

RUPRECHT-KARLS-UNIVERSITÄT HEIDELBERG



Marc Layer

---

Untersuchung der elastischen Eigenschaften  
von Multikomponentengläsern bei tiefen Temperaturen

Diplomarbeit

HD-KIP 00-23

KIRCHHOFF-INSTITUT FÜR PHYSIK

---



Fakultät für Physik und Astronomie  
Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg

Diplomarbeit  
im Studiengang Physik

vorgelegt von  
**Marc Layer**  
aus Heidelberg

2000



**Untersuchung der elastischen Eigenschaften  
von Multikomponentengläsern  
bei tiefen Temperaturen**

Die Diplomarbeit wurde ausgeführt von Marc Layer am  
Kirchhoff-Institut für Physik  
unter der Betreuung von  
**Herrn Priv.-Doz. Dr. C. Enss**



In dieser Arbeit wurden Untersuchungen der Temperatur- und Magnetfeldabhängigkeit der elastischen Eigenschaften von verschiedenen Multikomponentengläsern (BK 7, Fs 21, AF 45) bei tiefen Temperaturen durchgeführt. Für die Experimente wurden mechanische Oszillatoren, sog. Double Paddles, eingesetzt, die sich durch eine reduzierte Untergrunddämpfung und ein vielfältiges Modenspektrum im akustischen Frequenzbereich auszeichnen. Im Vergleich zur Prognose des Tunnelmodells, welches die Tieftemperatureigenschaften von Gläsern phänomenologisch beschreibt, wurden für die innere Reibung bei sehr tiefen Temperaturen deutlich erhöhte Werte gefunden. Sowohl die Temperatur- als auch die Frequenzabhängigkeit weichen systematisch vom Tunnelmodell ab. Zudem ist der resonante Beitrag zur relativen Schallgeschwindigkeitsänderung gegenüber der Tunnelmodellvorhersage reduziert. Die Ursache für diese Beobachtungen liegt vermutlich in der im Tunnelmodell nicht berücksichtigten Wechselwirkung der Tunnelsysteme untereinander, deren Auswirkung mit abnehmender Temperatur immer ausgeprägter wird. Bei etwas höheren Temperaturen zwischen einigen 100 mK und 4 K, wo viele Gläser eine konstante innere Reibung aufweisen, zeigen die hier untersuchten Multikomponentengläser einen deutlichen Abfall mit zunehmender Temperatur. Dies deutet auf eine nichtkonstante Zustandsdichte der Tunnelsysteme hin. Bei Messungen von Schallgeschwindigkeit und Dämpfung in Magnetfeldern bis zu 0,2 T konnte bis auf Wirbelstromeffekte keine signifikante Abhängigkeit der Messgrößen vom äußeren Feld beobachtet werden.

## Measurements of the elastic properties of multicomponent glasses at low temperatures

The temperature and magnetic field dependence of the elastic properties of several multicomponent glasses (BK 7, Fs 21, AF 45) has been measured at low temperatures. The mechanical double paddle oscillators used for the experiments allow measurements in the audio frequency range to be performed at different eigenmodes and with very small background loss. Compared with the predictions of the tunneling model, which phenomenologically describes the low temperature properties of glasses, strongly enhanced values of the internal friction  $Q^{-1}$  were found. Both temperature and frequency dependence systematically differ from the predictions of the tunneling model. Furthermore the resonant contribution to the change of sound velocity is reduced in comparison with the tunneling model. The most plausible origin of the deviations is the mutual interaction of the tunneling states which is not taken into account in the tunneling model but becomes particularly important at very low temperatures. At temperatures between several 100 mK and about 4 K, where the internal friction of many glasses is independent of temperature, the multicomponent glasses investigated here show a significant decrease of  $Q^{-1}$  with increasing temperature. This indicates, that the density of states of the tunneling systems is not constant. Additional measurements of damping and variation of sound velocity in magnetic fields up to about 0.2 T did not show — beside eddy current effects — a significant dependence on the magnetic field.



# Inhalt

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Tunnelsysteme in amorphen Festkörpern</b>	<b>3</b>
2.1	Tieftemperatureigenschaften von Gläsern . . . . .	3
2.2	Das Tunnelmodell . . . . .	6
2.2.1	Doppelmuldenpotential . . . . .	6
2.2.2	Verteilung der Parameter . . . . .	8
2.2.3	Wechselwirkung mit Phononen . . . . .	9
2.2.4	Kopplung an elektrische Felder . . . . .	17
2.3	Erweiterungen des Tunnelmodells . . . . .	17
2.3.1	Grundlagen . . . . .	17
2.3.2	Akustische Messungen an Quarzglas . . . . .	19
2.3.3	Magnetfeldabhängigkeit der Dielektrizitätskonstanten . . . . .	20
<b>3</b>	<b>Die untersuchten Oszillatoren</b>	<b>23</b>
3.1	Vibrating Reed . . . . .	23
3.2	Double Paddle . . . . .	25
3.3	Probenspezifikation und Herstellung der Oszillatoren . . . . .	30
3.3.1	Die Borsilikatgläser BK 7 und AF 45 . . . . .	30
3.3.2	Fs21 . . . . .	31
3.3.3	Amorphes BaO-Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> -SiO <sub>2</sub> . . . . .	32
<b>4</b>	<b>Experimenteller Aufbau und Messtechnik</b>	<b>33</b>
4.1	Erzeugung und Messung tiefer Temperaturen . . . . .	33
4.2	Probenhalter und elektronischer Aufbau . . . . .	34
4.3	Bestimmung der akustischen Messgrößen . . . . .	38
4.4	Erzeugung und Bestimmung des Magnetfelds . . . . .	40
4.5	Experimentelle Probleme . . . . .	43

<b>5 Experimentelle Ergebnisse: Temperaturabhängigkeit</b>	<b>47</b>
5.1 Messungen an Fs 21 . . . . .	47
5.1.1 Innere Reibung . . . . .	47
5.1.2 Relative Änderung der Schallgeschwindigkeit . . . . .	52
5.2 Messungen an BK 7 . . . . .	54
5.2.1 Innere Reibung . . . . .	54
5.2.2 Relative Änderung der Schallgeschwindigkeit . . . . .	56
5.3 Zusammenfassende Diskussion und Deutung der Daten . . . . .	57
5.3.1 Annahme einer vom Tunnelmodell abweichenden Verteilungsfunktion	57
5.3.2 Berücksichtigung der Wechselwirkung zwischen Tunnelsystemen . .	63
<b>6 Experimentelle Ergebnisse: Magnetfeldabhängigkeit</b>	<b>69</b>
6.1 Bestimmung der Messgrößen . . . . .	70
6.2 Magnetfeldabhängigkeit der Schallgeschwindigkeit . . . . .	71
6.3 Magnetfeldabhängigkeit der inneren Reibung . . . . .	75
6.4 Zusammenfassende Betrachtung . . . . .	77
<b>7 Zusammenfassung</b>	<b>79</b>
<b>Anhang</b>	<b>81</b>
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>83</b>
<b>Danksagung</b>	<b>87</b>

# 1 Einleitung

Gläser decken schon lange im alltäglichen Gebrauch ein breites Spektrum an Anwendungen ab. In jüngster Zeit erlangt diese Substanzklasse auch bei der Datenkommunikation mittels Glasfaserkabeln eine zunehmende Bedeutung. Trotz der schon Jahrtausende alten Tradition der Glasherstellung war bis zur Mitte dieses Jahrhunderts weitaus weniger über den physikalischen Hintergrund des Glaszustands bekannt als über den der kristallinen Festkörper. In der Physik der kondensierten Materie standen zunächst fast ausschließlich die geordneten Systeme im Mittelpunkt des Interesses. Dies lag sicherlich mit darin begründet, dass Kristalle aufgrund der periodischen Anordnung ihrer Atome theoretisch leichter zugänglich sind. Ein einfaches aber sehr effektives Konzept stellt z. B. die Einführung von Gittervektoren dar. Bei amorphen Systemen hat man hingegen aufgrund der fehlenden Fernordnung nur eine eingeschränkte Strukturinformation zur Verfügung, die eine Rückführung experimenteller Ergebnisse auf mikroskopische Ursachen erschwert.

Lange Zeit war man der Meinung, dass zumindest im Bereich tiefer Temperaturen die Unregelmäßigkeiten in der amorphen Netzstruktur keinen Einfluss auf die hier vorherrschenden langwelligen Phononen haben sollten. Erst zu Beginn der siebziger Jahre wurden systematische Untersuchungen der Eigenschaften von Gläsern bei tiefen Temperaturen durchgeführt. Insbesondere die Ergebnisse der Messungen thermischer Eigenschaften verdeutlichten das qualitativ sehr unterschiedliche Verhalten von amorphen und kristallinen Systemen. Während bei Kristallen eine  $T^3$ -Abhängigkeit der spezifischen Wärme und der Wärmeleitfähigkeit gefunden wird, zeigten die Messungen an Gläsern eine spezifische Wärme, die näherungsweise linear, und eine Wärmeleitfähigkeit, die quadratisch mit der Temperatur variiert [Zel71]. Eine weitere Erkenntnis war, dass nicht nur der Temperaturverlauf dieser Eigenschaften, sondern auch ihr Betrag weitgehend „universell“, d. h. unabhängig von der chemischen Zusammensetzung der amorphen Substanz ist [Ste73, Phi84].

Die besonderen physikalischen Eigenschaften dieser Substanzklasse bei tiefen Temperaturen sind auf niederenergetische Anregungszustände zurückzuführen, die eine Folge der irregulären Struktur der Gläser ist. Als erfolgreiches Konzept zur Beschreibung der Tieftemperatureigenschaften hat sich das sog. Tunnelmodell erwiesen. Nach diesem können im amorphen Festkörper Atome oder Atomgruppen lokalisierte Bewegungen zwischen verschiedenen energetisch fast äquivalenten Positionen ausführen. Auch bei tiefen Temperaturen sind Konfigurationsänderungen über Tunnelprozesse durch die Potentialbarriere, welche die Zustände trennt, möglich. Trotz des in den letzten Jahrzehnten stetig weiterentwickelten Verständnisses ist es bis heute nicht gelungen, die mikroskopische Natur der tunnelnden Teilchen eindeutig zu identifizieren.

Zwar spielt im Tunnelmodell die Wechselwirkung dieser Tunnelsysteme mit Phononen die zentrale Rolle, doch bleibt eine Wechselwirkung *zwischen* den Systemen unberücksichtigt. Von experimenteller Seite existieren hingegen klare Hinweise auf die Relevanz der Wechselwirkung von Tunnelsystemen untereinander. Ein Beispiel aus jüngster Zeit ist die im Temperaturbereich unterhalb von 100 mK in den elastischen Eigenschaften von Quarzglas beobachtete systematische Abhängigkeit des Anstiegs der inneren Reibung von der Messfrequenz, die zudem für alle Frequenzen schwächer von der Temperatur abhängt als vom Tunnelmodell vorhergesagt [Cla00]. Ein weiteres Beispiel für ein Verhalten, das nach dem Tunnelmodell nicht erwartet wird, ist die von Strehlow *et al.* [Str00] am Multikomponentenglas BaO-Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-SiO<sub>2</sub> gefundene Magnetfeldabhängigkeit der dielektrischen Konstanten bei Temperaturen unterhalb von 100 mK. Für beide Beobachtungen existieren kontrovers diskutierte Modellvorstellungen, in denen die Effekte der Wechselwirkung zwischen den Tunnelsystemen zugeschrieben wird. Gemeinsam ist den Überlegungen, dass für thermische Energien, die kleiner als die typischen Wechselwirkungsenergien sind, die Kopplung der Tunnelsysteme ihre Dynamik ganz entscheidend beeinflusst.

Etliche Fragen bedürfen in diesem Zusammenhang noch weiterer Klärung, etwa: Beobachtet man die in den elastischen Eigenschaften von Quarzglas gefundenen Abweichungen von den Vorhersagen des Tunnelmodells auch in anderen Gläsern? Sind diese Abweichungen ähnlich ausgeprägt? Findet man aufgrund der formalen Analogie zwischen dielektrischer und elastischer Suszeptibilität auch in akustischen Messungen eine Magnetfeldabhängigkeit? Handelt es sich bei dem Verhalten um einen universellen Effekt? Zur Untersuchung dieser Fragestellungen sind Multikomponentengläser geeignet, da man aufgrund ihrer stark polaren Komponenten eine große elektrische Wechselwirkung zwischen den Tunnelsystemen erwartet und die oben beschriebenen Effekte deswegen besonders ausgeprägt sein sollten.

Im Rahmen dieser Arbeit wurden daher systematische Untersuchungen der Temperatur- und Magnetfeldabhängigkeit der elastischen Eigenschaften der Multikomponentengläser Fs21, BK7 und AF45 mit Hilfe von niederfrequenten mechanischen Oszillatoren durchgeführt. Neben der konventionellen Vibrating Reed-Technik kamen in der Mehrzahl der Fälle sog. Double Paddle-Oszillatoren zum Einsatz. Diese zeichnen sich gegenüber den Reeds durch eine reduzierte Untergrunddämpfung aus. Des Weiteren steht beim Paddle ein relativ breites Modenspektrum zur Verfügung, das die Untersuchung der elastischen Größen bzgl. einer Frequenz- und Polarisationsabhängigkeit ermöglicht.

In Kapitel 2 werden zunächst die Annahmen und Voraussagen des Tunnelmodells besprochen sowie einige Erweiterungen desselben vorgestellt. Anschließend werden in Kapitel 3 die im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Oszillatorgeometrien und in Kapitel 4 der experimentelle Aufbau zur Durchführung der Messungen beschrieben. Die Darstellung und Diskussion der experimentellen Ergebnisse erfolgt in Kapitel 5 und 6. In Kapitel 7 werden die Resultate noch einmal kurz zusammengefasst und bewertet.

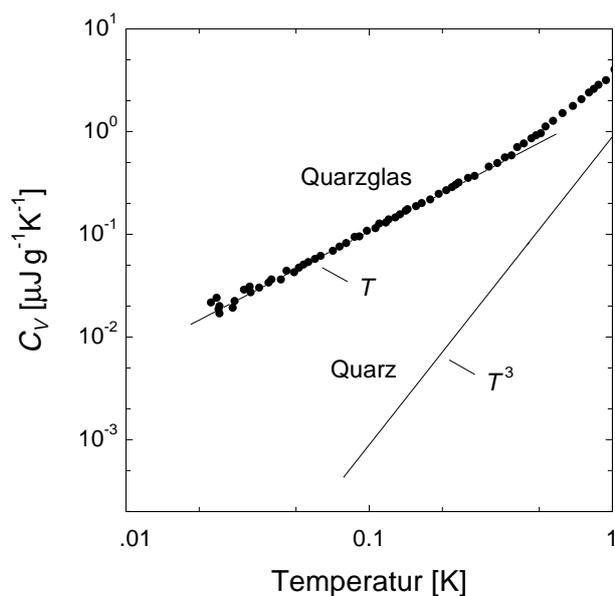
## 2 Tunnelsysteme in amorphen Festkörpern

### 2.1 Tieftemperatureigenschaften von Gläsern

Amorphe Festkörper zeichnen sich gegenüber Kristallen durch eine fehlende Fernordnung ihrer Atome aus. Bindungslängen und -winkel variieren, so dass kein wohldefiniertes Gitter existiert. Dies hat Auswirkungen auf die physikalischen Eigenschaften von Gläsern bei tiefen Temperaturen.

#### Spezifische Wärme

Die spezifische Wärme von dielektrischen Kristallen wird durch das Debye-Modell erfolgreich wiedergegeben. Das Modell beschreibt den Festkörper als elastisches Kontinuum, in dem sich die Phononen mit konstanter Schallgeschwindigkeit ausbreiten. Da bei tiefen Temperaturen die Wellenlängen der dominanten Phononen wesentlich größer als die Strukturunregelmäßigkeiten im Glas sind und die Theorie in ihren Annahmen keinen Bezug auf die gleichmäßige Anordnung der Atome nimmt, sollte sie auch auf diese Substanzklasse übertragbar sein. Allerdings weisen amorphe Festkörper in ihren Eigenschaften bei tiefen Temperaturen fundamentale Unterschiede zu Kristallen auf. Diese Abweichungen, die man auch als „Tieftemperaturanomalien von Gläsern“ bezeichnet, wurden 1971 in den von Zeller und Pohl [Zel71] durchgeführten Messungen der spezifischen Wärme und



**Abb. 2.1:** Spezifische Wärme von Quarzglas und kristallinem Quarz als Funktion der Temperatur. Beim Kristall sind die Messwerte nicht eingezeichnet (nach [Hun77]).

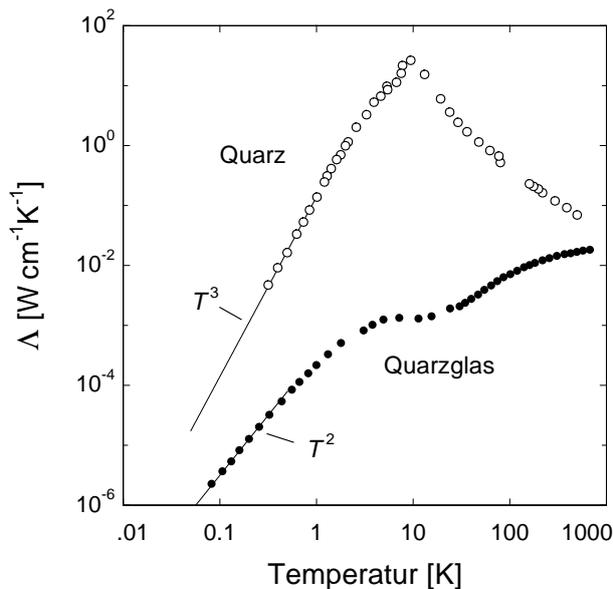
Wärmeleitfähigkeit erstmals systematisch untersucht. Abb. 2.1 demonstriert die qualitativen und quantitativen Unterschiede. Während die spezifische Wärme von kristallinem Quarz gemäß der Debye-Theorie proportional zu  $T^3$  verläuft, weicht die von Quarzglas deutlich davon ab. Unterhalb von 1 K erhält man einen in der Temperatur etwa linearen Verlauf der spezifischen Wärme. Des Weiteren sind die Absolutwerte wesentlich größer als erwartet. Bei 25 mK übersteigen die Messwerte die Vorhersage der Debye-Theorie um mehr als drei Größenordnungen. Dies lässt darauf schließen, dass in der amorphen Struktur — im Gegensatz zum kristallinen System — zusätzliche niederenergetische Anregungszustände vorhanden sind.

