wie ohmsche Widerstände lassen sich auch Kapazitäten (also Kondensatoren) parallel an eine äußere Spannungsquelle anschließen.



Parallelschaltung „Ersatz“-Kondensator

Das Zustandekommen des „Ersatzkondensators“ kann man sich so vorstellen, dass man die jeweils gleich geladenen Platten der Kondensatoren zusammenschiebt. Es entsteht ein Kondensator mit einer Plattenfläche, die der Summe der einzelnen Flächen entspricht.

Da die Kapazität proportional zur Plattenfläche ist, ergibt sich als Gesamtkapazität die Summe der Einzelkapazitäten. Es gilt also das

Gesetz

Parallelschaltung von Kondensatoren

Werden Kondensatoren mit den Kapazitäten C_1, C_2, \dots, C_n parallel an eine Spannungsquelle angeschlossen, so können diese ersetzt werden durch einen Kondensator mit der Kapazität

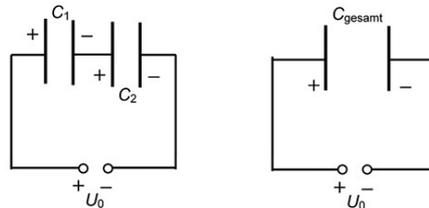
$$C_{\text{ges}} = C_1 + C_2 + \dots + C_n.$$

Beispiel Zwei Kondensatoren mit den Kapazitäten $C_1 = 20 \mu\text{F}$ und $C_2 = 30 \mu\text{F}$, die parallel an eine Spannungsquelle angeschlossen werden, haben eine Gesamtkapazität von

$$C_{\text{ges}} = C_1 + C_2 = 20 \mu\text{F} + 30 \mu\text{F} = 50 \mu\text{F}.$$

Reihenschaltung von Kondensatoren

Hier kann man sich das Zustandekommen des „Ersatzkondensators“ so vorstellen, dass sich die Ladungen der mittleren beiden Platten auslöschen, da die Platten leitend verbunden sind.



Reihenschaltung „Ersatz“-Kondensator

Beim Ersatzkondensator ist der Abstand der Platten also größer, als die Plattenabstände der einzelnen Kondensatoren. Da die Kapazität umgekehrt proportional zum Plattenabstand ist, ist die Gesamtkapazität kleiner als die Einzelkapazitäten. Eine Rechnung ergibt das

Gesetz

KS

Reihen- (bzw. Serien-)schaltung von Kondensatoren

Werden Kondensatoren mit den Kapazitäten C_1, C_2, \dots, C_n *seriell* (bzw. in Reihe) an eine Spannungsquelle angeschlossen, so können diese ersetzt werden durch einen Kondensator mit der Kapazität

$$\frac{1}{C_{\text{ges}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}$$

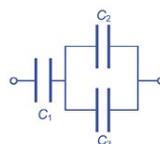
Dabei ist die Gesamtkapazität kleiner als die kleinste Einzelkapazität.

Beispiel Zwei Kondensatoren mit den Kapazitäten $C_1 = 20 \mu\text{F}$ und $C_2 = 30 \mu\text{F}$, die parallel an eine Spannungsquelle angeschlossen werden, haben eine Gesamtkapazität von

$$\frac{1}{C_{\text{ges}}} = \frac{1}{20 \cdot 10^{-6} \text{F}} + \frac{1}{30 \cdot 10^{-6} \text{F}} = \frac{1}{12 \cdot 10^{-6} \text{F}}.$$

Also beträgt die Gesamtkapazität $12 \mu\text{F}$.

Beispiel Rechtsstehende Schaltung der drei Kapazitäten $C_1 = 16 \mu\text{F}$, $C_2 = 4 \mu\text{F}$ und $C_3 = 12 \mu\text{F}$ hat eine Ersatzkapazität von $8 \mu\text{F}$, da



$$\frac{1}{C_{\text{ges}}} = \frac{1}{C} + \frac{1}{C_1} = \frac{1}{16\mu\text{F}} + \frac{1}{16\mu\text{F}} = \frac{1}{8\mu\text{F}}$$

Die Ersatzkapazität der Parallelschaltung aus C_2 und C_3 beträgt

$$C_1 = C_2 + C_3 = 4\mu\text{F} + 12\mu\text{F} = 16\mu\text{F}$$

3.2 Magnetismus

Magnetostatik

Beispiel Stellt man zwei Magnete einander gegenüber, so können sie sich abstoßen oder anziehen.

Beispiel Teilt man ein magnetisierten Eisenstab immer weiter, so findet man an den Teilen immer wieder Anziehung und Abstoßung.

Aus diesen einführenden Beispielen lassen sich einige Schlüsse ziehen über den Magnetismus:

Es gibt zwei verschiedene Arten von „magnetischen Ladungen“. Man nennt sie „**Nordpol N**“ und „**Südpol S**“.

Wie in der Elektrostatik ziehen sich ungleichnamige Pole an und gleichnamige stoßen sich ab

Im Gegensatz zur Elektrostatik können Nordpol und Südpol niemals getrennt vorkommen, sondern nur als Kombination. Man sagt: „Es gibt keine magnetischen Monopole“.

Beispiel Eine Kompassnadel, die nichts weiter ist als ein magnetisiertes Stück Eisen, orientiert sich an einem festen Ort immer in die gleiche Richtung.

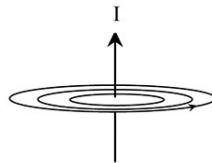
Der Nordpol der Kompassnadel zeigt immer (annähernd) zum geographischen Nordpol, das bedeutet, dass sich dort der magnetische Südpol der Erde befinden muss und umgekehrt.

Beispiel Macht man mit Eisenfeilspänen die magnetischen Feldlinien sichtbar, so zeigt sich, dass die Feldlinien geschlossen sind. Man legt die Richtung des Feldes nun so fest, dass im Außenraum des Magneten das Feld von Nord nach Süd weisen soll.

Magnetfeld von Strömen

Beispiel Wickelt man Draht auf einen Eisenkern und schickt Strom durch den Draht, so können damit 10-Cent-Münzen angehoben werden. Der auf den Eisenkern gewickelte Draht wirkt als Elektromagnet. KS

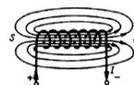
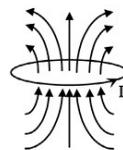
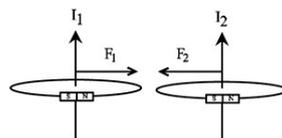
Das Beispiel zeigt, dass stromdurchflossene Leiter von einem Magnetfeld umgeben sind. Diese Feldlinien sind geschlossen und liegen in einer Ebene senkrecht zum Stromfluss. Um die „Richtung“ der magnetischen Feldlinien anzugeben, bedient man sich der „Rechte-Hand-Regel“: der Daumen zeigt in die (konventionelle) Stromrichtung, die restlichen gekrümmten Finger geben den Umlaufsinn des Magnetfeldes an. Stellt man zwei stromdurchflossene Leiter nebeneinander auf, so sind diese jeweils von einem Magnetfeld umgeben. Diese beiden Felder wechselwirken nun miteinander, was zur Folge hat, dass sich die beiden Leiter anziehen oder abstoßen.



Ausgehend von dieser Kraftwirkung, die durch die Magnetfelder zustande kommt, die durch den Stromfluss hervorgerufen werden, kann man die Einheit des elektrischen Stromes, das Ampere, auch wie folgt definieren

Definition

Zwei unendlich lange im Abstand von einem Meter aufgestellte Leiter werden gleichsinnig von einem Strom mit einer Stärke von jeweils 1 A(mpere) durchflossen, wenn sich die Leiter mit einer Kraft von $2 \cdot 10^{-7}$ N pro Meter Leiterlänge anziehen.



Biegt man nun einen stromdurchflossenen Leiter zu einem Ring zusammen, erzeugt man also einen sogenannten **Kreisstrom**, so erhält man wiederum nach der Rechte-Hand-Regel ein Magnetfeld, das den Ring „durchflutet“.

Wickelt man den Draht zu einer langen schlanken **Spule** und schickt einen Strom durch diese, so erhält man im Inneren der Spule ein *homogenes*

Magnetfeld. Das ist ein Feld mit parallelen Feldlinien und gleichmäßiger Feldverteilung. Dies kann man sich leicht vorstellen, wenn man die Spule als Hintereinanderschaltung von vielen Kreisströmen annimmt.

Analog zum elektrischen Feld lässt sich für das Magnetfeld eine (Feld-) Größe definieren:

Definition

Die **magnetische Flussdichte** B mit der Einheit $[B] = \text{T} = \text{Tesla}^{13}$ ist proportional zur Kraftwirkung des Magnetfeldes auf bewegte Ladungen.

Ein **magnetischer Dipol** erfährt im Magnetfeld ein Drehmoment, das versucht den Magnet antiparallel zu den Feldlinien auszurichten.

Magnetische Induktion

Beispiel Durch eine Zugbeeinflussung mittels Induktionssicherung (**INDUSI**) kann im Zug eine Notbremsung ausgelöst werden, falls der Lokführer z.B. ein Haltesignal überfahren sollte. Dazu befindet sich eine Sendespule am Triebfahrzeug und eine Empfangsspule an den Schienen. Die Sendespule wird mit einem Wechselstrom betrieben, so dass ihr Magnetfeld ständig wechselt. Ist das Signal geschlossen, so wird die Empfangsspule kurzgeschlossen. Damit kann die Sendespule in der Empfangsspule einen Strom induzieren, was sich wiederum in einer höheren Sendeleistung bemerkbar macht. Die Elektronik im Triebfahrzeug registriert dies und leitet die Bremsung ein.

Beispiel In einer Gleichstromlichtmaschine im Auto dreht sich in einem **KS** konstanten Magnetfeld ein sogenannter Anker, auf dem Kupferdraht (zu einer Art Leiterschleife) gewickelt ist. Dreht sich die Lichtmaschine, dann wird eine Spannung im Kupferdraht induziert und die Batterie geladen.

Die beiden Beispiele zeigen zwei verschiedene Arten, wie man eine Spannung bzw. einen Strom erzeugen kann, indem man sich magnetische Erscheinungen und Wirkungen zu eigen macht.

Die beiden Vorgänge

1. Erzeugung einer Spannung durch Änderung eines Magnetfeldes in einer Spule und
2. Erzeugung einer Spannung durch Bewegung eines Leiters (z.B. Ankerwicklung) in einen konstanten Magnetfeld

fasst man unter dem Begriff „**magnetische Induktion**“ zusammen. Die Spannung, die bei der magnetischen Induktion entsteht, nennt man folgerichtig „**Induktionsspannung**“ U_{ind} oder kurz U_i .

Eine Eigenart der magnetischen Induktion ist es, dass die Induktionsspannung nur aufgrund der *Änderung* des Magnetfeldes, bzw. der vom Magnetfeld durchsetzten Fläche entsteht.

Beispiel Lässt man einen Magneten reibungsfrei auf einer (nicht magnetisierbaren) Aluminiumbahn gleiten, so wird er dennoch gebremst. (Prinzip der **Wirbelstrombremse**)

Durch Bewegung des Magneten auf einer unmagnetischen metallischen Unterlage wird in der Unterlage eine Spannung und damit ein Strom induziert. Dieser Strom ist von einem Magnetfeld umgeben, das nun so gerichtet ist, dass es dem äußeren Magnetfeld entgegenwirkt. Denn wäre das induzierte Magnetfeld so zum äußeren Magnetfeld gerichtet, dass gleichartige Pole aufeinander treffen, würde sich der Magnet beschleunigen und damit eine größere Spannung induzieren, was wiederum ein höheres Magnetfeld im Inneren der Unterlage zur Folge hätte. Also einmal angestoßen, würde sich der Magnet von selbst immer mehr beschleunigen, was dem Energiesatz widerspricht. Man hätte ein „Perpetuum Mobile“ erschaffen.

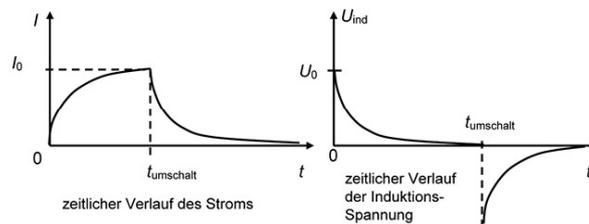
Das Prinzip, dass die induzierte Spannung so gerichtet ist, dass sie ihrer Ursache entgegenwirkt, nennt man **Lenzsche Regel**¹⁴. Das heißt also, der Induktionsstrom ist stets so gerichtet, dass sein Magnetfeld der Ursache der Induktion (hier: dem bewegten Magneten auf der Unterlage) entgegenwirkt (also die Bewegung bremst).

Beispiel Schaltet man ein Radiogerät aus, so spielt es noch kurze Zeit nach, obwohl es bereits von der Spannungsquelle getrennt ist.

In dem Radiogerät befinden sich Spulen, die zusammen mit Kondensatoren dafür sorgen, dass das Gerät die elektromagnetischen Wellen empfangen kann und so „rundfunktauglich“ ist.

Man betrachte nun eine Spule, die über einen Widerstand (im speziellen eine Glühbirne) an eine Spannungsquelle angeschlossen wird. Schließt man den Schalter, der dafür sorgt, dass der Stromkreis geschlossen wird, so erreicht die Lampe nicht sofort ihre maximale Helligkeit. Daraus lässt sich schließen, dass nicht sofort der volle Strom fließt, der sich aus dem ohmschen Gesetz über Spannungsquelle und ohmschen Widerstand der Lampe und der Spule ergeben würde.

Wird der Stromkreis geschlossen, so beginnt der Strom zu fließen. Die Änderung in der Stromstärke bewirkt aber, dass sich in der Spule das Magnetfeld ändert und somit eine Spannung U_{ind} induziert wird, die der äußeren Spannungsquelle entgegengesetzt ist (Lenzsche Regel). Diesen Vorgang nennt man **Selbstinduktion**. Bestünde der Stromkreis nur aus einer idealen Spule und einer idealen Spannungsquelle, so würde der Strom mit einer konstanten Rate stetig anwachsen. In einem realen Stromkreis fällt aber mit zunehmendem Strom ein immer größerer Teil der anliegenden Spannung am ohmschen Widerstand ab, bis der Maximalstrom erreicht ist und die gesamte Spannung über dem Widerstand abfällt.



Gesetz

Einschaltvorgang



$$U_{\text{ind}}(t) = U_0 \cdot e^{-\frac{R}{L}t}$$

$$I(t) = I_0 \cdot \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)$$

$$I_0 = \frac{U_0}{R}$$

Spannungsverlauf

Stromverlauf

mit

Ausschaltvorgang

$$U_{\text{ind}}(t) = -U_0 \cdot e^{-\frac{R}{L}t}$$

$$I(t) = I_0 \cdot e^{-\frac{R}{L}t}$$

$$I_0 = \frac{U_0}{R}$$

Spannungsverlauf

Stromverlauf

mit

In obigem Gesetz ist L der sogenannte **Selbstinduktionskoeffizient**, der angibt, wie groß die Induktionsspannung U_{ind} bei gegebener Stromänderung

$\frac{\Delta I}{\Delta t}$ ist. L nennt man auch Induktionskoeffizient oder kurz **Induktivität**.

Gesetz

Induktionsgesetz

$$U_{\text{ind}} = -L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

Das negative Vorzeichen der Induktionsspannung gegenüber der Stromänderung berücksichtigt die Lenzsche Regel (Wirkung ist der Ursache entgegengesetzt).

Eine Spule der Länge l und der Querschnittsfläche A , die aus n Wicklungen Draht besteht, hat eine (Selbst-)Induktivität L von

Formel

Selbstinduktivität einer Spule

$$L = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot n^2 \cdot \frac{A}{l}$$

Einheit: $[L] = 1 \frac{\text{Vs}}{\text{A}} = 1\text{H}$ (1 Henry¹⁵)

Dabei ist

μ_0 : magnetische Feldkonstante

$$\left(\mu_0 = 4 \pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}} = 1.26 \cdot 10^{-6} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \right)$$

μ_r : Permeabilitätszahl (Materialkonstante des

„Füllmaterials“ einer Spule)

n : Anzahl der Windungen

A : Querschnittsfläche der Spule

l : Länge der Spule

Gängige Größenordnungen für Induktivitäten sind μH ... mH . Stoffe die sich leicht magnetisieren lassen, wie Eisen, Kobalt und Nickel, erhöhen beim Einbringen in eine Spule die Selbstinduktivität um Faktoren μ_r von 100 bis 10^5 .

Im Gegensatz zu den Dielektrizitätszahlen ϵ_r bei Kondensatoren können die Permeabilitätszahlen μ_r auch kleiner eins sein und damit die Induktivität abschwächen.

Transformator

Ein Transformator besteht aus zwei Spulen, die magnetisch miteinander gekoppelt sind. Legt man nun eine Wechselspannung U_1 an die erste Spule mit n_1 Windungen an, so fließt in ihr ein Wechselstrom und in der anderen Spule mit n_2 Windungen wird eine Spannung U_2 induziert. Für diese Spannung gilt:

Formel

Übersetzungsverhältnis eines Transformators

$$U_2 = \frac{n_2}{n_1} U_1$$

n_1 und n_2 sind die Windungszahlen der beiden Spulen.

Es lassen sich also Wechselspannungen (fast) beliebig in ihrer Spannung transformieren, indem ein Transformator mit entsprechendem Windungsverhältnis ausgewählt wird.

Definition

Zeitkonstante t_L der Spule

$$\tau_L = \frac{L}{R}$$

t_L ist diejenige Zeit, nach der in einer Spule 36,8% (das entspricht dem Bruchteil $1/e$) ihres maximal möglichen Stromes fließt.

Beispiel Wird eine Spule der Induktivität $L = 1$ mH über einen ohmschen Widerstand von $R = 100 \Omega$ aufgeladen, so wird der Bruchteil $1/e \approx 36,8$ % des maximal möglichen Stromes I_0 erreicht nach

$$\tau_L = \frac{L}{R} = \frac{10^{-3} \text{H}}{100 \Omega} = 10^{-5} \text{s} = 10 \mu\text{s}.$$

Energie im Magnetfeld

Man betrachte noch einmal die Energie, die im elektrischen Feld steckt:

$$w = \frac{1}{2} C \cdot U_c^2$$

Über eine Plausibilitätsbetrachtung soll nun die Energie des magnetischen Feldes einer Spule bestimmt werden. Das elektrische Feld, in dem die Energie steckt, entsteht beim Kondensator der Kapazität C dadurch, dass sich zwischen den Platten die Spannung U_C aufbaut. Das Magnetfeld hingegen entsteht durch den Stromfluss I in der Spule mit der Induktivität L .

In der Tat ist die Energie des magnetischen Feldes in einer Spule $w = \frac{1}{2} L \cdot I^2$.

Beispiel Eine mit Baustahl ($\mu_r = 100$) gefüllte, $l = 1,0$ m lange Spule der Querschnittsfläche $A = 79,6 \text{ cm}^2$ mit $n = 1000$ Windungen wird von einem Strom mit der Stärke $I = 2\text{A}$ durchflossen. Ihre Induktivität beträgt

$$L = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot n^2 \cdot \frac{A}{l}$$

$$= 1,2566 \cdot 10^{-6} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \cdot 100 \cdot 1000^2 \cdot \frac{79,6 \cdot 10^{-4} \text{m}^2}{1\text{m}} = 1,00\text{H.}$$

Damit steckt eine Energie von

$$W = \frac{1}{2} L \cdot I^2 = \frac{1}{2} \cdot 1,00\text{H} \cdot (2\text{A})^2 = 2\text{J}$$

im Magnetfeld dieser Spule

Beispiel Damit beim Ausschalten von Spulen keine Funken zwischen den Schaltkontakten entstehen, werden Kondensatoren parallel zum Schalter angebracht, die die magnetische Feldenergie zur „Funkenlöschung“ als elektrische Feldenergie zwischenspeichern.

Bei einem Funkenlöschkondensator von $C = 4 \mu\text{F}$ und einem Strom der Stärke $I = 2 \text{ A}$, der durch eine 1-H-Spule fließt, liegt kurzzeitig eine Spannung von $U = 1000 \text{ V}$ an! Dies ergibt sich aus $\frac{1}{2} L \cdot I^2 = \frac{1}{2} C \cdot U^2$, wenn man nach der Spannung umformt.

Schaltung von Induktivitäten

Die Schaltung von Induktivitäten stellt sich analog zur Schaltung von ohmschen Widerständen im Stromkreis dar:

Gesetz

Reihen- (bzw. Serien-)schaltung von Induktivitäten Schaltet man Spulen mit den Induktivitäten L_1, L_2, \dots, L_n in Reihe, so addieren sich die Einzelinduktivitäten zur Gesamtinduktivität L_{ges}

$$L_{\text{ges}} = L_1 + L_2 + \dots + L_n$$

Gesetz

Parallelschaltung von Induktivitäten

Schaltet man Spulen mit den Induktivitäten L_1, L_2, \dots, L_n parallel an eine Spannungsquelle, so addieren sich die Kehrwerte der Einzelinduktivitäten zum Kehrwert der Gesamtinduktivität

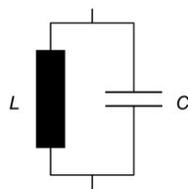
$$\frac{1}{L_{\text{ges}}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \dots + \frac{1}{L_n}$$

Übersicht Kondensator und Spule

Kondensator Spule

Kenngröße	Kapazität C	Induktivität L
Definitionsgleichung	$Q = C \cdot U_C$	$U_{\text{ind}} = -L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t}$
Abhängigkeiten	$C = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{A}{d}$	$L = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot n^2 \cdot \frac{A}{\ell}$
Energie	$W = \frac{1}{2} C \cdot U_C^2$	$W = \frac{1}{2} L \cdot I^2$

Schwingkreis



Es gibt in der Elektrizitätslehre ein Analogon zum Federpendel: den Schwingkreis. Er besteht aus einer Spule (L vergleichbar mit der Masse des Pendels) und einem Kondensator ($1/C$ entspricht der Federkonstante k).

Sei am Anfang der Kondensator mit U_0 aufgeladen, so wird allmählich durch die Spule ein Strom fließen. Der Strom und damit das Magnetfeld in der Spule werden solange zunehmen, bis die Spannung über dem Kondensator null ist. Nun baut sich das Magnetfeld in der Spule allmählich wieder ab und schiebt so lange Strom in den Kondensator, bis er entgegengesetzt mit $-U_0$ aufgeladen ist. Dann wechselt die Stromrichtung und der Kondensator entlädt sich wieder. Schließlich wird der Kondensator durch die Spule wieder auf die ursprüngliche Spannung U_0 aufgeladen und der Prozess beginnt von vorne. Die Kreisfrequenz des Schwingkreises ist

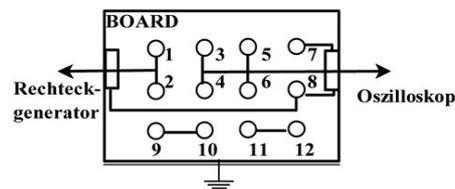
$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

Die Eigenschaften des Schwingkreises sind ganz analog zu denen des Pendels. Ein ohmscher Widerstand führt z.B. zu einer gedämpften Schwingung mit entsprechenden Formeln.

3.3 Versuchsdurchführung

Aufgabe 1

Stellen Sie den Spannungsverlauf bei Auf- und Entladung eines Kondensators über einen Widerstand von $2000\ \Omega$ dar. Dazu benötigen Sie ein Steckbrett, das folgende Gestalt hat:



Links befindet sich der Anschluss für den Rechteckgenerator, der eine Spannung veränderlicher Amplitude, Periode und Dauer liefert. Rechts am Board befindet sich der Signalausgang, den man mit Kanal I des Oszilloskops verbindet. (Sind Sie noch nicht mit der Bedienung eines Oszilloskops vertraut, lesen Sie bitte die Anleitung dazu im Anhang.) Zusätzlich muss noch der zweite Ausgang des Rechteckgenerators mit dem Triggereingang des Oszilloskops verbunden werden.

Der Kondensator muss nun auf dem Steckbrett so angebracht werden, dass an ihm die Spannung abgegriffen werden kann. Man sieht, dass dies zwischen den Punkten 5 und 7 geschehen muss.

Den Auf-/Entladewiderstand von $2000\ \Omega$ erreicht man durch Hintereinanderschaltung der beiden $1000\ \Omega$ -Widerstände zwischen den Punkten 2-9 und 4-10.

Wählt man nun beispielsweise bei einer Generatoreinstellung von **KS** Amplitude 10 V , Dauer 1 ms und Periode 2 ms den Zeitablenkfaktor am Oszilloskop zu $0,2\text{ ms}$, so stellt sich auf dessen Bildschirm die gesamte Auf- und Entladekurve als Spannungsverlauf am Kondensator dar.

Zur punktweisen Aufnahme der Kurven, wählt man den Zeitablenkfaktor am Oszilloskop so, dass nur der Aufladeanteil der Kurve sichtbar ist. Dann schaltet man Kanal II mit den Schalter DUAL hinzu. Die waagrechte Linie, die sich dabei zusätzlich einstellt, dient dazu, den Spannungswert abzulesen, da in der Mitte des Bildschirms eine feinunterteilte Vertikale vorhanden ist.

Aufgabe 2

Nehmen Sie den Spannungsverlauf am Kondensator bei Auf- und Entladung über einen $2000\text{-}\Omega$ -Widerstand punktweise auf und stellen Sie den Verlauf graphisch dar.

Am geeignetsten sind die Punkte, in denen der Spannungsverlauf die Vertikalen auf dem Bildschirm schneidet.

Mit der Waagrechten, die Kanal II liefert, fährt man diese Kreuzungspunkte an, und liest so an der Vertikalen in der Mitte des Bildschirms den Spannungswert ab.

Der Spannungswert muss natürlich auf die Grundlinie bezogen werden, die man beim Spannungsverlauf am Kondensator am besten 1 cm vom unteren Bildrand mit GND und y-POS festlegt.

Möchte man den Entladeanteil der Kurve zeigen, so stellt man am Rechteckgenerator die Verzögerung auf den gleichen Wert wie die Dauer des Signals.

Aufgabe 3

Verfahren Sie ebenso mit dem Stromverlauf bei Auf- und Entladung des Kondensators über 2000Ω . Dazu muss man die Schaltung etwas umbauen. Der Strom wird nicht direkt gemessen, sondern, da das Oszilloskop nur Spannungen messen kann, über den Spannungsabfall am Widerstand. Das heißt, um nachher Stromwerte zu erhalten, muss man Spannungswerte aufnehmen und diese durch den Widerstand 2000Ω teilen.

Das Steckbrett wird so umgestaltet, dass der Kondensator zwischen den Punkten 1-3 liegt und die Hintereinanderschaltung der Widerstände zwischen den Punkten 6-11 und 8-12.

Aufgabe 4

Stellen Sie wie in den Aufgaben zuvor den Spannungs- und Stromverlauf als Folge des Einschalt- und Ausschaltvorganges bei einer Spule dar, wenn der Widerstand 2000Ω beträgt und nehmen Sie die Kurven punktweise auf. Zeichnen Sie ein Diagramm.

Aufgabe 5

Bestimmen Sie jeweils die Zeitkonstanten $t_c = R \cdot C$ des Kondensators und $t_L = L/R$ der Spule.

Bilden Sie dazu beim Spannungsverlauf der Entladekurve am Kondensator für jeden Spannungswert den Term $\ln(U/U_0)$. U_0 ist der maximale Spannungswert. Zeichnen Sie in einem Diagramm die Zeitabhängigkeit von $\ln(U/U_0)$ auf und bestimmen Sie über die Steigung ($=1/\tau_c$) der Geraden die Kapazität des Kondensators.

Verwenden Sie bei der Induktivitätsbestimmung der Spule den Spannungsverlauf des Einschaltvorganges und verfahren Sie im Weiteren wie oben.

4 Versuch: Spezifische Ladung des Elektrons

4.1 Freie und gebundene Elektronen

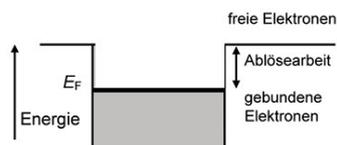
Vorbetrachtungen

Um die spezifische Ladung, d.h. das Verhältnis zwischen Ladung e und Masse m der Elektronen zu bestimmen, muss man sich zuerst freie, also nicht in Atomen gebundene Elektronen „besorgen“.

Um zu verstehen, wie im Versuch diese freien Elektronen erzeugt werden, nimmt man am einfachsten folgendes Modell zu Hilfe, das für alle Metalle in guter Näherung gilt:

Elektronen sind elementare Bausteine der Atome. Die Elektronen eines KM Atoms können sich nicht alle an einem Ort aufhalten, sondern verteilen sich um den Kern, was bedeutet, dass die Elektronen unterschiedliche Energien besitzen.

Betrachtet man das System bei Temperatur null (das entspricht einer Temperatur von $-273,15\text{ °C}$), so findet dort keine Bewegung mehr statt und die Elektronen ruhen alle. „Ordnet“ man nun die Elektronen gemäß ihrer Energie in einem „Topf“ an, so ergibt sich sehr vereinfacht nebenstehendes Bild.



Hat man nur eine begrenzte Zahl an Elektronen zur Verfügung, so ergibt sich nach „Einfüllen“ der Elektronen eine Grenzenergie, die die Elektronenenergie nicht überschreitet, die sogenannte **Fermi¹⁶-Energie** E_F .

Um nun Elektronen aus dem Atomverband herauszulösen, muss mindestens die Differenz zwischen Fermi-Energie und Energie null überwunden werden (Skizze), was die Elektronen bei Temperatur null aber nicht allein schaffen.

Das bedeutet: Um Elektronen herauszulösen und **freie Elektronen** zu erhalten, muss man nun von außen diese Differenz, die man **Austrittsarbeit** oder **Ablösearbeit** nennt, zuführen.

Diese Austrittsarbeit ist bei Temperatur null aber zu groß, um auf diesem Weg freie Elektronen zu erhalten. Nun führt man diesen Versuch nicht bei Temperatur null aus, sondern bei einigen hundert Kelvin durch. Wärme ist nichts anderes als ungeordnete Bewegung. Das bedeutet, dass die kinetische

Energie der Elektronen ungleichmäßig verteilt ist, dass es also Elektronen gibt, deren Energie deutlich über der Fermi-Energie liegt.

Sehr hohe und sehr niedrige Geschwindigkeiten sind eher unwahrscheinlich. Dennoch ist die Wahrscheinlichkeit für hohe Geschwindigkeiten und damit hohe Energien nicht null.

Und diese Tatsache macht man sich zunutze. Denn diesen Elektronen muss man nun nur noch eine geringe Energie zuführen, um sie aus dem Atom herauszulösen. Die „Fermi-Kante“ weicht mit zunehmender Temperatur auf:



Möglichkeiten zur Erzeugung freier Elektronen

Vom Prinzip her ist es nun klar, dass man den Atomen Energie zuführen muss, um freie Elektronen zu erhalten.

Dies kann auf mehrere Arten erfolgen. Die zwei wichtigsten sollen jetzt vorgestellt werden:

Glühelektrischer Effekt

Heizt man einen Draht (bzw. eine Kathode) durch Stromfluss auf, so beginnen je nach Austrittsarbeit des verwendeten Metalls bei etwa 600 °C Elektronen das Metall zu verlassen. Die Glühkathode setzt Elektronen nach dem oben beschriebenen Effekt frei.

Photoeffekt

Eine zweite Möglichkeit, freie Elektronen zu erzeugen, besteht darin, die Kathode mit hinreichend kurzwelligem Licht zu bestrahlen. Dabei

wird die Energie $E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$ des Lichtes mit Wellenlänge λ (h : Planck-sches Wirkungsquantum, ν : Frequenz, c : Lichtgeschwindigkeit) in Ablösearbeit und kinetische Energie der Elektronen umgesetzt.

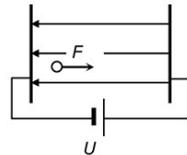
Beispiel Stellt man eine negativ geladene Zinkplatte auf, deren Ladung von einem Elektrometer überwacht wird und bestrahlt diese mit hinreichend kurzwelligem Licht, so geht der Ausschlag am Elektrometer zurück. Offensichtlich können nun die negativen Ladungen die Zinkplatte verlassen.

Eine anschauliche Erklärung besagt, dass die „Lichtteilchen“ aus der Zinkplatte Elektronen herausgeschlagen haben.

4.2 Elektronen in Feldern

Elektronen im elektrischen Längsfeld

Hat man ein Elektron aus einem Atom herausgelöst und bringt es in ein elektrisches Feld, das durch eine Spannung U erzeugt wird, die an zwei Elektroden (Kathode und Anode) anliegt, so wirkt eine Kraft auf diese Ladung. Diese Kraft ist abhängig von der Stärke des elektrischen Feldes und von der Ladung selbst.



Da die Ladung eine Masse trägt, wird sie nach dem Newtonschen Kraftgesetz beschleunigt und erhält somit eine kinetische Energie, die vom elektrischen Feld herrührt.

Durchläuft das Elektron das elektrische Feld, das durch die Spannung U hervorgerufen wird, so erhält es die elektrische Energie $W_{\text{elektr}} = e \cdot U$ in Form von Bewegungsenergie.

Das bedeutet, am Ende der Beschleunigungsstrecke erhält man aus der Energiebilanz $W_{\text{elektr}} = W_{\text{kin}}$ die Geschwindigkeit v des Elektrons, die sich folgendermaßen ergibt:

$$W_{\text{elektr}} = W_{\text{kin}} \Leftrightarrow e \cdot U = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \Rightarrow v = \sqrt{2U \frac{e}{m}}$$

Will man nun die spezifische Ladung e/m des Elektrons bestimmen, so könnte man ein ruhendes Elektron in ein elektrisches Feld bringen und am Ende der Beschleunigungsstrecke dessen Geschwindigkeit messen.

Es ist jedoch nicht einfach die Geschwindigkeit des Elektrons direkt zu messen. Im nächsten Abschnitt wird dieses Problem aber auf elegante Weise gelöst.

Beispiel Ein ruhendes Elektron wird in ein elektrisches Feld gebracht, das durch eine Spannung von 220 mV erzeugt wird. Nach Durchlaufen dieses Feldes hat das Elektron eine Geschwindigkeit von $v = \sqrt{2U \frac{e}{m}}$. Setzt man Zahlenwerte ein ergibt sich:

$$v = \sqrt{2 \cdot 220 \cdot 10^{-3} \text{ V} \cdot 1,76 \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}}$$

$$= 2,78 \cdot 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 1,00 \cdot 10^6 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

was einem Anteil von rund 1‰ der Lichtgeschwindigkeit entspricht.

Elektronen im Magnetfeld

Bewegt sich ein Elektron mit der Ladung $q = -e$ im gleichmäßigen (homogenen) Magnetfeld \vec{B} mit der Geschwindigkeit \vec{v} nahezu senkrecht zu den Magnetfeldlinien, so wirkt ebenfalls eine Kraft auf diese Ladung, die sogenannte **Lorentz-Kraft**.

Definition

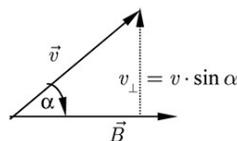
Lorentz-Kraft¹⁷¹⁷ ist die Kraft, die auf ein mit q geladenes Teilchen wirkt, das sich mit der Geschwindigkeit \vec{v} durch ein (homogenes) Magnetfeld \vec{B} bewegt:

$$\vec{F}_{\text{Lorentz}} = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B})$$

Betrachtet man nur den Anteil der Geschwindigkeit, der senkrecht zum Magnetfeld ist, so erhält man die praktischere Gleichung für die Beträge der vektoriellen Größen \vec{F} , \vec{v} und \vec{B} :

$$F_{\text{Lorentz}} = q \cdot v \cdot B$$

Die Lorentz-Kraft steht sowohl senkrecht auf der Bewegungsrichtung **KM** der Ladung als auch senkrecht auf den Magnetfeldlinien. Die Richtung der Kraft ergibt sich aus der **Rechte-Hand-Regel**: Zeigt der ausgestreckte Daumen in die Bewegungsrichtung der (positiven) Ladung und der Zeigefinger in Magnetfeldrichtung, dann gibt der gebeugte Mittelfinger die Krafrichtung der Lorentzkraft an. Ist die Ladung, wie in diesem Beispiel negativ, zeigt die auf diese Weise ermittelte Richtung der Kraft genau in die entgegengesetzte Richtung.