### Wärmeleitfähigkeit

Wie aus den in Abb. 2.2 dargestellten Messungen hervorgeht, unterscheiden sich kristalliner Quarz und Quarzglas auch hinsichtlich der Wärmeleitfähigkeit erheblich. In dielektrischen Kristallen wird die Wärme durch Phononen transportiert. Aufgrund von Gitteranharmonizitäten können die Phononen sich nicht ballistisch ausbreiten, sondern werden in Abhängigkeit von der Temperatur mehr oder weniger gestreut. In Analogie zu diffundierenden Gasmolekülen spricht man auch vom Phononengas, so dass sich für den Wert des Wärmeleitfähigkeitskoeffizienten aus der kinetischen Gastheorie folgender Ausdruck ergibt:

$$\Lambda = \frac{1}{3} C v l \quad (2.1)$$

Hierbei sind  $C$  die spezifische Wärme des Phononengases,  $v$  die Schallgeschwindigkeit und  $l$  die mittlere freie Weglänge der Phononen, die durch den bei der jeweiligen Temperatur



**Abb. 2.2:** Wärmeleitfähigkeit von kristallinem Quarz und Quarzglas als Funktion der Temperatur (nach [Zel71]).

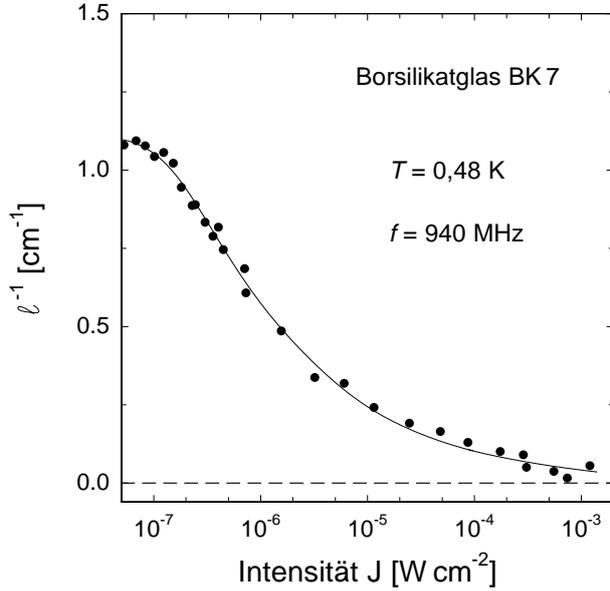
dominanten Streuprozess bestimmt wird. Mit abnehmender Temperatur durchläuft das Wärmeleitvermögen von Kristallen ein Maximum. Oberhalb des Maximums ist der dominante Streuprozess die Wechselwirkung der Phononen untereinander. Dieser verschwindet mit sinkender Temperatur exponentiell. Unterhalb des Maximums, im sogenannten Casimir-Bereich, ist die freie Weglänge so groß, dass sie durch die Streuung der Phononen an der Probenoberfläche begrenzt wird. Da die Schallgeschwindigkeit in diesem Bereich näherungsweise temperaturunabhängig ist, folgt die Wärmeleitfähigkeit dem durch die Debye-Theorie vorhergesagten Temperaturverlauf der spezifischen Wärme. Der Absolutwert hängt neben der Ausdehnung des Kristalls noch von dessen Oberflächenbeschaffenheit ab.

Ein qualitativ anderes Verhalten zeigt Quarzglas. Von tiefen Temperaturen her kommend steigt die Wärmeleitfähigkeit näherungsweise proportional zu  $T^2$  an, mündet bei etwa 3 K in ein Plateau und steigt oberhalb von 10 K wieder an. Im gesamten Temperaturbereich liegt das Wärmeleitvermögen unterhalb dessen von Quarz — im Casimir-Bereich der kristallinen Probe um zwei bis drei Größenordnungen. Diese Reduktion deutet auf einen zusätzlichen Streumechanismus im amorphen Festkörper hin, der die mittlere freie Weglänge der Phononen begrenzt, so dass der Casimir-Bereich selbst bei sehr tiefen Temperaturen nicht erreicht wird. Die Ergebnisse der Wärmeleitfähigkeitsmessung können verstanden werden, wenn man annimmt, dass es sich bei den zusätzlichen Streumechanismen um lokalisierte niederenergetische Anregungen mit Zwei-Niveau-Charakter und einer breiten Energieverteilung handelt. Eine näherungsweise konstante Zustandsdichte dieser Systeme erklärt sowohl eine zusätzliche spezifische Wärme, die linear in der Temperatur verläuft, als auch das  $T^2$ -Verhalten der Wärmeleitfähigkeit [Ens00].

Die in Abb. 2.1 und Abb. 2.2 vorgestellten Messdaten von kristallinem Quarz und Quarzglas sind charakteristisch für beide Substanzklassen. Erwähnenswert ist, dass Gläser bei tiefen Temperaturen ein nahezu universelles Verhalten aufweisen, d. h. dass sie nicht nur qualitativ, sondern auch quantitativ sehr ähnliche Eigenschaften zeigen. Beispielsweise variieren die Absolutwerte der Wärmeleitfähigkeit sowie der spezifischen Wärme von Gläsern unterschiedlicher chemischer Zusammensetzung innerhalb einer Größenordnung (vgl. hierzu [Phi84]).

## Ultraschallabsorption

Die Bestätigung, dass es sich bei den niederenergetischen Anregungen um Systeme mit Zwei-Niveau-Charakter handelt, konnte 1972 mittels Ultraschallexperimenten erbracht werden [Hun74]. Abb. 2.3 zeigt die akustische Dämpfung von Borsilikatglas (BK 7) in Abhängigkeit von der eingestrahnten Intensität bei 0,48 K. Mit zunehmender Intensität nimmt die Absorption ab und wird bei großen Intensitäten konstant. Dieses Verhalten lässt sich auf die resonante Wechselwirkung der Zwei-Niveau-Systeme mit den Phononen zurückführen. Die Besetzungszahldifferenz eines Ensembles von Zwei-Niveau-Systemen im



**Abb. 2.3:** Ultraschalldämpfung von Borsilikatglas (BK 7) als Funktion der einstrahlten Intensität bei 0,48 K. Die durchgezogene Linie entspricht einer Vorhersage des Tunnelmodells (nach [Hun74]).

thermodynamischen Gleichgewicht ist gegeben durch

$$\Delta n = n \tanh\left(\frac{E}{2k_{\text{B}}T}\right), \quad (2.2)$$

wobei  $E$  die Energieaufspaltung der Systeme und  $n$  ihre Anzahl bezeichnet. Bei hinreichend kleiner Intensität ist Gl. 2.2 näherungsweise erfüllt, und es sind überwiegend Systeme im Grundzustand vorhanden, d. h. die Ultraschallwelle mit der Frequenz  $\omega = E/\hbar$  wird aufgrund von resonanter Absorption gedämpft. Mit zunehmender Intensität werden mehr Zwei-Niveau-Systeme in den angeregten Zustand überführt, so dass die Besetzungszahldifferenz dieses stationären Zustands kleiner als im thermodynamischen Gleichgewicht ist. Bei hinreichend großen Intensitäten wird nahezu eine Gleichbesetzung der Niveaus erreicht, so dass Absorption und stimulierte Emission mit gleicher Wahrscheinlichkeit auftreten. Die Ultraschallabsorption wird dann gesättigt.

## 2.2 Das Tunnelmodell

### 2.2.1 Doppelmuldenpotential

Ein Jahr nach den Experimenten von Zeller und Pohl wurde von Anderson *et al.* [And72] und Phillips [Phi72] unabhängig voneinander eine theoretische Beschreibung ausgearbeitet, die in der Lage ist, die meisten beobachteten Tieftemperatureigenschaften von Gläsern auf phänomenologischer Basis quantitativ zu beschreiben. Das sogenannte *Tunnelmodell* beruht auf einfachen Annahmen und enthält als zentrales Konzept die bereits erwähnten Zwei-Niveau-Systeme.

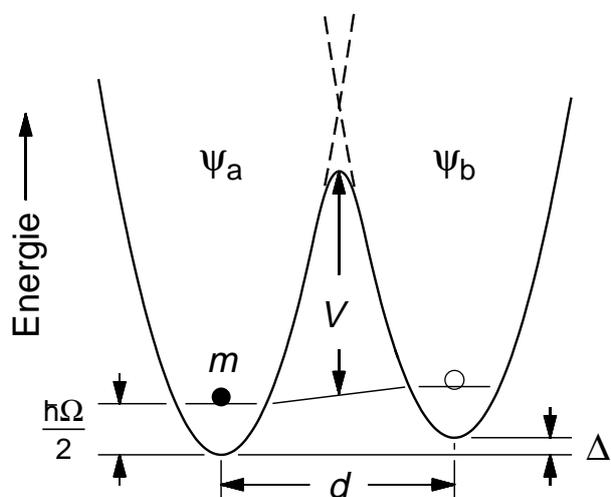


Abb. 2.4: Schematisches Bild des Doppelmuldenpotentials.

Während perfekte Kristalle dadurch ausgezeichnet sind, dass jedes Atom *eine* wohldefinierte Gleichgewichtsposition besitzt, gibt es beliebig viele Möglichkeiten, eine Glasstruktur zu realisieren. Eine der Grundannahmen des Tunnelmodells ist, dass es in der amorphen Netzstruktur zu Konfigurationen von Atomen oder Atomgruppen kommt, die räumlich benachbarte, energetisch nahezu übereinstimmende Gleichgewichtslagen besitzen. Eine solche Konfiguration kann durch ein Doppelmuldenpotential beschrieben werden, wie es in Abb. 2.4 dargestellt ist. Aufgetragen ist die Energie  $E$  gegen eine Konfigurationskoordinate  $d$ , die z. B. ein Winkel oder ein Abstand sein kann. Das Doppelmuldenpotential wird durch zwei benachbarte harmonische Potentiale gebildet, die durch eine Potentialbarriere  $V$  voneinander getrennt sind. Die Minima der Potentiale definieren die Gleichgewichtslagen eines Teilchens der effektiven Masse  $m$ ,  $\hbar\Omega/2$  ist dessen Grundzustandsenergie im jeweiligen Potentialminimum,  $\psi_a$  und  $\psi_b$  bezeichnen die entsprechenden Grundzustandswellenfunktionen. Die Energieminima können durch eine Asymmetrieenergie  $\Delta$  voneinander verschieden sein, da auf Grund der in der Regel unterschiedlichen Umgebungen der beiden Gleichgewichtslagen die Potentialmulden nicht gleich tief sind.

Im Tunnelmodell geht man davon aus, dass die Teilchen bei tiefen Temperaturen aus energetischen Gründen nicht mehr thermisch aktiviert zwischen den Potentialmulden wechseln können, sondern nur noch ein Durchtunneln der Potentialbarriere möglich ist. In erster Näherung nimmt man an, dass die tunnelnden Teilchen nur zwei mögliche Gleichgewichtslagen besitzen, was den Zwei-Niveau-Charakter der Systeme zur Folge hat. Ein *Tunnelsystem* kann somit als Teilchen der Masse  $m$  angesehen werden, dessen Dynamik sich in einem Doppelmuldenpotential abspielt, wobei die Frage nach der Natur des tunnelnden Teilchens offen bleibt.

Zur Bestimmung der Grundzustandsenergie der in Abb. 2.4 dargestellten Situation

muss die stationäre Schrödingergleichung

$$H\psi = E\psi \quad (2.3)$$

gelöst werden. Da die tatsächliche Wellenfunktion des Teilchens im Doppelmuldenpotential nicht bekannt ist, benutzt man das Ritzsche Variationsverfahren zur näherungsweise Bestimmung des Energieeigenwerts. Unter der Annahme, dass die Grundzustandswellenfunktionen der Einzelmulden  $\psi_a$  und  $\psi_b$  bekannt sind, lässt sich durch Linearkombination die folgende Ausgangswellenfunktion bilden:  $\psi = a\psi_a + b\psi_b$ . Hierbei sind  $a$  und  $b$  reelle Parameter. Nach Einsetzen des Ansatzes in Gl. 2.3 folgt ein Ausdruck für die Energie  $E$ , den man durch Verändern der Parameter  $a$  und  $b$  minimiert. Nach geeigneter Wahl des Energienullpunkts erhält man

$$E_{\pm} = \frac{1}{2} \left( \hbar\Omega \pm \sqrt{\Delta^2 + 4H_{ab}^2} \right) . \quad (2.4)$$

Die Indizes  $\pm$  stehen für die symmetrische bzw. antisymmetrische Linearkombination der Grundzustandswellenfunktionen  $\psi_a$  und  $\psi_b$  und die hieraus resultierenden Energieeigenwerte. Der unter der Wurzel auftretende Ausdruck  $H_{ab}$  steht für die Wechselwirkungsenergie, die durch den endlichen Überlapp der Wellenfunktionen  $\psi_a$  und  $\psi_b$  bestimmt wird:  $H_{ab} = \int \psi_a^* H \psi_b d^3x$ .

Der Grundzustand spaltet somit auf, und die Energiedifferenz ist gegeben durch

$$E = E_+ - E_- = \sqrt{\Delta^2 + \Delta_0^2} , \quad (2.5)$$

d. h. sie setzt sich aus zwei Beiträgen zusammen, nämlich der Asymmetrie  $\Delta$  und der Tunnelaufspaltung  $\Delta_0 = -2H_{ab}$ . Die Tunnelaufspaltung lässt sich störungstheoretisch für das gewählte Doppelmuldenpotential mittels der WKB (Wentzel–Kramers–Brillouin)-Methode berechnen, und man erhält

$$\Delta_0 \simeq \hbar\Omega e^{-\lambda} . \quad (2.6)$$

Hierbei ist  $\lambda$  der sogenannte Tunnelparameter, für den sich näherungsweise

$$\lambda \simeq \frac{d}{2\hbar} \sqrt{2mV} \quad (2.7)$$

ergibt. Der Tunnelparameter fasst somit drei der vier charakteristischen Größen des Doppelmuldenpotentials zu einem zusammen.

### 2.2.2 Verteilung der Parameter

Aufgrund der irregulären Glasstruktur unterscheiden sich die charakteristischen Parameter  $\Delta$  und  $\lambda$  bzw.  $\Delta$  und  $\Delta_0$  der einzelnen Tunnelsysteme. Eine wesentliche Annahme des

Tunnelmodells besagt, dass die Parameter  $\Delta$  und  $\lambda$  voneinander unabhängig und ihre Werte näherungsweise gleichverteilt sind. Diese Annahme ist rein phänomenologischer Natur und wird im Nachhinein durch die recht gute Übereinstimmung mit den experimentellen Ergebnissen weitestgehend gerechtfertigt. Die sich ergebende Verteilungsfunktion lautet

$$P(\Delta, \lambda) d\Delta d\lambda = \bar{P} d\Delta d\lambda , \quad (2.8)$$

wobei  $\bar{P}$  eine Konstante ist und einen für das betreffende Glas charakteristischen Wert hat. Durch Variablentransformation, d. h. durch Ersetzung von  $\Delta$  durch  $E$  mittels Gl. 2.5 und Einsetzen von Gl. 2.7 erhält man

$$P(E, \lambda) dE d\lambda = \bar{P} \frac{E}{\sqrt{E^2 - (\hbar\Omega e^{-\lambda})^2}} dE d\lambda . \quad (2.9)$$

Nach Integration über den Tunnelparameter  $\lambda$  folgt hieraus die Zustandsdichte  $D(E)$ . Hierbei muss wegen der Divergenz von  $P(E, \lambda)$  eine obere Schranke  $\lambda_{\max}$  eingeführt werden, die aufgrund der endlichen Zahl der Tunnelsysteme gerechtfertigt ist (aus Wärmekapazitätsmessungen erhält man eine Anzahldichte von  $10^{17}$  bis  $10^{18}$  Tunnelzentren pro  $\text{cm}^3$ , vgl. hierzu [Ste76]).

$$D(E) = \int_0^{\lambda_{\max}} P(E, \lambda) d\lambda = \bar{P} \ln \frac{2E}{\Delta_{0,\min}} \quad (2.10)$$

Hierbei hängt der im Nenner stehende Ausdruck  $\Delta_{0,\min}$  über Gl. 2.6 mit dem Abschneideparameter  $\lambda_{\max}$  zusammen. Für große Argumente stellt die logarithmische Abhängigkeit der Zustandsdichte von der Energie nur eine schwache Variation dar und kann deswegen in erster Näherung als konstant betrachtet werden. In Abschnitt 2.1 wurde gerade diese konstante Zustandsdichte benötigt, um den linearen Anstieg der Wärmekapazität bzw. den  $T^2$ -Verlauf der Wärmeleitung zu erklären.

### 2.2.3 Wechselwirkung mit Phononen

Nach der Vorstellung der Grundlagen des Tunnelmodells werden im folgenden Abschnitt die Vorhersagen für die im Experiment relevanten Messgrößen im Temperaturbereich unterhalb von 1 K entwickelt. Bei der Darstellung bisher unberücksichtigt blieb die Kopplung der Tunnelsysteme an das durch die Phononen erzeugte elastische Verzerrungsfeld  $e$ . Das zeitabhängige Verzerrungsfeld moduliert die Parameter  $\Delta$  und  $\Delta_0$ , wobei angenommen wird, dass die Änderungen hinreichend klein sind, um sie in erster Ordnung Störungstheorie zu berücksichtigen. Genauere Überlegungen [Phi84] zeigen, dass man die Änderung in der Tunnelaufspaltung  $\Delta_0$  in guter Näherung vernachlässigen kann, d. h.  $\delta\Delta \gg \delta\Delta_0$ . Das angelegte Störfeld ändert die Umgebung der Tunnelsysteme und damit deren Asymmetrieenergie. Diese erfährt für die betrachteten kleinen Störungen in linearer Näherung eine Modulation um

$$\delta\Delta = 2\gamma e , \quad (2.11)$$

wobei  $\gamma$  das sogenannte Deformationspotential ist, welches ein Maß für die Stärke der Kopplung zwischen Tunnelsystemen und Phononen darstellt. Der tensorielle Charakter der beiden Größen bleibt aus Gründen der Übersichtlichkeit hier und im Weiteren unberücksichtigt.

Zur einfacheren Diskussion der Dynamik der Tunnelsysteme geht man zur Matrixdarstellung über. In der Basis der Zustände des jeweils in einer Mulde lokalisierten Teilchens  $|\psi_a\rangle$  und  $|\psi_b\rangle$  lässt sich für die Ankopplung der Phononen an die Tunnelsysteme der folgende Störhamiltonoperator definieren:

$$H'_s = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \gamma e. \quad (2.12)$$

Transformiert man diesen Operator auf die Basis, die sich aus den Linearkombinationen der Grundzustände  $|\psi_a\rangle$  und  $|\psi_b\rangle$  ergibt, so erhält man:

$$H_s = \frac{1}{E} \begin{pmatrix} \Delta & \Delta_0 \\ \Delta_0 & -\Delta \end{pmatrix} \gamma e. \quad (2.13)$$

Die Diagonalterme sind ein Maß für die Änderung der Energieaufspaltung durch die Störung, während die Außerdiagonalelemente zu resonanten Übergängen innerhalb des Zwei-Niveau-Systems führen. In der gewählten Basis nimmt der Hamiltonoperator des ungestörten Problems in Matrixdarstellung die Form

$$H_0 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} E & 0 \\ 0 & -E \end{pmatrix} \quad (2.14)$$

an, wobei  $E$  durch Gl. 2.5 gegeben ist.

Um einen Zusammenhang mit den im Experiment gemessenen Größen herzustellen, macht man sich die Analogie der Dynamik der Tunnelsysteme zu Spin 1/2-Teilchen im Magnetfeld zunutze. Es ist leicht nachvollziehbar, dass der Gesamthamiltonoperator des oben geschilderten Systems,  $H = H_0 + H_s$ , dem Hamiltonoperator eines Spin 1/2-Teilchens in einem statischen Magnetfeld unter Einstrahlung eines dazu senkrechten Störfelds gleicht. Die Dynamik eines solchen Systems wird durch die Bloch-Gleichungen beschrieben, die sich mitsamt ihrer Lösungen auf die Tunnelsysteme übertragen lassen [Hun76]. Statt der magnetischen Suszeptibilität erhält man im hier betrachteten Fall einen Ausdruck für den komplexen Elastizitätskoeffizienten  $S$ , der die elastische Suszeptibilität darstellt. Die Separation der komplexen Größe in Real- und Imaginärteil ergibt, dass der Realteil  $S'$  mit der relativen Schallgeschwindigkeitsänderung  $\delta v/v$  und der Imaginärteil  $S''$  mit der Dämpfung des Systems, der sogenannten inneren Reibung  $Q^{-1}$ , verknüpft ist. Real- und Imaginärteil hängen dabei über die Kramers-Kronig-Relationen zusammen. In den Ausdrücken für  $\delta v/v$  und  $Q^{-1}$  treten jeweils zwei Beiträge auf, die sich als Resonanz- und Relaxationsterme identifizieren lassen. Auf die Beiträge der einzelnen Prozesse soll im Folgenden näher eingegangen werden.