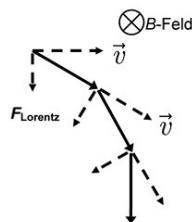
Wird das Elektron mit der Geschwindigkeit \vec{v} nicht senkrecht zum Magnetfeld \vec{B} eingeschossen, sondern unter einem Winkel α , so geht nicht der gesamte Betrag der Geschwindigkeit in die Lorentzkraft ein (Skizze).

Man muss die Geschwindigkeitskomponente zur Berechnung der Lorentzkraft heranziehen, die **senkrecht** zum Magnetfeld steht. Es ist dies der Anteil $v \cdot \sin(\alpha)$. Damit beträgt die Lorentzkraft

$$F_{\text{Lorentz}} = e \cdot v_{\perp} \cdot B = e \cdot v \cdot B \cdot \sin(\alpha)$$

Wie in den vorherigen Abschnitten ergibt sich auch im Magnetfeld eine beschleunigte Bewegung, da ja eine Kraft auf eine Masse wirkt. Der wesentliche Unterschied ist aber, dass diese Kraft senkrecht auf der Bewegungsrichtung steht, den Betrag der Bahngeschwindigkeit also nicht ändern kann, sondern nur die Richtung. Eine solche Art Beschleunigung nennt man **Zentripetalbeschleunigung**.

Schießt man das Elektron e mit der Geschwindigkeit v *senkrecht* zu einem Magnetfeld der Stärke B ein (das B -Feld zeigt in der Zeichnung aus der Papierebene heraus), so wirkt die Lorentzkraft auf die Masse des Elektrons, was eine Beschleunigung senkrecht zur ursprünglichen Bewegungsrichtung (in der Zeichnung mit \vec{v} gekennzeichnet) zur Folge hat. Damit ergibt sich wieder eine resultierende Bewegung, die in der Skizze als ausgezeichnete Pfeil dargestellt ist. Setzt man diese Konstruktion so fort, so erhält man eine *Kreisbahn*, auf der sich das Elektron bewegt.



Allgemein gilt: In homogenen Magnetfelder bewegen sich geladene Teilchen auf Kreisbahnen. Die bestimmende Größe dieser Kreisbahn ist ihr Radius r , der sich aus folgender Bedingung ergibt:

Die Kreisbahn wird durch die Lorentzkraft Lorentz $F_{\text{Lorentz}} = e \cdot v \cdot B$ hervorgerufen. Diese wirkt als Zentripetalkraft $F_{\text{Zentripetal}} = \frac{m \cdot v^2}{r}$, die die Ladung auf der Kreisbahn hält.

Aus der Gleichgewichtsbedingung $F_{\text{Lorentz}} = F_{\text{Zentripetal}}$ erhält man für den Radius der Kreisbahn $r = \frac{m \cdot v}{e \cdot B}$.

Hieraus ergibt sich eine weitere Möglichkeit das Verhältnis $\frac{c}{m}$ zu bestimmen.

Man schießt das Elektron e der Masse m mit der Geschwindigkeit v senkrecht in ein Magnetfeld der Stärke B ein und misst den Radius der sich ergebenden Kreisbahn.

Wiederum ist hier die Geschwindigkeitsmessung das Problem. Aber **KM** bringt man nun ein ruhendes Elektron in ein elektrisches Längsfeld, so hat es am Ende der Beschleunigungsstrecke eine Geschwindigkeit

$$v_0 = \sqrt{2U_{\text{beschl}} \frac{e}{m}}$$

An das elektrische Feld räumlich anschließend bringt man nun senkrecht dazu ein Magnetfeld der Stärke B an.

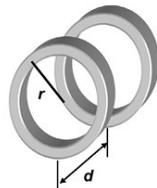
Damit sind die Voraussetzungen für obige Überlegungen gegeben und die Ladung beschreibt eine Kreisbahn mit dem Radius $r = \frac{m \cdot v_0}{e \cdot B}$

Setzt man nun für v_0 obigen Ausdruck ein und löst nach $\frac{e}{m}$ auf, ergibt sich die Formel für die spezifische Ladung

$$\frac{e}{m} = \frac{2 \cdot U_{\text{beschl}}}{r^2 \cdot B^2}$$

4.3 Erzeugung des Magnetfeldes

Das homogene Magnetfeld wird in unserem Fall über ein sogenanntes Helmholtz¹⁸-Spulenpaar erzeugt, das die Eigenschaft besitzt, zwischen den Spulen ein sehr homogenes Magnetfeld zu erzeugen.



Dabei sind zwei identische Spulen im Abstand des halben Spulendurchmessers parallel zueinander angeordnet. Das durch Stromfluss entstehende Magnetfeld B ist proportional zu der Stromstärke I , also $B = A \cdot I$, wobei A eine Konstante ist, die die Spuleneigenschaften zusammenfasst:

Definition

Apparatekonstante A eines Helmholtz-Spulenpaares

$$A = \mu_0 \cdot \frac{n \cdot R^2}{\sqrt{\left(R^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2\right)^3}}$$

μ_0 : magnetische Feldkonstante

R : Radius der Spulen

d : Abstand der Spulen

n : Anzahl der Windungen

Damit ergibt sich die Bestimmungsgleichung der spezifischen Ladung von Elektronen anhand der

Formel

Spezifische Ladung des Elektrons

$$\frac{e}{m} = \frac{2 \cdot U}{r^2} \cdot \frac{1}{A^2 \cdot I^2}$$

U : Beschleunigungsspannung

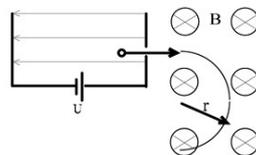
I : Spulenstrom

A : Apparatekonstante des Helmholtz-Spulenpaares

r : Radius der Kreisbahn

4.4 Versuchsdurchführung

Der Versuchsaufbau, der hier benutzt wird, sieht schematisch folgendermaßen aus: Freie Elektronen werden durch den glühelektrischen Effekt erzeugt. In einem elektrischen Längsfeld zwischen Kathode und Ringanode werden die Elektronen beschleunigt und gelangen dann in das homogene, von einem Helmholtzspulenpaar erzeugte Magnetfeld, in dem sie einen Kreis beschreiben.



Diese gesamte Anordnung befindet sich in einer evakuierten Glaskugel, **KM** in die etwas Neon-Gas gebracht wurde. Durch Stöße mit den Elektronen werden die Edelgas-Atome zum Leuchten angeregt, wodurch die Elektronenbahn sichtbar werden. In der Mitte der Glaskugel ist ein „Maßstab“ angebracht, auf dem man den Kreisbahndurchmesser in 2 cm-Schritten ablesen kann. So sind Kreisbahnen einstellbar von 0 bis 10 cm Durchmesser.



Aufgabe 1

Berechnen Sie die Apparatekonstante A des Helmholtz-Spulenpaares mit folgenden Angaben:

Radius der Spulen $R = 14,75 \text{ cm}$

Abstand der Spulen $d = 7,50 \text{ cm}$

Anzahl der Windungen auf einer Spule $n = 124$

Magnetische Feldkonstante $\mu_0 = 1,2566 \cdot 10^{-6} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$

Aufgabe 2

Bestimmen Sie die spezifische Ladung $\frac{e}{m}$ des Elektrons. Der Ablauf des Versuches stellt sich nun folgendermaßen dar:

- Es wird eine Beschleunigungsspannung eingestellt. Dadurch erhält das Elektron eine bestimmte Geschwindigkeit, mit der es senkrecht zu den Magnetfeldlinien ins Magnetfeld eingeschossen wird.
- Nun variiert man den Spulenstrom so lange, bis die Elektronen Kreisbahnen der Durchmesser 6, 8 und 10 cm beschreiben.
- Dieses Spannungs-Strom-Paar wird als Messwert aufgenommen.

Dies führt man für Spannungen von 250 V bis 400 V in Schritten von 25 V durch.

- Zur Auswertung trägt man diese Wertepaare in ein Diagramm ein, in dem nach rechts der Spulenstrom zum Quadrat I^2 aufgetragen ist und nach oben die Beschleunigungsspannung U .

Nun stellt man fest, dass die zu einem Kreisdurchmesser gehörenden Wertepaare auf einer Geraden liegen. Folglich erhält man drei Geraden.

Dass sich hier Geraden ergeben, zeigt auch der rechnerische Weg: Formt man die Beziehung für die spezifische Ladung gemäß den Gegebenheiten des Diagramms um, stellt also den Zusammenhang zwischen U und I^2 her, ergibt sich:

$$U = \frac{r^2}{2} A^2 \frac{e}{m} \cdot I^2$$

Es besteht tatsächlich ein linearer Zusammenhang zwischen U und I^2 . Die Steigung der Geraden ist durch den Proportionalitätsfaktor gegeben, in dem die spezifische Ladung steckt.

- Bei drei Kreisdurchmessern erhält man also drei Geraden mit drei Steigungen und damit drei Werte für die spezifische Ladung $\frac{e}{m}$. Mittelwertbildung liefert das Endergebnis.

Aufgabe 3

- Bestimmen Sie die Masse des Elektrons aus Ihrer experimentell bestimmten spezifischen Ladung und der Elementarladung.
($e = 1,6022 \cdot 10^{-19}\text{C}$)
- Vergleichen Sie jeweils mit den Literaturwerten

$$\frac{e}{m} = 1,7588 \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}} \quad \text{und} \quad m = 9,1096 \cdot 10^{-31} \text{kg}.$$

Aufgabe 4

KM

Welche Geschwindigkeit hat das Elektron am Ende des elektrischen Längsfeldes, wenn zwischen Kathode und Anode eine Spannung von 400 V anliegt?

Vergleichen Sie diese mit der Lichtgeschwindigkeit.

Übungsaufgaben

1. Ein Elektron bewegt sich mit einer Geschwindigkeit von $10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ senkrecht in einem Magnetfeld von $B = 0,2\text{T}$. Wie groß ist der Radius der Kreisbahn, die das Elektron beschreibt? ($r = 0,284\text{ mm}$)
2. Ein Teilchen der Ladung Q bewegt sich mit einer Geschwindigkeit \vec{v} in einem Magnetfeld \vec{B} .
 - a) Welche Kraft \vec{F} wirkt auf das Teilchen (Formel) und wie nennt man diese? ($\vec{F} = Q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$, Zentripetalkraft)
 - b) Wie groß ist die Kraft auf das geladene Teilchen, wenn es sich genau in Richtung des Magnetfeldes \vec{B} bewegt? Wie groß ist der Radius?
(Die Kraft ist gleich null, der Radius unendlich.)

4.5 Elektronenmikroskop

In **Elektronenmikroskopen** werden schnelle Elektronen aus einer Kathodenstrahlung zur Abbildung kleinster Objekte verwendet. Die Elektronen durchlaufen dabei einen ähnlichen Strahlengang wie beim Lichtmikroskop (siehe Seite 265 ff.). Die Elektronen mit der Geschwindigkeit v verhalten sich wie Wellen mit der **de-Broglie-Wellenlänge** $\lambda = h / (m \cdot v)$,

wobei h das Plancksche Wirkungsquantum ist und m die Masse des Elektrons. Die Geschwindigkeit v der Elektronen errechnet sich aus der Beschleunigungsspannung U des Elektronen-Mikroskops:

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m \cdot v^2 = e \cdot U \text{ also } v^2 = 2 \frac{e \cdot U}{m}$$

In heute eingesetzten Elektronen-Mikroskopen wird eine Beschleunigungsspannung von $U = 10^5 \text{ V} = 100 \text{ kV}$ verwendet. Die Wellenlänge der Elektronen beträgt dann $\lambda = 39 \text{ pm}$. Das theoretische **Auflösungsvermögen** ist daher deutlich höher als beim Lichtmikroskop ($1 \mu\text{m}$) und liegt je nach Bauart zwischen 1 und 50 nm. Statt durch Glaslinsen wie beim Lichtmikroskop wird der Elektronenstrahl durch Elektronenlinsen, also elektrische und magnetische statische (zeitlich konstante) Felder geleitet und fokussiert. Das Auflösungsvermögen wird durch (elektrische) Linsenfehler begrenzt. Das Bild ist reell, aufrecht und vergrößert und kann auf einem fluoreszierenden Schirm (Leuchtschirm) sichtbar gemacht werden.

¹ Charles Augustin Coulomb (1736–1827)

² Thales von Milet (~625–547 v. Chr.)

³ Robert Andrews Millikan (1868–1953), Nobelpreis 1923

⁴ Benannt nach Alessandro Volta (1745–1827).

⁵ Peter Debye (1884–1966), Nobelpreis 1936 (Chemie)

⁶ Benannt nach Andre Marie Ampere (1775–1836).

⁷ Benannt nach Georg Simon Ohm (1789–1854).

⁸ Benannt nach Werner von Siemens (1816–1882).

⁹ Gustav Robert Kirchhoff (1824–1887)

¹⁰ Benannt nach dem Italiener Luigi Galvani (1737–1798), der auch den „Froschschenkelversuch“ durchführte.

¹¹ Sir Charles Wheatstone (1802–1875)

¹² „Farad“ ist die Abkürzung für Faraday und ist benannt nach dem englischen Physiker Michael Faraday (1791–1867).

¹³ Nicola Tesla (1856–1943)

¹⁴ Heinrich Friedrich Emil Lenz (1804–1865)

¹⁵ Joseph Henry (1797–1878)

¹⁶ Enrico Fermi (1901–1954), Nobelpreis 1938

¹⁷ Hendrik Antoon Lorentz (1853–1928), Nobelpreis 1902

¹⁸ Hermann von Helmholtz (1821–1894).

5 Optik

- Photonen und elektromagnetische Wellen, Spektrum des Lichtes
- Reflexion, Brechung, Dispersion
- Linsen, Spiegel, Linsensysteme, menschliches Auge
- Abbildungsgesetz, Abbildungsfehler
- Huygenssches Prinzip, Interferenz, Beugung
- Polarisation, optisch aktive Substanzen

1 Allgemeine Grundlagen

1.1 Die Natur des Lichtes

Die Frage nach der Natur des Lichtes stellte lange ein fundamentales Problem der Physik dar. Der einflussreichste Verfechter einer Teilchentheorie des Lichts war Ende des 17. Jahrhunderts Isaac Newton. Er stellte sich Licht als einen Strom winziger Teilchen vor. Im Gegensatz dazu vertrat Christian Huygens, ein Zeitgenosse Newtons, die Theorie, Licht sei eine Wellenerscheinung.

Beide konnten mit ihren Theorien die optischen Erscheinungen der Brechung und der Reflexion von Licht an anderen Medien wie Wasser oder Glas (siehe Abschnitt „geometrische Optik“) erklären. Newton musste dazu allerdings von der Annahme ausgehen, dass sich Licht in solchen Medien schneller ausbreitet als in Luft, während Huygens voraussetzen musste, dass Licht im Medium langsamer ist. In diesem Punkt sollte Huygens recht behalten, allerdings wurde aufgrund des großen Ansehens Newtons dessen Teilchentheorie lange Zeit als richtig akzeptiert. Erst Anfang des 19. Jahrhunderts erhielt die Wellentheorie durch die Arbeiten von Thomas Young neuen Auftrieb. Youngs Beobachtungen von Lichtinterferenzen (siehe Abschnitt „Wellenoptik“) waren ein eindeutiger Hinweis auf die Wellennatur des Lichts.

Nach der Veröffentlichung von James Clerk Maxwells Theorie des Elektromagnetismus konnten Lichtwellen schließlich als elektromagnetische Wellen identifiziert werden, die sich im Vakuum mit einer Lichtgeschwindigkeit von $c_0 = 299\,792\,458$ m/s, also fast 300 000 km/s ausbreiten, ohne dass dafür wie z.B. bei Schall ein materielles Medium erforderlich ist (schließlich gelangt glücklicherweise das Licht der Sonne durch den (fast) leeren Weltraum bis zu uns auf die Erde).

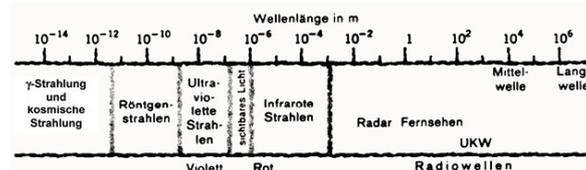
Während man mit Erscheinungen wie der Interferenz, der Beugung und der Polarisation von Licht seine Wellennatur beweisen kann (siehe Abschnitt „Wellenoptik“), gibt es bei der Wechselwirkung von Licht mit Materie Phänomene wie z.B. den Photoeffekt, die sich nur erklären lassen, wenn man Licht als Teilchen, sogenannte Photonen, annimmt.

Formel

Nach Einstein hängt die Energie E eines Photons mit der Frequenz ν (oder häufig: f) der Lichtwelle über die Beziehung $E = h \cdot \nu = h \cdot f$ zusammen; dabei ist h eine Konstante, das sogenannte **Plancksche Wirkungsquantum**.

Ein solches Lichtteilchen ist nicht weiter unterteilbar. Seine Teilchenenergie (Quantenenergie) ist (wie man an der Formel sieht) proportional zu seiner Frequenz. Licht hat also sowohl Wellen- als auch Teilcheneigenschaften.

Nur ein sehr kleiner Ausschnitt des gesamten Spektrums elektromagnetischer Strahlung wird vom menschlichen Auge als sichtbares Licht erkannt. Andere Arten elektromagnetischer Strahlung, wie z.B. Radiowellen, Mikrowellen, Röntgenstrahlung oder Gammastrahlung unterliegen denselben Gesetzmäßigkeiten und unterscheiden sich nur in ihrer Frequenz ν bzw. ihrer Wellenlänge λ voneinander, die über die Beziehung $c = \lambda \cdot \nu$ zusammenhängen. Folgende Abbildung gibt einen Überblick über das elektromagnetische Spektrum.



Spektroskopie

Ein **Spektrum** ist eine Anordnung der elektromagnetischen Strahlen nach Frequenz oder Wellenlänge. Zur Aufnahme und Auswertung von Spektren von Atomen, Molekülen und Ionen verwendet man die **Spektroskopie**. Je nachdem, ob das Spektrum als durchgehendes Band oder nur als einzelne Linien zu beobachten ist, spricht man von einem **kontinuierlichem** Spektrum bzw. einem **Linien-** oder **diskreten Spektrum**.

Beispiel Das Sonnenlicht, der Lichtbogen einer Bogenlampe und der Glühdraht einer Glühlampe liefern kontinuierliche Spektren. Atome liefern ausschließlich Linienspektren.

Beispiel Spektren mit diskreten Linien (Linienspektren) werden zum Beispiel von leuchtenden Gases (Natrium) emittiert, ermöglichen qualitative Analysen mit geringsten Stoffmengen, findet man in der Röntgenstrahlung und sind charakteristisch für das emittierende Element (**Spektralanalyse**).

Sendet das Element selbst eine Strahlung aus, kann man ein **Emissionsspektrum** beobachten. Die Frequenzen der ausgesandten Strahlung kann bei einem Linienspektrum beim Durchlaufen der Frequenzen anhand leuchtender Linien (**Spektrallinien**) auf ansonsten dunklem Untergrund beobachtet werden.

Beispiel Emissions-Spektren sind das Funkenspektrum, Bogenspektrum, Fluoreszenzspektrum und das Flammenspektrum.

Durchstrahlt man zum Beispiel eine verdünnte Flüssigkeit oder ein Gas mit Licht, erhält man ein Spektrum, in dem einige Spektrallinien fehlen. Dieses Spektrum, das von schwarzen Linien durchsetzt ist, nennt man **Absorptionsspektrum**.

Zur Erzeugung eines Spektrums und der Spektralanalyse dient ein **Spektrograph**, der im einfachsten Fall aus einem Prisma besteht. Das Licht einer thermischen Lichtquelle (Wolfram-Lampe für sichtbares Licht, Quecksilberdampf-Lampe für ultraviolettes Licht) wird durch einen **Monochromator** gesandt. Der Monochromator, in der Regel ein Gitter oder ein Prisma, selektiert bestimmte Wellenlänge aus. Nach Durchlaufen des Probengefäßes mit der zu analysierenden Substanz wird die Lichtintensität auf einer Fozelle gemessen. Die Lichtintensität wird nun für verschiedene Wellenlängen gemessen und in einem Diagramm aufgetragen. Das Diagramm mit Lichtintensität gegen die Wellenlänge ist das Spektrum der analysierten Substanz. (Farb-)Filter sondern aus Licht bestimmte Wellenlängen (Farbe) oder Wellenlängenbereiche aus, indem sie das Licht der restlichen Wellenlängen absorbieren.

Grenzen der geometrischen Optik

Die Optik wird in zwei Teilgebiete untergliedert: In der **geometrischen Optik** behandelt man die Vorgänge, die sich mit der Vorstellung einer geradlinigen Ausbreitung des Lichts darstellen lassen. Ein Lichtstrahl kann dabei also „geometrisch“ als gerade Linie beschrieben werden. Die Wellennatur des Lichtes birgt allerdings Phänomene wie z.B. die Beugung, bei der diese Anschauung scheitert. Genau wie bei der Beugung von Wasserwellen, die sich nach dem Durchgang durch eine enge Öffnung nicht

nur geradlinig ausbreiten, sondern den ganzen Raum hinter der Öffnung ausfüllen, kann Licht sozusagen „um die Ecke“ gehen. Dies ist allerdings nur der Fall, wenn die Abmessungen der begrenzenden Öffnungen und Hindernisse nicht mehr groß sind gegenüber der Wellenlänge des Lichts. Mit Vorgängen, bei denen solche durch die Wellennatur des Lichtes hervorgerufene Erscheinungen nicht mehr vernachlässigt werden können, beschäftigt sich die **Wellenoptik**.

Einheiten des Lichtes

Es gibt verschiedene Definitionen der „Stärke“ des Lichtes, die je nach Anwendungsfall ihre Berechtigung haben.

Definition

Intensität I , $[I] = \text{W/m}^2$, des Lichtes ist die Energie pro Zeit- und Querschnittsfläche, die ein Lichtstrahl transportiert.

Diese Definition gilt für jede (räumliche) Welle und ist uns bereits aus der Akustik bekannt.

Definition

Lichtstrom Φ , $[\Phi] = 1\text{m} = \text{Lumen}$, ist die nach der spektralen Empfindlichkeit des menschlichen Auges bewertete Strahlungsabgabe einer Lichtquelle. (Seine Angabe findet sich z.B. auf den Energiesparlampen.)

Definition

Lichtstärke I_v , $[I_v] = \text{cd} = \text{Candela}$, ist der von einer Lichtquelle abgegebene Lichtstrom pro Raumwinkel. Ihre Einheit Candela (lateinisch *Kerze*) ist eine SI-Einheit und definiert wie folgt:

Ein Candela ist die Helligkeit, wie sie eine Lichtquelle hat, die ein Licht von 555 nm Wellenlänge mit einer Leistung von 1/683 W pro Steradian (Raumwinkel) abgibt.

Definition

Beleuchtungsstärke E , $[E] = 1\text{x} = \text{Lux}$ (lateinisch *Licht*), ist der einfallende Lichtstroms pro Fläche:

$$1 \text{ lx} = 1\text{lm} / \text{m}^2$$

1.2 Geometrische Optik

Wie bereits erwähnt geht man in der geometrischen Optik von einer geradlinigen Ausbreitung des Lichtes aus. Im Folgenden können wir deshalb

guten Gewissens den Begriff des *Lichtstrahles* verwenden. Von einer punktförmigen Lichtquelle gehen z.B. die Lichtstrahlen gleichmäßig in alle Richtungen. Deren Intensität ist umgekehrt proportional zur Fläche, die sie durchsetzen und ist damit proportional zum Kehrwert des Abstandquadrates $I \sim 1/x^2$.

Die ungestörte, geradlinige Ausbreitung beobachtet man allerdings nur in einem *homogenen*, d.h. überall gleich beschaffenen Stoff (**optisches Medium**). Trifft ein Lichtstrahl auf die glatte, ebene Grenzfläche zweier Medien *I* und *II*, so erfährt er im Allgemeinen die Teilung in zwei Strahlen. Der eine tritt in das Medium *II* ein und läuft dort mit veränderter Ausbreitungsrichtung und -geschwindigkeit weiter. Er kann auch absorbiert werden, wenn Medium *II* für ihn „undurchsichtig“ ist. Der andere bleibt in Medium *I*, er wird reflektiert. Für eine solche Reflexion gilt das **Reflexionsgesetz**:

Formel

Reflexionsgesetz

Der einfallende und der reflektierte Strahl bilden mit dem *Einfallslot*, das im *Auftreffpunkt auf der Grenzfläche* errichtet wird, gleiche Winkel α .

Ferner liegt der reflektierte Strahl in der durch einfallenden Strahl und Einfallslot gegebenen Ebene. Kurz: **Einfallswinkel gleich Ausfallswinkel**

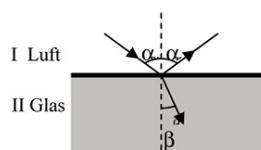
Der Teilstrahl, der von einem durchsichtigen Medium in ein anderes übergeht, erfährt eine Richtungsänderung, d.h. eine Brechung, für die das **Brechungsgesetz** nach Snellius¹ gilt:

Gesetz

Brechungsgesetz

Bilden der einfallende und der gebrochene Strahl mit dem Einfallslot den Einfallswinkel α bzw. β , so gilt

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1}$$



Ferner liegen der einfallende Strahl, das Einfallslot und der gebrochene Strahl in einer Ebene.

Die Größen n_1 und n_2 sind Stoffkonstanten der beiden optischen Medien I bzw. II und werden als **Brechzahlen** oder **Brechungsindizes** bezeichnet.

Definition

Der **Brechungsindex** (Brechzahl) n eines Mediums, in dem sich das Licht mit der Geschwindigkeit c_M ausbreitet ist definiert als dimensionslose Größe:

$$n = \frac{c_0}{c_M}$$

Dabei bedeutet c_0 die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum. Sie ist größer, als die Lichtgeschwindigkeit c_M in irgendeinem anderen Medium.

Die Ursache für die Brechung einer Welle ist also die Änderung ihrer Ausbreitungsgeschwindigkeit.

Wird der Lichtstrahl, wie in der Abbildung beim Übergang von Luft in Glas oder Wasser, zum Einfallslot hin gebrochen, so bezeichnet man Stoff **II** als das **optisch dichtere**, Stoff I als das **optisch dünnere Medium**. Das optisch dichtere Medium hat stets die größere Brechzahl n .

Beispiel Die Brechzahl eines Glases betrage für Natrium-Licht $n = 1,5$. Nach der Formel $n = \frac{c_0}{c_M}$ breitet sich der Lichtstrahl in diesem Glas mit veränderter Geschwindigkeit aus. Es gilt:

$$c_M = \frac{c_0}{n} \approx 200000 \text{ km/s}$$

Das Licht breitet sich im Glas also nur mit 2/3 der Vakuumlichtgeschwindigkeit aus.

Die Brechzahl hängt nicht nur von der Beschaffenheit des Stoffes ab, sondern auch von der Frequenz des ankommenden Lichtstrahls, d.h. Licht verschiedener Frequenz, also verschiedener Farbe, „sieht“ verschiedene Brechzahlen n . Das ist auch der Grund, warum man z.B. das Licht der Sonne, das alle Farben enthält, durch ein Glasprisma in seine Spektralfarben zerlegen kann (dies ist auch das Phänomen, das der Entstehung eines Regenbogens zugrunde liegt). Darauf wird in einem späteren Abschnitt noch genauer eingegangen.

Die Brechzahlen einiger Substanzen, bezogen auf das gelbe Licht einer Natriumlampe ($\lambda = 589 \text{ nm}$), sind in folgender Tabelle zusammengestellt.

Brechungsindizes verschiedener Stoffe

Substanz	Brechzahl n
Vakuum	1

Luft (Normalbedingungen)	1,000276
Festkörper	
Diamant	2,417
Eis	1,309
Kochsalz	1,544
Gläser	
Kronglas	1,5–1,6
Flintglas	1,6– 1,75
Quarzglas	1,458
Flüssigkeiten bei 20°C	
Wasser	1,333
Benzol	1,501
Ethanol	1,36
Leinöl	1,486
Zedernholzöl	1,505

Das Reflexionsgesetz und das Brechungsgesetz können durch einfache geometrische Überlegungen hergeleitet werden, wenn man das Wellenbild zu Hilfe nimmt. (Dem interessierten Leser sei zur Vertiefung zum Beispiel G. Staudt, Experimentalphysik II empfohlen.)

Was ändert sich für einen Lichtstrahl beim Übergang in ein anderes Medium? Da die Frequenz des Lichtes erhalten bleibt (die Atome im neuen Medium werden von der ankommenden Lichtwelle sozusagen zu erzwungenen Schwingungen angeregt und strahlen deshalb auch wieder Licht gleicher Frequenz ab), die Ausbreitungsgeschwindigkeit sich aber ändert, muss sich nach der Formel $c = \lambda \cdot \nu$ auch die Wellenlänge des Lichts beim Übergang in ein anderes Medium ändern.

Trifft ein Lichtstrahl von einem optisch dichteren auf einen optisch dünneren Stoff ($n_1 > n_2$), so wird er *vom Einfallslot weg* gebrochen, wobei natürlich wieder die Beziehung $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1}$ gilt. Lässt man ihn unter immer größeren Winkeln α auf die Grenzfläche fallen, so wird auch der Winkel β entsprechend größer,

bis er schließlich den größtmöglichen Wert von 90° erreicht. In diesem Fall hat das Brechungsgesetz folgende Gestalt:

$$\left(\frac{\sin \alpha_G}{\sin 90^\circ} = \frac{\sin \alpha_G}{1} \right) \sin \alpha_G = \frac{n_2}{n_1}$$

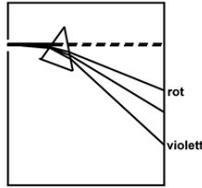
α_G ist der sogenannte **Grenzwinkel**. Bei noch größeren Einfallswinkeln $\alpha > \alpha_G$ kann das Licht nicht mehr in den optisch dünneren Stoff eintreten und wird daher vollständig reflektiert. Diese Erscheinung wird als **Totalreflexion** bezeichnet.

Beispiel Die Tatsache, dass Schnee undurchsichtig ist, obwohl die einzelnen Partikelchen Licht nicht absorbieren, beruht auf der Totalreflexion. Das eindringende Licht wird an den Grenzflächen zwischen gefrorenen Wasserpartikelchen (optisch dichteres Medium) und Luft (optisch dünneres Medium) ständig totalreflektiert, so dass es nicht geradlinig hindurchtreten kann. Erst wenn man die Luft in den Zwischenräumen der Eispartikel durch ein Medium von nahezu gleicher Brechzahl, also z.B. Wasser, ersetzt, wird der Schnee durchsichtig.

Beispiel Die erhitzte Luftschicht unmittelbar über einer von der Sonne bestrahlten Straße ist optisch dünner als die höher darüber liegende Luft. Unter ganz flacher Betrachtung, d.h. unter großem Einfallswinkel, tritt Totalreflexion auf und man beobachtet eine Spiegelung des Himmels oder anderer Dinge wie an einer Wasseroberfläche.

Beispiel Lässt man Licht durch die Stirnfläche in einen Glasstab eintreten, so tritt selbst bei gebogenem Stab kein Licht seitlich heraus. So kann man durch Totalreflexion ein Lichtbündel beliebig lenken (**Lichtleiter**). Ein Bündel von Glasfasern kann so zum Übertragen von Abbildungen verwendet werden. Dies wird z.B. in der medizinischen Diagnostik bei der Untersuchung innerer Organe, der sogenannten Endoskopie, verwendet. In der Kommunikationstechnik dienen Glasfasern zum Übertragen von Daten. In einer Glasfaser, die nicht dicker als ein Menschenhaar ist, kann eine Informationsfülle übertragen werden, die 25000 simultanen Telefongesprächen entspricht.





Lässt man Sonnenlicht durch einen engen Spalt in einen dunklen Raum eintreten, so erhält man der Öffnung gegenüber einen weißen Lichtfleck in Form des Spaltes. Platziert man nun ein Prisma im Strahlengang, so beobachtet man nicht nur eine Ablenkung des Strahlenbündels nach unten, was nach dem Brechungsgesetz zu erwarten war, sondern es ergibt sich an Stelle des abgelenkten weißen Flecks ein Farbenband, das oben rot und unten violett ist. Das weiße Sonnenlicht enthält also Lichtarten verschiedener Farbe, die verschieden stark gebrochen werden. Dieses Farbenband mit den Hauptfarben Rot, Orange, Gelb, Grün, Blau und Violett (in dieser Reihenfolge von oben nach unten) bezeichnet man als **Spektrum**.

Da also die Brechung eines Stoffes für die einzelnen Farben des Lichtes verschieden ist, muss immer die Farbe (also die (Vakuum-) Wellenlänge) des Lichtes angegeben werden, auf die sich die Brechzahl bezieht. Die Lichtwellen der einzelnen Spektralfarben unterscheiden sich, wie bereits erwähnt, durch ihre Frequenz. Violette Licht hat die höchste, rotes Licht die niedrigste Frequenz des sichtbaren Bereiches. Der Grund für die Zerlegung des Sonnenlichts in die Spektralfarben liegt nun in der Abhängigkeit der Ausbreitungsgeschwindigkeit der Wellen im Medium (in unserem Fall dem Glas des Prismas) von ihrer Frequenz. Anders ausgedrückt:

Gesetz

Die Brechzahl n eines Stoffes hängt von der Frequenz des verwendeten Lichts ab.

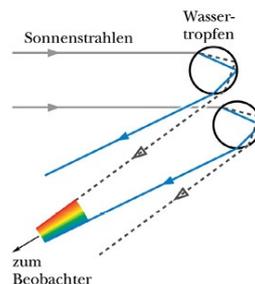
Diese Tatsache bezeichnet man als **Dispersion**.

Jeder Stoff zeigt eine ganz eigene Abhängigkeit seines Brechungsindex von der Frequenz des Lichtes. Frequenzbereiche, in denen die

Brechzahl mit steigender Frequenz anwächst, heißen *Gebiete normaler Dispersion*. Wird die Brechzahl mit steigender Frequenz kleiner, so spricht man von *Gebieten anomaler Dispersion*.

Die meisten Stoffe zeigen im Bereich des sichtbaren Lichtes normale Dispersion. Eine Ausnahme bildet Fuchsin. Abschließend noch einige anschauliche Beispiele aus der Natur.

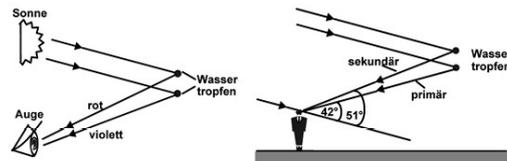
Beispiel Ein Beispiel der chromatischen Dispersion ist der Regenbogen. Fällt Sonnenlicht auf einen Regentropfen, der sich auf dem Weg zur Erde befindet, so wird ein Teil des Lichts in den Tropfen hinein gebrochen, an der Innenfläche des Tropfens reflektiert und wieder aus dem Tropfen heraus gebrochen. Wie bei einem Prisma spaltet die erste Brechung das weiße Licht in die Farbanteile auf und die zweite Brechung verstärkt diese Aufspaltung. Der sichtbare Regenbogen entsteht durch die Brechung an vielen Wassertropfen: Der rote Anteil stammt von Tropfen, die sich etwas höher in der Atmosphäre befinden, der blaue Anteil von Tropfen, die sich weiter unten befinden, und die restlichen Farben entstehen dazwischen. Alle Tropfen, an denen Sie die Brechungseffekte beobachten können, befinden sich unter einem Winkel von etwa 42° bezüglich eines Punkts, der aus Ihrer Sicht der Sonne genau gegenüberliegt. Fällt starker Regen und wird die Regenwand hell beleuchtet, dann können Sie einen Kreisbogen sehen (der rote Anteil liegt außen, der blaue innen). Jeder Beobachter sieht seinen eigenen Regenbogen; andere Beobachter registrieren das an anderen Tropfen gebrochene Licht.



Der farbige Kreisbogen wird durch die Brechung des Sonnenlichts in die Wassertropfen hinein und wieder heraus erzeugt. Bei diesem Schema steht die Sonne am Horizont (die Sonnenstrahlen verlaufen waagrecht). Eingezeichnet sind die Verläufe der roten (hier gestrichelt) und blauen Teilstrahlen bei der Brechung an zwei Tropfen. Weiteres Licht roter, blauer und dazwischen liegender Wellenlängen wird von vielen anderen Tropfen beigesteuert.

Beispiel Die *Farbtrennung* im Regenbogen rührt von der Tatsache her, dass die Brechzahl des Wassers von der Frequenz des Lichtes abhängt, denn damit ändert sich auch der Beobachtungswinkel, unter dem man das Licht sehen kann. Licht verschiedener Frequenzen, d. h. verschiedener Farbe, hat also einen unterschiedlichen Winkel, unter dem es in hoher Intensität den Tropfen verlässt.

Durch zweimalige Reflexion von Lichtstrahlen innerhalb eines Wassertropfens entsteht der sogenannte **sekundäre Regenbogen**. Er hat einen Beobachtungswinkel von 51° , und seine Farbreihenfolge ist umgekehrt gegenüber der des primären Regenbogens. Da an der Wasser/Luft-Grenzfläche nur ein kleiner Teil des Lichts zweimal reflektiert wird, ist der sekundäre Regenbogen sehr viel schwächer als der primäre. Er wird daher nur in seltenen Fällen und unter sehr günstigen Lichtkontrastverhältnissen beobachtet.



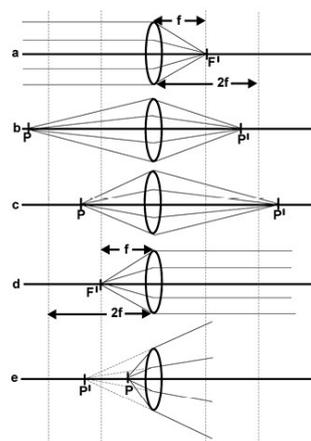
2 Versuch: Optische Abbildungen mit Linsen

2.1 Grundlagen

Wie bereits erwähnt, ist die Annahme der geometrischen Optik – die geradlinige Ausbreitung eines Lichtstrahls innerhalb eines homogenen Mediums – dann gut erfüllt, wenn die Wellenlänge des Lichts klein gegen die Durchmesser und Abstände der betrachteten optischen Instrumente ist. Zur Beschreibung der Abbildungseigenschaften von Spiegeln, Linsen und Linsensystemen werden daher nur die bisher beschriebenen Gesetze benötigt.

Zunächst sollen nur sogenannte **dünne Linsen** betrachtet werden, bei denen man sich die zweimalige Brechung von Lichtstrahlen an der vorderen und hinteren Linsenbegrenzung in guter Näherung durch eine einmalige Ablenkung in der Linsenmitte ersetzt denken kann.

Sammellinsen



Je nachdem, ob ein durch die Linse fallendes Lichtbündel nach der Linse konvergiert (gesammelt wird) oder divergiert (zerstreut wird) unterscheidet man **Sammel- und Zerstreungslinsen**. Hier soll nun zunächst der Strahlenverlauf an einer Sammellinse betrachtet werden. Als **optische Achse** bezeichnet man die gedachte Linie, die die Linse senkrecht durch ihren Mittelpunkt durchläuft.

Betrachtet man nun ein Lichtbündel paralleler Strahlen, das die Linse parallel zur optischen Achse durchsetzt (Abbildung a), so erkennt man, dass alle Strahlen hinter der Linse durch einen einzigen Punkt verlaufen, dem sogenannten **Brennpunkt F**. Sie werden in ihm *gesammelt*.

Die Entfernung des Brennpunktes von der Linse bezeichnet man als **Brennweite f** . Wenn, wovon hier ausgegangen werden soll, an die Linse beidseitig derselbe Stoff grenzt, dann liegen die Brennpunkte auf beiden Seiten gleich weit von der Linse entfernt; beide Brennweiten sind gleich.

Nun soll der Verlauf eines divergenten Lichtbündels betrachtet werden, das von einem Punkt P auf der optischen Achse der Sammellinse ausgeht. Rückt man diesen Punkt immer näher an die Linse heran (Abbildungen b bis d), so tritt jedes Mal ein konvergentes Lichtbündel aus, dessen Vereinigungspunkt P' aber immer weiter von der Linse wegwandert.

Man bezeichnet P' als (**reelles**) **Bild** von P. Liegt P im Brennpunkt, so erzeugt die Linse ein Bündel paralleler Strahlen; der Bildpunkt ist in unendliche Ferne gerückt.

Liegt P innerhalb der einfachen Brennweite, so bleibt das austretende Lichtbündel divergent (Abbildung e), hat aber einen kleineren Öffnungswinkel als das einfallende. Ein Beobachter, der den Strahlengang von rechts kommend betrachtet, sieht den **virtuellen** Bildpunkt P', der sich ergibt, wenn man die von der Linse kommenden Strahlen zurück durch die Linse hindurch geradlinig verlängert. Das virtuelle Bild befindet sich also auf der gleichen Seite der Linse wie der Gegenstand. Dies ist das Prinzip der **Lupe**: Man erzeugt das virtuelle, vergrößerte Bild eines Gegenstandes, indem man ihn näher als die einfache Brennweite durch eine Sammellinse hindurch betrachtet.

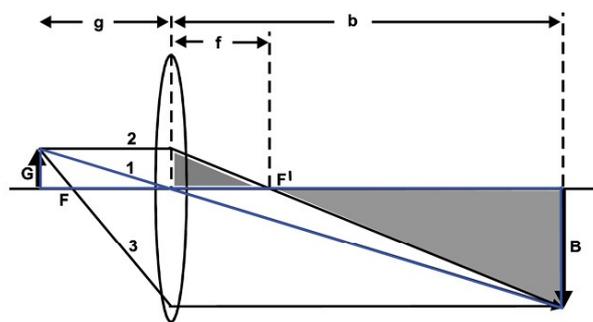
Ein virtuelles Bild kann, im Gegensatz zu einem reellen Bild, nicht auf eine Leinwand oder eine Photoplatte projiziert werden, sondern wird erst durch eine weitere Optik – wie die menschliche Augenlinse oder ein Objektiv an einer Kamera – sichtbar.

Bildkonstruktion

Aus dem Verhalten der Lichtbündel ergeben sich folgende Gesetze zur geometrischen Konstruktion von Lichtstrahlen (siehe Abbildung):

1. Der Mittelpunktstrahl tritt unabgelenkt durch die Linse.
2. Jeder achsenparallele Strahl geht durch den Brennpunkt auf der an deren Linsenseite. Solche durch den Brennpunkt verlaufende Strahlen werden Brennstrahlen genannt.
3. Jeder Brennstrahl verlässt die Linse parallel zur optischen Achse. Das Bild entsteht dort, wo sich die Strahlen schneiden. Schneiden sie sich nicht, verlängert man die Strahlen geradlinig und konstruiert ein virtuelles Bild.

Die drei hier genannten Strahlen dienen nur als Hilfsmittel zur Konstruktion eines Bildes! Das wirkliche Bild wird stets von einem Lichtbündel erzeugt, das die Linse durchsetzt und in dem diese Strahlen gar nicht vorzukommen brauchen, etwa weil die Linse zu klein ist oder ihre Mitte abgedeckt wird. An Größe und Lage des Bildes ändert das überhaupt nichts.



Abbildungsgesetze

Die Abbildungsgesetze der Linse lassen sich nun unmittelbar aus der Abbildung entnehmen:

Den Abstand der Gegenstandsebene von der Linse bezeichnet man als **Gegenstandsweite** g , den der Bildebene als **Bildweite** b ; außerdem sind G und B die **Gegenstands-** und **Bildgröße**, d.h. einander entsprechende Längen in Gegenstand und Bild. Dann folgt aus der Ähnlichkeit der beiden blauumrandeten Dreiecke (Strahlensatz) das 1. Abbildungsgesetz, das die Vergrößerung β angibt:

Gesetz

1. Abbildungsgesetze

$$\beta = \frac{B}{G} = \frac{b}{g}$$

mit

g : Gegenstandsweite

b : Bildweite

G : Gegenstandsgröße

B : Bildgröße

Das 2. Abbildungsgesetz liefert eine Beziehung zwischen den Lagen von Gegenstands- und Bildebene.

Gesetz

2. Abbildungsgesetze

$$\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$$

mit

f : Brennweite

g : Gegenstandsweite

b : Bildweite

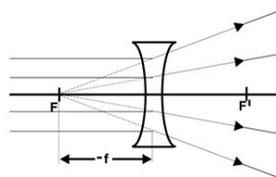
Ableitung des 2. Abbildungsgesetzes

Die grau gefüllten Dreiecke sind ebenfalls ähnlich, woraus folgt: $B/G = (b - f)/f$. Zusammen mit der 1. Abbildungsgleichung ergibt

das $b/g = (b/f) - 1$. Dividiert man durch b und ordnet um, so kommt man unmittelbar auf die 2. Abbildungsgleichung.

Zerstreuungslinsen

Nebenstehende Abbildung zeigt eine *Zerstreuungslinse*. Ihre *Krümmung* ist nicht *konvex*, wie die einer Sammellinse, sondern *konkav*. Ein Bündel parallel einfallender Lichtstrahlen verlässt die Linse deshalb nicht konvergent, sondern divergent, wobei die rückwärtigen Verlängerungen der Strahlen sich in einem Punkt schneiden, den man als einen der beiden **virtuellen** Brennpunkte der Zerstreuungslinse bezeichnet.



Man schreibt einer Zerstreuungslinse deshalb eine **negative** Brennweite zu. Die 2. Abbildungsgleichung, die auch für diese Art von Linsen gilt, liefert damit stets eine negative Bildweite, was bedeutet, dass es bei Zerstreuungslinsen ausschließlich virtuelle Bilder geben kann. Negative

Bildweiten verleihen nämlich der Tatsache Ausdruck, dass sich das Bild auf derselben Linsenseite wie der Gegenstand befindet.

Bekanntester Anwendungsfall für die Zerstreuungslinse wird wohl die QA Brille für Kurzsichtige sein. Die zu kleine Brennweite der Augenlinse wird durch „Vorschalten“ einer Zerstreuungslinse auf den richtigen Wert angehoben. (Bei Weitsichtigkeit wird entsprechend eine Sammellinse passender Brechkraft ausgewählt.)

Wie immer in der geometrischen Optik kann die Ausbreitungsrichtung der Lichtstrahlen auch hier umgekehrt betrachtet werden, d.h. man kann an der Abbildung erkennen, dass ein konvergentes Lichtbündel, das auf den Brennpunkt der anderen Linsenseite zuläuft, diese als paralleles Lichtbündel verlässt.

Eine Linse bricht Strahlen umso stärker, je kürzer ihre Brennweite ist. Man misst daher die Brechkraft einer Linse durch den reziproken Wert ihrer Brennweite, also $D = 1/f$, wobei f in Metern gemessen wird.

Definition

Brechkraft D

$$D = 1/f$$

Einheit: $[D] = \text{Dioptrie (dpt)} = \text{m}^{-1}$

Beispiel Eine Linse von 25 cm Brennweite hat eine Brechkraft von 4 dpt.

Sphärische Spiegel

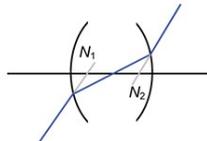
Ein sphärischer Spiegel unterliegt sehr ähnlichen geometrischen Gesetzmäßigkeiten wie eine sphärische, dünne Linse, weshalb hier nur kurz auf Spiegel eingegangen werden soll.

Ein Hohlspiegel mit dem Radius R hat einen Brennpunkt bei $f = R/2$ vor dem Spiegel. Brennpunktstrahlen werden wie bei Linsen zu parallelen Strahlen (und umgedreht). Strahlen, die durch den Mittelpunkt der Kreislinie des Spiegels verlaufen, werden in sich zurückgespiegelt, entsprechen also den Mittelpunktstrahlen bei Linsen. Mithilfe dieser ausgezeichneten Strahlen lassen sich geometrisch die Abbildungen konstruieren und das 1. und 2. Abbildungsgesetz auch für Spiegel herleiten. Konvexe Spiegel haben Eigenschaften wie Zerstreuungslinsen, insbesondere auch einen virtuellen Brennpunkt, der zur Konstruktion der Abbildung verwendet werden kann.

Spiegel haben gegenüber Linsen einen großen Vorteil: Beim Bau von Teleskopen können riesige Spiegel mit Durchmessern von mehreren Metern gebaut werden, wodurch die Teleskope einerseits lichtstark werden und andererseits noch weit entfernte Objekte im All auflösen können. Ähnlich große Systeme aus Linsen sind praktisch nicht realisierbar.

Dicke Linsen

Für dicke Linsen kann nicht mehr angenommen werden, dass die Lichtstrahlen in einer einzigen Ebene gebrochen werden, sondern man benötigt zur Konstruktion des Bildes *zwei* Hilfsebenen, die sogenannten **Hauptebenen** H und H' . Den Schnittpunkt der Hauptebenen mit der optischen Achse nennt man Hauptpunkt. Ebenfalls ist der Mittelpunktstrahl keine Gerade mehr. Das Stück vor der Linse und das hinter der Linse sind gegeneinander parallelverschoben.



Die Stelle, wo die Verlängerung der Strahlen die Mittelachse trifft, bezeichnet man als **Knoten** (N_1 und N_2). Brennpunkte, Hauptpunkte und Knoten sind die sechs **Kardinalpunkte** einer Linse beziehungsweise eines Linsensystems. Die Abbildungsgleichungen bleiben unter Verwendung der Kardinalpunkte auch für dicke Linsen gültig.

Linsensysteme

Für das einfachste zusammengesetzte *Linsensystem*, zwei dünne Linsen mit der Brennweite f_1 bzw. f_2 , die im Abstand d voneinander angeordnet sind, ergibt sich für die Gesamt-Brennweite in guter Näherung, wenn d klein gegen f_1 und f_2 ist:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 \cdot f_2}$$

Beispiel Aus obiger Formel folgt, dass die Brechkraft (=Kehrwert der Brennweite) dicht zusammengesetzter Linsen (Abstand $d = 0$) gleich der Summe der Einzelbrechkräfte ist.

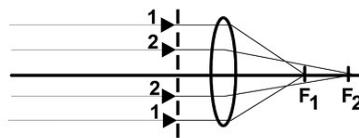
Beispiel Zwei dünne Linsen, von denen jede eine Brechkraft $D = 2$ dpt besitzt, stehen dicht hintereinander. Die Brennweite des Systems ist $f = 25\text{cm}$.

Abbildungsfehler

Bei der Arbeit mit optischen Linsen treten eine Reihe von Abbildungsfehlern auf, die von der endlichen Dicke der Linsen, ihrer sphärischen Begrenzung und der spektralen Zerlegung des Lichtes in seine Farben herrühren.

Sphärische Aberration (Öffnungsfehler)

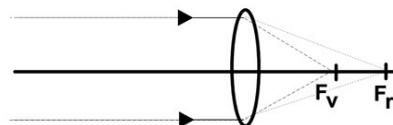
Die Aussage, dass sich parallele Strahlen hinter einer Sammellinse in einem einzigen Punkt, dem Brennpunkt F , kreuzen, gilt nur für solche Strahlen, die einen nicht zu großen Abstand von der optischen Achse haben. Achsenferne Strahlen (1) haben eine kleinere Brennweite als achsennahe (2) Strahlen und werden in unterschiedliche Brennpunkte (F_1 und F_2) auf der optischen Achse gebrochen:



Dieser Fehler kann durch Kombination von verschiedenen Linsen vermieden werden. Das Ausblenden der äußeren Zonen durch eine Iris dagegen führt zwar zu scharfen, aber viel zu dunklen Bildern, ist also keine technisch vertretbare Methode, den Öffnungsfehler zu beseitigen.

Chromatische Aberration (Farbfehler)

Da aufgrund der Dispersion die Brechzahl des Glases für violettes Licht größer ist als für rotes, wird weißes Licht beim Durchlaufen der Linse zerlegt, wobei der Brennpunkt für Violett F_v näher an der Linse liegt als der für Rot F_r . Daher besitzt jedes von einer einfachen Linse entworfene Bild farbige Ränder.

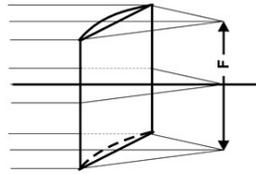


Astigmatismus

Trifft ein paralleles Lichtbündel unter einem größeren Winkel auf die Linse, so schneiden sich die Strahlen hinter der Linse nicht in einem Punkt, sondern in einem Strich.

Dies wird als Astigmatismus schiefer Bündel bezeichnet. Der Grund für diese Erscheinung liegt darin, dass sich die Linse für das ankommende

Licht durch den schrägen Einfall optisch so verhält, als ob eine Zylinderlinse (siehe Abbildung) davor geschaltet wäre.



Bei einer Zylinderlinse wird ein senkrecht auftreffendes Parallelbündel nicht in einem Punkt, sondern in einer Strecke, der sogenannten **Brennlinie** F , vereinigt.

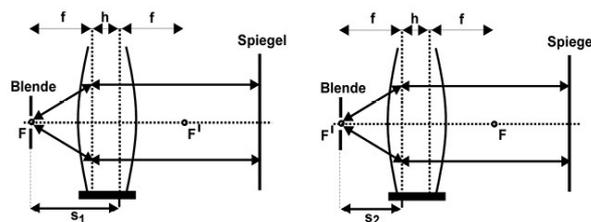
Für die Objektive von Fotoapparaten werden nicht einzelne Linsen QA verwendet, sondern ganze Linsensysteme aus vielen hintereinandergeschalteten Linsen. Durch geschickte Wahl und Anordnung der Linsen ist es möglich, die Abbildungsfehler z.T. vollständig zu eliminieren oder wenigstens stark zu reduzieren.

2.2 Methoden zur Bestimmung von Brennweiten

Die einfachste Methode, einen groben Wert für die Brennweite einer Sammellinse zu erhalten, ist die Abbildung eines weit entfernten Gegenstandes (z. B. die Glühwendel der Deckenbeleuchtung) auf einen Schirm. Da in diesem Fall die Strahlen, die vom Gegenstand auf die Linse fallen, nahezu parallel sind, muss das Bild in der Nähe der Brennebene der Linse liegen, d.h. die Brennweite entspricht in etwa dem Abstand zwischen Schirm und Linse.

Autokollimationsverfahren

Die Methode der **Autokollimation** (siehe Abbildung) entspricht im Prinzip der oben erwähnten Methode, liefert aber wesentlich genauere Ergebnisse.



Eine Lochblende wird in den Brennpunkt der Linse gebracht. Hinter der Linse wird ein Spiegel aufgestellt, der das Bild der Lochblende auf eine Mattscheibe in der Brennebene zurückwirft. Damit das Bild nicht genau in die Lochblende zurückfällt, wo man es nicht sehen könnte, muss der Spiegel etwas gedreht werden.

Befindet sich nun die Lochblende genau in der Brennebene, so sind die Strahlen hinter der Linse parallel und eine Verschiebung des Spiegels kann das Bild nicht ändern.

Gemessen wird bei dieser Methode der Abstand s_1 der Reitermarke von der Lochblende. (Am sogenannten Reiter, der Halterung auf dem die Linse montiert ist, befindet sich eine Markierung, an der die genaue Position dieses Reiters auf der optischen Bank abgelesen werden kann.) Da nicht unbedingt gewährleistet ist, dass sich die Mittelachse der Linse genau über der Reitermarkierung befindet, ist es sinnvoll, Reiter und Linse um 180° zu drehen, so dass man, wie in der Abbildung gezeigt, einen zweiten Messwert s_2 erhält. Die Summe der beiden Messwerte erlaubt nun über die Beziehung

$$s = s_1 + s_2 = 2 \cdot f$$

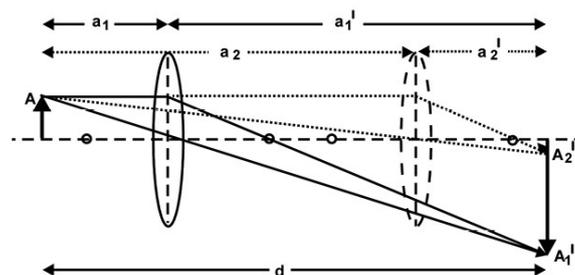
eine Bestimmung der Brennweite f der Linse. Da im Versuch nur mit dünnen Linsen gearbeitet wird, bei denen die Brechung an einer einzigen Ebene, der sogenannten Hauptebene der Linse, angenommen werden kann, ist obige Gleichung in dieser Form gültig. Betrachtet man dicke Linsen, bei denen zwei Hauptebenen existieren (dieser Fall ist auch in der Abbildung realisiert), so nimmt die Gleichung die Gestalt

$$s = s_1 + s_2 = 2 \cdot f + h$$

an, wobei h den Abstand zwischen den beiden Hauptebenen darstellt. Bei dünnen Linsen gilt $h = 0$.

Besselverfahren

Eine weitere Möglichkeit der Brennweitenbestimmung liefert das sogenannte **Besselverfahren**. Bei diesem Verfahren wählt man einen festen Abstand d zwischen Gegenstands- und Bildebene:



Wird dieser Abstand ausreichend groß gewählt, so sind zwei QA Linsenstellungen möglich, die beide zu einem scharfen Bild führen. In der Abbildung stellen die durchgezogenen Linien die Verhältnisse bei der einen scharfen Einstellung dar, die gestrichelten Linien entsprechend die der zweiten scharfen Einstellung. Der Abstand zwischen den beiden Linseneinstellungen sei im Folgenden mit z bezeichnet.

Die beiden Einstellungen sind symmetrisch, d.h. es gilt

$$a_1 = a_2' \text{ und } a_1' = a_2.$$

d.h. man kann eine der Größen jeweils durch eine andere ersetzen, was im Folgenden ausgenutzt werden wird.

Aus der Abbildung können zwei Beziehungen abgelesen werden:

$$a_1 + a_1' = d \quad (1)$$

$$a_1' - a_1 = z \quad (2)$$

Addiert bzw. subtrahiert man die beiden Gleichungen, so ergibt sich:

$$(1)+(2) \quad 2a_1' = d+z$$

$$(1)-(2) \quad 2a_1 = d-z$$

Diese Gleichungen kann man nach a_1' bzw. nach a_1 auflösen, um diese Größen dann in das zweite Abbildungsgesetz einzusetzen:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_1'} = \frac{1}{\frac{d-z}{2}} + \frac{1}{\frac{d+z}{2}} = \frac{\frac{d+z}{2} + \frac{d-z}{2}}{(d-z)(d+z)} = \frac{2d/2}{d^2 - z^2} = \frac{4d}{d^2 - z^2}$$

Eine Gleichung zur Berechnung der Brennweite ergibt sich durch Kehrwertbildung:

$$f = \frac{d^2 - z^2}{4d}$$

Misst man bei vorgegebenem Abstand d also die Differenz z der beiden Stellungen der Linse, die ein scharfes Bild ergeben, so kann man mit Hilfe dieser Formel die Brennweite f bestimmen.

2.3 Aufgaben

Stellen sie die Experimentierleuchte so weit links wie möglich auf, damit sie für die folgenden Versuche ausreichend Platz haben. Der Abstand von der Reitermarkierung der Leuchte zum Objekt soll 15,5 cm betragen. Die Position des Objektes benötigen sie zur späteren Auswertung.

Bevor sie weitere Elemente auf der optischen Bank positionieren, bilden sie die Glühwendel der Experimentierleuchte auf einen möglichst entfernt liegenden Gegenstand ab. Dadurch wird erreicht, dass die von der Leuchte kommenden Strahlen diese möglichst parallel verlassen. Die

Entfernung der Glühwendel vom Kondensorobjektiv, das die Strahlen bündelt, kann an der Leuchte mit einem Schieberegler eingestellt werden.

Aufgabe 1 (zur Vorbereitung)

Konstruieren Sie aus zwei Linsen ein (galileisches) Fernrohr, das einen Gegenstand aufrecht abbildet. Welche Linsen benötigen Sie? Berechnen Sie Brennweiten und Abstand der Linsen, wenn Sie ein Objekt mit einer bestimmten Vergrößerung (Abbildungsmaßstab?) abbilden

Aufgabe 2

Wenden Sie für beide zur Verfügung stehenden Sammellinsen separat das Besselsche Verfahren an. Pro Linse sind 2 Einstellungen mit $d = 60$ cm und 80 cm für die kleine Linse und entsprechend $d = 125$ cm und 130 cm für die große Linse vorzunehmen.

Bestimmen Sie die Brennweiten f_1 und f_2 , der Linsen aus den QA Mittelwerten der beiden pro Linse vorgenommenen Messungen.

Aufgabe 3

Wenden Sie für beide Sammellinsen separat das Autokollimationsverfahren an. Das Objekt liegt dann in der Brennebene, wenn eine Verschiebung des Spiegels keine Änderung des Bildes hervorruft. Man muss, wie beschrieben, jeweils die Linse um 180° drehen, da die Reitermarkierung nicht notwendig mit der Hauptebene der Linse übereinstimmt.

Aufgabe 4

Realisieren Sie folgende Abbildungen für beide Sammellinsen:

a) $|g| > 2 \cdot |f|$

b) $|f| < |g| < 2 \cdot |f|$

Pro Linse sind dabei jeweils drei verschiedene Einstellungen vorzunehmen. Bestimmen Sie für jede Einstellung die Beträge von g , b , β und f mit Hilfe der Abbildungsgesetze. Aus den daraus folgenden 6 Werten für die Brennweiten f_1 und f_2 der beiden Linsen bilde man den Mittelwert und vergleiche das Ergebnis mit den Werten aus Aufgabe 1 und 2.

Aufgabe 5 (für Interessierte)

Bestimmen Sie für ein beliebiges optisches Instrument, das Sie selbst mitbringen (Brille, Fotoobjektiv,...), die Brennweite und vergleichen Sie das Ergebnis mit der Herstellerangabe.

Übungsaufgaben

1. Ein Teleobjektiv besteht aus einer Zerstreuungslinse und einer Sammellinse der Brennweiten $f = -108$ mm und $f = 72$ mm, die im Abstand von 7,2 mm voneinander angebracht sind. Wie groß ist die Brennweite des Teleobjektivs? (180 mm)

2. Ein Tageslichtprojektor eines Hörsaals hat ein Objektiv der Brennweite 50 cm und eine quadratische, beleuchtete Nutzfläche der Kantenlänge 20 cm. In welcher Entfernung muss der Projektor von der quadratischen Projektionswand aufgestellt werden, damit deren Höhe von 4 m durch das Bild voll ausgenutzt wird? (10,5 m)
3. Ein Lichtstrahl trifft unter Wasser in einem Winkel von 7° zum Einfallslot auf eine dünne Platte aus Kronglas mit Brechungsindex 1,52. Der Brechungsindex von Wasser beträgt 1,33. Wie groß ist der Winkel des Lichtstrahls zum Einfallslot nach Eintritt in die Glasplatte? ($6,1^\circ$)

3 Versuch: Interferenz am Gitter, Beugung am Spalt

3.1 Wellenoptik

Wie bereits in der Einleitung erwähnt, beschäftigt sich die Wellenoptik mit Erscheinungen, die durch die Wellennatur des Lichtes hervorgerufen werden.

Modell der Lichterzeugung

Elektromagnetische Wellen wie das Licht beruhen auf dem Zusammenwirken von elektrischem und magnetischem Feld. Das sieht man, wenn man fragt, wie eine elektromagnetische Welle entsteht. Angenommen, man bewegt ein Elektron, oder eine andere Ladung, im Raum hin und her. Durch die Bewegung bewegt sich einerseits auch das elektrische Feld des Elektrons, andererseits stellt die Bewegung der Ladung auch einen Strom dar, der ein Magnetfeld erzeugt (siehe dazu auch den Versuch „Spezifische Ladung des Elektrons“). Durch eine schwingende Ladung wird also sowohl ein veränderliches elektrisches Feld als auch ein veränderliches Magnetfeld erzeugt. Diese Felder bilden zusammen eine elektromagnetische Welle, die sich mit Lichtgeschwindigkeit von der Ladung weg bewegt.

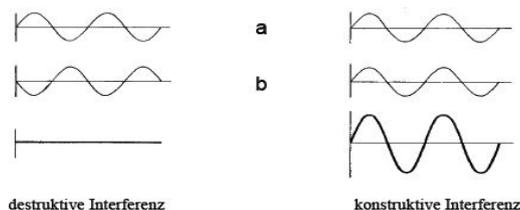
Die schwingende Ladung, die eine solche elektromagnetische Welle erzeugt, kann aus den Elektronen bestehen, die sich in einer Rundfunksender-Antenne hin und her bewegen, so dass Radiowellen emittiert werden. Es kann sich auch um ein einziges Elektron handeln, das in einem Atom von einem Energieniveau in ein anderes übergeht und dabei Licht aussendet. Oder es kann ein Elektron sein, das beim Auftreffen auf das Metall in einer Röntgenröhre abgebremst wird und so Röntgenstrahlen erzeugt.

Interferenz von Wellen

Die Überlagerung (**Superposition**) von Wellen wird als **Interferenz** bezeichnet. Treffen mehrere Wellen zusammen, so überlagern sie sich, wobei sich ihre jeweiligen Auslenkungen addieren: Treffen zwei Wellenberge

aufeinander, so bildet sich als resultierende Welle ein Wellenberg aus, der als Höhe die Summe der beiden ursprünglichen Wellenberge aufweist (**konstruktive** Interferenz). Trifft ein Wellenberg auf ein Wellental gleicher Amplitude (Auslenkung), so löschen sie sich gegenseitig aus (**destruktive** Interferenz).

Zwei interferierende Wellen passen nur dann optimal aufeinander, wenn sie die gleiche Wellenlänge haben (**monochromatisch** sind). Außerdem muss gewährleistet sein, dass die interferierenden Wellen über einen längeren Zeitraum eine feste **Phasenbeziehung** aufweisen. Das bedeutet, dass die Wellen immer gleich aufeinander liegen, d.h. z.B. immer Wellenberg auf Wellenberg. Im Sonnenlicht oder im Licht einer Glühlampe ist diese Bedingung nicht erfüllt, da ein einzelnes Atom nur über einen Zeitraum von etwa 10^{-8} s Licht aussendet, sich das konstant helle Licht, das wir sehen, also aus dem kurzen Aufleuchten sehr vieler Atome zusammensetzt. Der Zeitpunkt der Lichtaussendung eines Atoms ist aber vollkommen zufällig, so dass das Licht verschiedener Atome in unglaublich schnellem Wechsel mal konstruktiv, mal destruktiv interferiert, je nachdem, wann sich die Atome entschließen, einen Lichtimpuls auszusenden.



Destruktive Interferenz

Die beiden einzelnen Wellen (a und b) befinden sich in *Gegenphase*, d.h. ein Wellenberg der einen trifft immer auf ein Wellental der anderen Welle. Ihr Gangunterschied beträgt also eine halbe Wellenlänge, oder ein ungeradzahliges Vielfaches der halben Wellenlänge. Die beiden Wellen löschen sich aus.

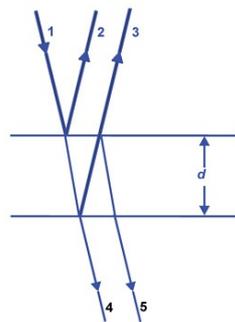
Konstruktive Interferenz

Die beiden einzelnen Wellen (in der Zeichnung a und b) befinden sich *in Phase*, d.h. Wellenberge befinden sich jeweils an der gleichen Stelle oder anders: Sie haben keinen *Gangunterschied*, oder ihr Gangunterschied beträgt ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge, so dass eben wieder Wellenberg auf Wellenberg fällt (siehe hierzu auch das folgende Beispiel). Als resultierende Welle (unten gezeichnet) ergibt sich eine Welle doppelter Amplitude.

Erst die Erfindung des **Lasers** hat es möglich gemacht, alle Atome zu zwingen „im Takt“ zu schwingen, d.h. immer gleichzeitig mit allen anderen z.B. einen Wellenberg auszusenden. Solches interferenzfähiges Licht wird als **kohärentes Licht** bezeichnet. Die Länge, über die eine feste Phasenbeziehung besteht heißt **Kohärenzlänge**.

Sobald es nun gelingt, beim Licht Interferenz nachzuweisen, also etwa zu zeigen, dass durch Überlagerung von Lichtstrahlen auf einer beleuchteten Fläche helle (bei konstruktiver Interferenz) und dunkle (bei destruktiver Interferenz) Stellen entstehen, ist der unmittelbare Beweis für die Wellennatur des Lichts erbracht.

Beispiel Dünne Schichten, wie Öl auf Wasser oder Seifenblasen, zeigen, mit weißem Licht beleuchtet, bunte Farberscheinungen, die auf Interferenz beruhen. Da es hier um Distanzen in der Größenordnung der Wellenlängen geht, reicht die sehr kurze Kohärenzlänge von normalem Licht für den beschriebenen Effekt aus.



IF

Fällt auf solch ein dünnes Häutchen, etwa eine Seifenlamelle, monochromatisches Licht von oben nahezu senkrecht ein, so wird der einfallende Strahl 1 zum Teil an der Oberfläche reflektiert, zum Teil gebrochen. Jedes Mal, wenn der Lichtstrahl eine Grenzfläche trifft, wiederholt sich die Aufspaltung in gebrochenen, durchgelassenen und reflektierten Strahl. Wir betrachten zuerst die beiden durchgehenden Strahlen 4 und 5. Strahl 5 hat gegenüber 4 einen zusätzlichen Weg zurückgelegt, der bei senkrechtem Einfall gleich der doppelten Schichtdicke d ist. Daher beträgt der Gangunterschied beider Strahlen $\Delta s = 2d$. Ist das gerade ein ungeradzahliges Vielfaches der halben Wellenlänge in der Seifenlösung, so löschen sich die Strahlen 4 und 5 durch Interferenz aus. Es tritt also in diesem Fall kein Licht durch die Lamelle hindurch. Für andere Wellenlängen, für die $\Delta s = 1, 2l, \dots$ ist, erhalten wir bei derselben Lamelle Helligkeit. Bei weißem Licht kann, solange die Schicht sehr dünn ist, nur für eine Wellenlänge völlige Auslöschung stattfinden. Licht anderer Wellenlängen wird mehr oder

weniger geschwächt durchgelassen: Man erhält Mischfarben. Der Farbeindruck auf der Oberfläche der Lamelle ändert sich von Ort zu Ort, weil sie nicht überall gleich dick ist. Entsprechende Farben beobachtet man im reflektierten Licht, wenn z.B. die Strahlen 2 und 3 interferieren.

Das Huygenssche Prinzip

Um die Ausbreitung von Wellen bei Hindernissen beschreiben zu können, benötigen wir das sogenannte **Huygenssche Prinzip**:

Satz

Huygenssche Prinzip:

Jeder von einer Welle getroffene Punkt wird Ausgangspunkt für eine neue **Elementarwelle**.