### Relaxationsprozesse

Das von einer Schallwelle begleitete elastische Verzerrungsfeld  $e$  moduliert über die Ankopplung an die Asymmetrie  $\Delta$  die Energieaufspaltung  $E$  der Tunnelsysteme. Für deren Änderung ergibt sich bei kleinen Verzerrungen nach Gl. 2.13

$$\delta E = 2\gamma e \frac{\Delta}{E} . \quad (2.15)$$

Zur Veranschaulichung der Relaxationsprozesse betrachtet man ein über die Aufspaltung  $E$  definiertes Ensemble von Zwei-Niveau-Systemen, das sich bei konstantem Verzerrungsfeld im thermodynamischen Gleichgewicht befindet. Bei Änderung des Verzerrungsfeldes erfolgt eine über Gl. 2.15 gegebene Energieverschiebung, so dass sich die Energieaufspaltung der Tunnelsysteme zu  $E + \delta E$  verändert. Die hierdurch hervorgerufene Nichtgleichgewichtsbesetzung führt dazu, dass die Tunnelsysteme durch Absorption und Emission thermischer Phononen versuchen, den Gleichgewichtszustand wieder herzustellen. Erfolgt die Änderung der Energieaufspaltung durch die Modulation einer Schallwelle, so führt dies zu einer permanenten Variation des augenblicklichen Gleichgewichtswerts. Die Annäherung an den Gleichgewichtszustand erfolgt mit einer für den Prozess charakteristischen Zeitkonstante  $\tau$ , der Relaxationszeit. Da der Wert der Relaxationszeit  $\tau$  endlich ist, kommt es zu einer Phasenverschiebung zwischen der wirkenden Kraft (der mechanischen Spannung  $\sigma$ ) und der Auslenkung (der elastischen Verzerrung  $e$ ). Der Zusammenhang zwischen den Größen ist durch den Elastizitätskoeffizienten  $S$ , die bereits erwähnte akustische Suszeptibilität, gegeben. Der Wertebereich der Relaxation ist aufgrund der Phasenverschiebung komplex. Man erhält somit den Zusammenhang:

$$e = S\sigma . \quad (2.16)$$

Der tensorielle Charakter der drei Größen bleibt hierbei unberücksichtigt. Es ist zu beachten, dass im Folgenden nur der Beitrag der Tunnelsysteme zum Elastizitätskoeffizienten  $S$  betrachtet wird.

Für die akustische Suszeptibilität ergibt sich für ein Ensemble von Zwei-Niveau-Systemen mit Energieaufspaltung  $E$  nach [Hun76]

$$S = -\frac{4N}{\rho^2 v^4} \left( \gamma \frac{\Delta}{E} \right)^2 \frac{\partial f}{\partial E} \frac{1}{1 - i\omega\tau} . \quad (2.17)$$

Hierbei ist  $N$  die Anzahl der Systeme pro Volumeneinheit,  $\rho$  die Massendichte,  $v$  die Schallgeschwindigkeit im amorphen Festkörper,  $\omega$  die Frequenz der äußeren Störung und  $\tau$  die Relaxationszeit der Tunnelsysteme. Des Weiteren wurde in Gl. 2.17 zur Abkürzung der Ableitung der Besetzungszahldifferenz die Fermi-Dirac-Funktion  $f = (e^{E/k_B T} + 1)^{-1}$  eingesetzt. Insbesondere zeichnet sich  $S$  durch den Ausdruck im Nenner  $(1 - i\omega\tau)$  aus, der ein Debyesches Relaxatorverhalten charakterisiert. Unter Benutzung der Beziehungen

$$\delta v = -1/2\rho v^3 S' \quad \text{bzw.} \quad Q^{-1} = \alpha \frac{v}{\omega} = \rho v^2 S'' , \quad (2.18)$$

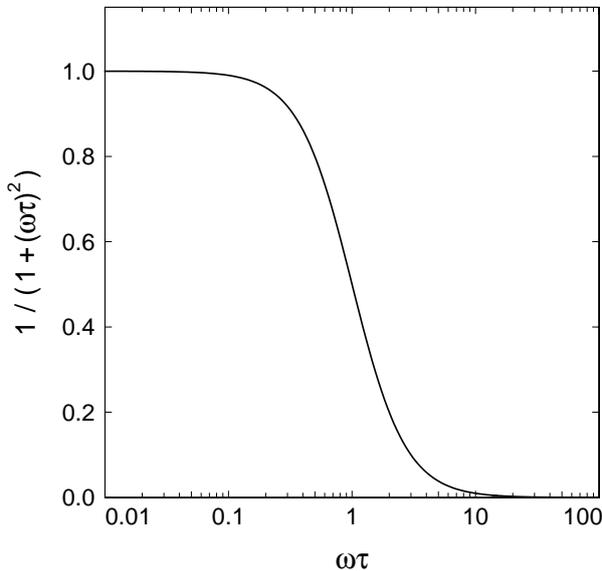
wobei  $\alpha \equiv l^{-1}$  die Dämpfung bezeichnet, ergeben sich aus Gl. 2.17 die im Experiment bestimmten Größen relative Schallgeschwindigkeitsänderung und innere Reibung zu:

$$\frac{\delta v}{v} = \frac{2N}{\rho v^2} \left( \gamma \frac{\Delta}{E} \right)^2 \frac{\partial f}{\partial E} \frac{1}{1 + (\omega\tau)^2}, \quad (2.19)$$

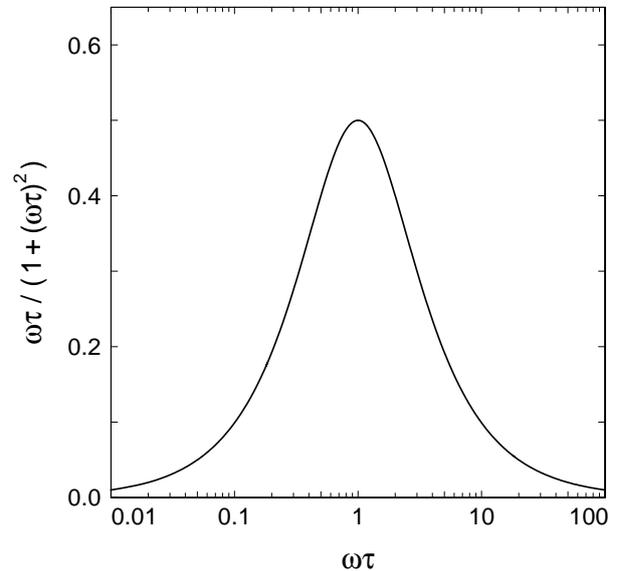
$$Q^{-1} = -\frac{4N}{\rho v^2} \left( \gamma \frac{\Delta}{E} \right)^2 \frac{\partial f}{\partial E} \frac{\omega\tau}{1 + (\omega\tau)^2}. \quad (2.20)$$

Die frequenzabhängigen Faktoren in Gl. 2.19 und Gl. 2.20 sind in Abb. 2.5 und Abb. 2.6 veranschaulicht. Charakteristisch für einen Debye-Relaxator ist, dass die maximalen Beiträge der Tunnelsysteme zur Änderung der Schallgeschwindigkeit bei  $\omega\tau = 1$  auftreten. Wegen der Abhängigkeit  $Q^{-1} \propto (\omega\tau)/(1 + (\omega\tau)^2)$  ist der maximale Beitrag zur Dämpfung ebenfalls für  $\omega\tau = 1$  gegeben. Systeme mit  $\omega\tau \ll 1$  sind aufgrund ihrer im Vergleich zur Verzerrungswelle kurzen Relaxationszeit mit dieser in Phase, hingegen sind Defekte mit  $\omega\tau \gg 1$  zu träge, um der Störung zu folgen. In beiden Fällen sind die Zwei-Niveau-Systeme nahe dem thermischen Gleichgewicht, und es findet keine Relaxationsabsorption statt.

Um die Temperaturabhängigkeit der Suszeptibilität aus dem Tunnelmodell ableiten zu können, ist es notwendig, die maßgeblichen Relaxationsprozesse zu kennen. Im Temperaturbereich unterhalb von 1 K, der hier ausschließlich betrachtet werden soll, ist der dominante Prozess der sogenannte Ein-Phonon-Prozess. Bei diesem Prozess wird durch



**Abb. 2.5:** Verlauf des Realteils  $\delta v$  als Funktion des Logarithmus von  $\omega\tau$ . Bei  $\omega\tau = 1$  ist die Änderung der Kurve maximal.



**Abb. 2.6:** Verlauf des Imaginärteils  $Q^{-1}$  als Funktion des Logarithmus von  $\omega\tau$ . Bei  $\omega\tau = 1$  ist die Absorption maximal.

Emission bzw. Absorption eines thermischen Phonons ein Übergang zwischen Grund- und angeregtem Zustand induziert. Dies ist möglich, da in dem gewählten Temperaturbereich die Energie der sog. dominanten Phononen vergleichbar mit der Energieaufspaltung der Tunnelsysteme ist. Die Relaxationsrate des Ein-Phonon-Prozesses, der auch als *direkter Prozess* bezeichnet wird, folgt unter Benutzung von Fermis Goldener Regel [Jac72]

$$\tau_d^{-1} = \frac{1}{2\pi\rho\hbar^4} \left( \frac{\gamma_l^2}{v_l^5} + 2\frac{\gamma_t^2}{v_t^5} \right) E^3 \left( \frac{\Delta_0}{E} \right)^2 \coth \left( \frac{E}{2k_B T} \right). \quad (2.21)$$

Die Indizes l und t stehen für den longitudinalen bzw. transversalen Anteil des Deformationspotentials bzw. der Schallgeschwindigkeit. Die Temperaturabhängigkeit der Relaxationsrate steht im Hyperbelkotangens, der die thermische Besetzung der Phononen widerspiegelt. Der Faktor  $E^3$  setzt sich aus zwei Beiträgen zusammen, einerseits die nach der Debye-Näherung quadratische Zustandsdichte der Phononen und andererseits das proportionale Verhalten zwischen Energieaufspaltung und Verzerrungsquadrat<sup>1</sup>. Aufgrund des Faktors  $(\Delta_0/E)^2$  erkennt man weiterhin, dass Tunnelsysteme mit gleicher Energieaufspaltung  $E$  sehr unterschiedliche Relaxationszeiten  $\tau$  besitzen können, da  $\Delta_0$  breit verteilt ist. Eine ausgezeichnete Stellung besitzen die symmetrischen Systeme ( $\Delta = 0$ ), da wegen Gl. 2.5  $\Delta_0 = E$  gilt und sie somit die kürzesten Relaxationszeiten  $\tau_{\min}$  aufweisen. Im weiteren Verlauf wird zur Vereinfachung der Schreibweise der Vorfaktor der Ein-Phonon-Relaxationsrate mit  $A$  abgekürzt

$$A = \frac{k_B^3}{2\pi\rho\hbar^4} \left( \frac{\gamma_l^2}{v_l^5} + 2\frac{\gamma_t^2}{v_t^5} \right). \quad (2.22)$$

Die zusätzliche Multiplikation mit  $k_B^3$  hat den Vorteil, dass man alle Energiewerte in Kelvin ausdrücken kann.

Bei höheren Temperaturen ( $T \geq 1$  K) gewinnen Mehrphononenprozesse an Bedeutung, deren Relaxationsrate eine stärkere Temperaturabhängigkeit aufweist (vgl. hierzu [Dou80]). Vernachlässigt man diesen Relaxationskanal, so erhält man den relaxatorischen Beitrag der Tunnelsysteme zur inneren Reibung in Gläsern aus Gl. 2.20. Hierbei muss berücksichtigt werden, dass  $N$  durch die Integration über die charakteristischen Parameter  $\Delta$  und  $\lambda$  der Verteilungsfunktion  $P(\Delta, \lambda)$  ersetzt wird. Nach [Hun76] folgt:

$$Q^{-1}|_{\text{rel}} = \frac{\gamma^2}{\rho v^2} \int_0^\infty \int_0^\infty P(\Delta, \lambda) \left( \frac{\Delta}{E} \right)^2 \frac{1}{k_B T} \operatorname{sech}^2 \left( \frac{E}{2k_B T} \right) \frac{\omega\tau}{1 + (\omega\tau)^2} d\Delta d\lambda. \quad (2.23)$$

Für die Annahme einer konstanten Parameterverteilung  $\bar{P}$  und den zuvor betrachteten Ein-Phonon-Prozess lässt sich das Integral im Bereich tiefer Temperaturen für zwei Extremfälle analytisch lösen. Definiert man  $T^*$  als die Temperatur, bei der die Relaxationsrate der *symmetrischen* Systeme so groß ist wie die Frequenz der äußeren Störung, d. h.  $\omega\tau_{\min} \simeq 1$ , so kann man folgende Aufteilung vornehmen:

<sup>1</sup>Unter der Voraussetzung linearer Dispersion erhält man für die Verzerrung einer ebene Welle  $e \propto \sqrt{\omega}$  (für eine einfache Ableitung siehe [FKs96]). Da beim Relaxationsprozess  $E = \hbar\omega$  gilt, folgt  $E \propto e^2$ .

- $T < T^*$  : In diesem Bereich gilt, dass  $\omega\tau_{\min} \gg 1$  ist, d.h. die Relaxationsrate der Tunnelsysteme ist klein gegen die äußere Störung, und selbst die schnellsten Tunnelsysteme sind zu langsam, um maximal zur Absorption beitragen zu können. Für die Temperaturabhängigkeit folgt:

$$Q^{-1} \propto C \frac{T^3}{\omega} \quad (2.24)$$

mit der *makroskopischen Kopplungskonstanten*

$$C = \frac{\bar{P}\gamma^2}{\rho v^2} , \quad (2.25)$$

die alle wichtigen Parameter des jeweiligen Glases enthält. Ihr Wert ist somit für die Substanz charakteristisch und ein Maß für die Anzahl der Tunnelsysteme sowie deren Kopplung an die Phononen.

Anschaulich folgt die Proportionalität zu  $T^3$  in diesem Bereich direkt aus der Relaxationsrate. Berücksichtigt man in Gl. 2.20, dass  $\omega\tau \gg 1$  ist, ergibt sich die Beziehung  $Q^{-1} \propto \tau^{-1}$ . Die schnellsten Tunnelsysteme sind die symmetrischen, d.h.  $\Delta_0 = E$  und mit Gl. 2.20  $\tau_{\min}^{-1} \propto E^3$ . Die Relaxation erfolgt über thermische Phononen und somit ergibt sich in dominanter Phononennäherung  $E \simeq \hbar\omega_{\text{dom}} \simeq k_{\text{B}}T$  die in Gl. 2.24 stehende Temperaturabhängigkeit.

- $T > T^*$  : Hier gilt  $\omega\tau_{\min} \ll 1$ , und man erhält nach Integration der genäherten Formel Gl. 2.23:

$$Q^{-1} = \frac{\pi}{2} C . \quad (2.26)$$

Plausibel wird dieses Ergebnis, wenn man bedenkt, dass in diesem Temperaturbereich immer Tunnelsysteme existieren, die der Bedingung  $\omega\tau = 1$  genügen. Man findet somit für jede Frequenz  $\omega$  Tunnelsysteme, die maximal absorbieren, d.h. die Höhe des Plateaus ist frequenzunabhängig. Außerdem ist die Verteilung der Systeme bezüglich ihrer Energieaufspaltung nach Gl. 2.10 näherungsweise konstant, so dass die innere Reibung temperaturunabhängig wird.

Für die Änderung der Schallgeschwindigkeit ergeben sich durch analoge Vorgehensweise, d.h. Integration von Gl. 2.19 über  $\Delta$  und  $\lambda$  gewichtet mit der Verteilungsfunktion  $P(\Delta, \lambda)$  unter ausschließlicher Berücksichtigung des Ein-Phonon-Prozesses, folgende Voraussagen:

- $T < T^*$  : Der Relaxationsprozess trägt nichts zur Änderung der Schallgeschwindigkeit bei, da die Systeme zu träge sind. Die analytische Betrachtung liefert, dass der Beitrag mit  $T^6$  ausfriert [Hun76].
- $T > T^*$  : Wenn die Bedingung  $\omega\tau_{\min} \ll 1$  erfüllt wird, ergibt sich:

$$\left. \frac{\delta v}{v} \right|_{\text{rel}} = -\frac{3}{2} C \ln \left( \frac{T}{T'} \right) , \quad (2.27)$$

d. h. einen logarithmischen Abfall der Schallgeschwindigkeitsänderung mit der Temperatur, wobei  $T'$  eine Referenztemperatur ist. Der Index steht hierbei für den relaxatorischen Beitrag. Hinzu kommt noch ein resonanter Anteil, der im Folgenden diskutiert werden soll.

### Resonante Prozesse

Bei einem resonanten Prozess wechselwirkt ein Tunnelsystem mit einer Energieaufspaltung  $E$  mit einem Phonon der Frequenz  $\omega = E/\hbar$ . Die induzierten Übergänge lassen sich unterteilen in Absorption des Phonons unter gleichzeitigem Übergang des Tunnelsystems vom Grund- in den angeregten Zustand und in stimulierte Emission, d. h. ein durch das Phonon angeregter Übergang vom oberen Niveau in den Grundzustand unter Emission eines zweiten Phonons. Die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten der jeweiligen Prozesse ist durch die Besetzungszahldifferenz  $\Delta n$  zwischen den beiden Niveaus (Gl. 2.2) bestimmt. Für Energieaufspaltungen  $E < k_B T$  sind die Niveaus annähernd gleichbesetzt, und beide Prozesse finden mit gleicher Wahrscheinlichkeit statt. Zur Absorption tragen somit im Wesentlichen nur Tunnelsysteme mit  $E > k_B T$  bei. Die beiden Bedingungen  $E = \hbar\omega$  und  $E > k_B T$  zusammen ergeben somit die Forderung zur Beobachtung der resonanten Absorption, dass die Energie der im Experiment verwendeten Schallwellen nicht kleiner sein darf als die mittlere thermische Energie  $k_B T$ . Für die in dieser Arbeit vorgestellten Messfrequenzen bis ca. 20 kHz kann dieser Beitrag vernachlässigt werden, da die oben genannte Bedingung im Rahmen der im Experiment erreichten Temperaturen nie erfüllt wurde. Die tiefste Temperatur lag bei ca. 5 mK, wohingegen zur Erfüllung der Bedingung  $\hbar\omega = k_B T$  eine Temperatur bei einigen  $\mu\text{K}$  erforderlich wäre.

Zur Änderung der Schallgeschwindigkeit können hingegen auch Systeme mit  $E > \hbar\omega$  beitragen. Für niedrige Frequenzen  $\omega \ll \omega_0 = E/\hbar$  ergibt sich [Hun76]

$$\left. \frac{\delta v}{v} \right|_{\text{res}} = \frac{N\gamma^2}{\rho v^2} \left( \frac{\Delta_0}{E} \right)^2 \frac{1}{E} \tanh \left( \frac{E}{2k_B T} \right). \quad (2.28)$$

Den gesamten Beitrag zur Änderung der Schallgeschwindigkeit im Glas erhält man durch Ersetzung der Anzahl  $N$  durch die Verteilungsfunktion  $P(\Delta, \lambda)$  und Integration über die Parameter  $\Delta$  und  $\lambda$ . Es folgt nach [Dou80]

$$\left. \frac{\delta v}{v} \right|_{\text{res}} = C \ln \left( \frac{T}{T'} \right), \quad (2.29)$$

d. h. ebenfalls eine logarithmische Variation mit der Temperatur, jedoch im Vergleich zum Relaxationsprozess mit anderem Vorfaktor und umgekehrtem Vorzeichen.