Mit dem Wort Elementarwelle ist eine sich in alle Raumrichtungen ausbreitende Welle gemeint. Im zweidimensionalen Fall einer Wasserwelle würde dem eine Welle entsprechen, die an einem Punkt an der Wasseroberfläche erzeugt wird (etwa durch das Hineinwerfen eines Steines) und sich dann kreisförmig in alle Richtungen ausbreitet. Am Beispiel der Wasserwelle lässt sich dieses Prinzip auch einfach veranschaulichen: Ein von einer Welle getroffenes Teilchen führt eine Schwingung aus und beeinflusst daher, genau wie das allererste angeregte Teilchen (die Stelle an der der Stein das Wasser in Schwingungen versetzt hat) seine ganze Umgebung periodisch.

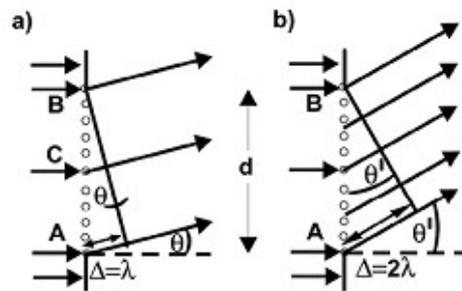
3.2 Beugung am Spalt

Mit dem Huygensschen Prinzip lässt sich nun das Phänomen der **Beugung** von Licht erklären:

Lässt man Licht durch eine sehr kleine Öffnung fallen, so erhält man hinter der Öffnung auf einem aufgestellten Schirm kein scharfes Bild der Öffnung. Das Licht erreicht auch Bereiche hinter der Öffnung, die es bei geradliniger Ausbreitung gar nicht erreichen dürfte: Die in der Öffnung liegenden Punkte werden zu Ausgangspunkten neuer elementarer Kugelwellen, die sich hinter der Öffnung in alle Richtungen ausbreiten, also auch die Stellen erreichen, an denen man Schatten erwarten würde.

Im Experiment wird sich herausstellen, dass man auf dem Schirm hinter dem Spalt neben einem zentralen Bereich hoher Intensität noch eine Vielzahl von hellen und dunklen Streifen beobachtet. Es kommt also nicht nur zu einer Abweichung von der geometrischen Projektion des Lichtstrahls, sondern auch zu einer Überlagerung einzelner Elementarwellen, die je nach

Gangunterschied konstruktiv (Intensitätsmaxima) oder destruktiv (Minima) interferieren.



IF

Beugung am Spalt (minimale Intensität). Die offenen Kreise symbolisieren verschiedene Erregerzentren der Kugelwellen.

Betrachten wir einen Punkt P auf einem der dunklen Beugungsstreifen in großem Abstand vom Spalt. Er werde von den Lichtstrahlen erreicht, die unter dem Winkel θ vom Spalt ausgehen (Teilbild a der Abbildung). Alle Teilbündel erreichen diesen Punkt nahezu parallel (da er sich weit entfernt befinden soll, laufen alle Strahlen nahezu in die gleiche Richtung), jedoch hat der Strahl, der von A ausgeht, eine um $1/2$ größere Weglänge als der vom Punkt C in der Spaltmitte (l bezeichnet die Wellenlänge des verwendeten Lichtes).

Diese Teilstrahlen löschen sich also bei der Überlagerung in P aus. Man kann nun zu jedem Erregerzentrum einen Partner finden, so dass die Interferenz der entsprechenden Wellen zu Dunkelheit führt. Es löschen sich also in der Richtung alle vom Spalt kommenden Wellen aus, in der die vom Punkt A ausgehenden Wellen einen um den Gangunterschied $\Delta = l$ längeren Weg zurücklegen als die von B ausgehenden Strahlen (siehe Abbildung). Daraus ergibt sich als Bedingung für Dunkelheit auf dem Schirm:

$$\sin \theta = \frac{\lambda}{d}$$

Hierbei stellt d die Breite des Spaltes dar.

In Teilabbildung b ist die Situation für einen größeren Beugungswinkel gezeigt. Der Gangunterschied zwischen von B bzw. A herkommenden Strahlen beträgt hier $\Delta = 2l$. Wieder kann zu jedem Erregerzentrum ein anderes gefunden werden, so dass der Gangunterschied Δ der in P auftreffenden Wellen $l / 2$ beträgt. Man kann also folgende allgemeine Bedingung für Minima formulieren:

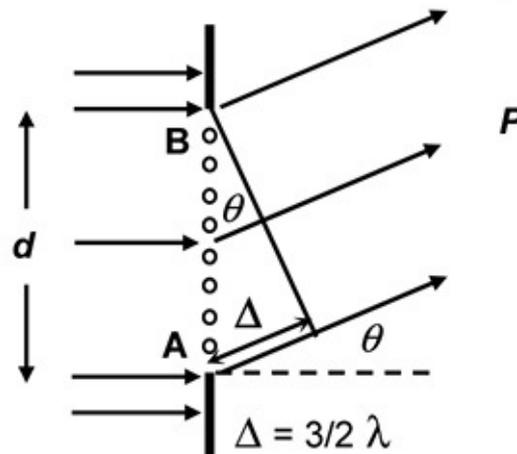
Bedingung

Minima der Intensität bei Beugung am Spalt

$$\Delta = n\lambda = d \cdot \sin \theta,$$

n : natürliche Zahl größer oder gleich eins ist.

Maximale Helligkeit erwartet man im Zentrum unter dem Winkel $\theta = 0^\circ$, da dann alle Wege gleich sind. Weitere Maxima der Intensität erwartet man unter Beugungswinkeln, bei denen möglichst wenige Teilstrahlen einen Gangunterschied von $1/2$ zueinander haben.



Beugung am Spalt Maximum der Intensität

Vergrößert man den Beugungswinkel über das erste Minimum hinaus, so erkennt man, dass zu einem Teil der Bündel kein Partner gefunden werden kann, mit dem Auslöschung möglich ist. Das gleiche erkennt man, wenn man vom zweiten Minimum ausgehend den Winkel verringert. Man erwartet also ein Maximum der Intensität näherungsweise bei einem Gangunterschied der Randstrahlen, der genau zwischen denen für das erste bzw. zweite Minimum liegt, d.h. bei $\Delta = 1/2$ oder bei anderen ungeradzahligen Vielfachen der halben Wellenlänge (siehe Abbildung). Näherungsweise gilt für die Lage der Maxima:

Bedingung

Maxima der Intensität bei Beugung am Spalt

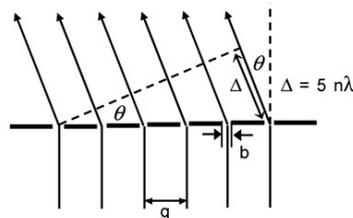
$$(2n+1) \cdot \lambda / 2 = d \cdot \sin \theta \quad \text{mit } n \geq 1$$

Auch ohne detaillierte Rechnung erwartet man, dass die Intensität des ersten Nebenmaximums wesentlich geringer sein wird als die des zentralen Maximums, da ja nur im zentralen Bereich ($\theta = 0^\circ$) *alle* Strahlen konstruktiv interferieren. Weiter erkennt man in der Abbildung, dass bei Maxima höherer Ordnung die Intensität abnehmen wird, da der Bereich, der überhaupt zur Intensität beiträgt, immer kleiner wird. (Im Beispiel der Abbildung löschen sich zwei Drittel der Strahlen aus. Zur Intensität trägt also nur ein Drittel bei.)

Eine wichtige Beobachtung ist, dass der innere helle Streifen sich immer mehr verbreitert, je schmaler der Spalt wird. Dieses Paradoxon ist gerade das Charakteristikum der Beugung: Im Extremfall eines unendlich schmalen Spaltes, bei dem nach dem Huygensschen Prinzip nur eine einzige Elementarwelle in alle Richtungen ausgesendet wird, existieren keine weiteren Strahlen, mit denen destruktive Interferenz stattfinden könnte. Der helle Streifen erfüllt folglich die ganze Schirmbreite. Bei breiteren Spalten muss man mehrere Elementarwellen betrachten, die sich unter großen Beugungswinkeln gegenseitig weitgehend auslöschen.

3.3 Beugung am Gitter

Ein Gitter ist eine Anordnung vieler Spalte der Breite b mit einem festen Abstand g (Gitterkonstante), wie in der Abbildung unten dargestellt. In diesem Fall hat man nicht nur die Erscheinung der Beugung an jedem einzelnen Spalt, sondern auch die Interferenzen der Teilstrahlen verschiedener Spalte zu berücksichtigen.



Ist die Breite der Einzelspalte b klein gegen den Abstand g , so ist das Beugungsbild der Einzelspalte sehr weit ausgedehnt, d.h. man kann zunächst nur die Interferenzen der Teilstrahlen verschiedener Spalte betrachten. In der Abbildung erkennt man, dass sich *alle* Teilstrahlen immer dann maximal verstärken, wenn der Gangunterschied benachbarter Spalte gerade ein Vielfaches der Wellenlänge beträgt. Daraus ergibt sich:

Bedingung

Maxima der Intensität bei Beugung am Gitter: Gangunterschied Δ benachbarter Spalte:

$$\Delta = n \cdot \lambda = g \cdot \sin \theta$$

Zwischen diesen **Hauptmaxima** werden jedoch noch **Nebenmaxima** liegen, die dadurch zustande kommen, dass Teilbündel einzelner, nicht benachbarter Spalte konstruktiv miteinander interferieren können.

Da die Beugung am Gitter linear mit der Wellenlänge zusammenhängt, eignet sie sich auch gut zur spektralen Zerlegung eines Lichtstrahls. Dazu nimmt

man Spiegel mit einer sägezahnähnlichen Oberflächen, die als Beugungsgitter funktioniert.

3.4 Messungen

Zur Beobachtung der Beugung am Spalt und am Gitter wird im Praktikum Laserlicht verwendet, da mit dem Laser eine Lichtquelle zur Verfügung steht, die kohärentes, also interferenzfähiges Licht aussendet. Laserlicht hat durch seine Kohärenz und durch die Begrenzung auf ein sehr feines Lichtbündel eine hohe Intensität. Wesentlich für die Gefährlichkeit des Laserlichtes für unser Auge ist aber die Eigenschaft unserer Augenlinse, parallele Lichtstrahlen auf einen winzigen Punkt auf der Netzhaut zu fokussieren (sofern die Linse „auf unendlich“ eingestellt ist, also vollständig entspannt ist). In diesem Punkt kann es durch die starke Bündelung dann zu Verbrennungen kommen.

Achtung: Niemals in den Laserstrahl und in seine direkten Reflexe schauen! Der Laser darf von den Praktikanten nicht aus der Halterung auf der optischen Bank genommen werden!

Aufgabe 1: Beugung am Spalt

Zur Beobachtung der Beugung am Spalt bringen Sie einen Spalt in den Strahlengang des Lasers (mit Aufweitungsoptik). Beobachten Sie zunächst qualitativ das Beugungsbild auf einem Schirm in einem Abstand von etwa einem Meter hinter dem Spalt. Stellen Sie eine Spaltbreite ein, so dass der Abstand vom zentralen Maximum zum ersten Nebenmaximum etwa 5 mm beträgt.

Ersetzen Sie den Schirm durch einen Photowiderstand, der sich hinter **IF** einem schmalen Spalt befindet. Der Spalt mit dem Photowiderstand ist mittels einer Mikrometerschraube senkrecht zur optischen Achse verschiebbar. Überprüfen Sie zunächst die Ausrichtung der einzelnen Komponenten. Laser, Strahlaufweiter, verstellbarer Spalt und Photowiderstand sind richtig justiert, wenn die Intensität des ersten Nebenmaximums auf der linken Seite etwa gleich der des ersten Nebenmaximums auf der rechten Seite ist (die gemessenen Widerstandswerte sollen sich um höchstens 10 % unterscheiden).

Der Abstand Beugungsspalt–Photowiderstand ist zu vermessen (dieser Wert wird für die spätere Auswertung benötigt).

In der Auswertung soll die Intensitätsverteilung des Hauptmaximums und der beiden 1. Nebenmaxima graphisch dargestellt werden. Dazu sind mindestens 20 Messpunkte erforderlich. Es empfiehlt sich also zwischen den beiden

ersten Nebenmaxima (am Besten noch ein kleines Stück darüber hinaus) in gleichen Abständen etwa 20 Messpunkte zu nehmen. Bei jedem Messpunkt soll der vom Ohmmeter angezeigte Widerstandswert notiert werden. Der Zusammenhang dieses Wertes mit der auf den Photowiderstand fallenden Lichtintensität ist im Diagramm unten dargestellt, so dass jedem Widerstandwert eine Lichtintensität zugeordnet werden kann.

Hinweis: Die Intensität der Raumbelichtung darf sich während der Messung nicht ändern.

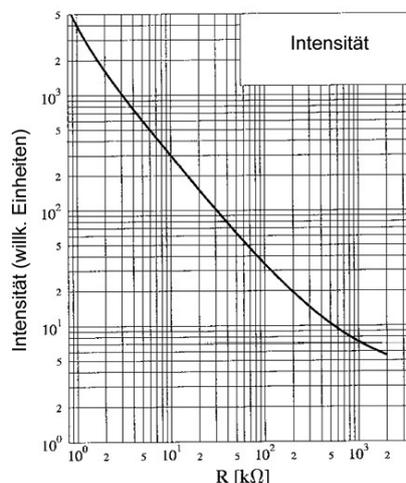
Die Tabelle der Messwerte sollte also in etwa wie folgt aussehen:

x/mm	Widerstand / $k\Omega$	Intensität (willkürliche Einheiten)	I/I_0
------	---------------------------	--	---------

Mit I_0 ist die maximale Intensität in der 0. Ordnung gemeint.

Auswertung

Die Daten der Intensität I/I_0 sind in Abhängigkeit des Abstandes von der Mitte des zentralen Maximums graphisch darzustellen. Ziel ist es, die Spaltbreite zu berechnen: Aus der Intensitätsgraphik lässt sich der Abstand x_0 des ersten Minimums vom Hauptmaximum bestimmen.



Abhängigkeit des Photowiderstands von der Lichtintensität

Mit diesem Wert und dem Abstand L zwischen Beugungsspalt und Photowiderstand lässt sich der Winkel bestimmen, unter dem das erste Minimum vom Spalt aus erscheint (man bilde ein rechtwinkliges Dreieck mit L und x_0 als An- bzw. Gegenkathete. x_0 / L ist somit der Tangens des gesuchten Winkels). Mit der Formel für die Minima beim Spalt lässt sich mit Kenntnis der Wellenlänge des He-Ne Lasers ($\lambda = 632,8 \text{ nm}$) nun die Spaltbreite berechnen.

Aufgabe 2: Beugung am Gitter

Anstelle des Beugungsspaltens wird ein Strichgitter in den Strahlengang gebracht. Vermessen Sie auf dem Schirm den Abstand von mindestens fünf jeweils benachbarten Hauptmaxima, sowie den Abstand Schirm– Gitter. Notieren Sie sich die auf dem Gitter angegebene Gitterkonstante (Bei manchen Gittern ist auch die Strichzahl pro Zentimeter angegeben, woraus sich die Gitterkonstante ebenfalls ermitteln lässt).

Auswertung

Bilden Sie den Mittelwert der Abstände zwischen den Hauptmaxima. **IF** Berechnen Sie mit der Formel für die Maxima beim Gitter die Gitterkonstante (den dazu benötigten Winkel erhält man wie in Aufgabe 1) und vergleichen Sie sie mit dem tatsächlichen Wert.

Aufgabe 3 (schriftlich zur Vorbereitung)

Worin besteht der Unterschied zwischen Glühlicht und Laserlicht?

Übungsaufgabe

1. Ein Strichgitter mit 400 Strichen pro mm wird mit Licht eines Laserstrahls bestrahlt. Das Hauptmaximum der dritten Ordnung erscheint unter einem Winkel von $21,9^\circ$. Wie groß ist die Wellenlänge des Lichts? (310,8 nm)
2. Auf ein Beugungsgitter fällt paralleles Licht mit der Wellenlänge 540 nm. Man beobachtet in der zweiten Ordnung abgebeugtes Licht unter einem Winkel von 8° .
 - a) Wie groß ist die Gitterkonstante des Beugungsgitters? (7,76 μm)
 - b) Unter welchem Winkel (in $^\circ$) beobachtet man das Maximum erster Ordnung? (4°)

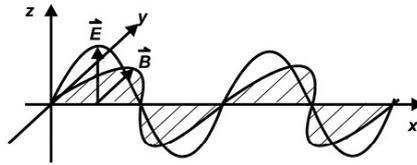
4 Versuch: Saccharimetrie

4.1 Polarisation

Linear polarisiertes Licht

Die Beugungs- und Interferenzexperimente mit Licht beweisen seinen Wellencharakter. Als elektromagnetische Welle stellt Licht (im Gegensatz zu z.B. Schallwellen) eine sogenannte *transversale* Welle dar, d.h. die Schwingungen erfolgen senkrecht zur Ausbreitungsrichtung. Außerdem stehen auch die Schwingungsrichtungen von elektrischem und magnetischem Feld senkrecht aufeinander. Spricht man bei elektromagnetischen Wellen von

einer bestimmten Schwingungsrichtung, so ist damit stets die Richtung des Vektors der elektrischen Feldstärke (\vec{E} -Vektor) gemeint.



SC

Schwingt die Welle immer in einer festen Richtung senkrecht zur Ausbreitungsrichtung in der Ebene, so nennt man sie **linear polarisiert**.

Licht geht von beschleunigten Ladungen aus (siehe Kapitel über Wellenoptik). Wenn eine Ladung längs einer Geraden schwingt, wie z.B. in einer Dipolantenne, so ist die Intensität des abgestrahlten Lichtes am größten in den Richtungen senkrecht auf der Schwingungsrichtung. In der Schwingungsrichtung (in Richtung der Dipolachse) ist die Intensität des abgestrahlten Lichtes null (für Interessierte: näheres hierzu findet sich unter dem Stichwort: *Strahlungscharakteristik eines Hertzschen Dipols* in Lehrbüchern der Physik). Nur wenn die Elektronen der Licht aussendenden Atome oder Moleküle alle parallel zueinander schwingen, ist ihr Licht also linear polarisiert. Das gewöhnliche, von glühenden Körpern ausgehende Licht ist unpolarisiert, denn es stammt von Atomen, die völlig ungeordnet alle möglichen Richtungen im Raum einnehmen.

Beispiel Eine linear polarisierte mechanische Welle kann man durch ein an einem Ende befestigtes Seil erzeugen, indem man es durch Handbewegungen, die nur in einer Richtung verlaufen, in Schwingungen versetzt (siehe Abbildung).



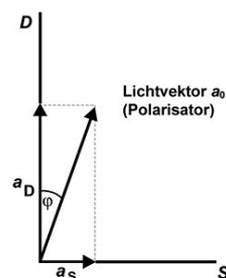
Beispiel Eine mechanisch durch Handbewegungen erzeugte Seilwelle kann in jeder beliebigen Richtung zu Schwingungen angeregt werden. Man kann die Hand hoch-runter, links-rechts oder in jede andere Richtung bewegen. Die durch ungeordnete Handbewegungen entstehende Welle ist nicht linear polarisiert. Verläuft das Seil durch einen Lattenzaun, so kann sich nur die Auf- und Abbewegung durch den Lattenzaun fortpflanzen. In allen anderen Richtungen wird die Schwingung des Seils gebremst. Der Zaun wirkt als Polarisator.

Erzeugung von linear polarisiertem Licht durch Polarisationsfilter

Unpolarisiertes Licht kann mit Hilfe eines **Polarisationsfilters** linear polarisiert werden (der Filter dient damit als sogenannter **Polarisator**). Die einfachsten Polarisationsfilter basieren auf einer gereckten Polymerfolie. Das Polymer ist aus langen Ketten von Kohlenwasserstoffmolekülen aufgebaut. Durch das Strecken der Folie werden die Ketten ausgerichtet. An die Kohlenwasserstoffmoleküle wird Jod angelagert. Dieses Jod liefert Leitungselektronen, die sich längs der Ketten, jedoch nicht senkrecht zu diesen bewegen können. Dadurch entstehen sozusagen leitende „Drähte“ längs der Molekülketten. Trifft nun Licht auf die Folie, so absorbieren die Drähte den Anteil, dessen \vec{E} -Vektor parallel zu den Drähten schwingt, während die Komponente, deren \vec{E} -Vektor senkrecht dazu schwingt, ungehindert passieren kann. Dies ist die „Umkehrung“ eines Hertzschen Dipols; das Licht regt die Elektronen im „Draht“ zum Schwingen an. Diesen Vorgang nennt man Dichroismus.

Nachweis von linear polarisiertem Licht

Unser Auge kann linear polarisiertes von unpolarisiertem Licht nicht unterscheiden. Zum Nachweis von linear polarisiertem Licht benötigt man als sogenannten **Analysator** eine zweite Polarisationsfolie, die das Licht nach dem Durchgang durch einen Polarisator durchläuft. Stellt man die Durchlassrichtung des Analysators der des Polarisators parallel, so tritt das linear polarisierte Licht ungehindert hindurch.



Verdreht man den Analysator um einen Winkel j gegenüber dem Polarisator, so muss man den Schwingungsvektor a_0 der auftreffenden Welle (der Richtung und Amplitude der Schwingung beinhaltet) in zwei Komponenten $a_D = a_0 \cdot \cos j$ und $a_S = a_0 \cdot \sin j$ zerlegen (siehe Abbildung). a_S wird absorbiert. Die Amplitude des durchkommenden Lichts ist demnach a_D .

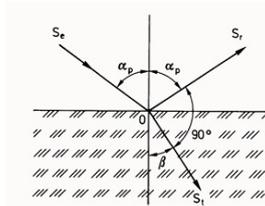
Die durchgelassenen Lichtleistung I_D ist, wie bei jeder Schwingung, **SC** proportional zum Amplitudenquadrat a_D^2 . Es gilt also:

$I_D = I_0 \cos^2 j$, wobei I_0 die einfallende Lichtleistung ist. Hinter dem Analysator bleibt das Licht also linear polarisiert, schwingt aber nun in Richtung D .

Beispiel Fällt unpolarisiertes Licht auf einen Polarisator, so lässt die Polarisationsfolie von jeder Welle die entsprechende Komponente durch. Daraus ergibt sich, dass im Mittel die halbe Leistung (also die halbe Intensität) des einfallenden Lichtes durchgelassen wird.

Erzeugung von linear polarisiertem Licht durch Reflexion

Wird unpolarisiertes Licht an der Grenzfläche zwischen zwei durchsichtigen Medien reflektiert, so ist das reflektierte Licht teilweise polarisiert.



Das Ausmaß der Polarisation hängt ab vom Einfallswinkel und von den Brechzahlen der beiden Medien. Hat der Einfallswinkel gerade einen solchen Wert, dass der reflektierte und der gebrochene Strahl aufeinander senkrecht stehen, so ist der reflektierte Strahl vollständig polarisiert. Diese Gesetzmäßigkeit entdeckte, auf experimentellem Wege, *David Brewster* im Jahre 1812. Der Einfallswinkel, bei dem das der Fall ist, wird Brewsterwinkel oder Polarisationswinkel α_p genannt. Aus der Abbildung ergibt sich in diesem Fall:

$$\alpha_p + \beta = 90^\circ$$

Für den Fall, dass der Übergang von Luft (Brechzahl $n_L \approx 1$) in ein Medium mit der Brechzahl n stattfindet, hat das Brechungsgesetz folgende Gestalt (siehe Kapitel „geometrische Optik“):

$$n = \frac{\sin \alpha_p}{\sin \beta}$$

Setzt man nun $\beta = 90^\circ - \alpha_p$ ein, so ergibt sich:

$$n = \frac{\sin \alpha_p}{\sin (90^\circ - \alpha_p)} = \frac{\sin \alpha_p}{\cos \alpha_p} = \tan \alpha_p$$

Für einen unter dem Winkel α_p einfallender Lichtstrahl gilt das

Gesetz

von Brewster

$$\tan \alpha_p = n$$
$$\alpha_p = \arctan n$$

Der Strahl ist nach der Reflexion an einem Medium mit der Brechzahl **n vollständig linear polarisiert.**

Erklärung der Polarisation

Die reflektierte Welle wird von den durch die ankommende Lichtwelle zu Schwingungen angeregten elektrischen Ladungen der Oberflächenatome im zweiten Medium abgestrahlt. Diese bilden Strahlungsdipole, die senkrecht zur Ausbreitungsrichtung der Welle im Glas (wir haben es ja mit Transversalwellen zu tun) und jeweils in Richtung des sie erregenden elektrischen Feldes schwingen. Sie können in ihrer Schwingungsrichtung keine Welle abstrahlen. Stehen nun reflektierter und gebrochener Strahl senkrecht aufeinander, so können die in Richtung des reflektierten Strahls schwingenden Atome des Mediums, zu dem Strahl nichts beitragen. Der reflektierte Strahl wird also nur von schwingenden Ladungen erzeugt, die sowohl senkrecht zum gebrochenen, als auch senkrecht zum reflektierten Strahl schwingen (in der Abbildung findet diese Schwingung also senkrecht zur Zeichenebene statt).

Beispiel Wegen der Polarisation von reflektiertem Licht schützen Sonnenbrillen mit Gläsern aus polarisierendem Material besonders gut vor zu grellem Licht. Licht, das von einer horizontalen Fläche reflektiert wird, etwa einer Wasseroberfläche oder einem Schneefeld, ist zu großen Teilen linear polarisiert. Polarisierende Sonnenbrillengläser absorbieren daher bei geeigneter Ausrichtung einen großen Teil des reflektierten Lichtes.

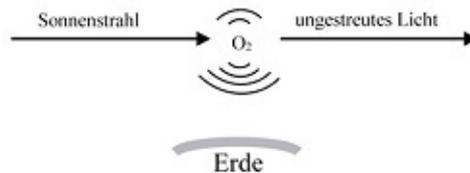
Ob eine Sonnenbrille polarisiert, lässt sich leicht feststellen. Man beobachtet durch sie einen reflektierten Lichtstrahl und dreht sie dann um 90° . Wird nun wesentlich mehr Licht durchgelassen, wirkt sie polarisierend.

Beispiel Beobachtet man durch eine Polarisationsfolie unter geeignetem Winkel eine Fensterscheibe, in der sich die Umgebung spiegelt, und die deshalb den Blick in den dahinterliegenden Raum verwehrt, so verschwindet die Spiegelung. Die Scheibe ist durchsichtig. Dreht man die Polarisationsfolie um 90° , ist die Spiegelung wieder sichtbar.

Polarisation durch Streuung

Dringt Licht durch ein Medium, so kann es an den Partikeln (z.B. Moleküle) im Medium gestreut werden. So wird zum Beispiel das Sonnenlicht von den

Molekülen der Luft gestreut (deswegen ist der Himmel blau). Da Licht eine transversale Welle ist, können die Luftmoleküle nur senkrecht zu den Sonnenstrahlen in Schwingung versetzt werden. Licht, das auf der Erde gesehen wird, muss aber von Molekülen gestreut werden, die dazu noch parallel zur Erdoberfläche schwingen. Das Licht, das senkrecht zu den Sonnenstrahlen gestreut wird, ist damit linear polarisiert.

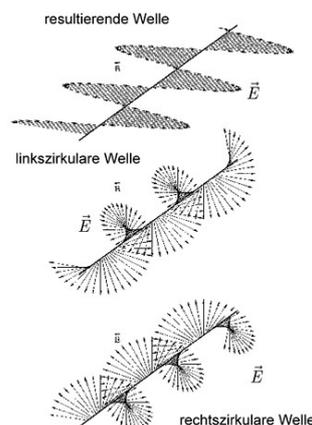


„Blick“ auf ein angeregtes, schwingendes Sauerstoffmolekül, das in Richtung des Betrachters blaues, polarisiertes Licht aussendet.

Zirkular polarisiertes Licht

Beispiel Regt man eine Seilschwingung dadurch an, dass man die Hand nicht nur auf und ab, sondern im Kreis bewegt, so läuft auf dem Seil eine Welle, die die Form eines Korkenziehers hat. Die Welle läuft schraubenlinienförmig von der Hand weg, während ein einzelner Massepunkt des Seils sich (wie die Hand) auf einer Kreisbahn (**zirkular**) bewegt. Eine solche Welle heißt **zirkular polarisiert**.

Der untere Teil der Abbildung zeigt mehrere Momentaufnahmen der Lage des \vec{E} -Vektors einer zirkular polarisierten elektromagnetischen Welle.



Im gezeigten Fall handelt es sich unten um eine **rechts-** und darüber um eine **linkszirkular** polarisierte Welle.

Da elektromagnetische Felder beliebig überlagert werden können, kann eine linear polarisierte Welle als Überlagerung einer links- und einer rechtszirkular polarisierten Welle dargestellt werden.

Dies ist in der Abbildung oben gezeigt. Die Vektorsumme der E -Vektoren der beiden zirkular polarisierten Wellen ergibt einen Vektor, der in einer Ebene hin- und herschwingt. Diese Überlegung spielt beim Verständnis der Saccharimetrie eine wesentliche Rolle.

Das funktioniert auch genau umgekehrt: Überlagert man zwei kohärente linear polarisierte Wellen gleicher Amplitude mit zueinander senkrechten Polarisationsrichtungen, so erhält man eine zirkular polarisierte Welle, wenn sich die Phasen der beiden Wellen um $\pm\pi / 2$ unterscheiden. Sie hat dieselbe Amplitude wie jede der beiden linear polarisierten Wellen.

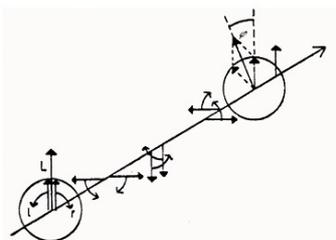
Haben die beiden zur Überlagerung beitragenden linear polarisierten Wellen unterschiedliche Amplituden, so erhält man *elliptisch* polarisiertes Licht.

Optische Aktivität

Einige Kristalle und viele Flüssigkeiten haben einen unterschiedlichen SC Brechungsindex für linkszirkular und rechtszirkular polarisierte Wellen. Man nennt sie **optisch aktiv**. Quarz ist ein Beispiel für einen optisch aktiven Kristall, Zuckerlösungen sind Beispiele für optisch aktive Flüssigkeiten.

Obwohl eine detaillierte Behandlung des Problems nur mit Hilfe der Quantenmechanik möglich ist, kann der Effekt zumindest anschaulich gemacht werden:

Lässt man linear polarisiertes Licht, das man sich, wie oben beschrieben, als Überlagerung einer links- und einer rechtszirkular polarisierten Welle vorstellt, auf ein Medium fallen in dem sich Moleküle befinden, die selbst einen Schraubensinn aufweisen, so ist es plausibel, dass je nachdem welcher Schraubensinn vorherrscht, links- und rechtszirkular polarisierte Wellen unterschiedliche Phasengeschwindigkeiten haben werden. Nach wie vor wird die Überlagerung der beiden Teilstrahlen linear polarisiertes Licht ergeben, aber je nachdem wie groß die relative Phasenänderung zwischen den beiden Strahlen ist (d.h. wie weit der eine Strahl dem anderen schon vorausgeeilt ist), wird sich die Polarisations Ebene um einen bestimmten Winkel geändert haben, wenn das Licht die optisch aktive Substanz wieder verlässt.



In obiger Abbildung hat die rechtsdrehende Welle (r) eine größere Ausbreitungsgeschwindigkeit als die linksdrehende (l). Folglich bildet sich zwischen den beiden zirkularen Wellen eine Phasendifferenz aus. Die aus beiden Wellen zusammengesetzte linear polarisierte Welle L liegt dann in einer Ebene, die um einen Winkel α aus der ursprünglichen Richtung herausgedreht ist.

Gesetz

Für den Drehwinkel α einer linear polarisierten Welle, die eine optisch aktive Lösung der Konzentration k und der Länge l durchlaufen hat, gilt:

$$\alpha = \alpha_0 \cdot l \cdot k$$

Dabei ist α_0 das **spezifische Drehvermögen** der verwendeten Substanz.

So wie der Brechungsindex hängt auch das spezifische Drehvermögen von der Lichtfrequenz ab. Licht unterschiedlicher Farbe erfährt also in optisch aktiven Substanzen eine unterschiedlich starke Drehung der Polarisationsebene. Diese Erscheinung heißt **Rotationsdispersion**.

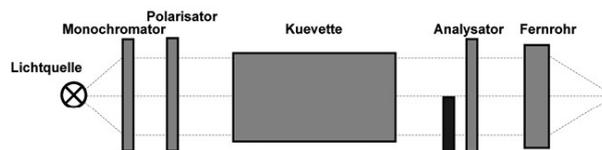
4.2 Messungen

Bei bekannter Lichtweglänge l kann man aus einem gemessenen Wert von α bei bekanntem spezifischem Drehvermögen α_0 auf die unbekannte Konzentration k schließen. Davon wird bei der **Saccharimetrie**, der Messung von Zuckerkonzentrationen, Gebrauch gemacht. Wie kann man die Drehung der Polarisationsrichtung messen?

Zunächst muss man sich mittels einer gewöhnlichen Lichtquelle, eines Polarisators und eines Farbfilters (um nicht durch die Rotationsdispersion gestört zu werden) monochromatisches linear polarisiertes Licht verschaffen. In einem Abstand von der Lichtquelle stellt man einen Analysator auf, dessen Drehwinkel an einer Winkelskala abgelesen werden kann. Nun wäre folgendes Vorgehen denkbar: Man stellt den Analysator auf minimale Intensität ein und notiert die zugehörige Winkelposition. Danach bringt man eine Küvette bekannter Länge zwischen Polarisator und Analysator. Wenn die Substanz in der Küvette die Polarisationsrichtung dreht, wird sich das Gesichtsfeld des Analysators aufhellen. Man verdreht den Analysator, bis wieder Dunkelheit herrscht. Der Verdrehungswinkel, die Differenz zwischen alter und neuer Winkelposition des Analysators, ist der gesuchte Drehwinkel α . Leider lässt sich die Lage eines Helligkeitsminimums nicht sehr genau feststellen. Das menschliche Auge ist wesentlich empfindlicher, wenn es darum geht Helligkeitsunterschiede festzustellen, als absolute

Helligkeitswerte zu registrieren. Deshalb wird in diesem Versuch (und auch in kommerziellen Saccharimetern) ein modifiziertes Verfahren, das sogenannte **Halbschattenverfahren**, angewendet.

Beim Halbschattenverfahren ist der Analysator in zwei Hälften geteilt, deren Polarisationsrichtungen sich um einen kleinen, festen Winkel unterscheiden. Statt auf minimale Intensität stellt man den Analysator nun auf gleiche Helligkeit (bzw. Dunkelheit) der beiden Gesichtsfeldhälften ein. Das ermöglicht wesentlich genauere Resultate. Untenstehende Abbildung zeigt den Aufbau eines Halbschatten-Saccharimeters. SC



Das Licht einer Glühlampe wird mit einem Interferenzfilter monochromatisch gemacht ($\lambda = 589 \text{ nm}$) und mit einem Polarisator linear polarisiert. Danach durchläuft es die Kuvette mit der zu untersuchenden Lösung. Der Halbschattenanalysator ist drehbar angeordnet. Der Drehwinkel kann auf einer Skala mit Nonius auf $1/10$ Grad genau abgelesen werden. Abgeglichen wird auf gleiche Helligkeit in der Nähe des jeweiligen Helligkeitsminimums in den beiden Gesichtshälften.

Messungen

- Bestimmung des Nullpunkts des Saccharimeters.
- Messung des Drehwinkels für je mindestens vier verschiedene Konzentrationen der in Praktikum vorhandenen Fruktose- und Glukoselösungen.
- Bestimmung des Drehwinkels von vier unbekanntem Proben.
- Bestimmung des Drehwinkels an einer Probe mit hoher Konzentration bei drei verschiedenen Wellenlängen, d.h. mit drei verschiedenen Farbfilttern. (Für diesen Versuchsteil stehen im Praktikum Saccharimeter ohne fest eingebauten Farbfilter zu Verfügung, in die verschiedene Filter eingesetzt werden können.)