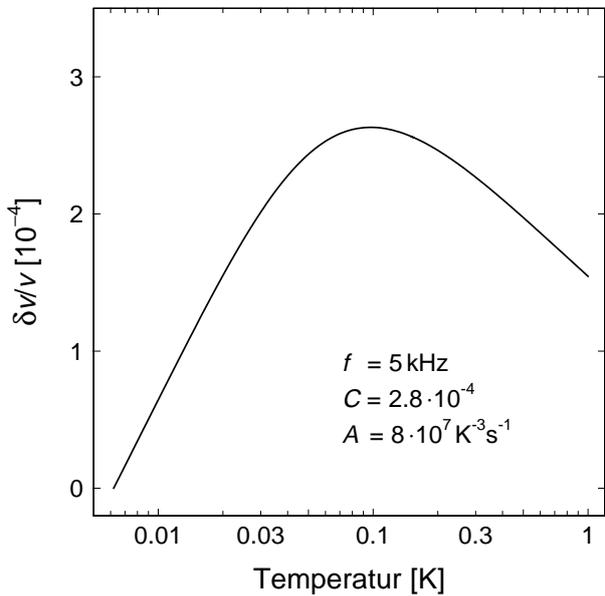
### Zusammenfassung der Beiträge

Insgesamt ergibt sich für die Änderung der Schallgeschwindigkeit aus der Summe beider Beiträge:

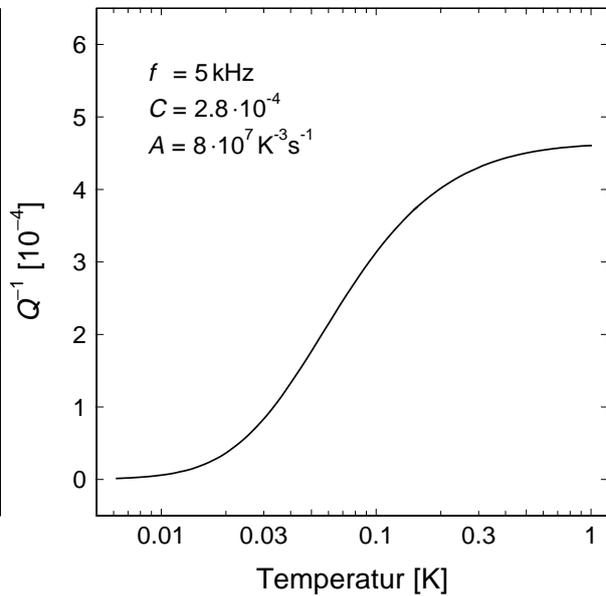
$$\left. \frac{\delta v}{v} \right|_{\text{ges}} = \left. \frac{\delta v}{v} \right|_{\text{res}} + \left. \frac{\delta v}{v} \right|_{\text{rel}} = -\frac{1}{2} C \ln \left( \frac{T}{T^*} \right) \quad \text{für } T > T^*, \quad (2.30)$$

sowie gemäß Gl. 2.29 für den Bereich  $T < T^*$ . Bei Auftragung von  $\delta v/v$  über einer logarithmischen Temperaturskala erwartet man unterhalb von 1 K den in Abb. 2.7 dargestellten Verlauf. Die durchgezogene Linie entspricht einer numerischen Berechnung nach dem Tunnelmodell. Die Frequenz wurde zu  $f = 5 \text{ kHz}$  gewählt, die makroskopische Kopplungskonstante zu  $C = 2,8 \cdot 10^{-4}$  und der Vorfaktor des Ein-Phonon-Prozesses zu  $A = 8 \cdot 10^7 \text{ K}^{-3} \text{ s}^{-1}$ . Das Steigungsverhältnis des Anstiegs bei tiefen Temperaturen und des Abfalls bei hohen Temperaturen sollte  $2 : (-1)$  betragen. Die relative Änderung der Schallgeschwindigkeit weist somit ein Maximum bei  $T^*$  auf, bei der  $\omega\tau_{\text{min}} = 1$  erfüllt ist. Ist die Relaxation ausschließlich durch den Ein-Phonon-Prozess bestimmt, so erhält man aus der zugehörigen Relaxationsrate (Gl. 2.21) die Voraussage für die Frequenzabhängigkeit  $T^* \propto \omega^{1/3}$ .

Die innere Reibung ist allein durch Relaxationsprozesse bestimmt, und es ergibt sich



**Abb. 2.7:** Relative Schallgeschwindigkeitsänderung  $\delta v/v$  als Funktion des Logarithmus der Temperatur nach einer numerischen Berechnung. Die Parameter  $f, A, C$  entnimmt man den Schaubildern.



**Abb. 2.8:** Innere Reibung  $Q^{-1}$  als Funktion des Logarithmus der Temperatur nach einer numerischen Berechnung. Die innere Reibung steigt bei tiefen Temperaturen mit  $T^3$  an und mündet in ein Plateau.

mit Gl. 2.24 und Gl. 2.26 die in Abb. 2.8 gezeigte Temperaturabhängigkeit. Die Kurve ist ebenfalls numerisch nach den Annahmen des Tunnelmodells berechnet. Hierbei wurden die gleichen Parameter wie bei der relativen Änderung der Schallgeschwindigkeit gewählt. Bei dem Wert des Schallgeschwindigkeitsmaximums  $T^*$  hat die innere Reibung etwa  $2/3$  ihres Plateauwerts erreicht.

#### 2.2.4 Kopplung an elektrische Felder

Da die Tunnelsysteme i. Allg. ein elektrisches Dipolmoment tragen, koppeln sie auch an elektrische Felder, d. h. die Zwei-Niveau-Systeme können auch mit Photonen in Wechselwirkung treten. Die Ankopplung des äußeren Feldes erfolgt über das permanente elektrische Dipolmoment  $\mathbf{p}$ , so dass der Ausdruck  $2\gamma e$ , welcher im akustischen Fall die Änderung  $\delta\Delta$  der Asymmetrieenergie aufgrund einer elastischen Verzerrung beschreibt, durch  $2\mathbf{p}\cdot\mathbf{F}$  ersetzt wird, wobei  $\mathbf{F}$  die anliegende elektrische Feldstärke ist. Die Ableitung der relevanten Größen erfolgt analog zur obigen Herleitung. Der Schallgeschwindigkeit entspricht die Dielektrizitätskonstante  $\epsilon$ . Für diese ergeben sich allerdings umgekehrte Vorzeichen im resonanten und relaxatorischen Beitrag, so dass man ein Steigungsverhältnis von  $(-2) : 1$  erhält. Zu beachten ist zusätzlich, dass die Steigungen im dielektrischen Fall über die makroskopische Kopplungskonstante

$$C_d = \frac{2\bar{P}|\mathbf{p}|^2}{3\epsilon_0\epsilon} \quad (2.31)$$

festgelegt sind. Hierbei ist  $\epsilon_0$  die elektrische Feldkonstante. Der Verlustwinkel  $\tan\delta$  stellt das elektrische Analogon zur inneren Reibung dar, folglich ergibt sich für ihn dieselbe Temperatur- und Frequenzabhängigkeit.

## 2.3 Erweiterungen des Tunnelmodells

### 2.3.1 Grundlagen

Nach Abschnitt 2.2 koppeln Tunnelsysteme an das lokal herrschende Verzerrungsfeld  $e$ . Umgekehrt erzeugt jedes Zwei-Niveau-System seinerseits ein elastisches Verzerrungsfeld im umgebenden Festkörper. Hierbei hängt die genaue Feldkonfiguration der Verzerrung vom Zustand des Defekts ab. Zwei eng benachbarte Tunnelsysteme spüren somit über das sie umgebende Verzerrungsfeld — oder feldtheoretisch gesprochen über den Austausch virtueller Phononen — die Gegenwart des anderen. Auch im elektrischen Fall, d. h. bei Tunnelsystemen mit einem Dipolmoment, sollte sich die Dipol-Dipol-Wechselwirkung der Systeme bemerkbar machen. Eine einfache Abschätzung lässt erkennen, dass die im Standardtunnelmodell (Abschnitt 2.2) nicht berücksichtigte Wechselwirkung von Tunnelsystemen *untereinander* bei tiefen Temperaturen in Erscheinung treten kann. Die elastische

Wechselwirkungsenergie zwischen zwei Defekten im Abstand  $r$  ist näherungsweise gegeben durch [Buri98]

$$U_{\text{int}} = \frac{\gamma^2}{\rho v^2} \frac{1}{r^3}. \quad (2.32)$$

Die charakteristischen Abhängigkeiten in Gl. 2.32 ergeben sich durch die Tatsache, dass *zwei* Tunnelsysteme beteiligt sind und somit der Kopplungsfaktor quadratisch auftritt. Außerdem resultiert der  $r^{-3}$ -Term aus der Annahme einer für Dipole charakteristischen Abstandsabhängigkeit der Wechselwirkungsenergie. Mit den für Gläsern typischen Werten  $\rho = 2,5 \text{ g cm}^{-3}$ ,  $v = 5000 \text{ ms}^{-1}$  und  $\gamma = 1 \text{ eV}$  sowie einem Abstand von  $r = 10 \text{ nm}$  ergibt sich aus Gl. 2.32 nach Division durch  $k_{\text{B}}$  eine in Millikelvin ausgedrückte Wechselwirkungsenergie von 30 mK. Aus der Betrachtung folgt somit, dass der Wechselwirkung der Tunnelsysteme untereinander im Temperaturbereich unterhalb des berechneten Werts eine immer größer werdende Bedeutung zukommt.

Der erste experimentelle Nachweis, dass die Annahme isolierter Tunnelsysteme eine zu starke Einschränkung bedeutet, wurde von Arnold und Hunklinger [Arn75] mit Hilfe von sog. Loch-Brenn-Experimenten erbracht. Bei den an BK 7 durchgeführten Messungen der Ultraschallabsorption wurde ein Ultraschallpuls hoher Intensität und fester Frequenz benutzt, um eine Gleichbesetzung der Tunnelsysteme der entsprechenden Energieaufspaltung und damit eine Sättigung der Absorption zu erzielen. Das in das Absorptionsspektrum gebrannte „Loch“ kann durch Variation der Frequenz eines Testpulses niedriger Intensität vermessen werden. Die Breite dieses Lochs wächst mit der Zeit und der Temperatur an [Arn78]. Zur Erklärung der zeitlichen Verbreiterung schlugen Arnold und Hunklinger [Arn75] das Modell der *spektralen Diffusion* vor, das von Black und Halperin [Bla77] theoretisch untermauert wurde. Zur Veranschaulichung betrachtet man eine Gruppe von Zwei-Niveau-Systemen der Energieaufspaltung  $E$ , die sich in Sättigung befinden. Bei einem Übergang eines in der Nähe befindlichen Tunnelsystems in einen anderen Zustand wird sich die Energieaufspaltung der gesättigten Systeme aufgrund der Ankopplung an das Verzerrungsfeld ändern. Dies bewirkt die Verbreiterung des Lochs im Absorptionsspektrum.

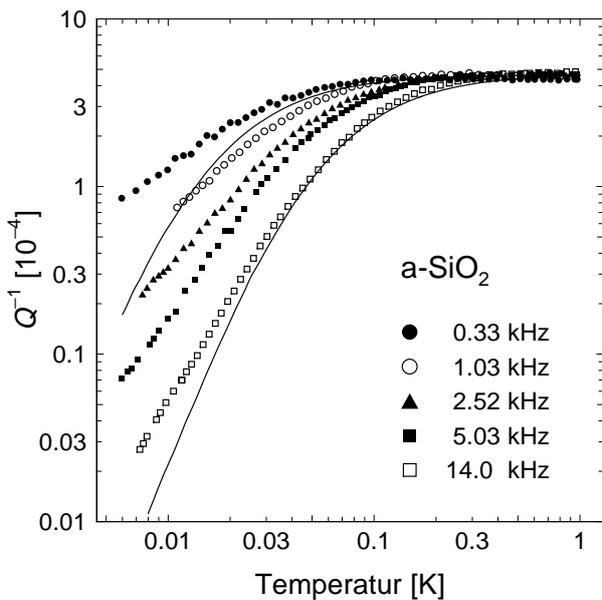
Die spektrale Diffusion liefert auch den Erklärungsansatz für den von Graebner und Golding beobachteten Amplitudenabfall kohärenter Phononenechos [Gra79]. Zusätzlich zu dem in Abschnitt 2.2 beschriebenen Ein-Phonon-Prozess führt die elastische Wechselwirkung der Defekte untereinander zu einer Zerstörung der Phasenkohärenz. Somit können die gestörten Tunnelsysteme nicht mehr zum Phononenecho beitragen, und die Amplitude wird verkleinert.

Auch in jüngster Zeit wurden Abweichungen vom Tunnelmodell-Verhalten gefunden, deren Ursprung möglicherweise auf die elastische oder elektrische Wechselwirkung der Tunnelsysteme untereinander zurückgeführt werden kann. Nachfolgend sollen zwei Beispiele vorausgegangener Messungen vorgestellt werden, die in direktem Bezug zu den eigenen Experimenten stehen bzw. diese sogar erst motivierten.

### 2.3.2 Akustische Messungen an Quarzglas

Betrachtet man die Ergebnisse der akustischen Messungen an Quarzglas im Temperaturbereich unterhalb von 100 mK und vergleicht sie mit den Vorhersagen des Tunnelmodells, so stellt man Abweichungen fest. Exemplarisch werden die in Abschnitt 2.2.3 abgeleitete Temperaturabhängigkeit der inneren Reibung mit experimentellen Daten von Quarzglas (Suprasil 300) verglichen. Die Messungen wurden mit Hilfe mechanischer Oszillatoren, sogenannter Double Paddle-Oszillatoren, durchgeführt. In Kapitel 3 wird auf diese Technik näher eingegangen.

In Abb. 2.9 aus [Cla00] ist die innere Reibung für fünf Frequenzen als Funktion der Temperatur zwischen 6 mK und 1 K in doppeltlogarithmischer Skala aufgetragen. Oberhalb von 0,3 K mündet die innere Reibung für alle Messfrequenzen gemäß der Vorhersage des Tunnelmodells in ein nahezu frequenz- und temperaturunabhängiges Plateau. Quantitative Unterschiede ergeben sich jedoch bei tieferen Temperaturen. Die innere Reibung aller Frequenzen weicht vom vorhergesagten  $T^3$ -Verhalten ab. Eine Analyse der Kurven ergibt, dass der Abfall mit einem Potenzgesetz  $T^\alpha$  beschrieben werden kann, wobei  $\alpha$  monoton mit der Frequenz ansteigt und zwischen 0,8 und 2,3 variiert. In Abb. 2.9 sind zusätzlich zwei numerisch berechnete Kurven zu sehen, der Übersichtlichkeit halber nur für die niedrigste (0,33 kHz) und die höchste Messfrequenz (14,0 kHz). In die Berechnungen gehen zwei Fitparameter ein: die makroskopische Kopplungskonstante  $C$ , die man aus der gemessenen Plateauhöhe erhält, und der Vorfaktor des Ein-Phonon-Prozesses  $A$  (Gl. 2.22), der die Lage des Dämpfungsanstiegs bei tiefen Temperaturen bestimmt. Man erkennt, dass Fit und Datenkurve unterhalb von etwa 30 mK signifikant voneinander abweichen und die Diskrepanz zu tiefen Temperaturen hin größer wird.



**Abb. 2.9:** Temperaturabhängigkeit der inneren Reibung von Quarzglas für fünf Frequenzen. Die durchgezogenen Linien entsprechen Tunnelmodellfits für die Frequenzen 0,33 und 14 kHz (nach [Cla00]).

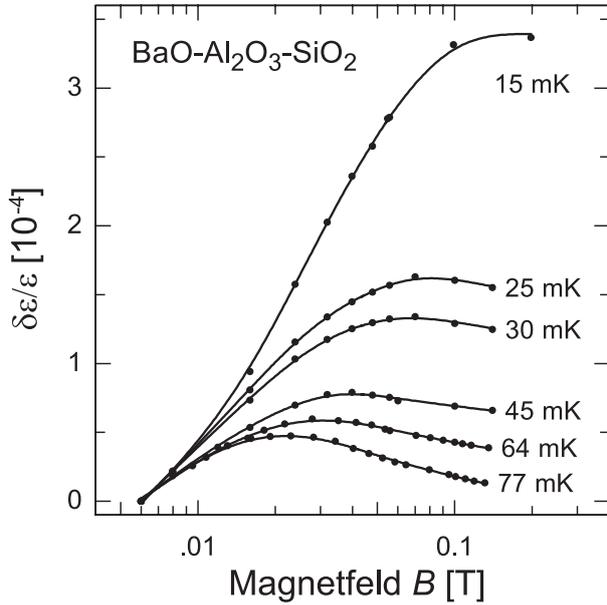
Auch in der Schallgeschwindigkeit ergeben sich Abweichungen vom Tunnelmodell. Das gemäß Gl. 2.28 und Gl. 2.30 vorhergesagte Steigungsverhältnis von  $2 : (-1)$  wird nicht beobachtet. Experimentell ergibt sich, dass die Steigungen unter- und oberhalb des Maximums annähernd gleich sind, also ihr Verhältnis nahe bei  $1 : (-1)$  liegt [Cla00].

Ein möglicher Erklärungsansatz für die beobachteten Diskrepanzen bei tiefen Temperaturen ergibt sich aus der im Tunnelmodell nicht berücksichtigten Wechselwirkung der Tunnelsysteme untereinander. Ein von Würger ausgearbeitetes Modell beschreibt die Dynamik substitutioneller Defekte in Alkalihalogenidkristallen [Wue94, Wue97]. Im Rahmen des Modells findet bei hinreichend hohen Defektkonzentrationen ein Übergang vom kohärenten Tunneln isolierter Systeme zum inkohärenten Tunneln wechselwirkender Defekte statt. Inkohärentes Tunneln bedeutet, dass die Tunnelsysteme durch ihren jeweiligen Nachbarn so stark gestört werden, dass mit dem Tunnelprozess ein Verlust der Phaseninformation einhergeht. Eine direkte Folge dieser Inkohärenz ist eine Reduktion der resonanten Prozesse. Außerdem tritt wegen der Wechselwirkung der Systeme ein zusätzlicher Relaxationskanal auf. Eine quantitative Übertragung des Modells auf Gläser ist zwar nicht möglich, jedoch lässt sich das Konzept vermutlich — zumindest bis zu einem gewissen Grad — auf amorphe Festkörper anwenden [Ens97]. Da die resonanten Prozesse aufgrund des inkohärenten Tunnelns reduziert werden, erhält man unterhalb von 100 mK einen flacheren Verlauf in der Schallgeschwindigkeit. Außerdem bewirken die zusätzlichen Relaxationsprozesse einen Dämpfungsbeitrag, so dass die Temperaturabhängigkeit der inneren Reibung bei tiefen Temperaturen schwächer als  $T^3$  wird. Die Vorhersagen des Tunnelmodells für die akustischen Messgrößen werden somit in Richtung der experimentellen Ergebnisse modifiziert. Eine genauere Darstellung des Modells erfolgt in Kapitel 5, in dem Messungen der Temperaturabhängigkeit der elastischen Eigenschaften an verschiedenen Gläsern vorgestellt und diskutiert werden.

### 2.3.3 Magnetfeldabhängigkeit der Dielektrizitätskonstanten

Gläser sind isotrope Dielektrika, deren Dielektrizitätskonstante unabhängig vom Magnetfeld  $B$  sein oder quadratisch mit diesem abnehmen sollte [Ket99]. Tatsächlich wird in der Literatur von Gläsern berichtet, deren Abhängigkeit nur relativ schwach ist. Bei einem Feld von 1 T beträgt die relative Änderung  $\delta\epsilon/\epsilon \simeq -10^{-6}$  [Nau83].

In den von Strehlow *et al.* [Str00] am Multikomponentenglas  $\text{BaO-Al}_2\text{O}_3\text{-SiO}_2$  durchgeführten Messungen wurde überraschend ein abweichendes Verhalten gefunden. Abb. 2.10 zeigt die Änderung der dielektrischen Konstanten in Abhängigkeit des äußeren Magnetfelds im Bereich bis ca. 150 mT in halblogarithmischer Auftragung. Die Messpunkte wurden für sechs unterschiedliche Temperaturen im Bereich von 15 bis 77 mK bei einer Messfrequenz von 1 kHz aufgenommen. Die durchgezogenen Linien dienen lediglich der optischen Führung. Auffällig ist, dass die relative Änderung der Dielektrizitätskonstanten in entgegengesetzter Richtung und von ihrer Quantität weitaus größer als erwartet ausfällt. Die Ausprägung des Effekts nimmt zu tiefen Temperaturen hin zu, und das Ma-



**Abb. 2.10:** Magnetfeldabhängigkeit der relativen Dielektrizitätskonstanten des Multikomponentenglases BaO-Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-SiO<sub>2</sub> zwischen 15 und 77 mK [Str00].

ximum verschiebt sich zu größeren Magnetfeldern. Desweiteren ist zu erkennen, dass die Änderung nicht monoton verläuft. In [Str00] wird für die Messung bei  $T = 64$  mK gezeigt, dass die Änderung der Dielektrizitätskonstanten bei größeren Magnetfeldern sogar oszillatorischen Charakter aufweist.

Zur Erklärung dieser Effekte schlugen Kettemann *et al.* ein verallgemeinertes Tunnelmodell vor [Ket99]. In diesem wird das in Abschnitt 2.2 vorgestellte Doppelmuldenpotential auf drei Dimensionen erweitert, so dass die Bewegung des tunnelnden Teilchens eine endliche Fläche einschließt. Da das Tunnelsystem eine elektrische Ladung trägt, kann es wie ein diamagnetischer Defekt reagieren und direkt an das äußere Magnetfeld koppeln. Aus der Lösung der Schrödingergleichung dieses Einteilchenproblems folgen Energieeigenwerte, die einen oszillatorischen Charakter im magnetischen Fluss  $\phi$ , welcher die Teilchenbahn durchsetzt, aufweisen. Die Oszillationsperiode ist durch  $\phi_0 = h/Q$  festgelegt, wobei  $Q$  die Ladung bezeichnet. Die Anwendung der Tunnelmodellodynamik mit dieser Energieaufspaltung ergibt konsequenterweise eine Magnetfeldabhängigkeit der Dielektrizitätskonstante  $\epsilon(\phi(B))$ , auf die sich das oszillatorische Verhalten überträgt. Allerdings verlangt die Größe der beobachteten Oszillationsperiode zusätzlich die Annahme einer makroskopischen Anzahl ( $Q \simeq 10^5 |e|$ ) von stark gekoppelten Tunnelsystemen. Diese Cluster von Defektsystemen bewirken aufgrund ihrer kohärenten Bewegung eine Verstärkung der Kopplung an das äußere Feld. Außerdem wird verständlich, dass die Magnetfeldabhängigkeit erst bei Temperaturen unterhalb von 100 mK auftritt. Erst in diesem Temperaturbereich ist die Wechselwirkungsenergie der Tunnelsysteme vergleichbar mit der typischen Energieskala der Phononen.

Es erscheint aufgrund der Analogien in den Voraussagen des Standardtunnelmodells

(vgl. Abschnitt 2.2) lohnenswert, zu untersuchen, ob dieses erweiterte Modell auch auf die elastischen Eigenschaften von Gläsern übertragbar ist. Die Messung der Schallgeschwindigkeitsänderung und der inneren Reibung von verschiedenen Gläsern im äußeren Magnetfeld wird in Kapitel 6 vorgestellt.

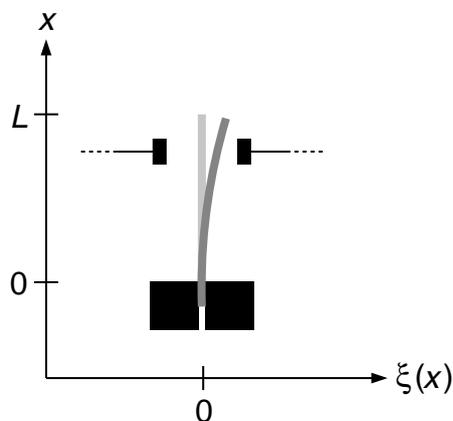
### 3 Die untersuchten Oszillatoren

Bei niederfrequenten akustischen Messungen erzeugt man Schallwellen durch Anregung von Eigenschwingungen der Probe. Die Resonanzfrequenz der Probe — und somit die Messfrequenz — ist durch deren geometrische Ausmaße festgelegt. Gegenstand des folgenden Kapitels werden die in den Experimenten untersuchten Oszillatoren sein. Im ersten Abschnitt wird zunächst der einfachste mechanische Oszillator, ein einseitig eingespanntes Plättchen (*Vibrating Reed*), beschrieben. Anschließend wird auf die im Rahmen dieser Arbeit hauptsächlich verwendete *Double Paddle*-Geometrie eingegangen. Im letzten Abschnitt werden die untersuchten Gläser hinsichtlich ihrer chemischen Zusammensetzung charakterisiert und die verschiedenen Herstellungsprozesse der Oszillatoren kurz beschrieben.

#### 3.1 Vibrating Reed

Ein weit verbreiteter mechanischer Oszillator ist das Vibrating Reed. Abb. 3.1 zeigt schematisch die Anordnung eines Vibrating Reed-Experiments. Ein dünnes Plättchen wird an einem Ende in eine Halterung gespannt und an seinem freien Ende zu Biegeschwingungen angeregt. Das Messprinzip und der elektronische Aufbau, welche für Vibrating Reed- und Double Paddle-Messungen gleich sind, werden in Kapitel 4 dargestellt.

Die Bewegungsgleichung eines einseitig eingespannten Plättchens wird in [Kin62, Sku54, Cou53] über die hierbei auftretenden Kräfte aufgestellt und die Lösung der Differentialgleichung diskutiert. Auf die Herleitung soll an dieser Stelle verzichtet werden. Man erhält



**Abb. 3.1:** Schematische Darstellung eines Vibrating Reed-Aufbaus. Zu sehen ist das Plättchen in Ruhe und im ausgelenkten Zustand. Die Auslenkung der Probe als Funktion des Abstands von der Einspannung ist mit  $\xi(x)$  bezeichnet. Des Weiteren sind die zur Anregung und Detektion benötigten Elektroden angedeutet.

für die Resonanzfrequenzen folgende Abhängigkeit:

$$f_n = \alpha_n (2n + 1)^2 \frac{\pi}{16\sqrt{3}} \frac{d}{L^2} v_Y . \quad (3.1)$$

Hierbei sind die numerisch bestimmten Werte für die Modenkonstante  $\alpha_n$ :

$$\begin{aligned} \alpha_0 &= 1,424987 \\ \alpha_1 &= 0,992249 \\ \alpha_2 &= 1,000198 \\ \alpha_3 &= 0,999994 \\ \alpha_n &\simeq 1 \quad \text{für } n \geq 4 . \end{aligned} \quad (3.2)$$

Die Geschwindigkeit  $v_Y$  ist über das Verhältnis aus Youngschem Elastizitätsmodul und Massendichte definiert

$$v_Y \equiv \sqrt{\frac{Y}{\rho}} . \quad (3.3)$$

Zusätzlich gehen in Gl. 3.1 zur Berechnung der Resonanzfrequenz die Länge  $L$  und die Dicke  $d$  des Plättchens ein. Für typische Dimensionen des Reeds von 5 – 15 mm Länge, 2 – 3 mm Breite und einigen 100  $\mu\text{m}$  Dicke, sowie einer Schallgeschwindigkeit von einigen  $10^3 \text{ ms}^{-1}$  erhält man Frequenzen für die Grundmode, die im Bereich zwischen 100 Hz und 20 kHz liegen. Bemerkenswert ist, dass die Frequenzen der Oberschwingungen keine ganzzahligen Vielfachen der Grundfrequenz sind. Für die erste Oberschwingung ergibt sich z. B.  $f_1/f_0 \approx 6,27$ , für die zweite gilt  $f_2/f_0 \approx 17,55$ .

Die bei dem dünnen Plättchen auftretende Biegeschwingung enthält sowohl transversale als auch longitudinale Verzerrungskomponenten. Nach [Rab86] gilt für die Schallgeschwindigkeitsänderung

$$\frac{\delta v_Y}{v_Y} = \frac{\delta v_t}{v_t} g(\sigma) + \frac{\delta v_l}{v_l} (1 - g(\sigma)) , \quad (3.4)$$

bzw. für die innere Reibung

$$Q^{-1} = Q_t^{-1} g(\sigma) + Q_l^{-1} (1 - g(\sigma)) , \quad (3.5)$$

wobei der jeweilige Anteil über die Poissonzahl  $\sigma$  gemäß

$$g(\sigma) = \left( \frac{4\sigma - 2\sigma^2}{1 + \sigma} \right) \quad (3.6)$$

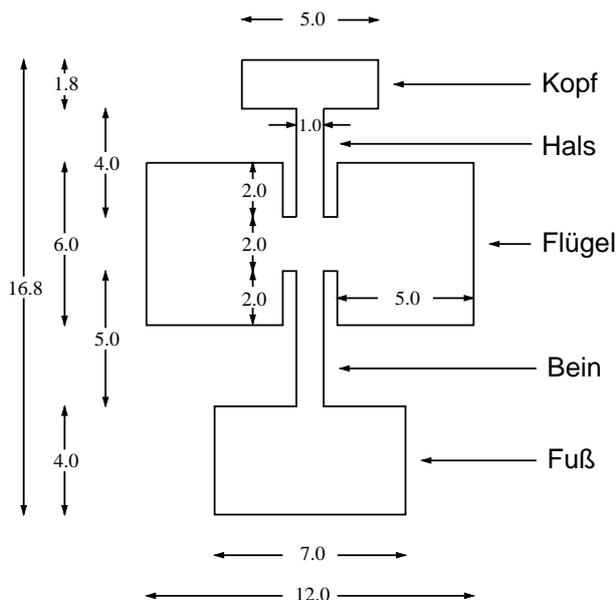
gegeben ist. Für das in Abschnitt 3.3 näher spezifizierte Glas BK 7 beträgt die Poissonzahl  $\sigma = 0,206$ , so dass die Transversalkomponente mit 61 % etwas stärker eingeht als die Longitudinalkomponente mit 39 %.

Der wesentliche Vorteil der Vibrating Reed-Methode liegt in der einfachen Geometrie der Proben und deren unkomplizierter Herstellung begründet. Durch mechanische Bearbeitung kann man aus einer Vielzahl von Materialien geeignete Proben herstellen. Außer bei Gläsern wird die Technik zur Untersuchung elastischer Eigenschaften auch bei Kristallen und metallischen Proben eingesetzt. Die Auswahl unterschiedlicher Kristallschnitte erlaubt die Untersuchung der Anisotropie der Messgrößen. Allerdings weist die Methode auch Nachteile auf. Oftmals kann beim Vibrating Reed nur eine Mode gemessen werden, da die Auslenkungen der Oberschwingungen zu klein und somit kaum detektierbar sind. Außerdem tritt die maximale Verzerrung an der Einspannungsstelle auf. Dies führt dazu, dass dort ein Großteil der elastischen Energie lokalisiert ist. Ein Teil der Schwingungsenergie kann in den Probenhalter dissipiert werden und zu einem zusätzlichen Beitrag der Dämpfung des Oszillators führen. Da die Verlustmechanismen im Detail nicht bekannt sind, kann die Größe dieses Beitrags nur schwer abgeschätzt werden, scheint aber typischerweise von der Größenordnung  $Q^{-1} \simeq 10^{-5}$  zu sein.

### 3.2 Double Paddle

Das *Double Paddle* ist ein im Vergleich zum Vibrating Reed weiterentwickelter Oszillator, der ebenfalls zur Untersuchung von akustischen Eigenschaften benutzt werden kann. Die prinzipielle Geometrie dieses Oszillators wurde von Kleiman *et al.* [Kle87] entwickelt und von Pohl *et al.* [Hes96, Whi95a] weiter verbessert.

Abb. 3.2 zeigt den Umriss des Paddles. Der Oszillator ist aus trägen und Torsionselementen aufgebaut, denen zur einfacheren Darstellung anschauliche Bezeichnungen zuge-



**Abb. 3.2:** Geometrie der untersuchten *Double Paddles* mit den üblichen Bezeichnungen. Alle Bemaßungen in mm.

ordnet wurden. Der Fuß des Paddles wird in den Probenhalter eingespannt (vgl. Abb. 4.1). Er ist über ein Torsionselement, das Bein, mit den Flügeln verbunden. Über ein weiteres Torsionselement, den Hals, gelangt man zum Kopf, welcher wie die Flügel ein träges Element darstellt. Anhand des im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Glases BK 7 soll exemplarisch das Schwingungsverhalten des Paddles vorgestellt werden.

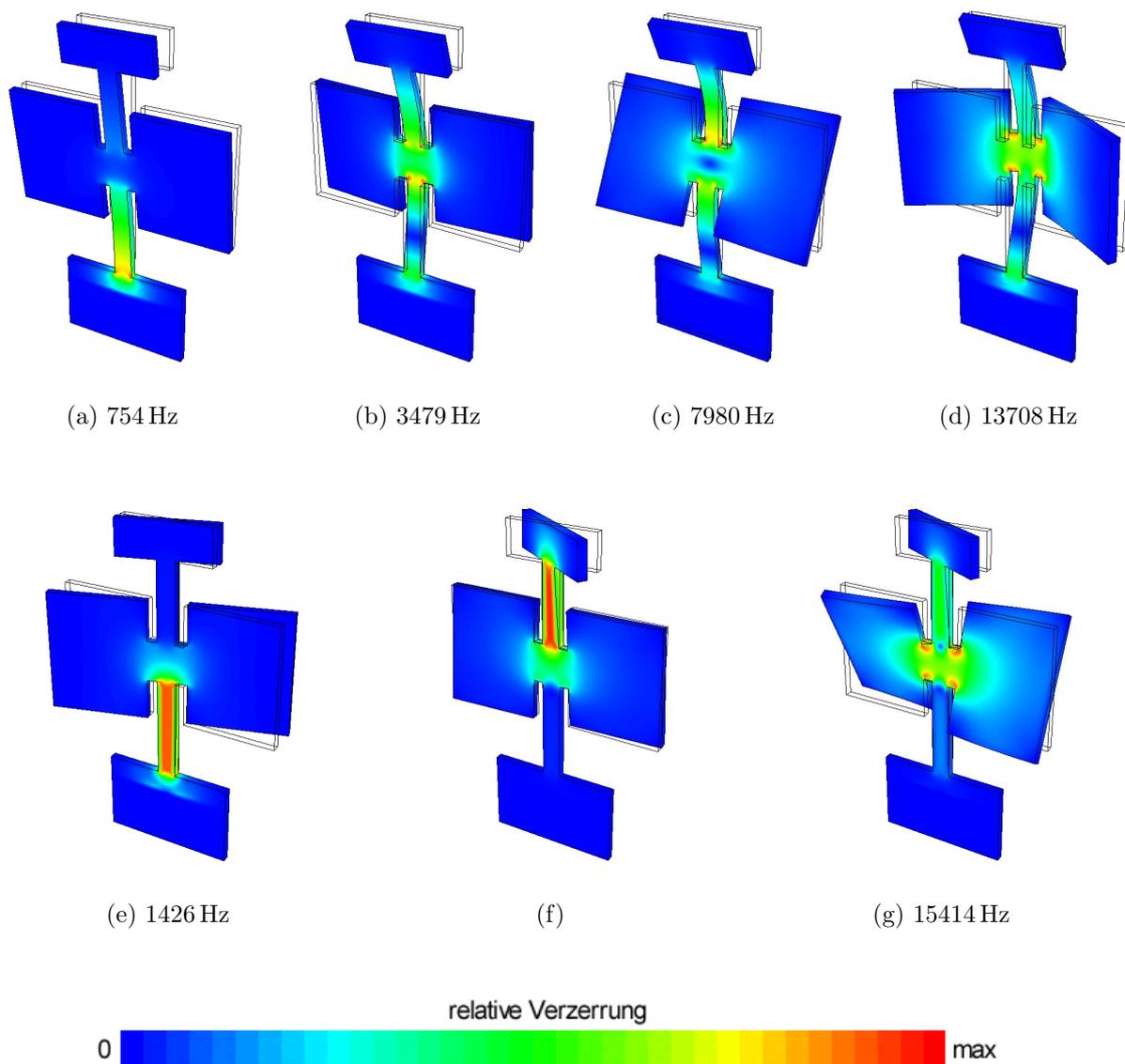
Aufgrund der komplizierten Geometrie existiert beim Double Paddle eine Vielzahl von Moden. Bei der weiteren Diskussion werden nur die mit dem in Kapitel 4 vorgestellten experimentellen Aufbau beobachtbaren Moden betrachtet. Unberücksichtigt bleiben Schwingungsformen, die innerhalb der Ebene des Paddles liegen, da diese aufgrund der verwendeten experimentellen Anordnung weder angeregt noch detektiert werden können. Mit Hilfe von Finite-Elemente-Simulationen lassen sich unter Vorgabe der elastischen Konstanten, der Dichte, sowie der Randbedingung an der Einspannungsstelle die Resonanzfrequenzen, die Auslenkungen und die dabei auftretenden Verzerrungen der einzelnen Moden berechnen [Hei00]. Die in die Berechnungen eingehenden elastischen Konstanten können im Anhang eingesehen werden. Das Spektrum der im Folgenden diskutierten Schwingungen bis 20 kHz ist in Abb. 3.3 dargestellt. Neben den Biegemoden (obere Reihe), die schon bei der Behandlung des Vibrating Reeds in Abschnitt 3.1 auftraten, existieren beim Paddle auch Torsionsmoden (untere Reihe), bei denen der Hals bzw. das Bein verdrillt werden. Die Einteilung in Biege- (die Flügel schwingen gleichphasig) und Torsionsschwingungen (die Flügel schwingen gegenphasig) kann experimentell über die Phasenbeziehung von Anregungs- und Detektionssignal vorgenommen werden (vgl. hierzu Abschnitt 4.2 und Abschnitt 4.3). Jedes Bild ist so aufgebaut, dass die Kontur des Paddles in Ruhe und farbig gefüllt im Zustand maximaler Auslenkung zu sehen ist. Die hierbei auftretenden relativen Verzerrungen sind der unteren Skala zu entnehmen. Die

$f_{\text{res}}$ [Hz]		$f_{\text{theo}}/f_{\text{exp}}$	Typ	Mode Bezeichnung
exp.	finite El.			
754	879	1,165	B	Grundschiwingung
1426	1580	1,108	T	symmetrische Torsionsmode
3479	3950	1,135	B	1. Biege-Oberschiwingung
7980	8588	1,076	B	2. Biege-Oberschiwingung
	11470		T	antisymmetrische Torsionsmode
13708	12495	0,912	B	
15414	13752	0,892	T	

**Tabelle 3.1:** Bei tiefen Temperaturen im Bereich 100 Hz – 20 kHz beobachtete Resonanzfrequenzen. In der zweiten Spalte sind die für Raumtemperatur berechneten Frequenzen der Finite-Elemente-Simulationen [Hei00] und in der dritten Spalte das Verhältnis von theoretisch und experimentell bestimmten Werten angegeben. Der Modentyp bezeichnet den Charakter der Schwingung: *B* bezeichnet Biegeschwingungen, *T* Torsionsschwingungen. Außerdem stehen in der letzten Spalte die Bezeichnungen einiger Moden.

unter den Bildern stehenden Resonanzfrequenzen spiegeln die bei tiefen Temperaturen experimentell ermittelten Werte wider.