Auswertung

- Erstellen Sie für die Proben bekannter Konzentration ein Diagramm, in dem Sie den Drehwinkel als Funktion der Konzentration auftragen. Ermitteln Sie aus der Steigung der Ausgleichsgeraden das spezifische

Drehvermögen j_0 für Glukose und Fruktose. (Die Länge der Küvetten, in denen sich die verschiedenen Lösungen befinden, beträgt 20 cm.)

- Mit diesen spezifischen Drehvermögen können nun Zuckerart und Konzentration der unbekanntenen Proben bestimmt werden.
- Untersuchen Sie anhand der gemessenen Drehwinkel bei verschiedenen Wellenlängen, ob es sich bei der hier vorliegenden Rotationsdispersion um normale oder anomale Dispersion handelt (d.h., ob der Drehwinkel mit steigender Frequenz größer oder kleiner wird).

Übungsaufgabe

Um wie viel Grad ändert sich die Polarisationsachse eines Laserstrahls beim Durchgang durch einer 8 cm langen Glasküvette mit einer 3%igen Lösung einer optisch aktiven Zuckerlösung, D-Fruktose, mit einem spezifischen Drehvermögen von $-0,885^\circ/\text{mm}$ pro Prozent? (212°)

5 Versuch: Mikroskop

5.1 Grundlagen

Motivation

Im Versuch zu den Linsengesetzen wurden die wesentlichen Gesetze der geometrischen Optik behandelt und wie man durch entsprechend geschliffene Linsen Bilder von Gegenständen entwerfen kann. Im Versuch über die Beugung des Lichtes wurden die wesentlichen Charakteristika der Wellenausbreitung des Lichts demonstriert und die daraus resultierenden Beschränkungen für die Abbildung durch Linsen. Mit dem Mikroskop soll nun ein optisches Instrument als Beispiel für die Anwendung der geometrischen Optik vorgeführt werden.

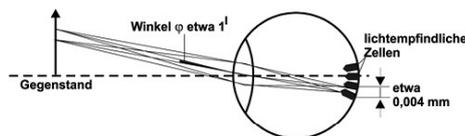
Zuerst wies wahrscheinlich G. Fracastoro (1538) darauf hin, dass man durch zwei Linsen alles vergrößert sieht. Allerdings erwähnt erst R. Hooke 1665 Mikroskope in der heute üblichen Form. Seitdem gehören Mikroskope zu den unentbehrlichen Geräten der Naturwissenschaft, da sie zum einen den Bereich der menschlichen Sinne wesentlich erweitern, zum anderen aber sehr einfach zu bedienen sind, da das entstehende Bild ein vergrößertes Abbild der mikroskopischen Struktur ist und selten besonders interpretiert zu werden braucht.

Auflösungsvermögen des menschlichen Auges

Wesentliche Bestandteile des menschlichen Auges sind eine Linse variabler Brennweite und die Netzhaut. Die Linse projiziert ein Bild auf die Netzhaut. In der Netzhaut sitzen lichtempfindliche Zellen, die Zapfen und die Stäbchen, deren Signale zuerst von den Nervenzellen der Netzhaut verarbeitet werden und dann über den Sehnerv ans Sehzentrum im Gehirn weitergeleitet werden.

Das Auflösungsvermögen des menschlichen Auges ist begrenzt. Zwei Objektdetails, die dem Auge unter einem Winkel von kleiner als $1'$ (einer Bogenminute = $1/60$ Grad) erscheinen, können nicht mehr als getrennte Punkte wahrgenommen werden. Die Erklärung dafür ist einfach. Am dichtesten stehen die Zapfen, die für das Scharfsehen verantwortlichen lichtempfindlichen Zellen, in der Netzhautgrube, der Stelle größter Bildschärfe. Dort beträgt ihr wechselseitiger Abstand etwa $4\ \mu\text{m}$. Werden zwei Strahlenbündel von der Augenlinse auf Punkte der Netzhaut fokussiert, deren Abstand weniger als diese $4\ \mu\text{m}$ beträgt, so treffen beide Strahlenbündel dieselben Sinneszellen auf der Netzhaut und können also vom Auge nicht mehr unterschieden werden. Dies ist dann der Fall, wenn der Winkel zwischen beiden Strahlenbündeln kleiner als eine Bogenminute ist (siehe Abbildung).

Details welcher Kleinheit wir noch an einem Gegenstand erkennen können, hängt also von der Größe des auf der Netzhaut entworfenen Bildes ab, bzw. davon welche Details uns gerade noch unter einem Winkel von etwa einer Bogenminute erscheinen.



Zwei ins Auge fallende Strahlenbündel, die unter einem Winkel von kleiner als einer Bogenminute gegeneinander geneigt sind, werden auf zwei Punkte auf der Netzhaut abgebildet, die weniger als $4\ \mu\text{m}$, dem durchschnittlichen Abstand der lichtempfindlichen Zellen, voneinander entfernt sind. Sie erregen deshalb die gleichen Sinneszellen und die Punkte, von denen sie ausgehen, können nicht voneinander unterschieden werden.

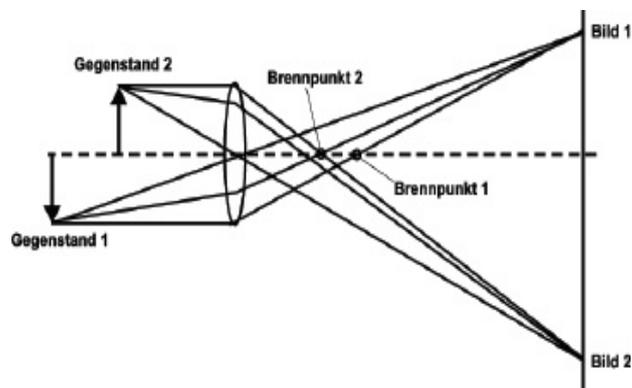
Wird der Gegenstand näher ans Auge gerückt, erscheinen kleinere Details als zuvor unter einem Winkel von einer Bogenminute (siehe untere Abbildung auf nächster Seite) und wir erkennen die Struktur des Gegenstandes deutlicher.

Sieht das Auge in die Ferne, so sind die **Ziliarmuskeln**, die die Linse ringförmig umschließen, entspannt, die Linse ist relativ schwach gewölbt und hat die größtmögliche Brennweite. Je näher sich ein Gegenstand befindet, desto stärker müssen sich die Ziliarmuskeln zusammenziehen, desto stärker

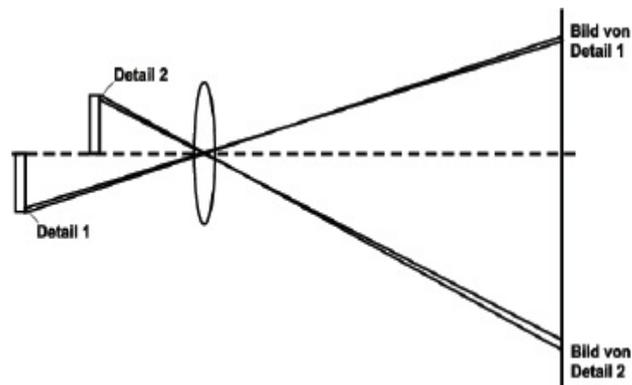
muss die Linse unter dem Druck der Muskeln gewölbt werden, um die für eine scharfe Abbildung nötige kürzere Brennweite zu erzielen (obere Abbildung auf nächster Seite). Die Fähigkeit des Auges, sich auf unterschiedliche Sehweiten einzustellen, nennt man **Akkommodation**.

Diese Fähigkeit geht nur bis zu einer minimalen Entfernung, dem **Nahpunkt**. Näherliegendes kann das Auge nicht mehr scharf sehen. Als Standard setzt man für den Nahpunkt eine Distanz von 25 cm und nimmt dies als **Bezugssehweite**. Der Nahpunkt ist allerdings personen- und insbesondere stark altersabhängig: Ein Kleinkind kann noch bis ca. 7 cm, ein Senior (ohne Brille) bis etwa 100 cm scharf sehen.

Wirkungsweise optischer Instrumente



Sollen nähere Gegenstände fokussiert werden, so passt das Auge die Linsenbrennweite an. Das ist anders als bei einer Kamera, in der der Abstand der Linse zum Film verändert wird!

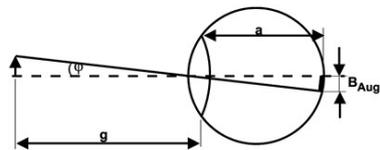


Je mehr man einen Gegenstand dem Auge nähert, desto größer wird das Netzhautbild, und desto feinere Details können deshalb aufgelöst werden.

Die Wirkungsweise optischer Instrumente beruht darauf, dass sie **MI** letztendlich ein größeres Bild eines Gegenstandes auf der Netzhaut erzeugen, als der Gegenstand selbst erzeugen kann. Dies geschieht durch den Entwurf eines vergrößerten virtuellen Bildes, das sich weiter als die Bezugssehweite vom Auge entfernt befindet und deshalb scharf gesehen werden kann (siehe die beiden nächsten Abbildungen).

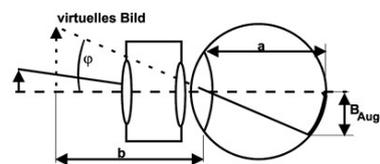
Um den Zugewinn an Erkennbarkeit feiner Details zu beurteilen, müssen wir die typische Sehsituation ohne das optische Instrument vergleichen mit der Sehsituation mit dem optischen Instrument. Die Detailvergrößerung, d.h. das Verhältnis der Größen der gerade noch erkennbaren Details in beiden Situationen, ist gleich dem Verhältnis der Größen der Netzhautbilder des Gegenstandes in beiden Situationen. Da die Größe des Netzhautbildes im wesentlichen bestimmt wird (siehe untere Abbildung auf nächster Seite) durch den Tangens des Winkels unter dem der Gegenstand bzw. sein virtuelles Bild erscheinen, definieren wir die **Detailvergrößerung** M_{Detail} eines optischen Instruments wie folgt:

$$M_{\text{Detail}} = \frac{\Delta x_{\text{feinstes Detail ohne Instrument}}}{\Delta x_{\text{feinstes Detail mit Instrument}}} = \frac{B_{\text{auf Netzhaut ohne Instrument}}}{B_{\text{auf Netzhaut mit Instrument}}} = \frac{\tan(\varphi_{\text{mit Instrument}})}{\tan(\varphi_{\text{typische Sehsituation ohne Instrument}})}$$



Ein Gegenstand, der dem Auge unter einem Winkel φ erscheint, wird in ein Netzhautbild der Größe $B_{\text{Auge}} \approx a \cdot \tan \varphi$ abgebildet.

Man sollte dabei beachten, dass es von der Art des optischen Instruments abhängt, um welche Situation es sich bei der typischen Sehsituation ohne Instrument handelt. Zum Beispiel dient das Teleskop dazu, entfernte Gegenstände, denen man sich nicht weiter nähern kann und die sich sehr weit entfernt befinden, zu vergrößern. Die normale Sehsituation ist also die eines sehr weit entfernten Gegenstandes. Dagegen dient eine Lupe oder ein Mikroskop dazu, einen Gegenstand, dem wir uns im Prinzip beliebig weit nähern können, zu vergrößern. Die typische Sehsituation mit der wir vergleichen müssen, ist also die, in der wir uns bereits mit bloßem Auge dem Gegenstand so weit genähert haben, dass wir möglichst feine Details erkennen, mindestens also auf die Bezugssehweite. Wir werden dies am Beispiel der **Lupe** vorführen.

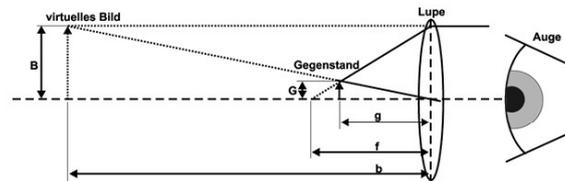


Optische Instrumente entwerfen virtuelle Bilder von Gegenständen, die dem Auge unter einem größeren Schwinkel erscheinen, als der Gegenstand in einer typischen Sehsituation ohne das optische Instrument. Es ergibt sich deshalb ein entsprechend größeres Netzhautbild, und zwar ist

$$\frac{B_{\text{Auge, mit}}}{B_{\text{Auge, ohne}}} = \frac{\tan(\varphi_{\text{mit}})}{\tan(\varphi_{\text{ohne}})}$$

Detailvergrößerung der Lupe

Will man einen Gegenstand mit der Lupe betrachten, so wird diese dicht vor das Auge gebracht und dem Gegenstand so weit genähert, dass sich dieser zwischen Brennpunkt und der Lupe befindet. Auf diese Weise wird der Gegenstand in ein virtuelles Bild abgebildet, das der Betrachter nun ansehen kann (nächste Abbildung).



Eine Lupe bildet einen nahen Gegenstand, der sich zwischen der Lupe und ihrem Brennpunkt befindet, in ein weiter entferntes virtuelles Bild ab.

Ohne Lupe hätte man den Gegenstand, um ihn möglichst genau zu erkennen, auf Bezugssehweite s an das Auge herangebracht. Der Tangens des Winkel j , unter dem der Gegenstand ohne Instrument erscheint, wäre dann:

$$\tan(\varphi_{\text{ohne optisches Instrument}}) = \frac{G}{s}$$



Der Tangens des Winkels, unter dem mit der Lupe das virtuelle Bild erscheint, ist dagegen (siehe obige Abbildung)

$$\tan(\varphi_{\text{mit Lupe}}) = \frac{B}{b}$$

Dabei hängen sowohl die Bildgröße B , als auch die Bildentfernung b von der Gegenstandsweite g ab und zwar mittels der Abbildungsgleichungen für Linsen:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{b} + \frac{1}{g}$$

mit f Linsenbrennweite, g Gegenstandsweite, b Bildentfernung und

$$M = \frac{B}{G}$$

mit G Gegenstandsgröße, B Bildgröße, M Abbildungsmaßstab, Lateralvergrößerung.

(Wir wollen dabei die Gegenstandsgröße G und die Brennweite f als fest gegeben betrachten – das einzige, was der Benutzer der Lupe dann noch frei variieren kann ist die Gegenstandsweite g .) Für die Detailvergrößerung der Lupe erhalten wir:

$$M_{\text{Detail, Lupe}} = \frac{\tan(\varphi_{\text{mit}})}{\tan(\varphi_{\text{ohne}})} = \frac{B \cdot s}{b \cdot G} = \frac{b \cdot s}{b \cdot g} = \frac{s}{g}$$

Es sieht nun auf den ersten Blick so aus, als könne man die Detailvergrößerung beliebig groß machen, indem man nur den Gegenstand nahe genug an die Lupe bringt. Wäre dem so, bräuchten wir keine Mikroskope und könnten den Versuch, um den es hier geht, vergessen. Man muss aber bedenken, dass auch das Bild wandert, wenn der Gegenstand verschoben wird. Aus den Abbildungsgleichungen erhält man:

$$b = \frac{1}{\frac{1}{f} - \frac{1}{g}}$$

Der Abstand des Bildes zur Lupe (der *Betrag* der Bildentfernung b) wird also immer kleiner, je kleiner die Gegenstandsentsfernung g wird. Je näher wir also versuchen, den Gegenstand an die Lupe heranzubringen, um immer feinere Details zu erkennen, desto mehr nähert sich das virtuelle Bild dem Auge. Wie schon oben erwähnt, können wir das Bild nicht fokussieren, wenn wir es näher als die Bezugssehweite s an das Auge heranbringen. Wir haben die obere Grenze für die Detailvergrößerung erreicht, wenn das Bild gerade die Bezugssehweite vom Auge entfernt ist. Feinere Details können aus rein *physiologischen* Gründen nicht mehr erkannt werden. Um die Vergrößerung für diesen Grenzfall zu ermitteln, drücken wir die Detailvergrößerung abhängig von der Bildweite, statt in Abhängigkeit von der Gegenstandsweite aus.

Aus den Abbildungsgleichungen erhalten wir die Gegenstandsentsfernung g als Funktion der Bildentfernung b :

$$g = \frac{bf}{b-f}$$

Einsetzen in die Gleichung für die Detailvergrößerung ergibt die Detailvergrößerung M_{Detail} abhängig von der Bildentfernung b :

$$M_{\text{Detail}} = s \left(\frac{1}{f} - \frac{1}{b} \right)$$

Die maximale Detailvergrößerung in dem besprochenen Grenzfall, wenn das Bild genau die Bezugssehweite vom Auge entfernt ist, d.h. $b = -s$ ist, ist also

$$M_{\text{Detail, max}} = \frac{s}{f} + 1$$

Am Rande möchten wir noch auf folgendes interessantes Phänomen aufmerksam machen. Wenn sich das Bild im Unendlichen befindet (d.h. der Gegenstand im Brennpunkt so weit entfernt ist, dass *gerade noch* ein virtuelles Bild entsteht) wird die Detailvergrößerung minimal. Sie ist aber trotzdem noch immer

$$M_{\text{Detail, min}} = \frac{s}{f}$$

Die mit einer Lupe erzielbare Vergrößerung kann also nur um 1 schwanken, egal wie wir diese Lupe halten. Für Lupen großer Brechkraft genügt als Näherungsformel:

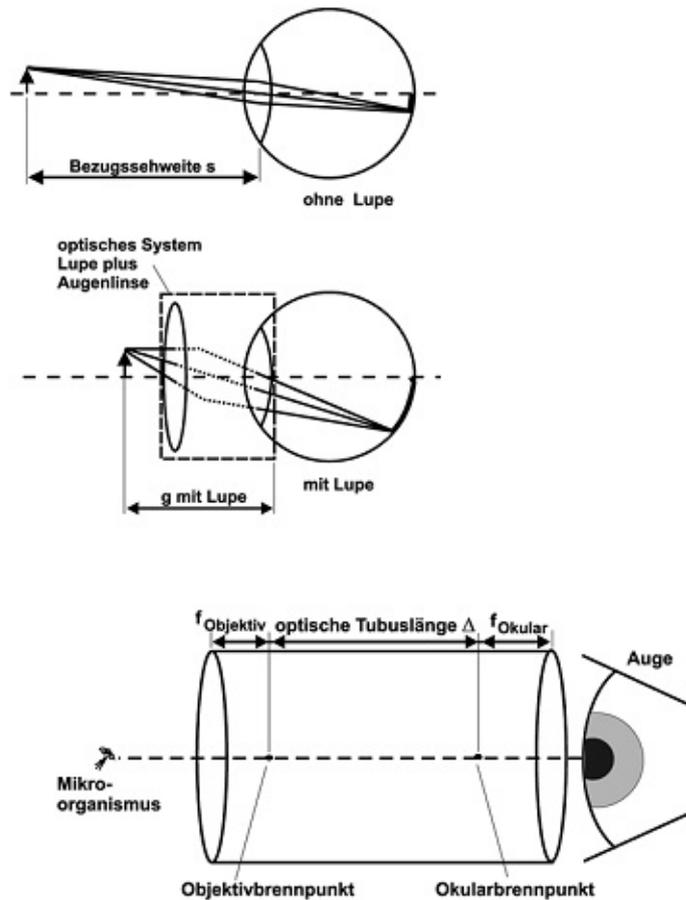
$$M_{\text{Detail}} \approx \frac{s}{f}$$

Zum Schluss sei auch noch einmal darauf hingewiesen, dass das Auflösungsvermögen des menschlichen Auges ohne Lupe, bzw. die Vergrößerung von Gegenständen mit der Lupe keineswegs aus *physikalischen*, sondern aus *physiologischen* Gründen begrenzt ist – deswegen, weil das

Auge nicht auf beliebig nahe Gegenstände mühelos fokussieren kann. Die Augenlinse kann ihre Brennweite nicht so stark verändern, dass auch Gegenstände scharf erscheinen, die sich näher als der Nahpunkt (~ 25 cm) am Auge befinden. In diesem Sinne *muss* die Lupe als eine Art Fokussierhilfe für das Auge betrachtet werden. Die Detailvergrößerung entspricht genau dem Verhältnis, um das der Gegenstand nun näher an das mit der Lupe bewaffnete Auge gebracht werden kann. Augenlinse und die Lupe zusammen bilden ein optisches System dessen Brennweite kleiner ist als die des Auges. Auf diese Weise können Gegenstände mühelos fokussiert werden, die viel näher als die Bezugssehweite an das Auge herangebracht wurden (siehe untenstehende Abbildung). So ist im obigen Fall, wenn die Bildweite genau die Bezugssehweite ist, die Gegenstandsweite nur noch

$$g = \frac{sf}{s-f} \approx f, \text{ für } f \ll s$$

Weiterhin bemerken wir, dass, wenn die Brennweite der Lupe nur klein genug ist, die Vergrößerungen der Lupe durchaus beachtlich sein können. Die ersten „Mikroskope“ van Leeuwenhoeks (1632–1723), mit denen er schon Pantoffeltierchen sehen konnte, waren nichts weiter als besonders starke und sorgfältig geschliffene Lupen in speziellen Halterungen (der Handhabung wegen). Lupen geringer Brennweite sind aber sehr schwierig zu schleifen und zu handhaben und deshalb sind, falls größere Vergrößerungen gewünscht sind, Mikroskope zweckmäßiger.



Die Lupe ist eine Art Fokussierhilfe für das Auge. Augenlinse und Lupe bilden zusammen ein optisches System mit einer kleineren Brennweite als der des Auges. So können auch Gegenstände, die dem Auge näher sind als der Bezugssehweite s entspricht, mühelos fokussiert werden.

Ein Mikroskop besteht im wesentlichen aus zwei Linsen – dem Objektiv und dem Okular – welche in einem festen Abstand in einem Rohr, dem Tubus, montiert sind.

Ein Mikroskop besteht im wesentlichen aus zwei Linsen – dem **Objektiv**, der dem Gegenstand (dem Objekt) zugewandten Linse, und dem **Okular**, der dem betrachtenden Auge (lat. oculus) zugewandten Linse – welche in einem festen Abstand in einem Rohr, dem **Tubus**, montiert sind (siehe obige Abbildung). Das Objektiv bildet das Objekt, welches sich vor dem Brennpunkt des Objektivs befindet, in ein vergrößertes reelles Zwischenbild ab, welches durch das Okular, wie durch eine Lupe, unter nochmaliger Detailvergrößerung betrachtet wird (siehe folgende Abbildung).

Im Prinzip ist sofort klar, dass die mit dem Mikroskop erzielbare MI Detailvergrößerung das Produkt aus dem Abbildungsmaßstab des Objektivs und der mit dem Okular erzielten Detailvergrößerung ist:

$$M_{\text{Detail Mikroskop}} = M_{\text{Abbildung, Objektiv}} \cdot M_{\text{Detail, Okular}}$$

Zu beachten ist, dass der Abbildungsmaßstab des Objektivs bei fest vorgegebener Tubuslänge Δ nicht beliebig variieren kann, da ja das reelle

Zwischenbild zwischen dem Okular und dem Okularbrennpunkt liegen *muss*, denn man sieht sich ja gewissermaßen das um ein Vielfaches vergrößerte Zwischenbild durch die Okularlupe an. Details sind im vergrößerten Zwischenbild entsprechend größer, und durch die Okularlupe können entsprechend noch feinere Details an diesem Zwischenbild erkannt werden, als dies bei Betrachtung des Zwischenbilds mit bloßem Auge der Fall wäre.

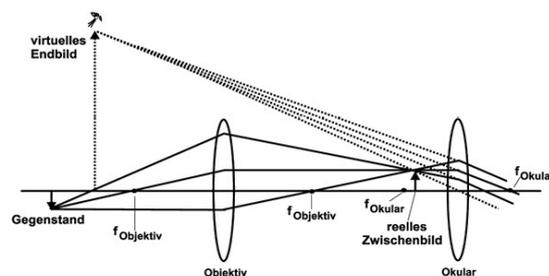
Die Detailvergrößerung des Okulars $M_{\text{Detail, Okular}}$ und der Abbildungsmaßstab des Objektivs $M_{\text{Abbildung, Objektiv}}$ hängen beide von der Position des Gegenstandes bzw. der des Zwischenbildes bzw. der des virtuellen Bildes ab. Die exakte Berechnung beider Größen, und damit die exakte Berechnung der Detailvergrößerung des Mikroskops, ist nicht ganz einfach. Wir wollen uns hier um der flüssigeren Argumentation willen die Ableitung ersparen und geben nur das Ergebnis an.

Der exakte Ausdruck für die Mikroskopvergrößerung abhängig von der Bildentfernung b lautet

$$M_{\text{Detail, Mikroskop}} = \frac{s \cdot \Delta}{f_{\text{Okular}} \cdot f_{\text{Objektiv}}} - \frac{s(\Delta - f_{\text{Okular}})}{f_{\text{Objektiv}} \cdot b}$$

Meist genügt jedoch folgende Näherung:

$$M_{\text{Detail, Mikroskop}} \approx \frac{s \cdot \Delta}{f_{\text{Okular}} \cdot f_{\text{Objektiv}}}$$



Das Objektiv bildet das Objekt, welches sich vor dem Brennpunkt des Objektivs befindet, in ein vergrößertes reelles Zwischenbild ab, welches durch das Okular wie durch eine Lupe betrachtet wird.

Maximale Auflösung des Mikroskops

Betrachtet man obige Gleichung für die Mikroskopvergrößerung so könnte man meinen, um jede beliebige Vergrößerung zu erzielen müsste nur die Tubuslänge Δ groß genug gemacht werden. Die Gleichung wurde aber hergeleitet, indem wir die Gesetze der *geometrischen* Optik anwandten. Diese beschreibt die Ausbreitung des Lichts, das ja ein Wellenphänomen ist, wie wir wissen, nicht vollständig richtig. Licht, das von einem Punkt des Objekts ausgeht, wird hinter der Linse nicht wieder exakt in einem Punkt gesammelt, wie es die geometrische Optik annimmt, sondern in Wahrheit an der

Objektivöffnung gebeugt, so dass sich in der Bildebene kein Bildpunkt als Bild des Objektpunktes ergibt, sondern ein kleines Scheibchen, welches **Beugungsscheibchen** genannt wird. Liegen zwei Bildpunkte nahe beieinander, so verschmelzen die Beugungsscheibchen miteinander, so dass beide Bildpunkte nicht mehr voneinander getrennt werden können.

Es hat keinen Sinn, die Vergrößerung des Mikroskops durch Verlängerung des Tubus über ein Maß hinauszutreiben, dass mit dem Auge noch Punkte des Zwischenbildes voneinander getrennt werden könnten (weil sie durch das Okular gesehen unter einem entsprechend großen Winkel erscheinen), die aber wegen dieser Beugungserscheinung schon vom Objektiv nicht mehr in getrennte Punkte abgebildet werden. Die maximale Vergrößerung, die gerade noch sinnvoll ist, wenn also die gerade vom Auge noch auflösbaren Details so groß sind, wie die kleinsten Details, die vom Mikroskop noch korrekt abgebildet werden, heißt die **förderliche Vergrößerung**. Wir können auch die förderliche Vergrößerung recht einfach berechnen. Sei etwa Δx die minimale Entfernung zweier Punkte, die vom Objektiv gerade noch getrennt abgebildet werden, dann haben diese Punkte im Zwischenbild die Entfernung $\Delta x_{\text{zwischen}}$:

$$\Delta x_{\text{zwischen}} = M_{\text{Abbildung, Objektiv}} \cdot \Delta x = \frac{\Delta}{f_{\text{Objektiv}}} \cdot \Delta x$$



Für den Tangens des Winkels, unter dem diese Punkte dem durch das Okular blickenden Auge erscheinen, erhalten wir:

$$\tan \varphi = \frac{\Delta x_{\text{zwischen}}}{f_{\text{Okular}}} = \frac{\Delta}{f_{\text{Okular}} f_{\text{Objektiv}}} \Delta x$$

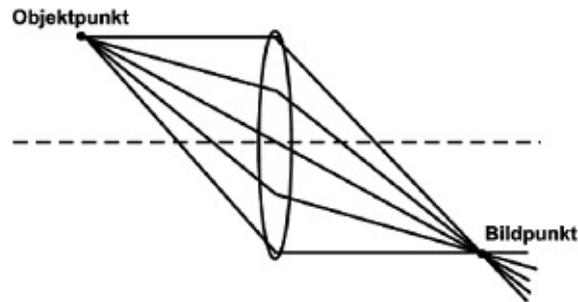
Daraus ergibt sich die Vergrößerung des Mikroskops in Abhängigkeit vom Winkel φ , unter dem die beiden Punkte dem Auge erscheinen:

$$M_{\text{Abbildung, Mikroskop}} = \frac{\Delta}{f_{\text{Okular}} f_{\text{Objektiv}}} = \frac{s \cdot \tan \varphi}{\Delta x}$$

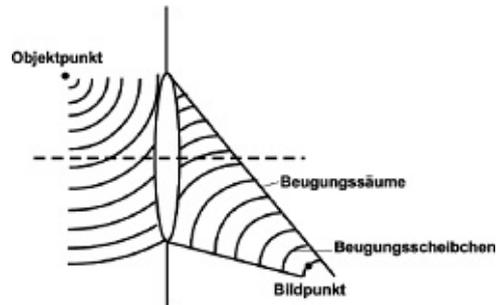
Die beiden Bildpunkte können vom Auge gerade noch getrennt wahrgenommen werden, wenn φ etwa $1'$ ist.

Die förderliche Vergrößerung ist also:

$$M_{\text{förderlich}} = \frac{s \cdot \tan 1'}{\Delta x} \approx \frac{3}{10000} \cdot \frac{s}{\Delta x}$$



In der geometrischen Optik wird vorausgesetzt, dass sich alle vom Objektobjekt ausgehenden Lichtstrahlen wieder in einem Punkt–dem Bildpunkt–hinter der Linse treffen.



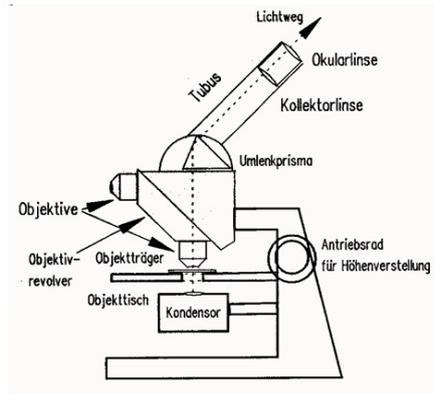
In Wahrheit ist Licht ein Wellenphänomen. Die Welle wird an der Objektivöffnung gebeugt und läuft nicht mehr exakt in einem Punkt zusammen, sondern bildet ein Beugungsscheibchen in der Bildebene.

Ernst Abbe (1840–1905) erkannte, dass die Begrenzung des Auflösungsvermögens durch Beugungseffekte von zwei Größen abhängt. Zum einen von der **numerischen Apertur** $NA = \sin \Theta_{\max}$ mit Θ_{\max} dem maximalen Winkel eines Lichtstrahls, der noch das Objektiv passieren kann, und zum anderen von der Frequenz ν des Lichtes. Es gilt

$$\frac{1}{\Delta x} \sim NA \cdot \nu.$$

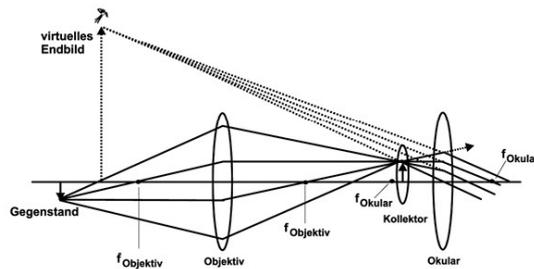
Technische Realisierungen von Mikroskopen

Wir haben uns bis hierher stark vereinfachend ein Mikroskop als ein Metallrohr mit zwei Linsen vorgestellt. Dies war ausreichend, um die prinzipielle Funktionsweise eines Mikroskops zu verstehen und Ausdrücke für die Berechnung der Vergrößerung herzuleiten, aber in Wirklichkeit gehört noch einiges mehr zu einem wirklich handhabbaren Mikroskop (siehe Abbildung).



Aufbau eines Durchlichtmikroskops

- **Objektisch** und Höhenverstellung sind selbstverständlich und auf **MI** Antrieb verständlich.
- Verschiedene Objektive befinden sich in einer drehbaren Halterung, dem **Objektivrevolver**, mit Hilfe dessen sie wahlweise in den Lichtweg gedreht werden können – so können Objektive und Vergrößerungsstufen schnell und bequem gewechselt werden.
- Je nach Art des Mikroskops gibt es Beleuchtungseinrichtungen der verschiedensten Arten. Der **Kondensator** dient in **Durchlichtmikroskopen** zur elektrischen Beleuchtung des Objekts von unten. Andere Mikroskoparten beleuchten das Objekt von oben (**Auflichtmikroskop**) oder mit UV-Licht (**Fluoreszenzmikroskop**).
- Bei den meisten modernen Mikroskopen befindet sich zwischen Objektiv und Okular ein Umlenkprisma. Dadurch kann der Objektisch waagrecht bleiben, der Tubus aber eine ergonomischere Neigung – gerade für die Bedienung im Sitzen – erhalten.
- Zudem sind Objektiv und Okular zumeist keine einzelnen Linsen, sondern ganze Linsensysteme. Beim Objektiv werden verschiedene Linsen kombiniert, um Farbfehler zu kompensieren, und eine größere Vergrößerung zu erreichen, als mit einer einzelnen Linse möglich wäre. Beim Okular wird in den Brennpunkt der eigentlichen Okularlinse (oder, genauer, an die Position des Zwischenbildes) eine weitere Linse, **Kollektorlinse** genannt, eingefügt. Diese Linse ändert nichts am eigentlichen Zwischenbild, sondern knickt nur die aus dem Zwischenbild heraustretenden Strahlenbündel (siehe folgende Abbildung) zur Achse hin um. Der Effekt ist letztendlich der, dass das ganze sichtbare Bildfeld, das vorher deutlich am Rand abgeschattet (vignettiert) war, ausgeleuchtet wird. Zumeist ist die Kollektorlinse mit der eigentlichen Okularlinse in einem Gehäuse zusammengefasst.



Die Kollektorlinse knickt die aus dem Zwischenbild heraustretenden Strahlenbündel zur Achse hin um. Dadurch wird das ganze sichtbare Bildfeld, das vorher deutlich vignettiert war, ausgeleuchtet.

5.2 Aufgaben

Vorbereitungen

Konstruieren Sie, um Ihr Verständnis zu überprüfen, den Strahlengang eines Mikroskops auf Millimeterpapier. Nehmen Sie als Gegenstands Entfernung die eineinhalbfache Objektivbrennweite. Die Wahl einer geeigneten Objektivbrennweite, Okularbrennweite, Tubuslänge und Gegenstandsgröße ist Ihnen freigestellt. Die Zeichnung sollte etwa die Größe einer DIN-A4-Seite im Querformat haben. Vielleicht sollten Sie deshalb vorher anhand einer Skizze mit der Abbildungsgleichung abschätzen, welche Brennweiten, Linsenabstände und Gegenstandsgröße Sie günstigerweise wählen.

Messungen und Auswertung

Warnung: Senken Sie den Tubus nie ab, solange Sie durch das Okular blicken, sondern nur bei gleichzeitiger seitlicher Beobachtung des Abstandes von Objektiv zu Objekt, ansonsten zerbrechen Sie leicht den Objektträger oder das Objekt.

Scharfstellen sollten Sie also, indem Sie den Tubus unter den genannten Vorsichtsmaßnahmen ganz nach unten drehen (ohne das Objekt zu zerstören!) und dann, während Sie in das Okular blicken, nur nach oben bewegen.