In der oberen Reihe sind die Biegemoden des Paddles dargestellt, die in Tabelle 3.1 mit  $B$  bezeichnet sind. In Abb. 3.3(a) ist die Grundmode bei einer Frequenz von 754 Hz



**Abb. 3.3:** Experimentell relevante Moden eines BK 7-Paddles mit Resonanzfrequenzen bei tiefen Temperaturen. Dargestellt ist die Kontur des Paddles in Ruhe und eine Momentaufnahme der Auslenkung. Die dabei auftretenden relativen Verzerrungen sind farbkodiert dargestellt [Hei00].

zu sehen, bei der das gesamte Paddle ähnlich einem Vibrating Reed ausgelenkt wird. Abb. 3.3(b) und Abb. 3.3(c) zeigen die erste und zweite Oberschwingung, bei denen weitere Auslenkungsknoten auftreten. Das in Abb. 3.3(d) gezeigte Bild stellt ebenfalls eine Biegemode dar, weist jedoch im Übergangsbereich zu den Flügeln stärkere Verzerrungen auf.

Die untere Reihe zeigt die drei niederfrequenten Torsionsmoden des Paddles, die in Tabelle 3.1 mit  $T$  gekennzeichnet sind. Die in Abb. 3.3(e) dargestellte *symmetrische* Mode ist durch eine phasengleiche Auslenkung von Kopf und Flügeln ausgezeichnet. Das Bein wird hierbei stärker tordiert als der Hals. Dies hat zur Folge, dass die mechanische Ankopplung an den Probenhalter stärker als bei den folgenden Torsionsmoden ist und ein größerer Anteil an Schwingungsenergie dissipiert werden kann. Die Untergrunddämpfung dieser Mode sollte dadurch größer sein. Bei der in Abb. 3.3(f) zu sehenden *antisymmetrischen* Mode schwingen Kopf und Flügel gegenphasig, d. h. mit einer Phasenverschiebung von  $180^\circ$  zueinander. Da die Flügel bezüglich der Symmetrieachse des Paddles ein größeres Trägheitsmoment als der Kopf aufweisen, ist ihre Auslenkung wesentlich kleiner. Das Bein wird somit kaum tordiert. Die Lokalisierung der Schwingungsenergie im Bereich des Halses des Paddles bewirkt eine weitgehende Entkopplung von der Einspannungsstelle. Die Dissipation von elastischer Energie in den Probenhalter wird bei dieser Schwingungsform minimiert, und daher ist die Mode besonders zur Messung kleiner intrinsischer Dämpfungen geeignet. Die geringe Auslenkung der Flügel hat allerdings auch eine sehr kleine Detektionsspannung zur Folge. Leider konnte diese Mode bei dem BK 7-Paddle nicht beobachtet werden, so dass in Abb. 3.3(f) auch keine Frequenz angegeben ist. Die in Abb. 3.3(g) dargestellte Torsionsmode weist dieselbe Phasenbeziehung wie die antisymmetrische Mode bezüglich Flügel und Kopf auf. Da die Flügel stärker ausgelenkt werden, ist einerseits das Detektionssignal, andererseits aber auch die Ankopplung an den Probenhalter über die Torsion des Beins größer. Im Vergleich zu den Biegemoden ist die Verzerrung jedoch auf das Bein beschränkt, so dass auch bei dieser Mode die Untergrunddämpfung klein sein sollte.

Erwähnenswert ist, dass die gezeigten Schwingungsformen eindrucksvoll über ein Zeigerexperiment bestätigt werden konnten. Hierbei wurde an Luft ein Laserstrahl auf die Rückseite des senkrecht zur Tischplatte eingespannten Paddles fokussiert und der reflektierte Strahl auf eine ca. 5 m entfernte Wand abgebildet. Bei den Biegeschwingungen ergab sich gegenüber dem nichtschwingenden Paddle eine Aufweitung des reflektierten Strahls entlang der Paddlesymmetrieachse, die Torsionsmoden zeigten eine Aufweitung senkrecht dazu.

Die berechneten Resonanzfrequenzen sowie die zwischen 100 Hz und 20 kHz beobachteten Resonanzfrequenzen bei tiefen Temperaturen sind in Tabelle 3.1 aufgelistet. Des Weiteren gibt die Tabelle eine Übersicht über die Charakterisierung der Moden. Der Quotient aus berechneter und gemessener Resonanzfrequenz ist ebenfalls angegeben. Die Abweichung von theoretisch und experimentell bestimmten Werten kann mehreren Ursachen zugeschrieben werden. Auffällig ist, dass die berechneten Resonanzfrequenzen der

höherfrequenten Moden unter den experimentell ermittelten liegen, wohingegen die vier niederfrequenten Moden systematisch einen zu groß berechneten Wert aufweisen. Da sich bei den höherfrequenten Moden eine größere Verzerrung im Bereich des Halses und des Übergangsbereichs zu den Flügeln abspielt (vgl. Abb. 3.3), könnte die Ursache in den bei den Berechnungen zu klein gewählten Maßen dieser Bereiche liegen. Wegen der kleineren rücktreibenden Kraft ist auch die Resonanzfrequenz kleiner als berechnet. Umgekehrt erscheint bei den niederfrequenteren Moden die Breite des Beins zu groß gewählt, so dass sich die Resonanzfrequenz zu höheren Werten verschiebt. Aus den „wahren“ Paddle-Abmessungen quantitative Aussagen zu erhalten erscheint schwierig, da die Maße herstellungsbedingt (vgl. Abschnitt 3.3) selbst innerhalb der einzelnen Elemente variieren. Abweichungen der Geometrie im Bereich von 10 % erscheinen jedoch nicht unrealistisch und stellen sicherlich den Haupteffekt zur Erklärung der Abweichungen dar. Weitere kleine Beiträge ergeben sich aus den elastischen Konstanten und dem Silberfilm. Da die Werte der elastischen Konstanten nur für Raumtemperatur bekannt sind, erhöht sich die Resonanzfrequenz um ca. 1 % gegenüber den Werten bei tiefen Temperaturen. Der aufgebrauchte Silberfilm (vgl. Abschnitt 4.2), der in den Simulationen unberücksichtigt blieb, liefert ebenfalls eine kleine Korrektur. Für die Änderung der Resonanzfrequenz gilt nach [Whi96] für die Torsionsmoden:

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{1}{2} \frac{h_{\text{film}}}{h_{\text{sub}}} \left( \frac{3 G_{\text{film}}}{G_{\text{sub}}} - \frac{\rho_{\text{film}}}{\rho_{\text{sub}}} \right). \quad (3.7)$$

Die Indizes stehen für die Größen der Silberschicht (film) und für die des Substrats (sub), d. h. des Glases. Hierbei ist  $h$  die jeweilige Dicke,  $G$  der Schermodul und  $\rho$  die Dichte. Betrachtet man hingegen die Biegemoden muss der Elastizitätsmodul  $E$  anstatt des Schermoduls  $G$  eingesetzt werden. Für eine Abschätzung des Effekts werden die Werte von BK 7 und einer Silberschicht eingesetzt. Mit  $G_{\text{Ag}} = 2,95 \cdot 10^{10} \text{ Nm}^{-2}$ ,  $G_{\text{BK7}} = 3,4 \cdot 10^{10} \text{ Nm}^{-2}$ , sowie  $\rho_{\text{Ag}} = 10,50 \text{ g cm}^{-3}$ ,  $\rho_{\text{BK7}} = 2,51 \text{ g cm}^{-3}$  und  $h_{\text{Ag}}/h_{\text{SiO}_2} = 2,5 \cdot 10^{-3}$  folgt nach Gl. 3.7  $\Delta f/f \approx -2 \cdot 10^{-3}$ , d. h. die berechnete Resonanzfrequenz ist um ein fünftel Prozent zu hoch. Alle drei genannten Effekte bewirken eine Korrektur der Resonanzfrequenz, wobei der Hauptanteil durch die nichtperfekte Geometrie gegeben ist. Die Abweichungen von experimentellen und Simulationen lassen sich somit in diesem Rahmen erklären.

Ein wesentlicher Vorteil des Double Paddles gegenüber dem Vibrating Reed, bei dem die maximale Verzerrung an der Stelle der Einspannung auftritt, ist die verringerte mechanische Ankopplung an den Probenhalter und damit verbunden eine reduzierte Untergrunddämpfung durch Dissipation von Schwingungsenergie. Insbesondere bei der antisymmetrischen Mode sollte am unteren Ende des Fußes kaum noch Verzerrung auftreten, aber auch bei den anderen Schwingungsformen ist eine Verkleinerung des Beitrags gegenüber dem Reed zu erwarten. Eine vollständige Eliminierung des Untergrunds ist bei mechanischen Oszillatoren allerdings nicht möglich. Auch die Tatsache, dass mehrere Moden zur Verfügung stehen, zeichnet das Paddle gegenüber dem Reed aus. Bei diesem kann die

Frequenz nur durch einen äußeren Eingriff in das Experiment — wie z. B. die Änderung der Probenlänge — modifiziert werden, was insbesondere bei Tieftemperaturexperimenten einen erheblichen Mehraufwand bedeutet. Außerdem stehen beim Paddle unterschiedlich polarisierte Moden zur Verfügung. Während die Biegeschwingungen eine Mischung aus transversalen und longitudinalen Moden darstellen, sind die Torsionsschwingungen rein transversale Moden. Das bedeutet, dass die innere Reibung und die relative Änderung der Schallgeschwindigkeit auch in Bezug auf ihre Polarisierung untersucht werden können.

### 3.3 Probenspezifikation und Herstellung der Oszillatoren

In Abschnitt 2.3 wurde gezeigt, dass Wechselwirkungseffekte zwischen Tunnelsystemen für die Tieftemperatureigenschaften von Gläsern von entscheidender Bedeutung sein können. Beispiele hierfür waren die im Multikomponentenglas  $\text{BaO-Al}_2\text{O}_3\text{-SiO}_2$  gefundene Magnetfeldabhängigkeit der dielektrischen Konstanten und die elastischen Eigenschaften von Quarzglas im Nullfeld. In stark polaren Gläsern können die elektrischen Wechselwirkungseffekte über die elastischen Wechselwirkungseffekte dominieren. Mögliche Kandidaten für Materialien, die diese Eigenschaften besitzen, wurden im Rahmen dieser Arbeit untersucht und werden im folgenden Abschnitt vorgestellt. Außerdem wird auf die Herstellung der jeweiligen Oszillatoren eingegangen.

#### 3.3.1 Die Borsilikatgläser BK 7 und AF 45

Bei dem schon in Abb. 2.3 erwähnten BK 7 und dem modifizierten Borsilikatglas AF 45 handelt es sich um kommerzielle Multikomponentengläser, die hauptsächlich bei der Herstellung optischer und elektrooptischer Bauteile Verwendung finden. Die Angaben des Herstellers (Schott Glaswerke, Mainz) über die chemische Zusammensetzung von BK 7 geben nur einen groben Überblick über die quantitativen Bestandteile (alle Angaben in Gewichtsprozent). Neben der Hauptkomponente  $\text{SiO}_2$  (60 – 70 %) finden sich als weitere Komponenten mit einem größeren prozentualen Anteil  $\text{B}_2\text{O}_3$  (10–20 %),  $\text{BaO}$  (< 1–10 %),  $\text{Na}_2\text{O}$  (1 – 15 %) und  $\text{K}_2\text{O}$  (5 – 15 %). Weitere Spurenverbindungen sind in  $\text{ZnO}$ ,  $\text{CaO}$ ,  $\text{TiO}_2$ ,  $\text{As}_2\text{O}_3$  gegeben, deren Anteil jeweils unter 1 % beträgt [Scho00].

Die Zusammensetzung von AF 45 zeichnet sich neben den für Borsilikatgläser üblichen Bestandteilen  $\text{SiO}_2$  (ca. 50 %) und  $\text{B}_2\text{O}_3$  (> 10 %) durch einen hohen Anteil an  $\text{BaO}$  (> 20 %) und  $\text{Al}_2\text{O}_3$  (> 10 %) aus. Als Spurenkomponente ist zusätzlich  $\text{As}_2\text{O}_3$  mit einem Anteil von weniger als 1 % vorhanden. Bei seiner Synthese ist das Glas praktisch alkalifrei [Scho00].

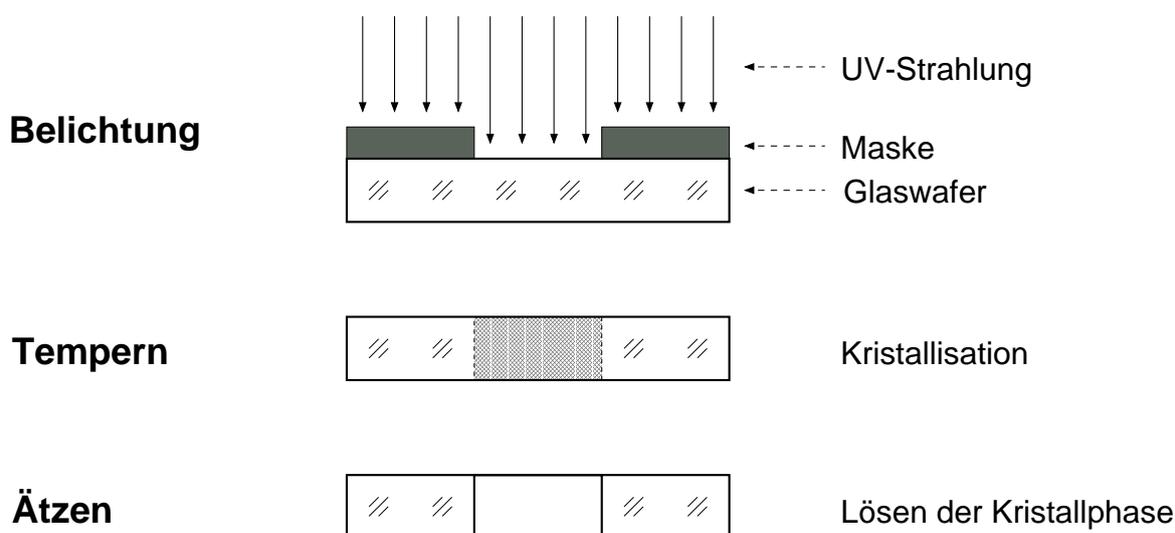
Die für die Messungen verwendeten Paddles wurde im Rahmen einer Produktionsserie in der Glasbläserei des Physikalischen Instituts der Universität Heidelberg aus 400  $\mu\text{m}$  dicken BK 7- bzw. AF 45-Plättchen mit Hilfe eines Ultraschallbohrers herausgeschnitten. Bei dieser Art der Herstellung der Paddles traten mehrere Probleme zu Tage. Die Bemaßung des aus Edelstahl gefertigten Bohrers wich aufgrund seines Herstellungsprozesses von

der in Abb. 3.2 angegebenen ab. Dies hatte zur Folge, dass auch die herausgeschnittenen Paddles nicht der gewünschten Symmetrie entsprachen. Mit zunehmendem Einsatz des Bohrers wurde zusätzlich eine Verschlechterung der Kantenqualität sowie deren Planparallelität beobachtet. Dies zog Toleranzen in der Paddlegeometrie innerhalb einer Herstellungsserie nach sich. Am Stärksten waren die Abweichungen im Bereich des Halses, hier wurden Unterschiede bis zu 30 % der vorgegebenen Breite registriert. Des Weiteren ist die Kantenrauhigkeit der Paddles erheblich größer als bei einem lasergeschnittenen Glaspaddle. Die Technik des Laserschneidens kann jedoch bei BK 7 und AF 45 nicht eingesetzt werden, da der thermische Expansionskoeffizient der Gläser zu groß ist (vgl. hierzu die Angaben im Anhang). Diese Proben halten den durch die großen Temperaturgradienten bedingten Verspannungen nicht stand und zerspringen. Zur Verbesserung des Herstellungsprozesses der Paddles mit der Ultraschallbohrtechnik wurde ein weiterer Bohrkopf aus gehärtetem Stahl gefertigt. Die Kantengeometrie dieses Bohrers war wesentlich besser definiert, allerdings kam er im Rahmen dieser Arbeit nicht mehr zum Einsatz.

### 3.3.2 Fs 21

Fs 21 ist ein an der Technischen Universität Ilmenau am Fachgebiet für Glas- und Keramikttechnologie entwickeltes, fotostrukturierbares Multikomponentenglas. Die chemische Sollzusammensetzung der Hauptbestandteile lautet ([Har00], alle Angaben sind in Gewichtsprozent):  $\text{SiO}_2$  (74,92 %),  $\text{Li}_2\text{O}$  (11,61 %),  $\text{Al}_2\text{O}_3$  (7,2 %),  $\text{Na}_2\text{O}$  (2,74 %) und  $\text{K}_2\text{O}$  (4,16 %). Zusätzlich ist das Glas dotiert mit  $\text{AgNO}_3$  (0,18 %),  $\text{Sb}_2\text{O}_3$  (0,4 %),  $\text{SnO}$  (0,07 %),  $\text{CeCl}_3 \cdot 7\text{H}_2\text{O}$  (0,65 %). Die Anteile der Dotanden beziehen sich hierbei auf 100 % Grundglas, das aus den Hauptbestandteilen zusammengesetzt ist.

Die Herstellung des zur Durchführung der Messungen verwendeten Fs 21-Paddles erfolgte ebenfalls in obengenanntem Fachbereich über einen modifizierten Fotolithografieprozess. Prinzipiell nutzt dieses Mikrostrukturierungsverfahren die Eigenschaft der Gläser, dass durch optischen und thermischen Einfluss lokale kristalline Phasen entstehen. Diese besitzen eine wesentlich größere Löslichkeit in verdünnter Flusssäure als die entsprechende Glasphase. Abb. 3.4 gibt einen Überblick über die verschiedenen Schritte des Strukturierungsverfahrens. In der ersten Stufe (Initiierung) erfolgt eine partielle Belichtung des Glases mit UV-Strahlung im Wellenlängenbereich zwischen 300 und 320 nm. Mit Hilfe einer in der gewünschten Form gefertigten Maske (Chrommaske auf Kieselglas) oder mit einem fokussierten Laserstrahl wird der zu belichtende Bereich festgelegt. In diesem Gebiet bildet sich infolge des im nächsten Schritt (Entwicklung) durchgeführten Temperprozesses eine Kristallphase aus. Diese lässt sich im abschließenden Prozess (Strukturierung) mittels verdünnter Flusssäure aus der Glasmatrix herausätzen. Aufgrund des endlichen Ätzzratenverhältnisses von belichteten und unbelichteten Gebieten (zwischen 10 : 1 und 25 : 1) lässt sich eine Aufätzung der Glasstruktur nicht gänzlich verhindern. Dies erklärt die beim untersuchten Glaspaddle aufgetretenen Unebenheiten, die speziell im Bereich der Flügel zu erkennen waren. Die Kanten erschienen mit einer geringeren Rauigkeit



**Abb. 3.4:** Schematische Darstellung des Fotostrukturierungsprozesses des Fs 21-Paddles. Gezeigt ist ein Schnittbild der drei relevanten Prozessschritte.

behaftet als die des ultraschallgeschnittenen Paddles. Die geometrischen Ausmaße folgen den in Abb. 3.2 angegebenen Werten.

### 3.3.3 Amorphes $\text{BaO-Al}_2\text{O}_3\text{-SiO}_2$

Bei  $\text{a-BaO-Al}_2\text{O}_3\text{-SiO}_2$  handelt es sich um das in Abschnitt 2.3 angesprochene Multikomponentenglas, an der die Magnetfeldabhängigkeit der dielektrischen Konstanten gefunden wurde. Die Glasprobe wurde uns dankenswerterweise von Herrn Priv.-Doz. Dr. P. Strehlow (PTB Berlin) zur Verfügung gestellt. Neben den oben angeführten Hauptkomponenten wurden bei einer im Physikalisch-Chemischen Institut der Universität Heidelberg durchgeführten XPS-Analyse<sup>1</sup> des Glases zudem noch Anteile an Zinn, Calcium und Natrium nachgewiesen.