Funktion der Kollektorlinse

Im Versuchsmaterial befindet sich ein Okular (für alle Gruppen **MI** zusammen) mit herausnehmbarer Kollektorlinse. Lassen Sie sich vom Assistenten anhand dieses Okulars demonstrieren, wie sich die Ausleuchtung des Bildfeldes bei herausgenommener Kollektorlinse ändert, dass der sichtbare Teil des Bildes jedoch unverändert bleibt.

Messung der Objektiv- und der Gesamtvergrößerung

Für die beiden vorhandenen Objektive soll die Vergrößerung des Mikroskops abgeschätzt werden. Das ist naturgemäß ein heikles und ungenaues

Unterfangen, da wir bei der Definition der Mikroskopvergrößerung mit der Bezugssehweite operiert haben. Eine Festlegung auf 25 cm für diese ist äußerst willkürlich, da sie in Wahrheit von Mensch zu Mensch subjektiv schwankt. Abgesehen von diesen Vorbehalten geht es hier wieder darum, die Sehsituation ohne Instrument und die mit Instrument zu vergleichen. Uns interessiert die Frage, um einen wievielfach größeren Winkel (bzw. Tangens desselben) uns ein Mikroobjekt mit Mikroskop erscheint.

Legen Sie zu diesem Zweck einen Objektmikrometer mit Teilstrichabstand 0,05 mm auf den Objektisch. Blicken Sie nun, nachdem Sie scharfgestellt haben, mit dem einen Auge ins Okular. Neben das Mikroskop halten Sie in Bezugssehweite (das sind 25 cm Abstand) einen Maßstab mit Millimeterteilung. Diesen sehen Sie mit dem anderen Auge an, so dass Sie gleichzeitig beide Skalen sehen. Stellen Sie nun fest, wie viele Intervalle des Maßstabs unter dem Mikroskop Ihnen so groß erscheinen, wie eine bestimmte Anzahl von Millimetern, indem Sie das Millimetermaß so halten (ohne den Abstand zu verändern), dass die Bilder beider Skalen übereinander liegen. Nehmen wir an, es fielen b Teilstriche des Objektmikrometers auf a Millimeter. Dann können wir nun die Vergrößerung des Mikroskops berechnen.

Die Länge $b \cdot 0,05$ mm ist unsere Gegenstandsgröße und wir erhalten für den Sehwinkel ohne Instrument:

$$\tan(\varphi_{\text{ohne}}) = \frac{G}{s} = b \cdot \frac{0,05 \text{ mm}}{25 \text{ cm}}.$$

Mit dem Mikroskop erscheint uns diese Länge aber unter demselben Winkel wie a mm in einem Abstand von 25 cm. Wir erhalten also für den Sehwinkel mit Mikroskop:

$$\tan(\varphi_{\text{mit}}) = \frac{a \text{ mm}}{25 \text{ cm}}.$$

So ergibt sich für die Gesamtvergrößerung des Mikroskops:

$$M_{\text{Detail, Mikroskop}}^{\text{gemessen}} = \frac{\tan(\varphi_{\text{mit}})}{\tan(\varphi_{\text{ohne}})} = 20 \cdot \frac{a}{b}.$$

Weiterhin soll die Vergrößerung der einzelnen Objektive direkt gemessen werden. Zu diesem Zweck existiert unter dem Experimentiermaterial ein Tubuseinsatz, der an der Stelle des Zwischenbildes eine Mattscheibe mit eingezeichnetem Maßstab hat und eine Lupe, um die Mattscheibe zu betrachten. Setzen Sie diesen Einsatz anstelle des Okulars ein, und messen die Größe des Zwischenbildes aus, wobei Sie als Objekt wieder eine Anzahl von Teilstrichen des Objektmikrometers nehmen. Die Vergrößerung der Objektive ergibt sich als der Abbildungsmaßstab

$$M_{\text{Abbildung, Objektiv}} = \frac{Z}{G}$$

mit: Z = Größe des Zwischenbildes

G = Größe des gewählten Mikrometerintervalls

Führen Sie also bitte folgende Messungen durch:

- Messen Sie die Gesamtvergrößerung nach ersterer Methode für das Okular x 10 und das Objektiv 1.
- Messen Sie die Gesamtvergrößerung nach ersterer Methode für das Okular x 10 und das Objektiv 2.
- Messen Sie nach letzterer Methode die Vergrößerung von Objektiv 1.
Messen Sie nach letzterer Methode die Vergrößerung von Objektiv 2.

Anwendung: Dickenmessung von vier Drähten

Es soll nun als Beispiel einer messenden Anwendung des Mikroskops die **MI** Dicke von vier Drähten gemessen werden. Zu diesem Zweck befindet sich in den Okularen an der Stelle des Zwischenbildes eine Skala. Diese erscheint also zugleich mit dem Objekt scharf. Vor der Anwendung *muss* sie geeicht werden, d.h. Sie müssen feststellen, wie viele Skalenteile dieser Skala welcher Entfernung auf dem Objektträger entsprechen. Dazu legen Sie wieder das Objektmikrometer auf und vergleichen beide Skalen. Mit dieser Information können Sie jetzt mit der Okularskala vorgenommene Messungen aus Skalenteilen in Millimeter umrechnen. Führen Sie also bitte folgende Messungen durch:

- Eichen Sie das Okularmikrometer für das weniger stark vergrößernde Objektiv nach obiger Methode. Geben Sie an, wie viele Millimeter auf dem Objektträger ein Skalenteil sind.
- Messen Sie die Dicken der vier auf einem Objektträger befindlichen Drähte. Sie können auch alternativ eines der anderen unter dem Versuchsmaterial befindlichen Präparate vermessen (dann aber mit Skizze von dem, was Sie sehen und eingetragenen Maßen). Geben Sie bitte Ihre Messungen in Skalenteilen und in Millimeter an.

Auswertung

Nach der Abbildungsgleichung ist die Brennweite einer Linse

$$f = \frac{1}{1/g + 1/b} = \frac{b}{b/g + 1} = \frac{b}{M_{\text{Abbildung}} + 1}$$

Bei den verwendeten Mikroskopen befinden sich die Zwischenbilder in 18 cm Entfernung vom Objektiv. Mit dieser Information können Sie aus den gemessenen Vergrößerungen die Objektivbrennweiten berechnen.

- Berechnen Sie die Brennweiten beider Objektive.
- Berechnen Sie die Gesamtvergrößerung des Mikroskops. Dabei ist die Okularvergrößerung zu 10fach vorgegeben (Aufdruck am Okularrand!). Vergleichen Sie die so erhaltenen Werte mit Ihrer direkten Messung der Gesamtvergrößerung. Versuchen Sie die Abweichungen zu rechtfertigen.

¹¹ Eigentlich Willebrord Snel van Rojen (1580–1626).

6 Atom- und Kernphysik

- Atommodell, Quantisierung der Energie, Franck-Hertz-Versuch
- Röntgenstrahlung, Lambert-Beersches Gesetz
- Ionisierende Strahlung und ihre physiologische Wirkung
- Aufbau der Atomkerne
- Radioaktivität, Zerfallsreihen

1 Franck-Hertz-Versuch

1.1 Atommodelle

Die Atomhypothese wurde erstmals im fünften Jahrhundert vor der christlichen Zeitrechnung von einigen Naturphilosophen des antiken Griechenlands (z.B. **Demokrit**¹) formuliert.

Doch erst in der zweiten Hälfte des 19. Jahrhunderts setzte sich die Auffassung allgemein durch, dass die chemischen und physikalischen Eigenschaften von Stoffen durch die unterschiedlichen Eigenschaften und die Vielfalt der Atome hervorgebracht werden.

Antike Atomistik

Die Atomistik hat sich aus folgender Überlegung Demokrits entwickelt: Durch fortlaufende Teilung eines Apfels erhält man zwei Hälften, vier Viertel, usw. Gibt es eine Grenze der Teilbarkeit, so dass die kleinsten Teile nicht mehr die Eigenschaft „Apfel“ tragen?

Diese Teile benannte Demokrit als ‚Atome‘ und schrieb ihnen einfache geometrische Gestalt und Unveränderlichkeit zu. Von ihnen sollte es unendlich viele Sorten geben.

Im Mittelalter setzten sich in Europa unter dem Einfluss der katholischen Kirche die Lehren von **Aristoteles**² und **Platon**³ durch, die beide Anhänger der Vierelementelehre waren, welche besagt, dass Feuer, Wasser, Luft und Erde die vier Urelemente sind, aus denen alles zusammengesetzt ist.

Den vier Urelementen fügte Aristoteles noch ein Fünftes hinzu, den **Äther**. Die Äthertheorie konnte erst 1905 durch die von Einstein⁴ im Zusammenhang mit der speziellen Relativitätstheorie gegebene Interpretation des Michelson⁵-Morley⁶-Experiments widerlegt werden.

Entwicklung des modernen Atommodells

Als das Experiment Einzug in die Naturwissenschaften hielt, konnten Aussagen qualitativ und quantitativ überprüft werden. Das gab den Naturwissenschaftlern ein Werkzeug an die Hand, die Natur zu erkunden. Im Verlauf der Zeit entdeckten die Wissenschaftler das Gesetz der Massenerhaltung, die Gasgesetze (um 1660), das Gesetz der kinetischen Wärmetheorie (um 1842) u.v.m., die sich schwerlich mit der Vierelementelehre deuten ließen.

Ein Modell, das jedoch all diese Gesetzmäßigkeiten erklären konnte, war das **Dalton⁷-Atommodell**, das von 1807–1904 Bestand hatte. Es besagt, dass das Atom eine kleine, gleichmäßig mit Masse erfüllte, vollkommen elastische Kugel ist.

Man besann sich dabei nicht etwa auf die antike Atomvorstellung, sondern man entwickelte diese unabhängig davon neu. Die antike Vorstellung war damals schnell in Vergessenheit geraten.

Was das Dalton-Modell jedoch nicht erklären konnte, waren die elektrischen Eigenschaften bestimmter Stoffe. Dies verlangte eine Modifizierung der Atomvorstellung, die unter dem Namen **Thomson⁸ - Atommodell** von 1904–1911 galt.

Das Atom wird nun als Kugel aus elastischer positiver Masse angesehen, in die negative Elektronen eingelagert sind und die durch elektrostatische Kräfte an bestimmte Ruhelagen gebunden sind.

Damit konnte nun der Leitungsmechanismus erklärt werden, sowie die Reibungselektrizität, der glühelektrischer Effekt und der Photoeffekt.

Aber 1911 als **Lenard⁹** und **Rutherford¹⁰** ihre Streuexperimente machten, in denen sie Metallfolien mit Elektronen bzw. α -Teilchen beschossen und untersuchten wie die „Geschosse“ gestreut werden, stellten sie fest, dass das Atom praktisch leer sein müsse, da die meisten Elektronen und α -Teilchen ungehindert durch das Atom hindurchgingen, aber ein kleiner Prozentsatz massiv abgelenkt wurde. Das Atom konnte also nicht homogen mit Masse erfüllt sein.

Das führte 1911 zum **Rutherford-Atommodell**, das fast die ganze Masse in den positiv geladenen Kern und die negativen, leicht beweglichen Ladungen in die Hülle verlegte, die dort durch elektrostatische Kräfte gehalten werden. Dabei beträgt der Kerndurchmesser ca. 10^{-15} m und der Hüllendurchmesser, also der Durchmesser des Atoms, ca. 10^{-10} m. Das große Problem bei diesem Atommodell war es, dass laut den Gesetzen der klassischen Physik das Atom nicht mehr stabil ist, denn bewegen sich Ladungen beschleunigt (wie z.B.

Elektronen auf Kreisbahnen), so strahlen diese Energie ab, was dazu führt, dass sie langsamer werden und der Bahndurchmesser abnimmt, was im Atom unweigerlich dazu führen würde, dass die Elektronen auf den Kern stürzten.

Dem half Niels Bohr¹¹ 1913 ab. Er schrieb intuitiv den Elektronen strahlungslose feste Kreisbahnen vor und gab auch den Radius ihrer Bahnen an. Jeder Bahn entsprach eine bestimmte Energie. Beim Wechsel der Bahnen muss also Energie zugeführt werden oder es wird Energie frei. Dies wurde in den beiden **Bohrschen Postulaten** festgehalten, die auch heute noch gelten.

1. Der Drehimpuls der Elektronen auf ihren Bahnen ist ein ganzzahliges Vielfaches des „Elementardrehimpuls“ \hbar (gesprochen: „h quer“):

$$m \cdot n \cdot r = n \cdot \hbar$$

FH

Damit ist der Radius r der Bahnen festgelegt.

2. $\Delta W = W_+ - W_-$, dabei ist $W_{+/-}$ die Energie der Elektronen auf der höheren/niederen Bahn. Beim Übergang von der höheren auf die niedere Bahn wird die Energie ΔW in Form elektromagnetischer Strahlung der Frequenz n (oder f) frei, für die gilt:

$$\Delta W = h \cdot \nu = h \cdot f.$$

Definition

h ist dabei die **Plancksche Konstante**¹², die den Wert $h = 6,6262 \cdot 10^{-34} \text{ Js} = 4,1357 \cdot 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s}$ trägt.

Man setzt außerdem noch $\hbar = \frac{h}{2\pi}$.

Dadurch war, wenn auch ohne zwingende Erklärung, die Stabilität der Atome erklärt, außerdem konnten die einfachen Linienspektren als Übergänge zwischen Bahnen gedeutet und die ungefähren Atomenergien berechnet werden. So konnten z.B. die Energieniveaus des **Wasserstoffatoms**, das aus einem Proton im Kern und einem Elektron in der Hülle besteht, bereits durch das Bohrsche Atommodell recht genau berechnet werden. Die Untersuchungsergebnisse genauerer spektroskopischer Untersuchungen konnten aber erst durch die Quantenmechanik exakt beschrieben werden.

Quantenmechanik

Die 1920er Jahre waren eine Blütezeit der Physik. Innerhalb weniger Jahre fügten sich experimentelle und theoretische Erkenntnisse zu einem großartigen Puzzle zusammen und ergaben eine völlig neue Physik, die Quantenphysik. Sie erlaubt es mit der Genauigkeit, mit der man bis dato Planetenbahnen berechnet hatte, nun **Aufenthaltswahrscheinlichkeiten** von

mikroskopischen Teilchen, z.B. Elektronen in den Atomhüllen, zu bestimmen und ihre diskreten Energieniveaus vorherzusagen.

Es zeigte sich, dass sich die Elektronen im Atom in **Schalen** um den Kern gruppieren. Mit zunehmender Kernladungszahl werden die Schalen sukzessive von den innersten beginnend besetzt. Ist eine Schale komplett gefüllt, so ergibt sich eine besonders stabile **Elektronenkonfiguration**. Edelgase haben eine solche Konfiguration und zeigen dies durch ihr chemisch inertes Verhalten.

Ist die äußere Schale nur mit wenigen oder gar nur mit einem Elektron besetzt, so spricht man von **Valenzelektronen**. Sie können relativ leicht in höhere Schalen angehoben oder sogar ganz vom Atom getrennt werden.

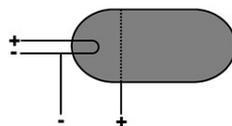
1.2 Experimentelle Bestätigung des 2. Bohrschen Postulats

Durch das von Franck und Hertz 1913 erstmalig durchgeführte Experiment (1925 mit dem Physik-Nobelpreis ausgezeichnet), wurde das Zweite Bohrsche Postulat im Versuch bestätigt.

Ihre Überlegung war folgende: Stellt man Atomen ein ganzes kontinuierliches Energiespektrum zur Verfügung, so „greifen“ sie sich nur ganz bestimmte Energien heraus, nämlich solche, die gerade dem energetischen Abstand zweier Bahnen entsprechen.

Wie Franck und Hertz dies realisierten, soll nun Schritt für Schritt dargestellt werden.

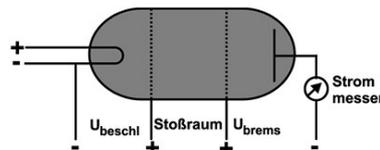
Die Grundidee ist, Elektronen fester bekannter Energie mit Atomen (in unserem Fall Quecksilber) stoßen zu lassen. Ist die Elektronenenergie genügend hoch, geben sie einen Teil ihrer Energie an das Quecksilber ab. Werden die Elektronen nach dem Stoß abgesaugt und deren Restenergie bestimmt, so kann der Energieverlust bestimmt werden, der dann zusätzlich als **Anregungsenergie** im Quecksilberatom steckt.



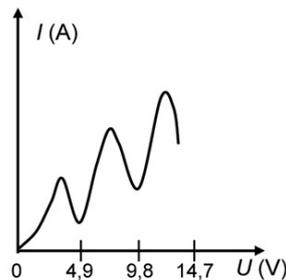
Zentrales Bauteil dieses Versuches ist ein evakuierter Glasbehälter, in dem etwas Quecksilber ist. Quecksilber ist bei Raumtemperatur flüssig, deshalb wird der Glasbehälter geheizt, bis das Quecksilber zum Teil verdampft. Daher nennt man diese Apparatur auch „Franck-Hertz-Ofen“.

Durch Heizen einer Kathode werden aus dem Metall der Kathode Elektronen herausgelöst (glühelektrischer Effekt). Um diesen Elektronen eine bestimmte Energie zu geben, werden sie in einem elektrischen Feld zwischen Kathode und Anode beschleunigt. Das elektrische Feld wird dadurch erzeugt, dass man zwischen Kathode und Anode (gestrichelt) eine Spannung anlegt.

Nach der Beschleunigungsphase stoßen die Elektronen mit den Quecksilberatomen und geben unter Umständen einen Teil ihrer Energie ab.



Um nun festzustellen, welche Energie die Elektronen nach dem Stoß noch besitzen, bedient man sich eines Tricks:



Man lässt die Elektronen gegen ein elektrisches Bremsfeld anlaufen, d.h. es ist so gepolt, dass die Elektronen beim Durchgang gebremst werden. Ist ihre Energie noch genügend groß, können sie den gesamten Bremsraum durchlaufen und werden am Ende abgesaugt und ergeben dann einen Stromstoß. Ist ihre Energie zu gering, können sie nicht gegen das gesamte Feld anlaufen und werden somit auch nicht detektiert. Nimmt man den Stromverlauf in Abhängigkeit von der Beschleunigungsspannung $U_{\text{beschl.}}$ auf, so erhält man nebenstehendes Diagramm. Für niedere Beschleunigungsspannungen ist die Energie der Elektronen noch zu gering, als dass sie einen Teil ihrer Energie an ein Quecksilberatom abgeben könnten, aber auch noch zu gering, um gegen das Bremsfeld anzulaufen. Das heißt, der Strommesser detektiert nur einen kleinen Strom.

Bis zu einer Beschleunigungsspannung von rund 4,9 V nimmt der Strom stark zu, was bedeutet, dass viele Elektronen am Strommesser ankommen. Die Energie war also noch zu gering, um Quecksilber anzuregen. Erst ab 4,9 V erleidet der Strom einen starken Einbruch. Jetzt hat ein großer Teil der Elektronen so mit Quecksilberatomen gestoßen, dass die Elektronen einen

Teil ihrer Energie abgegeben haben, um im Quecksilberatom Elektronen auf eine höhere Bahn zu heben.

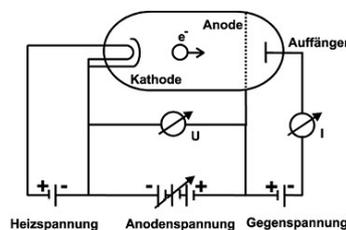
Nun beginnt das ganze wieder von vorn. Mit wachsender Energie können wieder Elektronen mit Quecksilber stoßen, haben aber dann noch genügend Energie um gegen das Bremsfeld anzulaufen. Ist die Elektronenenergie so groß, dass die Elektronen zwei Quecksilberatome anregen können, nimmt der Strom wieder ein Minimum an.

Aus dem Abstand der Stromminima kann man ablesen, welcher Energiedifferenz der Abstand zweier Bohrscher Bahnen im Quecksilberatom entspricht.

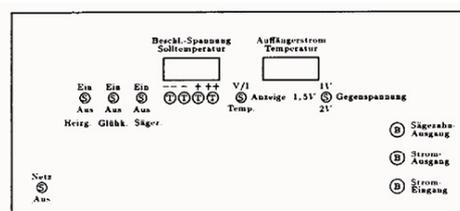
Dieser Versuch zeigt also, dass Quecksilberatome immer nur eine feste Energie aufnehmen können. Diese entspricht rund 4,9 eV. (1 eV ist diejenige Energie, die ein Elektron erhält, wenn es eine Spannung von 1 V durchläuft. Umgerechnet ergibt dies $1,6022 \cdot 10^{-19}$ J). Das bedeutet, ein anfangs ruhendes Elektron muss zuerst eine Spannung von 4,9 V durchlaufen, damit es genügend Energie erhält, um bei einem Stoß mit einem Quecksilberatom ein Quecksilber-Elektron in die nächsthöhere Bahn anzuheben.

1.3 Versuchsdurchführung

Der Versuchsaufbau sieht folgendermaßen aus:



Wie oben beschrieben, stellen sich hier die drei Stromkreise Heizkreis, Beschleunigungskreis und Detektierkreis dar. Gesteuert wird der Franck-Hertz-Ofen von einem Gerät, dessen Frontplatte folgende Elemente enthält:



Ganz links unten befindet sich der Netzschalter, der die ganze Apparatur mit Strom versorgt. Mit den drei EIN/AUS-Kippschaltern lässt sich von links nach rechts die Heizung, die Glühkathode und die Sägezahnspannung zu- bzw. abschalten. Mit dem Kippschalter „Anzeige“ in der Mitte der Frontplatte

lässt sich die linke Siebensegmentanzeige umschalten zwischen Temperatur oder Beschleunigungsspannung. Steht dieser Kippschalter auf „U/I“ zeigt die linke Anzeige die Beschleunigungsspannung an, die Rechte den Auffängerstrom, der ja ein Maß dafür ist, wie viele Elektronen detektiert wurden bei einer bestimmten Gegenspannung. Am rechten Kippschalter kann die Gegenspannung variiert werden zwischen 1 V, 1,5 V und 2 V.

Stellt man den mittleren Kippschalter auf „TEMP“, so zeigt die linke Anzeige die Solltemperatur an, die Rechte die Isttemperatur. Die Solltemperatur lässt sich ebenso wie die Beschleunigungsspannung an den Knöpfen, die mit —, -, +, ++ gekennzeichnet sind, einstellen. Die beiden oberen BNC-Buchsen „Sägezahnausgang“ und „Stromausgang“ werden später mit dem Oszilloskop verbunden.

Wichtig: Bevor die Aufgaben durchgeführt werden können, muss sich die Temperatur des Franck-Hertz-Ofens stabilisiert haben. Da dies ca. 30 Minuten dauert, empfiehlt es sich, den Ofen bereits zu Beginn des Testates einzuschalten und auf eine Temperatur von 170 °C einzustellen. (Kippschalter „Heizung“ auf EIN, Kippschalter „Anzeige“ auf TEMP, 170 °C einstellen mit den vier Knöpfen)

Aufgabe 1

Stellen Sie die Franck-Hertz-Kurve auf dem Oszilloskop dar und schätzen Sie die Anregungsenergie grob ab.

- Stellen Sie dazu den Kippschalter „Glühkathode“ auf EIN, genauso wie den Kippschalter „Sägezahn“.

Dann wird nämlich die Beschleunigungsspannung innerhalb 16 ms periodisch von 0 bis 40 V geändert, also mit einer Geschwindigkeit von 2,5 V/ms.

- Wenn Sie mit der Bedienung des Oszilloskops noch nicht vertraut sind, so lesen Sie bitte die Anleitung zum Oszilloskop im Anhang durch.

Verbinden Sie dann das Steuergerät des Franck-Hertz-Ofens mit dem Oszilloskop, indem Sie den Triggereingang des Oszilloskops mit dem „Sägezahnausgang“ verbinden und den y-Eingang des Oszilloskops mit dem „Stromausgang“.

Wird die Zeitablenkung am Oszilloskop auf 2 ms/Div eingestellt, so sieht man an den mittleren acht Rastereinheiten auf dem Bildschirm

die Franck-Hertz-Kurve. (Die Darstellung der Franck-Hertz-Kurve dauert 16 ms.)

Dabei entspricht dann auf der horizontalen Achse eine Einheit einer Änderung der Beschleunigungsspannung um 5 V (2 ms lang, mit einer Geschwindigkeit von 2,5 V/ms).

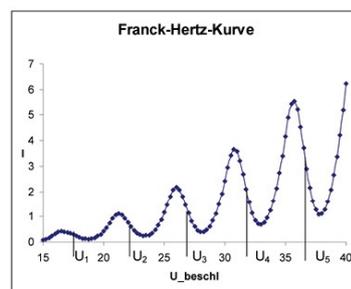
Aufgabe 2

Nehmen Sie die Franck-Hertz-Kurve punktweise auf und bestimmen Sie die Anregungsenergie des Quecksilbers

- Dazu wird das Oszilloskop nicht mehr benötigt. Trennen Sie dieses vom Steuergerät und stellen Sie den Kippschalter „Sägezahn“ wieder auf AUS. Des weiteren müssen Sie die „Anzeige“ auf U/I umstellen. Dann zeigt die linke Anzeige wie oben bereits dargestellt die Beschleunigungsspannung an und die rechte Anzeige den Auffängerstrom.
- Verändern Sie nun die Beschleunigungsspannung von rund 10 V bis 40 V in 0,25 V-Schritten und notieren Sie sich dazu jeweils den Auffängerstrom.

Sie erhalten also rund 120 Spannungs-Strom-Paare, die Sie in ein Diagramm eintragen sollen, auf dem nach rechts die Beschleunigungsspannung und nach oben der Auffängerstrom abgetragen ist.

- Legen Sie durch die Punkte anschließend eine Ausgleichskurve, erhalten Sie die Franck-Hertz-Kurve, die so ähnlich aussehen sollte, wie folgende Originalmessung:



- Aus dem Diagramm sollen Sie nun die Anregungsenergie des Quecksilbers bestimmen. Bestimmen Sie dazu diejenigen Spannungswerte U_1 , U_2 , ..., U_5 bei denen der Auffängerstrom den Mittelwert zwischen einem Strommaximum und dem darauffolgenden

Stromminimum annimmt. Der Mittelwert der Differenzen U_5-U_4 , U_4-U_3 , ..., U_2-U_1 liefert die Anregungsenergie in der Einheit eV (Abkürzung für „Elektronvolt“, was diejenige Energie ist, die ein Elektron beim Durchlaufen einer Spannung von einem Volt erhält).

- Rechnen Sie diese Energie um in Joule ($1 \text{ eV} = 1,6022 \cdot 10^{-19} \text{ J}$).

Aufgabe 3

Das Quecksilberatom gebe seine Anregungsenergie, die Sie oben bestimmt haben, in Form eines Lichtquants wieder ab. Welche Wellenlänge besitzt dieses dann?

Aufgabe 4

In welchem Wellenlängenbereich liegt sichtbares Licht?

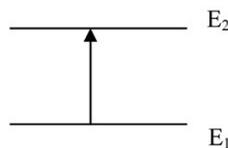
Welchem Energiebereich entspricht dies in eV, welchem in Joule?

Aufgabe 5 (für Interessierte)

- Warum liegt das erste Stromminimum nicht bei 4,9 V, sondern um einiges höher?
- Warum geht der Auffängerstrom nicht auf Null zurück, wenn die Elektronen die Anregungsenergie besitzen?
- Warum haben die Strommaxima eine bestimmte Breite?
- Warum regen die Elektronen nur den ersten angeregten Zustand bei 4,9 eV an und nicht auch den Zweiten bei 6,7 eV?

(Stichworte zur Beantwortung der Fragen: Kontaktspannung, Geschwindigkeitsverteilung, Auflösung.)

Übungsaufgaben



In einem Alkali-Atom wird durch Einstrahlung von Licht der Wellenlänge $\lambda = 780,2 \text{ nm}$ das Valenzelektron vom Grundzustand um den Energiebetrag $\Delta E = E_2 - E_1$ in den ersten angeregten Zustand angeregt. Wie groß ist die Anregungsenergie ΔE ? (Plancksche Konstante $h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$, Lichtgeschwindigkeit $c \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$)
 $(\Delta E = 1,59 \text{ eV} = 2,55 \cdot 10^{-19} \text{ J})$

2 Ionisierende Strahlung

Als **ionisierende Strahlung** bezeichnet man die Strahlung, deren Energie ausreicht, Elektronen (eines oder mehrere) aus der Atomhülle auszulösen, also das Atom zu ionisieren. Beispiele für solche hochenergetische, ionisierende Strahlung sind Röntgen- und Gamma-Strahlung, Alpha- und Beta-Strahlen.

2.1 Röntgenstrahlung

Röntgenstrahlen entstehen, wenn ein Elektron mit großer kinetischer Energie (= großer Geschwindigkeit) auf eine Metalloberfläche auftrifft. Dort wird die kinetische Energie in Strahlungsenergie umgewandelt. Zur Erzeugung von Röntgenstrahlung verwendet man eine Röntgenröhre. In einer **Röntgenröhre** sind zwei Elektroden in einem Glaskolben unter Vakuum eingeschlossen. Die Kathode besteht aus einer Wolfram-Glühwendel, bei der durch elektrische Widerstandsheizung Elektronen freigesetzt werden (Glühemission). Der **Emissionsstrom** gibt quantitativ den Fluss der Elektronen aus der Glühwendel an. Die Anode ist ein Wolfram-Keil am anderen Ende des Kolbens. Zwischen Anode und Kathode liegt eine Hochspannung an, die erforderlich ist, um die Elektronen auf die Anode zu beschleunigen. Für die medizinische Diagnostik beträgt sie etwa $0,1 \text{ MV} = 100 \text{ kV} = 100\,000 \text{ V}$.

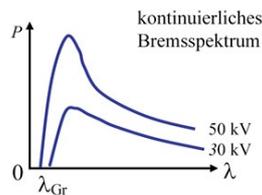
Der **Wirkungsgrad** der Röntgenröhre ist gering: Mehr als 99 % der Bewegungsenergie der Elektronen wird in Wärme umgewandelt, nur 0,1% wird (für das Nutzstrahlenbündel) als Röntgenstrahlen freigesetzt, weshalb eine Wasser- oder Öl-Kühlung der Anode erforderlich ist. Der Wirkungsgrad steigt mit der Beschleunigungsspannung.

Das **Spektrum der Röntgenstrahlung** besteht aus zwei Teilen: der **Bremsstrahlung** und der Anoden-Eigenstrahlung. Beide Strahlungsteile sind elektromagnetische Strahlung. Das Spektrum der Bremsstrahlung ist kontinuierlich und völlig unabhängig vom Anodenmaterial, während die Eigenstrahlung der Anode ein Linienspektrum und charakteristisch für das verwendete Element ist. Die Energie, die ein einzelnes Elektron in der Röntgenröhre maximal in Strahlungsenergie umsetzen kann, hängt von der Anodenspannung U ab. Das Elektron kann höchstens seine Bewegungsenergie (kinetische Energie) W_{kin} umwandeln: $W_{\text{kin}} = W_{\text{el}} = e \cdot U$.

Als **Härte** der Röntgenstrahlung bezeichnet man die Maximalenergie der Röntgenstrahlung, die von der Anodenspannung U der Röntgenröhre abhängt.

Die **Grenzwellenlänge** λ_{Gr} der Bremsstrahlung wird durch die Energie der auf die Anode auftreffenden Elektronen, also durch die Anodenspannung bestimmt. Es gilt:

$\lambda_{\text{Gr}} = k / U$ (mit $k = 12,3 \cdot 10^{-10} \text{ kV} \cdot \text{m}$). Je höher die Röhrensorgung, desto kürzer ist die Grenzwellenlänge und umso härter ist die Strahlung. In der Skizze ist die spektrale Strahlungsleistung P der Bremsstrahlung einer Röntgenröhre für zwei verschiedene Beschleunigungs-Spannungen wiedergegeben.



Die Strahlungsleistung einer Röntgenröhre wird vermindert durch das Erniedrigen der Anodenspannung und das Herabsetzen des Emissionsstroms.

Der Zusammenhang zwischen Strahlungsenergie W_s und der Frequenz f einer elektromagnetischen Welle ist $W_s = h \cdot f$, wenn h das Plancksche Wirkungsquantum ist. W_s ist die Energie der Photonen, die

Formel

Energie der Röntgenstrahlung

$$W_s = h \cdot f$$

mit h : Plancksches Wirkungsquantum

Die maximale Energie der Photonen, die im Spektrum einer Röntgenröhre vorkommen kann, wächst mit steigender Anodenspannung, weil bei höherer Anodenspannung die Elektronen mit höherer Energie auf die Anode auftreffen.

Beispiel Die in einer Röntgenröhre mit 100 kV Anodenspannung erzeugten Photonen unterscheiden sich von denen in einer Röhre mit 50 kV erzeugten Photonen durch die Maximalenergie (maximale Frequenz, minimale Wellenlänge).

Das Spektrum der Röntgen-Bremsstrahlung besitzt eine kurzweilige Grenze. Oberhalb bestimmter Beschleunigungsspannungen wird die charakteristische Strahlung des Anoden-Materials angeregt. Das Linienspektrum der charakteristischen **Anodeneigenstrahlung** entsteht durch die Emission von Elektronen aus den inneren Schalen der Atome des Anodenmaterials, die

durch Elektronen aus äußeren Schalen ersetzt werden. Die frei werdende Strahlung ist *diskret*, hat also **Linienstruktur**. Dieses Linienspektrum ist abhängig vom Anodenmaterial und lässt sich zur analytischen Bestimmung von Elementen verwenden.

Während die Röntgenstrahlung als Folge einer Wechselwirkung mit der Elektronenhülle auftritt, entsteht **Gammastrahlung** bei Kernreaktionen. Beide Strahlungsarten sind elektromagnetische Strahlungen, jedoch hat Gammastrahlung (in der Regel) eine viel höhere Energie.

Absorption von Strahlung

Trifft eine elektromagnetische Strahlung auf Materie, können unterschiedliche Arten der Wechselwirkung auftreten. Die Strahlung wird dabei beim Durchgang durch einen Körper geschwächt oder absorbiert. Die Schwächung der Strahlenintensität I durch Absorption beschreibt das **Absorptionsgesetz**.

Gesetz

Absorptionsgesetz

$$I = I_0 \cdot e^{-(k \cdot d)}$$

I_0 : Ausgangs-Intensität der Strahlung vor Eintritt in die Materie

d : in Materie zurückgelegte Wegstrecke

k : (oder μ) Extinktions- oder Absorptionskoeffizient

Die Größe I/I_0 gibt die **Transmission** der Strahlung, also die Durchlässigkeit des Körpers für die Strahlung wieder. Umgekehrt beschreibt I_0/I den **Absorptionsgrad**. Im Bereich der sichtbaren elektromagnetischen Strahlung (= Licht) wird das Absorptionsgesetz als **Lambert-Beersches Gesetz** bezeichnet.

Als **Halbwertsdicke** eines Materials bezeichnet man genau die Wegstrecke d , bei der die Ausgangs-Intensität der Strahlung beim Durchgang durch Materie auf die Hälfte der Ausgangsstrahlung abgeschwächt wurde.

Beispiel Die Halbwertsdicke liegt für Alpha-Strahlung in festen und flüssigen Stoffen bei weniger als einem Millimeter. Für Beta-Strahlen ist die Halbwertsdicke sehr viel geringer als für Gamma-Strahlen.

Beispiel Lässt eine Bleiplatte, die zur Abschirmung ionisierender Strahlung verwendet wird, 1/10 der Strahlung durch, so transmittiert eine doppelt so dicke Platte nur noch 1/100 der Strahlung.