Die Glasprobe lag als massiver Block mit Kantenmaßen von ca.  $5\text{ cm} \times 3\text{ cm} \times 2\text{ cm}$  vor. Zur Herstellung einer Oszillatorgeometrie war eine mechanische Bearbeitung des Materials in der Glasbläserei des Physikalischen Instituts notwendig. Beim Sägen und Schleifen des Glases bildeten sich allerdings Risse im Material aus, so dass lediglich Reedgeometrien hergestellt werden konnten.

<sup>1</sup>X-ray Photoemission Spectroscopy: Hierbei wird die zu untersuchende Probe mit monochromatischen Röntgenquanten bestrahlt. Die aus der Probe emittierten Elektronen werden mit Hilfe eines energieauflösenden Detektors nachgewiesen. Aufgrund der charakteristischen Bindungsenergien der Elektronen im jeweiligen Atom kann über die kinetische Energie der Elektronen eine Zuordnung zu den einzelnen Elementen erfolgen.

## 4 Experimenteller Aufbau und Messtechnik

Nach der Vorstellung der untersuchten Proben wird im folgenden Kapitel der im Rahmen dieser Arbeit verwendete experimentelle Aufbau betrachtet. Zunächst wird kurz auf die Erzeugung und Messung der für die Untersuchungen notwendigen tiefen Temperaturen eingegangen. Die für Vibrating Reed- und Double Paddle-Messungen verwendeten Probenhalter sowie der gemeinsame elektronische Aufbau sind Gegenstand von Abschnitt 4.2. Hieran schließt sich die Erläuterung des Messverfahrens zur Bestimmung der elastisch relevanten Größen innere Reibung und relative Änderung der Schallgeschwindigkeit an. Zur Untersuchung dieser Größen in einem äußeren Magnetfeld wurde eine Spule eingesetzt. Die charakteristischen Eigenschaften und die Bestimmung des Magnetfelds werden in Abschnitt 4.4 dargestellt. Am Ende von Kapitel 4 werden noch einige experimentelle Probleme diskutiert. Die Konzepte werden zum Großteil anhand des Paddles dargestellt, lassen sich aber auch auf Vibrating Reed-Experimente übertragen.

### 4.1 Erzeugung und Messung tiefer Temperaturen

Besonders der Temperaturbereich unterhalb von ca. 100 mK ist für die Untersuchung von Wechselwirkungseffekten zwischen Tunnelsystemen von Bedeutung (vgl. Abschnitt 2.3). Zur Erzeugung dieser Temperaturen wurde ein *Verdünnungskryostat* eingesetzt. Bei diesem nutzt man als Kühlmechanismus die Eigenschaften eines verdünnten  $^3\text{He}/^4\text{He}$ -Gemischs aus. Auch wenn der prinzipielle Aufbau und die Funktionsweise dieser Kältemaschine an dieser Stelle nicht näher erläutert werden, sollen zumindest die für die weiteren Abschnitte relevanten Begriffe eingeführt werden.<sup>1</sup> Der kälteste Ort innerhalb des Kryostaten ist die sog. *Mischkammer*, welche sich innerhalb des *Vakuumtopfs* (Experimentier-volumen) befindet. Die tiefsten hier erreichten Temperaturen lagen bei ca. 5 mK.

Die Mischkammertemperatur wurde mit einem Suszeptibilitäts- und mehreren Widerstandsthermometern bestimmt. Im Temperaturbereich zwischen Raumtemperatur und 1,5 K wurde ein RhFe-Widerstand<sup>2</sup> verwendet, bei niedrigeren Temperaturen kam ein kalibrierter Kohlewiderstand zum Einsatz [Wei95]. Optionsweise wurde im Temperaturbereich unterhalb von ca. 700 mK mit einem Suszeptibilitätsthermometer gearbeitet.<sup>3</sup>

---

<sup>1</sup>Der Aufbau und die Funktionsweise eines Verdünnungskryostaten sowie die Eigenschaften eines  $^3\text{He}/^4\text{He}$ -Gemischs sind in verschiedenen Lehrbüchern ausführlich beschrieben, z. B. in [Ens00], [Pob92].

<sup>2</sup>Firma Oxford Instruments

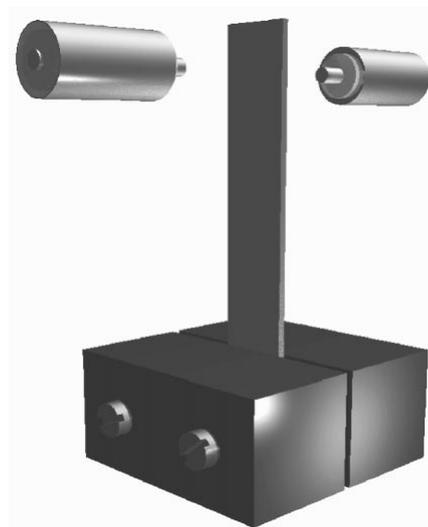
<sup>3</sup>Hierbei wird ausgenutzt, dass die magnetische Suszeptibilität einer mit Erbium dotierten Goldprobe einem Curie-Weiss-Gesetz gehorcht. Die Eichung dieses Thermometers erfolgte gegen ein Kernorientierungsthermometer. Alle genannten Thermometertypen sind z. B. in [Ens00] genauer beschrieben.

## 4.2 Probenhalter und elektronischer Aufbau

In Abb. 4.1 ist die schematische Abbildung eines Double Paddle-Probenhalters dargestellt. Das Paddle wird mittels zweier Schrauben zwischen ein kleines Kupferklötzchen und einen Kupferblock geklemmt. Der Probenhalter ist mit der Mischkammer des Verdünnungskryostaten verbunden. Auf diese Weise kann man den Aufbau bis auf Temperaturen von 5 mK kühlen. Für die Bauteile des Halters findet Kupfer wegen seiner hohen Wärmeleitfähigkeit Verwendung. Die Anregung des Paddles zu erzwungenen Schwingungen sowie deren Detektion erfolgt auf elektrostatischem Weg. Dafür sind in Höhe der beiden Flügel des Paddles zwei Elektroden am Probenhalter befestigt. Die anregende Elektrode und die Paddlefläche bilden die zwei Platten eines Kondensators. Das dielektrische Glaspaddle muss hierzu zuvor einseitig mit einer Metallschicht bedampft werden. Zu beachten ist, dass der Film so dünn gewählt wird, dass er die elastischen Eigenschaften der zu untersuchenden Substanz nur unmerklich beeinflusst. Die Plättchen eines Vibrating Reed-



**Abb. 4.1:** Schematische Abbildung des Probenhalters mit Paddle und Elektroden. Das Paddle ist zwischen zwei Kupferklötzchen gespannt.



**Abb. 4.2:** Schematische Abbildung eines Vibrating Reed-Aufbaus. Der Abstand der Elektroden vom Plättchen ist übertrieben dargestellt.

Experiments werden üblicherweise mit einer einige 10 nm dicken Goldschicht besputtert. Auf ein Paddle muss wegen des in [Burk99] beobachteten Thermalisierungsproblems eine ca. 1  $\mu\text{m}$  dicke Silberschicht aufgedampft werden (siehe auch Abschnitt 4.5). Die zweite Elektrode dient der kapazitiven Detektion der Schwingung. Die Probe ist hierbei über den Halter geerdet.

Der in Abb. 4.2 gezeigte Vibrating Reed-Probenhalter ist ähnlich aufgebaut. Der wesentliche Unterschied besteht in der geometrischen Anordnung der Elektroden bzgl. der Probe. Außerdem ist zu beachten, dass das Reed beidseitig mit einem Metallfilm besputtert sein muss.

Um das Zustandekommen des Messsignals zu erklären, betrachtet man zunächst die Kapazität der beschriebenen Plattenkondensatoren

$$C_{\text{a/d}} = \frac{\epsilon_0 S}{x_{\text{a/d}}} . \quad (4.1)$$

Der Index steht hierbei für Anregung (a) bzw. Detektion (d). Die Größe  $S$  bezeichnet die Grundfläche der Elektroden und  $x_{\text{a/d}}$  deren Abstand zum Paddle. Mit typischen Abständen von 100  $\mu\text{m}$  und einer Fläche  $S$  von 0,3  $\text{cm}^2$  ergeben sich Kapazitäten, die in der Größenordnung von 1 pF liegen.

Unter der Annahme nicht zu großer Schwingungsamplituden ergibt sich die zwischen den Kondensatorplatten wirkende Kraft zu

$$F = \frac{1}{2} C_{\text{a}} \frac{U^2}{x_{\text{a}}} \quad (4.2)$$

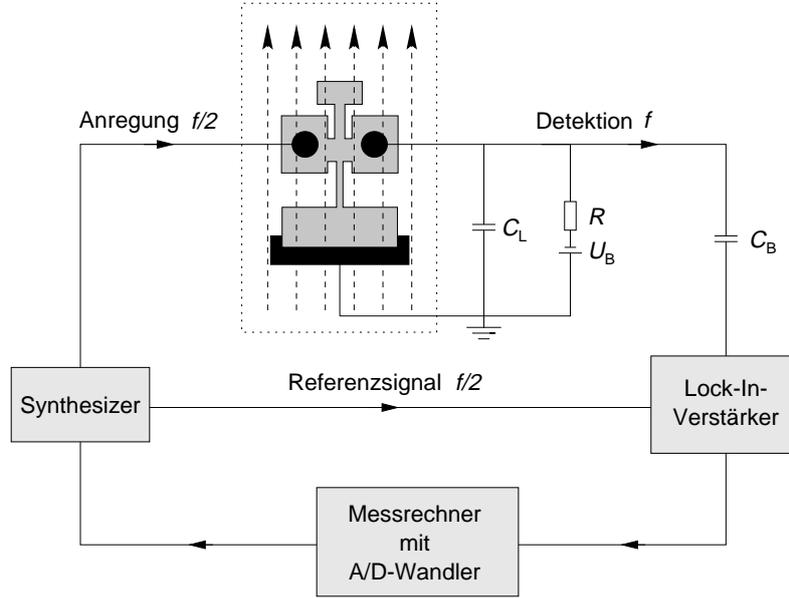
und ist somit proportional zum Quadrat der angelegten Spannung. Die Modulation des Abstands durch die Schwingung kann bei den tatsächlich auftretenden Auslenkungen vernachlässigt werden. Bei der Verwendung einer Wechselspannung  $U(t) = U_0 \cos(\frac{1}{2} \omega t)$  folgt für die Zeitabhängigkeit der resultierenden Kraft:

$$F = \frac{1}{4} C_{\text{a}} \frac{U_0^2}{x_{\text{a}}} (1 + \cos \omega t) . \quad (4.3)$$

Das bedeutet, dass die Probe mit der doppelten Frequenz der angelegten Wechselspannung schwingt. Dies ist anschaulich klar, da bei einem Wechsel der Elektrodenpolarität im Silberfilm des Paddles eine gegenpolige Ladung induziert wird und somit immer eine anziehende Kraft zwischen Paddle und Elektrode wirkt. Der Oszillator weist also während *einer* Schwingungsperiode der Anregungsspannung *zwei* maximale Auslenkungen auf.

Der Nachweis der Auslenkung erfolgt ebenfalls kapazitiv. Hierbei nutzt man aus, dass die Abstandsänderung der Probe gegenüber der Detektionselektrode eine Modulation der zwischen ihnen gebildeten Kapazität bewirkt:

$$C(t) = C_{\text{d}} \frac{1}{1 - \xi(t)/x_{\text{d}}} \simeq C_{\text{d}} \left( 1 + \frac{\xi(t)}{x_{\text{d}}} \right) . \quad (4.4)$$



**Abb. 4.3:** Prinzipbild der Messelektronik. Nur der Probenhalter befindet sich innerhalb des Kryostaten (gepunktete Linie). Schematisch durch Pfeile ist das Magnetfeld dargestellt, das mit dem in Abschnitt 4.4 vorgestellten Aufbau erzeugt werden kann.

In der Näherung wurde eine Reihenentwicklung durchgeführt und nach dem Term erster Ordnung abgebrochen. Dies ist möglich, da die mit  $\xi$  bezeichnete Auslenkung klein gegen den Gleichgewichtsabstand ist. Legt man an der Detektionselektrode über einen hochohmigen Vorwiderstand ( $R \simeq 400 \text{ M}\Omega$ ) eine Vorspannung  $U_B$  an, so fällt aufgrund der Modulation der Kapazität  $C_d$  am Widerstand  $R$  eine Wechselspannung  $U_d$  ab, die sich unter Berücksichtigung der Kapazität der Zuleitungen ( $C_L \simeq 300 \text{ pF}$ ) nach [Ber75] zu

$$U_d(t) = U_B \frac{\xi(t)}{x_d} \frac{C_d}{C_d + C_L} \frac{\omega R(C_d + C_L)}{\sqrt{1 + (\omega R(C_d + C_L))^2}} \quad (4.5)$$

ergibt. Für die im Experiment benutzten Frequenzen im Bereich bis 20 kHz und den typischen Werten für  $R$  und  $C_L$  kann der letzte Faktor durch 1 ersetzt werden. Da außerdem  $C_L \gg C_d$  ist, folgt:

$$U_d(t) = U_B \frac{\xi(t)}{x_d} \frac{C_d}{C_L} = U_B \frac{\xi(t)}{x_d^2} \frac{\epsilon_0 S}{C_L}. \quad (4.6)$$

Die detektierte Spannung ist somit proportional zur angelegten Vorspannung  $U_B$ , die im Experiment typischerweise 250 V betrug, sowie zur Auslenkung des Paddles. Insbesondere ist das Verhältnis von detektierter Spannung und Auslenkung frequenzunabhängig. Desweiteren ist das Signal umgekehrt proportional zum Abstandsquadrat zwischen Detektionselektrode und Probe, was die bei der Einspannung des Paddles bzw. der Ausrichtung

der Elektroden notwendige Feinjustage in Bezug auf das Detektionssignal betont. Mit den oben genannten Zahlenwerten und typischen Detektionsspannungen in der Größenordnung von  $1\ \mu\text{V}$  ergibt sich aus Gl. 4.6 eine Abschätzung der Amplitude  $\xi$  von einigen Nanometern. Dies rechtfertigt nachträglich die Vernachlässigung der Zeitabhängigkeit des Abstands bei der Berechnung der auf das Paddle wirkenden Kraft in Gl. 4.2 und die Näherung in Gl. 4.4.

In Abb. 4.3 ist in einer Prinzipskizze der Aufbau der Messelektronik dargestellt. Schematisch durch Pfeile gekennzeichnet ist das Magnetfeld, welches optionsweise angelegt werden kann (vgl. hierzu Abschnitt 4.4). Ein über IEC-Bus gesteuerter Funktionsgenerator (Phillips PM 5191) regt die Probe mit einem sinusförmigen Signal der Frequenz  $f/2$  zu Schwingungen an. Die im Detektionskreis erzeugte Wechselspannung  $U_d$  der Frequenz  $f$  wird einem Lock-In-Verstärker (Stanford Research 830 oder Ithaco Dynatrac 393) zugeführt. Der Gleichspannungsanteil wird vorher durch die Kapazität  $C_B$  herausgefiltert. Als Referenzsignal erhält der Lock-In-Verstärker zusätzlich eine vom Synthesizer generierte Wechselspannung, die mit dem Anregungssignal in Phase ist. Da die Probe mit der doppelten Anregungsfrequenz schwingt, arbeitet der Lock-In-Verstärker im sog.  $2f$ -Modus, d. h. es werden nur Signale detektiert, die der doppelten Frequenz des Referenzsignals entsprechen. Dies hat den Vorteil, dass die Messung gegen mögliches Übersprechen der Anregespannung auf die Detektionselektrode weniger empfindlich ist. Zur Minimierung des Übersprechens ist zwischen den Elektroden ein metallischer Steg als Abschirmung in den Probenhalter integriert (in Abb. 4.1 nicht eingezeichnet). Nach Vergleich der Phasenlage der Eingangssignale stellt der Lock-In-Verstärker drei Ausgangssignale zur Verfügung ( $A$ ,  $A \sin \phi$ ,  $A \cos \phi$ , wobei  $A$  die Amplitude des Detektionssignals und  $\phi$  die Phasendifferenz der Eingangssignale ist), die über einen im Messrechner integrierten Analog-Digital-Wandler ausgelesen werden. Torsionsmoden des Paddles und Vibrating Reed-Schwingungen weisen bei den in Abb. 4.1 und Abb. 4.2 dargestellten Anordnungen der Elektroden die gleiche Phasenlage auf. Bei den Biegemoden des Paddles sind das  $A \sin \phi$ - und das  $A \cos \phi$ -Signal invertiert. Dies erlaubt die experimentelle Unterscheidung zwischen Torsions- und Biegeschwingungen beim Paddle.

Neben der Speicherung und Darstellung der Daten übernimmt der Computer die Regelung der Anregungsfrequenz auf eine der Resonanzfrequenzen der Probe. Im Messprogramm ist ein PID<sup>4</sup>-Regelalgorithmus implementiert. Die Regelung auf Resonanz erfolgt über das  $A \cos \phi$ -Signal, dessen Verlauf im Bereich einer Eigenfrequenz des Paddles in Abb. 4.5 gezeigt wird. Bei Resonanz ist die Phase eines zu erzwungenen Schwingungen angeregten Systems gerade  $\pi/2$ , so dass dieses Signal einen Nulldurchgang aufweist. Hierauf beruht der Algorithmus, der bei einer Abweichung die Frequenz entsprechend nachstellt. Mit dieser Regelung kann, wie im nächsten Abschnitt erklärt wird, auf elegante Weise die Temperaturabhängigkeit der inneren Reibung und der relativen Schallgeschwindigkeitsänderung über die im Experiment ermittelten Größen bestimmt werden.

---

<sup>4</sup>Proportional-Integral-Differential

### 4.3 Bestimmung der akustischen Messgrößen

#### Relative Schallgeschwindigkeitsänderung

Die relative Änderung der Schallgeschwindigkeit läßt sich direkt über die Verschiebung der Resonanzfrequenz bestimmen. Wegen Gl. 3.1 gilt die Proportionalität  $f_{\text{res}} \propto v_Y$ , und unter Vernachlässigung der thermischen Ausdehnung ergibt sich:

$$\frac{\delta f_{\text{res}}}{f_{\text{res}}} = \frac{\delta v_Y}{v_Y}, \quad (4.7)$$

wobei

$$\frac{\delta f_{\text{res}}}{f_{\text{res}}} = \frac{f_{\text{res}}(T) - f_{\text{res}}(T_0)}{f_{\text{res}}(T_0)}$$

und einem entsprechenden Ausdruck für  $v_Y$ .  $T_0$  bezeichnet dabei eine Referenztemperatur. Die Werte der thermischen Expansionskoeffizienten der untersuchten Gläser liegen bei 300 K in der Größenordnung von  $10^{-6} \text{ K}^{-1}$ . Die genauen Angaben der jeweiligen Hersteller kann man dem Anhang entnehmen. Bei tiefen Temperaturen ( $T < 1 \text{ K}$ ) ist die Vernachlässigung der thermischen Ausdehnung für praktisch alle Substanzen gerechtfertigt, was die Anwendung von Gl. 4.7 in guter Näherung auch im gesamten vermessenen Temperaturbereich ermöglicht. Mit Hilfe des in Abschnitt 4.2 beschriebenen Regelmechanismus kann man das Paddle auf seiner Resonanzfrequenz halten und aus deren Verschiebung direkt den Temperaturgang der Schallgeschwindigkeit bestimmen. Die Genauigkeit der Frequenzmessung liegt zwischen  $10^{-7}$  und einigen  $10^{-6}$ .