Die Schwächung von ionisierender Strahlung bei der Absorption wird durch drei von einander unabhängige Effekte verursacht:

1. **Photoeffekt:** die gesamte Energie der Strahlung wird auf ein Valenz (oder Hüllen-)Elektron übertragen. Der Photoeffekt überwiegt bei Energien unter 500 kV.
2. **Compton-Effekt:** die Strahlung gibt Energie ab (= Frequenzverringern, Wellenlängenerhöhung) und wird abgelenkt (gestreut). Die Richtung der Strahlung wird also geändert.
3. **Paarbildung:** Erzeugung eines Positrons (positiv geladenes Elektron) und eines Elektrons, also die Umwandlung von Strahlungsenergie in Materie. Das Photon der Strahlung muss dabei mindestens der Ruhemasse des Teilchenpaares entsprechen, also 2·0,51 MeV aufweisen. Die überschüssige Energie wird als Bewegungsenergie des Teilchenpaares freigesetzt.

Elemente hoher Ordnungszahlen (zum Beispiel Blei) absorbieren harte Strahlung vor allem durch den Photoeffekt, während Elemente niedriger Ordnungszahl die Strahlung streuen (Compton-Effekt).

2.2 Dosimetrie

Die **Strahlenmessung (Dosimetrie)** ist ein Mittel zur Bestimmung des Grades der Wechselwirkung zwischen Strahlung und Gewebe. Bei der Messung wird nur die absorbierte Strahlung, nicht aber der transmittierte Anteil erfasst. Die **Ionendosis** beschreibt (nur) die Wirkung der Strahlung in einer Ionisationskammer, wo sie in der Regel an Luft Ionen erzeugt, die von Elektroden aufgefangen werden. Die zur Elektrode geleitete Ladung ist daher proportional zur primär durch die Ionisation erzeugte Ladung. Die Ionendosis J ist das Verhältnis der durch Ionisation erzeugten Ladung ΔQ je Masseneinheit Luft Δm .

Definition

Ionendosis J , $[J] = \text{C/kg}$

$$J = \frac{\Delta Q}{\Delta m}$$

Beispiel Die Schwächung eines monochromatischen Röntgenstrahls hinter einem Absorber der Dicke d wird durch das Absorptionsgesetz beschrieben als $I = I_0 \cdot e^{-\mu \cdot d}$.

Bei gegebener Ionendosis hängt die Energiedosis vom bestrahlten Stoff und der Energie der ionisierenden Strahlung ab. Deshalb führt die gleiche

Ionendosis zu verschiedenen Werten für die Energiedosis, wenn sich die Energie der ionisierenden Strahlung ändert.

Anhand der **Energiedosis** ist die Messung der Strahlenmenge unabhängig vom Bezugsstoff. Es gilt

Definition

Energiedosis E , $[E] = \text{J/kg} = \text{Gy} = \text{Gray}^{13}$

Die Energiedosis E ist die Strahlungsenergie W , die von 1 kg durchstrahlter Materie absorbiert wurde, also das Verhältnis der absorbierten Energie zur absorbierenden Masse.

Die von einem Körper durch eine punktförmige Strahlungsquelle erhaltene Energiedosis (pro Zeiteinheit) nimmt ab mit dem Quadrat des Abstandes d von der Strahlungsquelle. Dieser Sachverhalt spielt für den Strahlenschutz eine wichtige Rolle. Es gilt das

Gesetz

Abstandsgesetz

$$E \sim \frac{1}{d^2}.$$

E : Energiedosis

d : Abstand zur Strahlenquelle

Die gleiche Energiedosis führt nicht notwendigerweise zu den gleichen Strahlenschäden in biologischem Gewebe, das unterschiedlich auf die verschiedenen Arten von Strahlung reagiert. Die Energiedosis berücksichtigt nämlich nicht die Auswirkung der Strahlung auf den menschlichen Organismus, die von Zellschäden bis hin zu Gendefekten und Krebserkrankungen reichen.

Deshalb führt man für jede Strahlungsart einen sogenannten Bewertungsfaktor q ein, der für γ -, β - und Röntgenstrahlung eins ist und für Alpha-Strahlung 15 beträgt. Die neue Größe $E \cdot q$ nennt man Äquivalentdosis.

Definition

Äquivalentdosis D , $[D] = \text{J/kg} = 1 \text{ Sv (Sievert}^{14})$

$$D = E \cdot q$$

q : Bewertungsfaktor

Beispiel Die Dosisleistung einer monochromatischen Gamma-strahlung beträgt im Abstand von 2 m von der Quelle 2 mGy/s. Damit die Dosisleistung

auf weniger als $2 \mu\text{Gy/s}$ reduziert werden kann, müssen zwischen der Quelle und dem Beobachtungsort fünf Bleiplatten von mindestens 1 cm Stärke aufgestellt werden (die Halbwertsdicke von Blei beträgt 5 mm).

Beispiel Im Abstand von 1 m von einem (als punktförmig angenommenen) radioaktiven Gamma-Strahler beträgt die Dosisleistung an Luft $8 \mu\text{J} / (\text{kg} \cdot \text{h})$. Die Schwächung durch die etwa 1 bis 2 m dicke Luftschicht sei sehr klein. Die aufgenommene Dosis bei 2 m Abstand und fünfständigem Aufenthalt beträgt dann etwa: $D = D_t \cdot \Delta t = 5 \cdot D_t = 10 \mu\text{J} / \text{kg}$.

Als höchste zulässige Strahlenbelastung bei Bestrahlung des ganzen Körpers (Ganzkörper-Exposition) innerhalb eines Jahres werden 0,05 Sv angesehen. Die natürliche Strahlenbelastung eines Menschen beträgt 0,002 Sv im Jahr, wobei die Höhenstrahlung etwa 30 % und die freigesetzte Strahlung des radioaktiven Edelgases Radon ungefähr 40 % ausmachen. Der Anteil durch Kernenergie-Anlagen liegt bei unter 1 %. (alle Werte sind über die Fläche gemittelt, in der Nähe von natürlichen oder künstlichen radioaktiven Quellen können deutlich höhere Expositionen auftreten.)

Beispiel Strahlungsschäden bewirken die Abnahme der weißen Blutkörperchen bei einer Exposition von 0,25 bis 0,5 Sv, Übelkeit bei 0,1 bis 0,2 Sv und Todeseintritt innerhalb von 30 Tagen bei mehr als 0,5 Sv.

Der Nachweis von ionisierender Strahlung erfolgt über **Strahlungsdetektoren**, zum Beispiel Geiger-Müller-Zählrohre, Szintillationszähler und Fotoplatten. Im **Geiger-Müller-Zählrohr**, das aus einem gasgefüllten Rohr besteht, in dessen Inneren ein Metalldraht gespannt ist, werden Gasatome durch die eintretende Strahlung ionisiert. Eine elektrische Spannung zwischen Draht und der Rohrwand beschleunigt die durch die Ionisation erzeugten Elektronen, so dass weitere Gasatome ionisiert werden. Es kommt zu einer regelrechten Lawine von Ladungsträger, die am (Zähl-)Rohr zu einem kurzen Stromstoß führen, der durch einen Widerstand in einen Spannungsimpuls umgewandelt wird.

Szintillationszähler dienen dem Nachweis von Röntgen- und Gammastrahlung. Die Wirkungsweise beruht auf der Fluoreszenz, die Gammastrahlung in einem Kristall (zum Beispiel Natriumjodid) oder in einer Flüssigkeit erzeugen. Die durch Fluoreszenz entstehenden Lichtblitze werden in einer Fozelle in elektrische Stromstöße umgewandelt.

In einem **Halbleiterdetektor** erzeugt die ionisierende Strahlung freie Ladungsträger, die den Widerstand des Halbleiters senken.

Ionisationskammern bestehen aus mit einem Gas gefüllten Behältern. Die ionisierende Strahlung erzeugt aus den Gasatomen Ionenpaare. Die Ionen wandern durch ein angelegtes elektrisches Feld zu den entsprechend geladenen Elektroden. Der so erzeugte elektrische Strom ist proportional zur einfallenden Strahlungsmenge.

Auf **Fotoplaten**, die mit einer speziellen Beschichtung, der Kernspuremulsion versehen sind, hinterlässt ionisierende Strahlung Schwärzungsspuren.

3 Versuch: Halbwertszeit und radioaktiver Zerfall

3.1 Radioaktivität

Aufbau der Materie

Als Atome bezeichnet man die kleinsten Teilchen eines chemischen Elements, die mit chemischen Verfahren nicht weiter zu zerlegen sind. Das Atom besteht aus einem positiv geladenen **(Atom)-Kern** und einer negativ geladenen **(Atom)-Hülle**.

Die Atomhülle besteht aus Elektronen, die im nicht-ionisiertem Zustand des Atoms die positive Kernladung genau kompensieren: Das Atom ist elektrisch neutral. Diese Elektronenhülle ist für die chemischen Eigenschaften eines Elements verantwortlich.

Der Atomkern hat einen Durchmesser von ca. 10^{-15} m, in dem **Protonen** (die Träger der positiven (Elementar)-Ladung: $q = + 1 e$) und **Neutronen** (elektrisch neutral) vorhanden sind. Die Massen von Proton zu Neutron sind nahezu gleich groß: $m_{\text{Proton}} = m_{\text{Neutron}} = 1,67 \cdot 10^{-27}$ kg. Das Elektron ist etwa 2000-mal leichter: $m_{\text{Elektron}} = 9,11 \cdot 10^{-31}$ kg.

Die Zahl der Protonen bestimmt das **Element**, also ob es sich z.B. um Wasserstoff handelt oder um Uran. Innerhalb eines Elementes bestimmt die Neutronenzahl, um was für ein **Isotop** es sich handelt. Neutronen und Protonen ziehen sich stark an, so dass die starken elektrostatischen Abstoßungskräfte zwischen den Protonen kompensiert werden.

Beispiel Der in der Natur am häufigsten vorkommende Kohlenstoff besitzt 6 Protonen und 6 Neutronen. Es gibt aber auch welchen mit 8 Neutronen, der radioaktiv, also instabil ist.

Um die Elemente zu kennzeichnen und zu zeigen, wie viele Protonen und Neutronen im Kern sind, benutzt man folgende Nomenklatur:



X ist dabei der Elementname (z.B. H für Wasserstoff, C für Kohlenstoff, Pb für Blei, ...). Z zählt die Protonen und heißt **Kernladungszahl** oder **Ordnungszahl**, denn nur die Protonen sind die Träger der Ladung im Kern. Die Kernladungszahl ist in einem neutralem Atom genau gleich der Anzahl der Elektronen. Im **Periodensystem** findet man alle Elemente sortiert mit zunehmender Ordnungszahl vor.

A gibt an wie viele **Nukleonen** (d.h. Kernbausteine) insgesamt vorhanden sind. (A ist also die Summe der Protonen und Neutronen). A heißt auch **Massenzahl**. Aus A und Z lässt sich nun leicht auf die Zahl der Neutronen im Kern schließen: $N = A - Z$

Beispiel ${}^{12}_6\text{C}$ ist Kohlenstoff mit 6 Protonen und 6 Neutronen, hingegen ist ${}^{14}_6\text{C}$ ein Kohlenstoffisotop mit 8 Neutronen.

Da das Atom nach außen neutral ist, muss es genauso viele Elektronen in der Atomhülle (Durchmesser ca. 10^{-10} m) haben wie Protonen im Kern, denn Protonen und Elektronen haben entgegengesetzt gleich große Ladung +e bzw. -e. Dabei ist $e = 1,6022 \cdot 10^{-19}$ C die Elementarladung, also die kleinste Ladung, die es gibt.

Beispiel Die Größe eines Atoms verhält sich zur Größe eines Apfels wie der Apfel zur Erde.

Die Masse eines Atoms wird relativ zu einem Zwölftel der Masse des ${}^{12}_6\text{C}$ - Atoms angegeben (**relative Atommasse**). Im Periodensystem sind die Massen üblicherweise Mittelwerte aus den verschiedenen Isotopen, Gewichtet nach ihrer natürlichen Häufigkeit.

Radioaktivität

Unter Radioaktivität versteht man den plötzlichen (spontanen) Zerfall instabiler Atomkerne. Die Geschichte der Radioaktivität beginnt im Jahre 1895 als Röntgen¹⁵ die „X-Strahlung“ entdeckte, die ihm zu Ehren später *Röntgenstrahlung* genannt wurde, kurioserweise hat aber die Röntgenstrahlung mit der Radioaktivität gar nichts zu tun.

Röntgens Entdeckung wurde auf der ganzen Welt vorgestellt, unter anderem in Paris, wo Henri Becquerel bei einem solchen Vortrag zugegen war. Becquerel¹⁶ beschäftigte sich bereits lange Zeit mit Lumineszenz, also dem Nachleuchten von Stoffen, die z.B. dem Sonnenlicht ausgesetzt waren. Es

wurde vermutet, dass die Emission von Röntgenstrahlung und die Lumineszenz des Teils der Glaswand, aus dem die Röntgenstrahlen hervorgegangen sind, miteinander verbundene Erscheinungen sind.

Becquerel begann in der Folgezeit nach lumineszierenden Stoffen zu suchen, die auch Röntgenstrahlung aussenden. Im Februar 1896 untersuchte er Uranyl-sulfat und stellte dabei fest, dass dieses Salz auch ohne vorherige Anregung durch Sonnenlicht eine Photoplatte schwärzt, also Strahlung aussendet. Auch während eines Jahres hatte die Intensität dieser Strahlung nicht nachgelassen. Damit war die Radioaktivität, die spontane Aussendung von Strahlung aus dem Atomkern, entdeckt.

Eine weitere Forscherin, die sich auf dem neuen Gebiet hervorgetan hat ist Marie Curie¹⁷, die zusammen mit ihrem Mann Pierre¹⁸ die Elemente Polonium und Radium entdeckt hat.

Ebenfalls auf dem Gebiet der Radioaktivität tätig waren Maries Tochter Irene Joliot-Curie und deren Mann Frederic Joliot, die 1935 einen Nobelpreis für die Entdeckung der künstlichen Radioaktivität erhielten.

Später hat sich herausgestellt, dass es drei verschiedene Arten von radioaktiver Strahlung gibt, die man mit den drei ersten Buchstaben des griechischen Alphabets durchzählt: α -, β - und γ -Strahlung.

Das Wesen dieser Strahlungsarten wird nun kurz mithilfe der oben eingeführten Nomenklatur dargestellt. Vorneweg: Grund für alle Umwandlungen im Kern ist, dass der Kern dadurch einen energetisch günstigeren Zustand erreichen kann und damit stabiler wird.

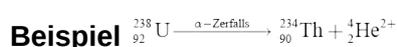
α -Strahlung

Enthält ein Atomkern sehr viele Protonen und Neutronen, so ist dieser instabil und beseitigt den Nukleonenüberschuss durch Aussendung von α -Teilchen, also doppelt positiv geladenen Heliumkernen, die aus zwei Protonen und zwei Neutronen bestehen. Darstellung des α -Zerfalls:



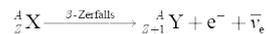
HW

In Worten heißt dies, dass sich ein Kern X mit A Nukleonen und Z Protonen durch α -Zerfall umwandelt in einen Kern Y, der nur noch $Z - 2$ Protonen und $A - 4$ Nukleonen besitzt. Dabei wird ein Heliumkern He^{2+} (das ist das α -Teilchen) frei.

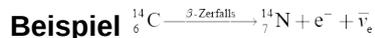


β -Strahlung

Kerne, die aufgrund ihrer hohen Neutronenzahl instabil sind, beseitigen ihren Überschuss nicht durch Neutronenaussendung, sondern wandeln es in ein Proton um. Da die Ladungserhaltung gilt, muss dabei auch noch eine negative Elementarladung entstehen – das Elektron, das als β -Strahlung aus dem Kern fliegt. Aus weiteren Erhaltungssätzen folgt, dass auch noch ein Anti-Neutrino (italienisch für „kleines Neutron“) $\bar{\nu}_e$ bzw. ein Neutrino ν_e entstehen muss, das keine Ladung trägt und scheinbar masselos ist. Prinzipiell sieht der **β -Zerfall** folgendermaßen aus:



Wichtig: das bedeutet nun *nicht*, dass das Neutron sich aus einem Proton und einem Elektron zusammensetzt. Weder das eine noch das andere sind Bausteine des Neutrons. Es findet eine *Umwandlung* statt.



Nun gibt es auch noch den dazu symmetrischen Fall, dass ein Kern zu viele Protonen besitzt, um stabil zu sein. Dieses Proton wird umgewandelt in ein Neutron und dem „Spiegelteilchen“ zum Elektron, dem **Positron** e^+ . Das Positron ist ein positiv geladenes Elektron.

Um die beiden Fälle zu unterscheiden, nennt man die Neutronenumwandlung auch β^- -Zerfall, da negative (Elektronen-)Strahlung entsteht und die Protonenumwandlung β^+ -Zerfall, der folgende Gestalt hat:



Hierbei wird die positive Positronenstrahlung freigesetzt.

γ -Strahlung

Die γ -Strahlung nimmt eine Sonderstellung ein. Sie ist keine Teilchenstrahlung, sondern wie Licht eine elektromagnetische Strahlung, nur mit viel höherer Energie. Dabei findet keine Umwandlung im Kern statt. Beispielsweise kann nach einem α - oder β -Zerfall ein Kern noch energetisch angeregt sein. Die γ -Strahlung wird dann ausgesandt, wenn der Kern seine Anregung abbaut, seine Gesamtenergie also abnimmt.

Alle drei genannten Strahlungsarten gehören zu den **ionisierenden Strahlungen**. Bei gleicher Energie ist die Eindringtiefe in Materie bei γ -Strahlung am größten, bei α -Strahlung dagegen am kleinsten.

Eine Unterscheidung zwischen den Strahlungsarten erfolgt durch ein Magnetfeld oder elektrisches Feld. Alpha- und Beta-Teilchen werden aufgrund ihrer elektrischen Ladung in verschiedene Richtungen abgelenkt.

Gamma-Strahlen bleiben dagegen in elektrischen oder magnetischen Felder unbeeinflusst.

Zerfallsgesetz

Der Zerfall eines einzelnen Kerns lässt sich nicht vorhersagen, weil die Radioaktivität vom Zufall bestimmt wird. Jedoch lässt sich über die Abnahme einer großen Menge von Kernen eine Aussage treffen. Der Zerfall findet nicht linear statt (zu gleichen Zeiten zerfällt immer die gleiche Anzahl), sondern exponentiell (zu gleichen Zeiten zerfällt immer der gleiche *Anteil*), das heißt das Verhältnis der Anzahl der zerfallenen Kerne ΔN in einer bestimmten Zeit Δt ist proportional zur Anzahl der noch vorhandenen Kerne $N(t)$.

Gesetz

Zerfallsgesetz

$$\frac{\Delta N}{\Delta t} \sim N(t) \Leftrightarrow \frac{\Delta N}{\Delta t} = -\lambda \cdot N(t)$$

ΔN : Anzahl der in der Zeit Δt *zerfallenen* Kerne

$N(t)$: Zahl der *vorhandenen* Kerne zum Zeitpunkt t

Definition

HW

Zerfallskonstante λ , $[\lambda] = \text{s}^{-1}$

Proportionalitätskonstante beim radioaktiven Zerfall.

Gesucht ist nun die zeitliche Entwicklung von N , also der Anzahl noch vorhandener Kerne. Der Quotient $\Delta N / \Delta t$ stellt für sehr kleine Zeitintervalle Δt die **Ableitung** der Funktion N nach der Zeit dar. Die zeitliche Entwicklung der noch vorhandenen Kerne $N(t)$ ist also eine Funktion, die bis auf eine Konstante mit ihrer Ableitung übereinstimmt: eine Exponentialfunktion e^x . Die genaue Form ist das

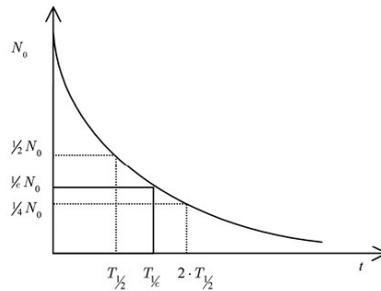
Gesetz

Exponentialgesetz des radioaktiven Zerfalls

$$N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$$

N_0 : die Anzahl der zu Beginn vorhandenen Kerne

Eine eingängige Größe in folgender graphischer Darstellung dieser Beziehung ist die **Halbwertszeit** $T_{1/2}$, die angibt, nach welcher Zeit noch die Hälfte der Kerne $\frac{1}{2} N_0$ vorhanden ist.



Nach zwei Halbwertszeiten ist somit noch ein Viertel der Ausgangszahl übrig. Nach dem Exponentialgesetz des radioaktiven Zerfalls hängt die Halbwertszeit $T_{1/2}$ wie folgt mit der Zerfallskonstante λ zusammen:

$$\frac{1}{2}N_0 = N(T_{1/2}) = N_0 \cdot e^{-\lambda T_{1/2}}$$

also
$$T_{1/2} = \frac{\ln(\frac{1}{2})}{-\lambda} = \frac{\ln(1) - \ln(2)}{-\lambda} = -\frac{\ln(2)}{-\lambda} = \frac{\ln(2)}{\lambda}$$

(Der natürliche Logarithmus $\ln(x)$ ist die Umkehrfunktion von e^x)

Definition

Mittlere Lebensdauer

$$\tau = \frac{1}{\lambda}$$

Zeit, nach der noch $1/e \approx 0.368 = 36.80\%$ der Ausgangsmenge radioaktiver Kerne vorhanden ist.

Die mittlere Lebensdauer τ ist genau der Kehrwert der Zerfallskonstante λ , da

$$\frac{1}{e} \cdot N_0 = N(\tau) = N_0 \cdot e^{-\lambda \tau}$$

und daher
$$\tau = \frac{\ln\left(\frac{1}{e}\right)}{-\lambda} = \frac{\ln(1) - \ln(e)}{-\lambda} = -\frac{\ln(e)}{-\lambda} = \frac{1}{\lambda}$$

Damit erhält man die Beziehung zwischen der mittleren Lebensdauer τ und der **Halbwertszeit** $T_{1/2}$:

Definition

Halbwertszeit

$$T_{1/2} = \tau \cdot \ln(2) = \frac{\ln(2)}{\lambda}$$

Beispiel $^{14}_6\text{C}$ hat eine Halbwertszeit von 5568 Jahren. Seine Zerfallskonstante beträgt also

$$\lambda = \frac{\ln(2)}{T_{1/2}} = \frac{\ln(2)}{1,7559 \cdot 10^{11} \text{ s}} = 3,95 \cdot 10^{-12} \frac{1}{\text{s}}$$

Interessant ist die Frage, wie viele Zerfälle bei einem Element pro Sekunde stattfinden. Diese Größe nennt man **Aktivität** und misst sie in Zerfälle pro

Sekunde. Abkürzend schreibt man für einen Zerfall pro Sekunde auch 1 Becquerel (1 Bq).

Definition

Aktivität A , $[A] = \text{Bq} = \text{Becquerel}$

$$A = -\frac{\Delta N}{\Delta t} = +\lambda \cdot N(t)$$

HW

Damit wird klar, dass die Aktivität eine zeitabhängige Größe ist. Sie nimmt bei einem festen Ensemble von Atomen mit der Zeit ab.

Beispiel Im menschlichen Körper finden jede Sekunde ca. 6000 Zerfälle statt, da sich viele radioaktive Elemente wie Kalium-40 und Kohlenstoff-14 im Körper befinden. Die Aktivität des menschlichen Körpers beträgt also 6 kBq.

Künstliche Radioaktivität

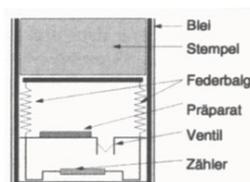
Bei Bestrahlung von Materie mit Neutronen wird ein Neutron mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit von einem Atomkern, an dem es vorbeikommt, „eingefangen“. Es kommt also zu einer Erhöhung der Neutronenzahl in den Kernen der bestrahlten Atome und damit zur Entstehung instabiler, radioaktiver Kerne.

3.2 Messungen

Das „Mutterelement“ bei diesem Versuch ist ein sehr schwach radioaktives ^{232}Th - (Thorium)-Präparat. Der uns interessierende Teil der Zerfallsreihe ist folgender:



Im Versuch wird die Halbwertszeit des α -Strahlers ${}_{86}^{220}\text{Rn}$ bestimmt werden. Der Versuchsaufbau ist hier schematisch dargestellt:



Durch Drücken des Stempels wird das bei dem radioaktiven Zerfall von Thorium freiwerdende (ebenfalls radioaktive) Radongas in die Zählkammer gepumpt, in der ein Halbleiterzähler die Anzahl der Zerfälle des Radongases registriert und an das Anzeigegerät ausgibt, dessen Frontplatte folgende Bedienelemente enthält:



Das Zählgerät besitzt zwei Anzeigen: die linke Anzeige gibt die Nummer der aktuellen Messung an, Anzeige zwei gibt die Zählrate aus, also die Anzahl der Zerfälle während der letzten Messung.

Mit dem Druckknopf „Betriebsart“ lässt sich die Periodendauer und die Messdauer einstellen. Es leuchtet dann die entsprechende Leuchtdiode auf. Mit den Druckknöpfen —, -, +, ++ lässt sich sowohl die Periodendauer als auch die Messdauer ändern.

Drückt man dann ein drittes Mal auf „Betriebsart“ leuchtet die Diode „Periodisch messen“ auf, das Gerät ist bereit Messreihen durchzuführen, die mit „Start“ begonnen und mit „Stop“ beendet werden.

Aufgabe 1

Nehmen Sie fünf Messreihen für den radioaktiven Zerfall von Thoriumemanation (= Radongas) auf. Dazu stellen Sie die Periodendauer auf 10 s, die Messdauer auf 5,9 s. Stellen Sie die Betriebsart „Periodisch messen“ ein. Drücken Sie einige Male (ca. 20 mal) den Stempel, so dass das Radongas in die Messkammer gepumpt wird. Die Anfangszählrate sollte 200 Ereignisse überschreiten. Starten Sie die Messreihe und notieren Sie sich die Zählraten in einer Tabelle. Führen Sie die Messreihe solange fort, bis sich die Zählrate kaum mehr ändert. Dann ist nämlich der sogenannte Untergrund erreicht, eine Anzahl von Zerfällen, die stets vorhanden ist. Beispielsweise könnte Ihre Tabelle so aussehen:

Messreihe								
1.	2.	3.	4.	5.	Summe	Summe – Untergrund	N/N_0	$\ln(N/N_0)$
215	235	207	211	241	1109	$1007 = N_0$	1	0
198	211	185	200	219	1013	$911 = N_1$	0,9047	-0,10
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
65	53	55	45	52	270	$168 = N_i$	0,1668	-1,79
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

21	20	13	25	23	102	0	0	-
					= Untergrund			

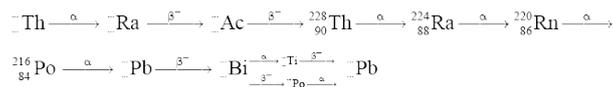
In die Spalte „Summe“ tragen Sie die Summe der Werte einer Zeile ein. Der letzte Wert in dieser Spalte ist der Untergrund, den Sie von jeder „Summenzählrate“ abziehen müssen. Zur weiteren Auswertung berechnen Sie die „relative Zählrate“ N/N_0 , indem Sie jeden Wert in der Spalte „Summe–Untergrund“ durch den ersten Wert in dieser Spalte ($= N_0$) teilen. In der letzten Spalte errechnen Sie noch den natürlichen Logarithmus \ln dieser Zahlen.

Aufgabe 2

- Zeichnen Sie ein Diagramm $N(t)$, in dem Sie nach rechts die Zeit abtragen (jede Messung dauerte ca. 6 s) und nach oben die Zählrate. Beachten Sie, dass nach jeder Messung eine Pause von ca. 4s bis zum Beginn der nächsten Messung liegt.
- Um zu überprüfen, ob die Zählrate exponentiell abnimmt, zeichnen Sie ein weiteres Diagramm, in dem Sie nach rechts wieder die Zeit abtragen und nach oben die Zahlen $\ln(N/N_0)$.
- Legen Sie durch die Punkte im Diagramm eine Ausgleichsgerade. Bestimmen Sie aus der Steigung der Ausgleichsgeraden die Zerfallskonstante λ von Radongas. Es ist $N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$. Damit wird dann $\ln(N(t)/N_0) = -\lambda \cdot t$. Die Steigung der Ausgleichsgeraden ist also $-\lambda$.
- Errechnen Sie daraus die Halbwertszeit von Thoriumemanation und vergleichen Sie mit dem Literaturwert $T_H = 55,6$ s

Aufgabe 3

Vervollständigen Sie die Zerfallsreihe von Thorium, das heißt, geben Sie jeweils die Massen- und Kernladungszahl der Elemente an.



Bei Wismut (Bi) spaltet sich die Zerfallsreihe. Beide Zweige sind möglich. Blei ist dann stabil, das heißt die Zerfallsreihe bricht ab.

Übungsaufgaben

1. Was geschieht mit der Masse A und der Ladung Z eines Atomkerns, der ein α -Teilchen aufnimmt? (A nimmt um 4, Z um 2 zu)
 2. Zur archäologischen Altersbestimmung wird die Aktivität eines Isotops mit der Halbwertszeit 4800 Jahre bestimmt. Wie groß ist die Zerfallskonstante? ($\lambda = 4,58 \cdot 10^{-12} \text{ s}^{-1}$)
 3. Ein radioaktives Präparat hat eine mittlere Lebensdauer von 850 s. Nach welcher Zeit sind zwei Drittel der radioaktiven Kerne zerfallen? ($T = 933,8 \text{ s}$)
-

¹ Demokrit (rund 460 v.Chr. bis 370 v.Chr.), griechischer Naturphilosoph

² Aristoteles von Stagira (384 v.Chr. bis 322 v.Chr.)

³ Platon (427 v.Chr. bis 347 v.Chr.)

⁴ Albert Einstein (1879–1955), Nobelpreis 1921

⁵ Albert Abraham Michelson (1852–1931), Nobelpreis 1907

⁶ Edward William Morley (1938-1923)

⁷ John Dalton (1766–1844)

⁸ Sir Joseph John Thomson (1856–1940), Nobelpreis 1906

⁹ Philip Lenard (1862–1947), Nobelpreis 1905

¹⁰ Sir Ernest Rutherford (1871–1937)

¹¹ Niels Bohr (1885–1962), Nobelpreis 1922

¹² Max Planck (1858-1947), Nobelpreis 1918

¹³ Benannt nach Louis Harold Gray (1905–1965).

¹⁴ Benannt nach Rolf Maximilian Sievert (1896–1966).

¹⁵ Wilhelm Konrad Röntgen (1845–1923), erster Nobelpreis für Physik 1901.

¹⁶ Henri Antoine Becquerel (1852–1908), Nobelpreis 1903.

¹⁷ Marie Curie (1867–1934), Nobelpreis 1903 und 1911.

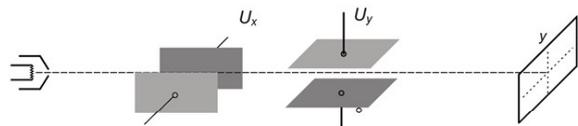
¹⁸ Pierre Curie (1859–1906), Nobelpreis 1903.

A Anhang

1 Bedienungsanleitung für das Oszilloskop

Prinzip

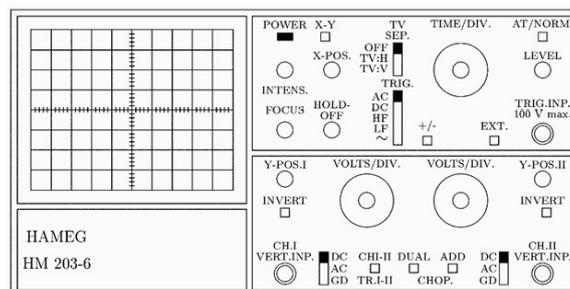
Das Elektronenstrahloszilloskop ist vor allem zur Darstellung und Messung zeitlich veränderlicher Spannungen nützlich. Das hier benutzte Analogoszilloskop basiert auf einer **Braunschen Elektronenstrahlröhre**. Das Prinzip der Röhre zeigt die folgende Abbildung.



Der Elektronenstrahl einer **Glühkathode** wird gebündelt und zur Anode beschleunigt. Das zu untersuchende Signal (U_y) wird an die horizontalen Ablenkplatten angelegt. Dadurch erhält der Elektronenstrahl eine zusätzliche Geschwindigkeitskomponente in vertikaler Richtung, die direkt proportional zu U_y ist. Um den zeitlichen Verlauf des Signals U_y zu messen, legt man an die vertikalen Ablenkplatten eine **Sägezahnspannung** U_x bekannter Anstiegsgeschwindigkeit. Diese Spannung wird im Oszilloskop selbst erzeugt.

Einschalten und Scharfstellen

Die Bedienelemente zum Einschalten und Scharfstellen befinden sich rechts neben dem Bildschirm (siehe nachfolgende Abbildung). Das Oszilloskop wird mit dem Schalter POWER eingeschaltet. Nach ungefähr einer Minute ist die Glühkathode der Braunschen Röhre genügend aufgeheizt und das Gerät betriebsbereit. Am Drehknopf INTENS. kann die Helligkeit und am Drehknopf FOCUS die Schärfe des Elektronenstrahls eingestellt werden. Mit steigender Strahlstromstärke nimmt der Strahldurchmesser zu. Deshalb sollten Sie den Strahl nur so stark einstellen, dass er eben noch deutlich zu sehen ist, und danach die Scharfstellung überprüfen.



Verstärkung und Vertikalablenkung

Das Oszilloskop kann zwei Signale gleichzeitig darstellen. Für jedes Signal gibt es eine Eingangsbuchse, einen Eingangsabschwächer und einen Verstärker. Die Bedienungselemente für die beiden Vertikalablenkungskanäle sind im unteren rechten Segment der Frontplatte zusammengefasst. Die für den Kanal I befinden sich in der linken Hälfte des Segments, die für den Kanal II in der rechten. Wir besprechen zunächst die Bedienungselemente für den Kanal I.

Das darzustellende Signal wird dem Oszilloskop über die BNC-Buchse CH.I VERT. INP. zugeführt. Sie befindet sich in der linken unteren Ecke des unteren rechten Segments der Frontplatte. Mit einem Schiebeschalter unmittelbar rechts neben der Eingangsbuchse kann man bei Bedarf, indem man ihn auf AC schaltet, einen Hochpass mit ziemlich niedriger Grenzfrequenz in den Signalweg schalten. Dadurch kann man das Signal von einer überlagerten Gleichspannung befreien. In der dritten Schalterstellung wird die nachfolgende Elektronik vom Eingang getrennt und an Masse gelegt. So kann man die vertikale Nullposition des Oszillogramms erkennen. Verändern kann man die vertikale Nullposition mit dem Drehknopf Y-POS. I. Dieser ist über der Eingangsbuchse angeordnet. Zwischen dem Drehknopf für die Vertikalposition und der Eingangsbuchse befindet sich noch ein Schalter, mit dem man das Vertikalsignal invertieren (d.h. mit -1 multiplizieren) kann.

Zur Messung kleiner Spannungen muss den horizontalen Ablenkplatten ein Verstärker vorgeschaltet werden. Um auch große Spannungen messen zu können, liegt zwischen Eingangsbuchse und Verstärker sowohl ein in 1-2-5-Schritten umschaltbarer als auch ein stetig veränderlicher Spannungsteiler. Diese beiden Spannungsteiler können über einen mit VOLTS/DIV. bezeichneten Doppeldrehknopf bedient werden. Der äußere, größere der beiden Drehknöpfe bedient den Stufenabschwächer. Mit dem inneren, kleineren Drehknopf kann man das Eingangssignal stetig abschwächen. Da die am Stufenabschwächer angeschriebenen Vertikalablenkfaktoren nur gültig sind, wenn der Drehknopf für den stetig veränderlichen Abschwächer am Linksanschlag steht, muss für quantitative Messungen diese Einstellung gewählt werden. Der Vertikalablenkfaktor gibt an, wie groß die Eingangsspannung ist, die zu einer Vertikalablenkung um eine Rastereinheit („Division“, ≈ 1 cm) führt.

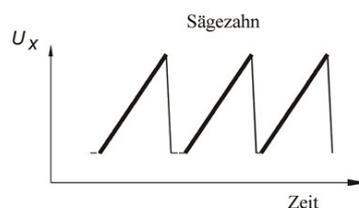
In der rechten Hälfte des rechten unteren Frontplattensegments befinden sich in spiegelbildlicher Anordnung die entsprechenden Bedienungselemente für

den zweiten Vertikalablenkungs kanal.

X-Y-Betrieb, Zeitablenkung und Triggerung

Da der Elektronenstrahl sowohl in vertikaler als auch in horizontaler Richtung abgelenkt werden kann und die beiden Ablenkungen von einander unabhängig sind, eignet sich das Elektronenstrahloszilloskop sehr gut zur Darstellung funktionaler Abhängigkeiten. Beispielsweise kann man so die Kennlinien elektronischer Bauelemente auf dem Bildschirm sichtbar machen. In dieser Betriebsart, der X-Y-Betriebsart, werden dem Oszilloskop beide Ablensignale von außen zugeführt, das Y-Ablenk-signal über den Kanal I, das X-Ablensignal über den Kanal II. Durch Drücken des Umschalters X-Y, der sich rechts oben neben dem Netzschalter befindet, wird diese Betriebsart eingeschaltet. Bei Benutzung der X-Y-Betriebsart muss sorgfältig darauf geachtet werden, dass zu jedem Zeitpunkt mindestens eine der beiden Ablenspannungen genügend groß oder die Strahlintensität auf null gedreht ist, damit die Leuchtstoffschicht der Braunschen Röhre nicht lokal überlastet wird.

In den meisten Fällen werden Oszilloskope jedoch dazu benutzt, den zeitlichen Verlauf eines (oder zweier) Signale darzustellen. Dazu wird der Elektronenstrahl in horizontaler Richtung durch die in das Oszil loskop eingebaute Zeitablenkschaltung mit konstanter Geschwindigkeit abgelenkt. Die Bedienungselemente für die Zeitablenkung befinden sich im oberen rechten Segment der Frontplatte, neben den Bedienungselementen für die Strahlintensität und die Strahlbündelung. Wenn von der Zeitablenkung Gebrauch gemacht werden soll, darf der Schalter X-Y nicht gedrückt sein.



Die Zeitablenkschaltung erzeugt eine sägezahnförmig verlaufende Spannung (siehe obige Abbildung), die an den vertikalen Ablenkplatten anliegt und den Strahl horizontal ablenkt. Die Geschwindigkeit der Horizontalablenkung kann man mit dem Doppeldrehknopf TIME/DIV. verändern. Ähnlich wie die Vertikalablenkfaktoren kann auch der Zeitablenkfaktor mit einem Stufenschalter, der durch den äußeren, größeren Drehknopf bedient wird, in 1-2-5-Schritten und durch den inneren, kleineren Drehknopf stetig verändert werden. Da die am Stufenschalter angeschriebenen Zeitablenkfaktoren nur gültig sind, wenn der Drehknopf für die stetige Veränderung am

Linksanschlag steht, muss für quantitative Messungen diese Einstellung gewählt werden. Der Zeitablenkfaktor gibt an, wie groß die Zeit ist, die einer Horizontalablenkung um eine Rastereinheit („Division“, $\approx 1 \text{ cm}$) entspricht.

Um ein stehendes Bild eines repetitiven Signals zu bekommen, muss man die Auslösung eines Horizontalablenkimpulses zeitlich an das darzustellende Signal binden. Bei der internen Triggerung der Horizontalablenkung wird ein Horizontalablenkimpuls ausgelöst, wenn das darzustellende Signal eine bestimmte Spannungsschwelle über oder unterschreitet. Die Triggerschwelle kann mit dem Drehknopf LEVEL eingestellt werden, das Vorzeichen der Schwellenüberschreitung mit der Taste +/- . Mit dem Schiebeschalter TRIG kann man zwischen den Ausgang des Vertikalverstärkers und den Triggereingang des Zeitablenkgenerators ein Filter schalten. In der Stellung AC ist ein Hochpassfilter mit niedriger Grenzfrequenz eingeschaltet, in der Stellung HF ein Hochpassfilter mit hoher Grenzfrequenz. In der Stellung LF ist ein Tiefpassfilter eingeschaltet. In der Stellung \sim wird mit der Netzspannung getriggert. Mit dem Schiebeschalter TV SEP. kann man spezielle Filter zur Triggerung durch die Horizontalsynchronisationsimpulse (TV:H) oder zur Triggerung durch die Vertikalsynchronisationsimpulse (TV:V) eines Fernseh-Videosignals einschalten. Im Normalbetrieb sollte der Schalter TV SEP. auf OFF stehen.

Die *externe* Triggerung funktioniert ähnlich, nur muss das triggernde (die Zeitablenkung auslösende) Signal an der Buchse TRIG. INP. zugeführt werden. Zur Umschaltung auf externe Triggerung muss der Schalter EXT gedrückt werden. Nach einer Horizontalablenkung vergeht eine gewisse Zeit, bis das Gerät für die nächste Triggerung bereit ist. Diese Zeit kann mit dem Drehknopf HOLD OFF verlängert werden. Im Normalbetrieb sollte dieser Drehknopf auf Linksanschlag gedreht sein.

Bei beiden Triggerarten vergeht zwischen dem Erfüllen der Triggerbedingung, also zwischen dem Zeitpunkt, zu dem das triggernde Signal die Triggerschwelle überschreitet, und dem Beginn der Horizontalablenkung des Elektronenstrahls eine gewisse Zeit, die Triggerverzögerungszeit.

Zweikanal-Betrieb

Wenn nur ein Vertikalablenkkanal benutzt werden soll, kann man diesen mit dem Schalter CHI/II auswählen. Dieser Schalter befindet sich unten im unteren rechten Segment der Frontplatte unterhalb des Eingangsabschwächers von Kanal I. Dieser Schalter entscheidet bei Zweikanalbetrieb mit interner Triggerung, welcher Kanal das Triggersignal liefern soll. Mit dem nächsten

Schalter DUAL kann zwischen Einkanal- und Zweikanalbetrieb umgeschaltet werden. Der letzte noch nicht besprochene Schalter ADD erlaubt es, die Summe der beiden Vertikalablenksignale darzustellen. Der Schalter DUAL darf dazu nicht gedrückt sein. Ist er es doch, so arbeitet das Oszilloskop im Zweikanalbetrieb. Während sonst der Zweikanalbetrieb aber dadurch verwirklicht wird, dass bei aufeinanderfolgenden Horizontalablenkzyklen abwechslungsweise das Signal von Kanal I und das Signal von Kanal II dargestellt werden, wird nun, also wenn die Schalter DUAL und ADD beide gedrückt sind, ständig, auch innerhalb eines Horizontalablenkzyklus, periodisch zwischen den beiden Kanälen umgeschaltet.

Empfohlene Grundeinstellung des Oszilloskops

Schalter POWER	Soll gedrückt sein (Leuchtdiode leuchtet)
Drehknopf INTENS	Strahlstärke. Nie stärker als notwendig einstellen! Je schwächer der Strahlstrom, desto besser kann der Strahl gebündelt werden.
Drehknopf FOCUS	Strahlbündelung.
Taste X-Y	Soll nicht gedrückt sein.
Drehknopf X-POS	Horizontalposition. Oszillogrammanfang zu Beginn einer Messreihe in Bildmitte schieben.
Drehknopf HOLD OFF	Totzeit nach Horizontalablenkung. Soll auf Linksanschlag stehen.
Schalter TV SEP	Soll auf OFF stehen.
Schalter TRIG	Soll auf AC stehen.
Drehschalter TIME/DIV	Wahl des Zeitablenkfaktors. (Zum Beispiel 0.1 ms/div)
Drehknopf für variable Zeitbasiseinstellung	Soll auf Linksanschlag stehen.
Taste +/-	Triggervorzeichen. Soll nicht gedrückt sein
Taste EXT.	Soll gedrückt sein (Externe Triggerung).
Taste AT/NORM	Soll gedrückt sein.
Drehknopf LEVEL	Triggerschwelle, soll auf Rechtsanschlag stehen.
Taste INVERT (CH I)	Soll nicht gedrückt sein.

Schalter DC-AC-GND	Sollen auf DC stehen.
Taste CH I/II	Soll nicht gedrückt sein.
Taste ADD	Soll nicht gedrückt sein.
Drehschalter VOLTS/DIV	Sollen auf 2 V/div stehen.
Drehknopf VAR. GAIN	Soll auf Linksanschlag stehen.

2 Wichtige Zahlen und Größen

Reine Zahlenwerte

$$\pi \approx 3,14$$

$$e \approx 2,7$$

$$\sqrt{2} \approx 1,4$$

$$\sin 30^\circ = 0,5$$

$$\cos 60^\circ = 0,5$$

$$\tan 45^\circ = 1$$

Physikalische Größen

Fallbeschleunigung (Gravitationsbeschleunigung)	$9,81 \text{ m s}^{-2}$ ($\approx 10 \text{ m s}^{-2}$)
Dichte von Wasser	1 g cm^{-3}
Lichtgeschwindigkeit im Vakuum	$3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$
Schallgeschwindigkeit in Luft	330 m s^{-1}
in Wasser	1500 m s^{-1}
absoluter Nullpunkt der Temperatur	$-273,15 \text{ }^\circ\text{C}$ ($\approx -273 \text{ }^\circ\text{C}$)
Avogadro-Konstante N_A	$6 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
Molares Volumen (Normbedingungen)	$22,41 \text{ l mol}^{-1}$
Allgemeine Gaskonstante	$8,31 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$
Brechzahl	von Luft 1

	von Wasser 1,33
Wellenlängenbereich des sichtbaren Spektrums	400 nm (viol.) bis 800 nm (rot)
hörbarer Frequenzbereich	20 Hz bis 20 kHz
atomare Masseneinheit m_u	$1,66 \cdot 10^{-27}$ kg
Elementarladung e	$1,60 \cdot 10^{-19}$ C
Plancksche Konstante h	$6,63 \cdot 10^{-34}$ J s

Diese Zahlenwerte sollte man unbedingt auswendig wissen. Eine Übersicht über die exakten Zahlenwerte der hundert wichtigsten physikalischen Größen und Formeln in der derzeit gültigen Fassung findet man übersichtlich und handlich zusammengestellt auf der Taschenkarte **Physikalische Konstanten und Größen** vom gleichen Autor.

Index

A

- Abbildungsfehler [233](#)
- Abbildungsgesetze [229](#)
- Abbildungsmaßstab [270](#)
- Aberration [234](#)
- abgeleitete Größen [3](#)
- Ablesefehler [10](#)
- Ablösearbeit [204](#)
- Absolutfehler [15](#)
- Absorptionsgesetz [298](#)
- Absorptionsgrad [127](#), [299](#)
- Absorptionskoeffizient [299](#)
- Absorptionsspektrum [217](#)
- Abstandsgesetz [301](#)
- Achse, optische [227](#)
- Addition von Vektoren [5](#)
- Adhäsionskraft [43](#)
- Adsorptionskraft [43](#)
- Aggregatzustände [115](#)
- Akkommodation [266](#)
- Aktivität, optische [261](#)
- Alpha-Strahlung [299](#), [306](#)
- Ampere [158](#)

Definition 189

Amperemeter 171

Amplitude 55

analoge Messung 10

Analysator für polarisiertes Licht 256

Anionen 157

Anodeneigenstrahlung 298

Anregungsenergie 289

aperiodischer Grenzfall 69

Apertur, numerische 277

Argon 140

Aristoteles 285

arithmetisches Mittel 11

Astigmatismus 235

Äther 286

Atomkern 304

Atommasse, relative 305

Atommodelle 285

Aufenthaltswahrscheinlichkeit 288

Auflichtmikroskop 278

Auflösungsvermögen 213

 des Auges 265

 des Mikroskops 277

Auftriebskraft 26

Ausbreitungsgeschwindigkeit 59

einer Seilwelle [86](#)

Ausbreitungsmedium [58](#)

Ausdehnung fester Körper [117](#)

Ausfallswinkel [220](#)

Ausgleichsgerade [18](#)

Auslenkung [55](#)

Austrittsarbeit [203](#)

Autokollimation [236](#)

Autolichtmaschine [191](#)

Avogadro-Konstante [135](#)

B

Bandgenerator [151](#)

Barometrische Höhenformel [139](#)

Basiseinheiten [2](#)

Basisgrößen [2](#)

Becquerel [305](#), [311](#)

Beleuchtungsstärke [219](#)

Bernoullisches Gesetz [48](#)

Bernstein [149](#)

Beschleunigung [25](#)

Besselverfahren [237](#)

Betrag des Vektors [5](#)

Beugung

am Gitter [249](#)

am Spalt [246](#)

Beugungsscheibchen [275](#)
Bezugssehweite [267](#)
Bild
 reelles [228](#)
 virtuelles [228](#)
Bildgröße [229](#)
Bildkonstruktion [228](#)
Bildweite [229](#)
Bimetallthermometer [120](#)
Blitzgerät [178](#)
Blitzschlag [151](#)
Blutdruckmessgerät [138](#)
Blutgeschwindigkeit, Messung [102](#)
Bogenmaß [6](#)
Bohrsches Postulat [287](#)
Boltzmann-Konstante [137](#)
Boyle-Mariotte, Gesetz von [145](#)
Braunsche Elektronenstrahlröhre [317](#)
Breckkraft [231](#)
Brechungsgesetz [220](#)
Brechungsindex [221](#)
Brechzahlen [220](#)
Bremsstrahlung [296](#)
Brennlinie [235](#)
Brennpunkt [228](#)

virtueller [231](#)

Brennweite [228](#)

Brewsterwinkel [257](#)

Brille [231](#)

Brownsche Bewegung [115](#)

Bruch [41](#)

C, D

Celsius [114](#)

Centi [3](#)

Chromatische Aberration [234](#)

Compton-Effekt [299](#)

Coulomb [149](#)

Coulomb-Gesetz [152](#)

Curie, Marie [306](#)

Dalton, Gesetz von [140](#)

Dalton-Atommodell [286](#)

Dampfdruck [116](#)

Dämpfung [68, 70](#)

de-Broglie-Wellenlänge von Elektronen [213](#)

Dehnung [39](#)

Deka [3](#)

Demokrit [285](#)

Desublimieren [115](#)

Detailvergrößerung [267](#)

der Lupe [269](#)

Dewar-Gefäß [125](#)
Dezi [3](#)
Dezibel [107](#)
Dichte [119](#)
Dielektrikum [180](#)
Dielektrizitätskonstante [153](#)
Dielektrizitätszahlen [180](#)
Differentialgleichung [65](#)
digitale Messung [10](#)
Dimension [3](#)
Dipol, elektrischer [155](#)
Dipolmoment [155](#)
Dispersion [225](#)
Doppler-Effekt [101](#)
Dosimetrie [300](#)
Drehbewegung [30](#)
Drehimpuls [39](#)
Drehmoment [34](#)
Drehspul-Amperemeter [171](#)
Drehvermögen, spezifisches [262](#)
Drehwinkel [31](#)
Drehzahl [31](#)
Dreieck, ebenes [7](#)
Dreieck, Fläche [5](#)
Dreieck, rechtwinkliges [7](#)

Druck [137](#)

statischer und dynamischer [48](#)

Druckspannung [40](#)

Durchflussgesetz [49](#)

Durchlichtmikroskop [278](#)

E

Edelgaskonfiguration [289](#)

Eigenfrequenz [66](#)

Eigenkreisfrequenz [71](#)

Eigenschwingungen der Saite [84](#)

Einfallswinkel [220](#)

Eingangsgröße [15](#)

Einheit [1](#)

Einschaltvorgang bei einer Induktivität [193](#)

Einschwingvorgang [70](#)

Einzelmessungen [11](#)

Eisenfeilspäne [188](#)

Elastizität [41](#)

Elastizitätsmodul [41](#)

elektrische Feldkonstante [153](#)

elektrische Ladung [149](#)

elektrische Stromstärke [158](#)

elektrischer Dipol [155](#)

elektrischer Strom, physiologische Wirkung [170](#)

elektrischer Widerstand [161](#)

Elektrolyte, Strom in [157](#)
Elektron [152](#)
Elektronen
 in Feldern [205](#)
 freie [203](#)
Elektronenkonfiguration [289](#)
Elektronenmikroskop [213](#)
Elektronenschalen [289](#)
Elektronenstrahlosziloskop [317](#)
Elementarladung [151](#), [323](#)
Elementarwelle [245](#)
elliptisch polarisiert [260](#)
Elongation [55](#)
Emissionsgrad [126](#)
Emissionsspektrum [217](#)
Emissionsstrom [296](#)
Energie
 eines Photons [216](#)
 im Magnetfeld [196](#)
 kinetische [29](#), [55](#)
 potentielle [29](#), [55](#)
Energiedosis [301](#)
Energieerhaltungssatz [30](#)
Energieinhalt des Kondensators [182](#)
Erdbeschleunigung [27](#)

Erdung [152](#)

Erhaltungssatz

elektrische Ladung [152](#)

Energie- [30](#)

Erregerfrequenz [71](#)

Erstarren [115](#)

Erwartungswert [12](#)

Exponentialgesetz des radioaktiven Zerfalls [309](#)

Extinktionskoeffizient [299](#)

F

Fadenpendel [66](#)

Fahrenheit [114](#)

Fallgeschwindigkeit [27](#)

Farad [179](#)

Faradayscher Käfig [180](#)

Farbfehler [234](#)

Farbfilter [218](#)

Federkonstante [63](#)

Fehler, systematische [9](#)

Fehlerabschätzung [9](#)

Fehlerfortpflanzung [16](#)

Fehlerstreifen [119](#)

Fehlerstromschutzschalter [170](#)

Feld

elektrisches [154](#)

magnetisches 189

Fermi-Energie 205

feste Stoffe 91, 114

festes Ende 80

Fieberthermometer 120

Filter, optische 218

 Polarisations- 255

Flächen 5

Fliehkraft 33

Fließbereich 42

Fluoreszenzmikroskop 278

Flussdichte, magnetische 190

Flüssigkeit 45, 115

 Newtonsche 47

Flüssigkeitsthermometer 120

Formkonstante einer Kugel 52

Fourieranalyse 96

Frank-Hertz-Versuch 289

Frequenz 56, 59

Funkenlöschung 197

G

Galileo Galilei 27

Galvanometer 171

Gammastrahlung 216, 298

Gangunterschied 94, 243

Gase [135](#)
 ideale [141](#)
 reale [142](#)
Gasgemische [140](#)
Gasgesetz [141](#)
Gaskonstante [129](#)
Gaußverteilung [12](#)
Gay-Lussac, Gesetz von [144](#)
gedackte Pfeife [99](#)
Gegenphase [243](#)
Gegenstandsgröße [229](#)
Gegenstandsweite [229](#)
Geiger-Müller-Zählrohr [302](#)
Geräusche [106](#)
Geschwindigkeit [2](#), [21](#)
 mittlere von Molekülen [136](#)
Giga [3](#)
Gitterkonstante [249](#)
Gleichgewicht [35](#)
Gleichstrom [158](#)
Gleitreibung [26](#)
Glockenkurve [12](#)
Glühelektrischer Effekt [203](#)
Glühkathode [317](#)
Gradmaß [6](#)

Grenzfall, aperiodischer [69](#)
Grenzwellenlänge der Röntgenstrahlung [297](#)
Grenzwinkel [223](#)
Größenordnungen [3](#)
Größtfehler [14](#)
Grundschiwingung [85](#)
Güte [69](#)

H

Haftreibung [26](#)
Hagen-Poiseuille'sche Gesetz [53](#)
Halbleiter [161](#)
 Strom in [157](#)
Halbleiterdetektor [303](#)
Halbschattenverfahren [263](#)
Halbwertsdicke [299](#)
Halbwertszeit [304](#), [309](#)
Harmonische [84](#)
Härte der Röntgenstrahlung [297](#)
Hauptebenen [232](#)
Hauptmaxima [250](#)
Hauptsatz der Wärmelehre
 erster [123](#)
 zweiter [147](#)
Hauptschluss [177](#)
Hebel [37](#)

Hekto [3](#)
Heliumkern [306](#)
Helmholtz-Spulenpaar [208](#)
Henry [194](#)
Hertz [56](#)
Himmelblau [259](#)
Hitzdraht-Amperemeter [171](#)
Höchstwertthermometer [120](#)
Hookesches Gesetz [41](#)
Hörgrenze [105](#)
Hörschwelle [107](#)
Huygenssches Prinzip [245](#)
Hydrodynamik [45](#)

I, J

Impuls [29](#)
Impulserhaltung [29](#)
indifferentes Gleichgewicht [36](#)
Induktion, magnetische [190](#)
Induktionsgesetz [194](#)
Induktionsspannung [191](#)
Induktivität [194](#)
Induktivitäten, Schaltung von [197](#)
INDUSI [190](#)
Influenz [180](#)
Infraschall [105](#)

Innenwiderstand [163](#)

innere Energie [122](#)

Intensität des Lichtes [218](#)

Interferenz

 bei dünnen Schichten [244](#)

 von Wellen [94](#), [242](#)

 konstruktive und destruktive [243](#)

Ionendosis [300](#)

Ionisationskammern [303](#)

ionisierende Strahlung [296](#)

Isobare [144](#)

Isochore [145](#)

Isolator [150](#)

Isotherme [145](#)

Joliot, Frederic [306](#)

Joliot-Curie, Irène [306](#)

Joulesche Wärme [160](#)

K

Kalibrierung [120](#)

Kammerton a [105](#)

Kapazität

 der Erdkugel [181](#)

 elektrische [178](#)

 Wärme- [127](#)

Kapillare [44](#)

Kardinalpunkte [232](#)
Kationen [157](#)
Kelvin [2](#), [113](#)
Kennlinie eines Widerstandes [164](#)
Kern [152](#)
Kernladungszahl [304](#)
Kilo [2](#)
kinetische Energie [29](#)
Kirchhoffsche Gesetze [54](#)
Kirchhoffsche Regeln [168](#)
Kirchhoffsches Strahlungsgesetz [127](#)
 Klänge [105](#)
Klangfarbe [106](#)
Klemmenspannung [163](#)
Knoten [233](#)
Knotenregel [168](#)
Kohärenzlänge [244](#)
Kohäsionskraft [43](#)
Kollektorlinse [279](#)
Kompassnadel [188](#)
Komponentenzerlegung von Vektoren [5](#)
Kompressibilität [43](#)
Kompressionsmodul [43](#)
Kondensator [178](#)
 Auf- und Entladung [183](#)

Kondensieren [115](#)
Kondensator [278](#)
Kontinuitätsbedingung [49](#)
Konvektion [125](#)
Kraft [26](#)
Kreis, Fläche [6](#)
Kreisfrequenz [65](#)
Kreisstrom [190](#)
Kriechfall [69](#)
kritischer Punkt [124](#)
Kugel, Volumen [6](#)
Kundtsches Rohr [99](#)
Kupfer, spez. Widerstand [162](#)
Kurzschlussstrom [163](#)
Kurzsichtigkeit [231](#)

L

labiles Gleichgewicht [36](#)
Ladung, spezifische des Elektrons [202](#), [209](#)
Ladungsausgleich [151](#)
Ladungstrennung [151](#)
Ladungsübertrag [151](#)
Lambert-Beersches Gesetz [299](#)
Längenausdehnungskoeffizient [117](#)
Längswellen [60](#)
Laser [244](#)

latente Wärme [115](#)
Lateralvergrößerung [270](#)
Lautheit [109](#)
Lautstärke [108](#)
Lebensdauer, mittlere [310](#)
Leerlaufspannung [163](#)
Leistung [30](#)
 elektrische [128](#), [160](#)
Leiter [149](#)
Leitwert, elektrischer [162](#)
Lenard [287](#)
Lenzsche Regel [192](#)
Licht [217](#)
 kohärentes [244](#)
Lichterzeugung [242](#)
Lichtgeschwindigkeit [2](#), [221](#)
Lichtleiter [223](#)
Lichtstärke [219](#)
Lichtstrom [219](#)
linear polarisiertes Licht [254](#)
Linienspektrum einer Röntgenquelle [296](#)
Linsen
 dicke [232](#)
 dünne [227](#)
Linsensysteme [233](#)

Longitudinalwellen [60](#), [91](#)

Lorentz-Kraft [206](#)

loses Ende [80](#)

Luft [140](#)

Luftdruck [139](#)

Luftkissengleiter [73](#)

Lupe [228](#), [268](#)

M

Magnetfeld

von Strömen [189](#)

Erzeugung [208](#)

magnetische Feldkonstante [194](#)

magnetische Flussdichte [190](#)

magnetische Induktion [190](#)

Magnetismus [188](#)

Magnetostatik [188](#)

Manometer [137](#)

Maschenregel [169](#)

Maßeinheit [1](#)

Massenkonzentration [141](#)

Massenprozent [141](#)

Massenzahl [305](#)

Maßzahl [1](#)

Maxwellsche

Geschwindigkeitsverteilung [136](#)

mechanische Spannung [40](#)

Medium

dichteres und dünneres [80](#)

optisches [219](#)

Mega [3](#)

Membranmanometer [139](#)

Messbereich [10](#)

Messbereichserweiterung des Amperemeters [172](#)

Messfehler [9](#)

absoluter und relativer [10](#)

Messfehler, zufällige [11](#)

Messung [10](#)

direkte und indirekte [14](#)

Messunsicherheit [10](#), [14](#)

Metalle, Strom in [161](#)

Mikro [3](#)

Mikroskop [265](#)

Aufbau des [278](#)

Mikrowellen [216](#)

Milli [3](#)

Millikan [152](#)

Minuspol einer Stromquelle [157](#)

Mittel, arithmetisches [11](#)

Mittelpunktstrahl [232](#)

Molarität [141](#)

Momentangeschwindigkeit [22](#)

Momentanwert [55](#)

Monochromator [218](#)

N

Nahpunkt [266](#)

Nano [3](#)

Nebenmaxima [250](#)

Nebenschluss [172](#)

Neutronen [304](#)

Newtonsche Axiome [26](#)

Nordpol, magnetischer [188](#)

Normalbedingungen [139](#)

Normalverteilung [12](#)

Normalwiderstand [173](#)

Nukleonen [305](#)

numerische Apertur [277](#)

O

Oberflächenspannung [43](#)

Oberschwingung [84](#)

Objektiv des Mikroskopes [278](#)

Objektivrevolver [278](#)

Objekttisch [278](#)

offene Pfeife [99](#)

Öffnungsfehler [234](#)

ohmscher Widerstand [164](#)

Ohmsches Gesetz [162](#)
Oktave [105](#)
Okular des Mikroskops [273](#)
Öltröpfchenversuch [152](#)
Optik, geometrische [219](#)
optimale Gerade [19](#)
optische Achse [227](#)
optische Aktivität [261](#)
Ordnungszahl [304](#)
Orgelpfeifen [98](#)
Orientierungspolarisation [180](#)
Oszillation [54](#)
Oszilloskop [317](#)
P, Q
Paarbildung [299](#)
Parallaxenfehler [10](#)
Parallelschaltung [166](#)
 von Induktivitäten [197](#)
 von Kondensatoren [186](#)
Periodensystem [305](#)
periodische Vorgänge [54](#)
Periodizität der Welle [61](#)
Permeabilitätszahl [194](#)
Phase [55](#)
Phasenbeziehung [243](#)

Phasendiagramm [116](#)
Phasendifferenz [55](#)
Phasengeschwindigkeit [59](#)
Phasensprung [79](#)
Phasenumwandlung [115](#)
Photoeffekt [204](#), [299](#)
physikalische Größe [1](#)
Pico [3](#)
Plancksche Konstante [216](#), [288](#)
Platon [285](#)
Plattenkondensator [178](#)
Pluspol, einer Stromquelle [157](#)
Polarisation [254](#)
 durch Streuung [259](#)
Polarisationsfilter [255](#)
Polarisationswinkel [257](#)
Polarität [158](#)
Potentialdifferenz [154](#)
potentielle Energie [29](#)
Potentiometer [173](#)
Potentiometerschaltung [175](#)
Prisma [224](#)
Protonen [304](#)
Punktladungen [153](#)
Pyramide, Volumen [6](#)

Pythagoras, Satz des 8

Quader, Volumen 6

Querwellen 60

R

Radarkontrolle 102

Radialbeschleunigung 32

Radialkraft 32

Radiant 6

Radioaktivität 304, 305

 künstliche 311

Radiowellen 216

Raumwinkel 8

Rechteck, Fläche 5

Rechte-Hand-Regel 189

Reflexion

 am festen Ende 80

 am offenen Ende 80

 von Wellen 79

Reflexionsgesetz 220

Regenbogen 225

 sekundäre 226

Reihenschaltung 166

 von Induktivitäten 197

 von Kondensatoren 186

relative Atommasse 305

Relativfehler [15](#)
Resistivität [160](#)
Resonanz [71](#)
Resonanzkurven [71](#)
Resonator [71](#)
Richmannsche Mischungsregel [130](#)
Riva-Rocci [138](#)
Röntgenröhre [296](#)
Röntgenstrahlen [242](#), [296](#)
Rotationsbewegungen [30](#)
Rotationsdispersion [262](#)
Rotverschiebung [102](#)
Rückstellkraft [63](#)
Rundungsfehler [11](#)
Rutherford-Atommodell [287](#)
S
Saccharimetrie [254](#), [262](#)
Sägezahnspannung [317](#)
Saitenschwingung [79](#)
Sammellinsen [227](#)
Sättigungsdampfdruck [116](#)
Sauerstoff [140](#)
Schalen, im Atommodell [289](#)
Schalldruckpegel [106](#)
Schallgeschwindigkeit [92](#)

in Gasen 91
Schallintensitätspegel 108
Schallstärke 106
Schallwellen 91
Scherkraft 42
Scherung 43
Schiebewiderstand 175
Schmelzen 115
Schmelzwärme 115
Schmerzgrenze 107
Schubmodul 42
Schubspannung 42
schwarzer Strahler 126
Schwebung 95
Schweredruck 138
Schwerpunkt 36
Schwingfall 69
Schwingkreis 198
Schwingung 54
 erzwungene 70
 gedämpfte 68
 harmonische 56
 ungedämpfte 63
Schwingungsdauer 56
 des Federpendels 66

Schwingungsknoten und -bäuche 82

Seebeck-Effekt 121

Sehwinkelvergrößerung 268

Seilwelle 86, 255

Selbstinduktion 193

Selbstinduktionskoeffizient 194

Siedepunkt 116

Siemens 162

SI-System 2

Skalar 4

Snellius 220

Spannung 157, 160

Spannungsmessung 171

Spannungsquelle 157, 163

Spektralanalyse 217

Spektrallinien 217

Spektrograph 217

Spektroskopie 217

Spektrum 217

 der Röntgenstrahlung 296

 elektromagnetisches 216

spezifischer Widerstand 162

Spiegel 232

stabiles Gleichgewicht 36

Standardabweichung 13

empirische 26
stationärer Zustand 70
Stauchung 39
Stefan-Boltzmann-Gesetz 126
stehende Wellen 80
Steigungsdreieck 19
Stempeldruck 139
Steradian 8
Stickstoff 140
Stokes'sches Gesetz 52
Stöpsel-Rheostat 176
Strahlengang des Mikroskops 275
Strahlenmessung 300
Strahlungsmessung 300
Strahlung, ionisierende 296
Strahlungsdetektoren 302
Strahlungskonstante 126
Strom, elektrischer 157
Stromdichte 159
Stromkreis 158
Stromlinien 46
Strommessung 171
Stromrichtung, technische 158
Stromschläge, Schutz vor 170
Stromstärke 46

elektrische [158](#)

Strömung [46](#)

laminare [50](#)

turbulente [52](#)

Strömungswiderstand [47](#)

Sublimieren [115](#)

Subtraktion von Vektoren [4](#)

Südpol, magnetischer [188](#)

Superposition von Wellen [80](#), [242](#)

Supraleiter [159](#)

Systeme International [2](#)

Szintillationszähler [302](#)

T

Tauchsieder [129](#)

Temperatur [113](#)

Temperaturabhängigkeit des ohmschen Widerstandes [165](#)

Temperaturmessung [119](#)

Tera [3](#)

Thales von Milet [149](#)

thermodynamische Temperaturskala [113](#)

Thermoelement [121](#)

Thermospannung [121](#)

Thomson-Atommodell [286](#)

Töne [105](#)

Torsionsmodul [42](#)

Totalreflexion [223](#)
Trägheitsmoment [38](#)
Transformator [195](#)
Translation [21](#)
Transmission [299](#)
Transversalwellen [60](#), [258](#)
Trenntrafo [170](#)
Triggerung [319](#)
Tripelpunkt [116](#)
Tubus, des Mikroskops [273](#)
U, V
Ultraschall [105](#)
Valenzelektronen [289](#)
Van-der-Waals-Kräfte [43](#)
Van-der-Waals-Gleichung [143](#)
Vektor, Zerlegung in Komponenten [5](#)
Vektoraddition [5](#)
Vektoren [4](#)
Vektorsubtraktion [4](#)
Verdampfen [115](#)
Verdampfungswärme [115](#)
Verformung [39](#)
Vergrößerung, Detail- [269](#)
Vergrößerung, förderliche [276](#)
Verschiebungspolarisation [180](#)

Vertrauensbereich [13](#)
Verzögerung [25](#)
Viskoelastizität [41](#)
Viskosität [50](#)
Vollkreis [6](#)
Voltmeter [172](#)
Volumenausdehnungskoeffizient [119](#)
Volumenbeständigkeit [45](#)
Volumenprozent [140](#)
Volumenstrom [46](#)
Volumina [6](#)
Vorsilben [3](#)
W
Wärmekapazität [127](#)
 von Wasser [131](#)
Wärmelehre [113](#)
Wärmeleitung [124](#)
Wärmemenge [123](#)
Wärmestrahlung [125](#)
Wärmeströmung [125](#)
Wärmeübertragung [124](#)
Wasserdampfgehalt [140](#)
Wasserstoffatom [288](#)
Weber-Fechnersches Gesetz [109](#)
Wechselstrom [158](#)

Wechselströme, Messung von [171](#)

Weitsichtigkeit [231](#)

Welle [58](#)

Wellenlänge [59](#)

Wellenoptik [218](#), [242](#)

Wellenzahl [61](#)

Wheatstonesche Brücke [174](#)

Widerstand, elektrischer [161](#)

Widerstandsthermometer [121](#)

Winkel [6](#)

Winkelbeschleunigung [31](#)

Winkelgeschwindigkeit [31](#)

Wirbelstrombremse [73](#), [191](#)

Wirbelströmung [52](#)

Z

Zahlenwert [1](#)

Zeitablenkung [319](#)

Zeitkonstante

 des Kondensators [185](#)

 von Spule und Widerstand [195](#)

 Zentrifugalkraft [33](#)

Zentripetalkraft [32](#)

Zerfallsgesetz [308](#)

Zerfallskonstante [309](#)

Zerreipunkt [41](#)

Zerstreuungslinsen [227](#)
Ziliarmuskel [266](#)
zirkular polarisiert [259](#)
Zugspannung [41](#)
zusammengesetzte Größen [2](#)
Zustand, stationärer [70](#)
Zustandsänderung
 adiabatische [146](#)
 isobare [144](#)
 isochore [144](#)
 isotherme [145](#)
Zustandsgleichung idealer Gase [142](#)
Zustandsgrößen [141](#)
Zwangskraft [70](#)
Zylinder, Volumen [6](#)