#### Innere Reibung

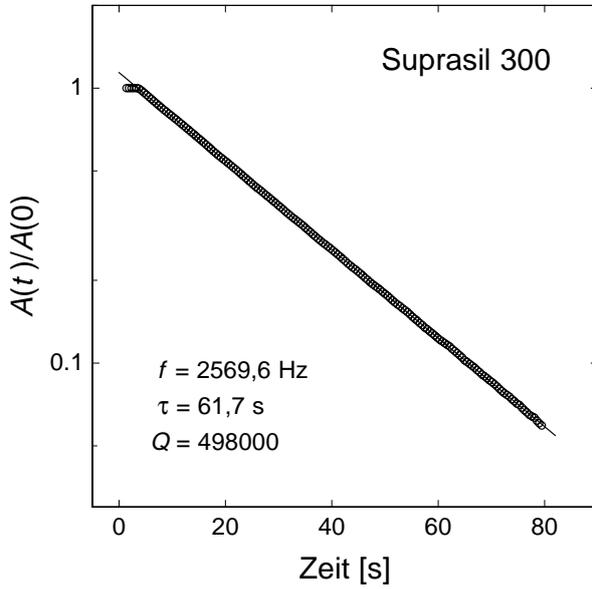
Die Temperaturabhängigkeit der inneren Reibung wird im Experiment in zwei Stufen bestimmt. Zunächst gewinnt man den relativen Verlauf der inneren Reibung über die Aufnahme von Amplitude und Resonanzfrequenz gemäß der Beziehung

$$Q^{-1} \propto A^{-1} f_{\text{res}}^{-2}, \quad (4.8)$$

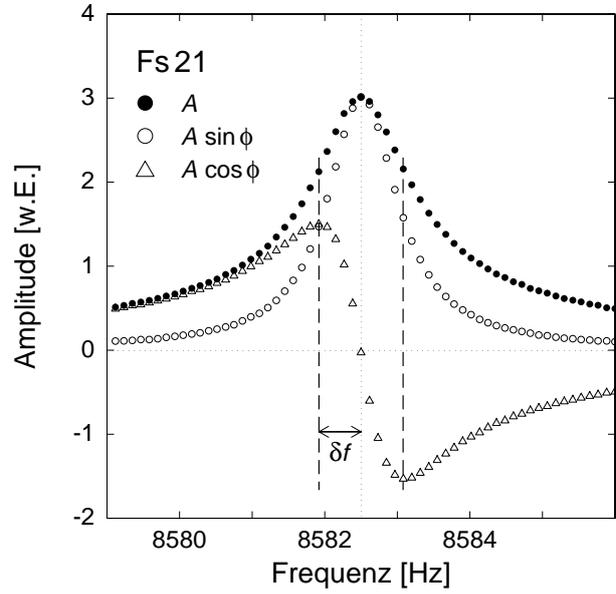
die aus der Lösung der Bewegungsgleichung für  $f = f_{\text{res}}$  folgt. An ausgewählten Temperaturpunkten bestimmt man dann den Absolutwert durch die Aufnahme von Resonanzkurven oder freien Amplitudenzerfällen. Die beiden Methoden sollen im Folgenden näher betrachtet werden.

Bei der Beobachtung des freien Amplitudenzerfalls nutzt man die bisher nicht betrachtete Dämpfung der Schwingung aus. Formal kann diese durch Einführung eines komplexen Youngschen Moduls in das Problem integriert werden

$$Y = Y' + iY'' = Y'(1 + i\eta). \quad (4.9)$$



**Abb. 4.4:** Freier Amplitudenzerfall eines Quarzglas-Paddles bei Raumtemperatur (Suprasil 300, [Burk99]). Nach 2 s wurde die Anregungsspannung abgeschaltet.



**Abb. 4.5:** Resonanzkurve eines Fs 21-Paddles bei  $T = 48 \text{ mK}$ . Zu sehen sind  $A$ ,  $A \sin \phi$  und  $A \cos \phi$  als Funktion der Anregungsfrequenz. Die Halbwertsbreite  $2\delta f$  ist über Gl. 4.12 mit der Güte verknüpft.

Nach [Sku54] ist im Falle kleiner Dämpfungen der sog. Verlustfaktor  $\eta$  identisch mit der inneren Reibung  $Q^{-1}$  des Oszillators. Verwendet man den folgenden charakteristischen Lösungsansatz für ein gedämpftes, zu erzwungenen Schwingungen angeregtes System

$$\xi(x, t) = A_0 e^{-t/\tau} e^{i\omega t} \psi(x), \quad (4.10)$$

wobei durch  $\psi(x)$  die Ortsabhängigkeit der Auslenkung gegeben ist und  $\xi$ ,  $A_0$  komplexwertige Größen sind, so erhält man durch Einsetzen in die entsprechende Bewegungsgleichung und Vergleich der Imaginärteile

$$\eta = \frac{1}{\pi f_{\text{res}} \tau} = Q^{-1}. \quad (4.11)$$

Hierbei ist  $\tau$  die Zeitkonstante, innerhalb der die Amplitude des Oszillators auf  $1/e$  abgefallen ist. Abb. 4.4 zeigt die Zerfallskurve der Amplitude eines Quarzglas-Paddles (Suprasil 300, [Burk99]), aus der auf einfache Weise die Güte der Mode und somit der Absolutwert der inneren Reibung bestimmt werden kann. Allerdings ist diese Methode nur anwendbar, wenn die Zeitkonstante  $\tau$  genügend groß ist, um über einen möglichst langen Zeitraum das Amplitudensignal verfolgen zu können. Außerdem können in diesem Modus weder Amplitudenoffsets noch Zusatzphase, mit denen das Signal i. Allg. behaftet ist und die möglicherweise elektronischen Ursprungs sind, bestimmt und korrigiert werden.

Hierzu eignet sich die Bestimmung der inneren Reibung mit Hilfe von Resonanzkurven. Das Verfahren ist am Beispiel eines Fs 21-Paddles in Abb. 4.5 gezeigt. Wie aus der Darstellung ersichtlich, wird die Anregungsfrequenz schrittweise innerhalb eines Intervalls um die Resonanzfrequenz  $f_{\text{res}}$  variiert und die Signale  $A$ ,  $A \sin \phi$ ,  $A \cos \phi$  aufgetragen. An den Stellen, an denen die Amplitude auf  $A/\sqrt{2}$  abgefallen ist, bestimmt man die Breite  $2\delta f$  der Kurve und gemäß

$$Q = \frac{f_{\text{res}}}{2\delta f} \quad (4.12)$$

die Güte des Systems. Alternativ dazu kann an die Messdaten eine Lorentzkurve angepasst werden. Der Vorteil hierbei ist, dass diese Methode eine genauere Bestimmung der Güte gewährleistet. Bei hohen Güten kann diese Methode sehr zeitaufwendig werden, da man bei jeder Frequenzänderung immer die charakteristische Einschwingzeit des Systems abwarten muss. Im Falle des in Abb. 4.4 gezeigten Quarzglas paddles beträgt die Zeitkonstante 61 s, so dass die Aufnahme einer Resonanzkurve mit 60 Punkten weit über eine Stunde dauert. Die Aufnahme von Resonanzkurven liefert jedoch auch Aussagen über die Qualität des Signals, insbesondere lassen sich Nichtlinearitäten aufgrund einer zu hohen Anregungsspannung detektieren. Wie in [Cla94, Esq92] berichtet, führen diese Effekte zu einer Verkipfung der Resonanzkurve. Insbesondere bei tiefen Temperaturen, bei denen die Güten der Paddlemoden aufgrund kleiner intrinsischer Dämpfungen groß werden, ist somit die Aufnahme von Resonanzkurven unumgänglich.

#### 4.4 Erzeugung und Bestimmung des Magnetfelds

In Abb. 2.10 wurde die Abhängigkeit der dielektrischen Konstanten des Multikomponentenglases BaO-Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-SiO<sub>2</sub> vom äußeren Magnetfeld dargestellt. Aufgrund der ähnlichen Voraussagen des Tunnelmodells für dielektrische und akustische Parameter sollten die möglichen magnetischen Effekte auch in akustischen Messungen im gleichen Bereich der Feldstärke zu beobachten sein. Die Zielvorgabe bei der Erzeugung eines Magnetfelds war somit, eine Spule zu fertigen, die Feldstärken bis 150 mT ermöglicht.

Die Halterung der Spule besteht aus einem Edelstahlrohr, dessen Außenradius  $R = 12$  mm und dessen Länge  $l = 64$  mm beträgt. Auf die Halterung wurde ein  $50 \mu\text{m}$  dicker supraleitender NbTi-Draht der Länge 1 km gewickelt.<sup>5</sup> Die Windungszahl der Spule wurde hierbei zu  $N = 12470$  bestimmt.

Geht man aufgrund der Symmetrie der Spule zu Zylinderkoordinaten über, dann gibt die Symmetrieachse der Spule die  $z$ -Richtung vor. Legt man zusätzlich den Koordinatenursprung in den Spulenmittelpunkt, so erhält man nach [Dem95] für das Magnetfeld einer Spule endlicher Länge entlang der  $z$ -Achse

$$B(z) = \mu_0 n I \left( \frac{u}{2\sqrt{1+u^2}} - \frac{v}{2\sqrt{1+v^2}} \right), \quad (4.13)$$

<sup>5</sup>Sprungtemperatur von NbTi  $T_c = 9,8$  K [Lid95]

mit den Abkürzungen

$$u = \frac{z}{R} + \frac{l}{2R} \quad \text{und} \quad v = \frac{z}{R} - \frac{l}{2R} . \quad (4.14)$$

In Gl. 4.13 treten zusätzlich die durch den Draht fließende Stromstärke  $I$ , die magnetische Permeabilitätskonstante  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ VsA}^{-1}\text{m}^{-1}$  und das Verhältnis der Anzahl der Windungen und der Länge des Spulenkörpers  $n = N/l \approx 1,95 \cdot 10^5 \text{ m}^{-1}$  auf. Für die Mitte der Spule ergibt sich mit den oben angegebenen geometrischen Maßen

$$B(z = 0) \simeq 0,936 \cdot \mu_0 n I , \quad (4.15)$$

d. h. 93,6 % des Werts einer unendlich langen Spule. Für die maximale Ausdehnung des Paddles ( $z_{\text{max}} = \pm 6 \text{ mm}$ ) folgt nach Gl. 4.13

$$B(z_{\text{max}}) \simeq 0,931 \cdot \mu_0 n I . \quad (4.16)$$

Die Abweichung vom Maximalwert der dargestellten Spule, Gl. 4.15 beträgt ca. 0,5 %. Die Homogenität des Magnetfelds im Bereich des Paddles entlang der z-Achse ist somit in guter Näherung gewährleistet. Die in Kapitel 6 gezeigten Diagramme enthalten Werte der magnetischen Feldstärke  $B$ , die durch Mittelung von Gl. 4.13 über die Paddleausdehnung bestimmt wurden

$$\bar{B} \simeq 0,935 \cdot \mu_0 n I . \quad (4.17)$$

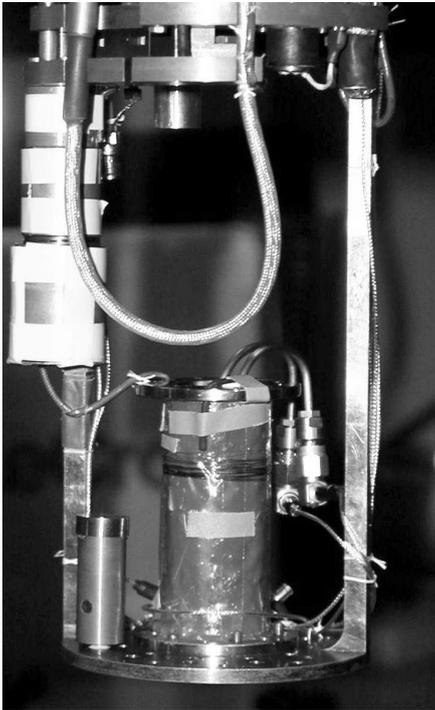
Als Maß für die Stromstärke wurde die mittels einer Konstantstromquelle (Digi 35 CPU) eingestellte Größe eingesetzt. Die maximal erreichbaren Stromstärken lagen bei 1 A, was einer maximalen Feldstärke von ca. 230 mT entspricht. Bei einer größeren Stromstärke als 1 A wird über die Zuleitungen eine hinreichend große Wärmemenge eingekoppelt, um den Supraleiter über dessen Sprungtemperatur zu heizen. Hierdurch wird der supraleitende Zustand zerstört und Strom und Magnetfeld brechen zusammen. Man spricht in diesem Zusammenhang auch von einem „Quench“ der Spule, da hierbei die gesamte gespeicherte Energie von  $W = \frac{1}{2} L I^2$  frei wird und zu einer Erwärmung der Mischkammer führt.

Eine Fehlerabschätzung für das Magnetfeld erhält man über die Unbestimmtheiten der in die Berechnung eingehenden Größen. Hierzu eignet es sich, die Induktivität  $L$  der Spule näher zu betrachten. Ausgehend von der für eine unendlich lange Spule geltenden Beziehung  $B = \mu_0 n I$  erhält man die Induktivität

$$L = \mu_0 n^2 V . \quad (4.18)$$

Mit den Spulendaten folgt ein berechneter Wert von  $L = 1,39 \text{ H}$ . Bei einer Spule endlicher Länge verringert sich dieser Wert aufgrund von Randeffekten geringfügig. Der mit einem Multimeter<sup>6</sup> bestimmte Wert der Induktivität von  $L = 1,36 \text{ H}$  liegt im Rahmen

<sup>6</sup>Hierbei handelt es sich um ein sog. LCR-Meter, das bei Bestimmung der Induktivität die Parameter Kapazität und Widerstand in der Weise abgleicht, dass für feste Messfrequenz die Resonanzbedingung eines Schwingkreises erfüllt wird.



**Abb. 4.6:** Foto des experimentellen Aufbaus im Kryostaten. Die Spule sitzt auf der Experimentierplatte, die thermisch mit der Mischkammer verbunden ist. Vom Probenhalter sind nur die Elektrodenzuleitungen zu sehen.

der durch die endliche Länge verursachten Diskrepanz. Der Fehler, der durch die Größe  $n$  bei der Berechnung des Magnetfeldes entsteht, sollte somit klein sein. Der dominante Beitrag zur Unbestimmtheit des Magnetfeldes ergibt sich aus der Unsicherheit der durch den Draht fließenden Stromstärke. Für eine vom Hersteller der Stromquelle angegebene Genauigkeit von  $\Delta I = \pm 10 \text{ mA}$  ergibt sich für eine typische Stromstärke von  $200 \text{ mA}$  insgesamt eine Fehlerabschätzung von  $5\%$ . Zu beachten ist, dass dieser Wert für kleinere Stromstärken aufgrund des gleichbleibenden Absolutwerts der Unbestimmtheit der Stromstärke anwächst.

Abb. 4.6 zeigt ein Foto der Experimentierplattform, die thermisch an die Mischkammer des Kryostaten angekoppelt ist. Im unteren Teil des Bildes sieht man die Spule, deren oberste Wicklungslage zur mechanischen Stabilisierung mit einer Schicht tieftemperaturtauglichem Epoxykleber (Stycast 2850 FT) überzogen wurde. Im Innenraum der Spule steht der Probenhalter, dessen Geometrie so gewählt ist, dass Paddlemittelpunkt und Spulenmittelpunkt zusammenfallen.

Um mit der dargestellten Spule bei tiefen Temperaturen ein Magnetfeld der Größe  $230 \text{ mT}$  zu erzeugen, ist es notwendig, einen Strom der Stärke  $1 \text{ A}$  von Raum- auf Mischkammertemperatur zu führen. Zur Realisierung dieser Stromstärke wurden für die elektrischen Zuleitungen der Spule innerhalb des Vakuumtopfs ausschließlich supraleitende Materialien benutzt. Dies bewirkt, dass unterhalb der Sprungtemperatur sowohl die Wärmeleitfähigkeit der Kabel als auch die durch den Strom verursachte ohmsche Heizleistung minimiert sind. Zusätzlich wurden notwendige elektrische Übergangsstellen punktgeschweißt.

Das Verschmelzen des Materials stellt eine direkte metallische Bindung her und gewährleistet somit den widerstandslosen Stromtransport an der Kontaktstelle. Der Übergang von supraleitenden auf normalleitende Kupferkabel erfolgt außerhalb des Vakuumtopfs in flüssigem Helium (Siedetemperatur von  ${}^4\text{He}$  4,2 K). Der Vorteil dieser Konstruktion ist, dass ein relativ großer Wärmeeintrag durch verdampfendes  ${}^4\text{He}$  abgeführt werden kann. Der Wärmeeintrag setzt sich hierbei aus der durch den elektrischen Widerstand hervorgerufenen ohmschen Heizleistung und der Wärmeleitfähigkeit des Kupfers zusammen.

## 4.5 Experimentelle Probleme

Bei der Durchführung akustischer Messungen mit dem beschriebenen Aufbau treten einige systembedingte Fehlerquellen auf. Im folgenden Abschnitt werden die Beiträge der einzelnen Mechanismen und ihre Auswirkungen auf die Größen innere Reibung und Änderung der Schallgeschwindigkeit abgeschätzt sowie zusätzlich auftretende experimentelle Probleme diskutiert, die teilweise schon in [Ber75, Burk99] angesprochen wurden:

**Einfluss des Silberfilms** In [Burk99] wird berichtet, dass ein Quarzglas-Paddle mit einer 30 nm Goldschicht nicht unter 70 mK abgekühlt werden konnte. Dies wird plausibel, wenn man bedenkt, dass das Wärmeleitungsvermögen von Quarzglas wie in Abschnitt 2.1 gezeigt bei tiefen Temperaturen um Größenordnungen unterhalb dessen von kristallinem Quarz liegt und mit  $T^2$  abnimmt. Zusätzlich muss die gesamte gespeicherte Wärme des Paddles über den sehr kleinen Querschnitt des Beins abfließen. Bei den in dieser Arbeit vorgestellten Experimenten wurden die Paddles deswegen mit einer ca. 1  $\mu\text{m}$  dicken Silberschicht bedampft. Der Einfluss des Films auf die innere Reibung der Torsionsmoden kann gemäß [Whi95b] über

$$\Delta Q^{-1} = \frac{3 G_{\text{film}} h_{\text{film}}}{G_{\text{sub}} h_{\text{sub}}} Q_{\text{film}}^{-1} \quad (4.19)$$

abgeschätzt werden. Für die verwendeten Gläser ergibt sich selbst für den Fall  $Q_{\text{Ag}}^{-1} \simeq Q_{\text{Glas}}^{-1}$  mit den in Abschnitt 3.2 angegebenen Werten ein Beitrag des Films zur Gesamtdämpfung von weniger als 1%. Um den Einfluss auf die Biegemoden abzuschätzen muss der Scher- durch den Elastizitätsmodul ersetzt werden. Die Auswirkung auf die Resonanzfrequenz wurde in Abschnitt 3.2 schon abgeschätzt.

**Einspannungsdämpfung und Probengeometrie:** Wie schon in Kapitel 3 angedeutet, hat der Probenhalter selbst einen Einfluss auf das Dämpfungsverhalten der untersuchten Proben. Aufgrund der in der Nähe der Einspannung auftretenden Verzerrungen kann Energie in den Probenhalter dissipiert werden, was einem zusätzlichen Beitrag zur inneren Reibung entspricht. Die Größe dieses Effekts lässt sich nur schwer abschätzen. Ist die Probendämpfung in der Größenordnung  $10^{-4}$  oder größer, sollten diese Beiträge keine Rolle spielen. Wird bei tiefen Temperaturen

die intrinsische Dämpfung klein, ist dieser Untergrund i. Allg. nicht mehr zu vernachlässigen. Auch eine unsymmetrische Probengeometrie, sowie die Oberflächenbeschaffenheit und die Kantenrauigkeit könnten einen Zusatzbeitrag zur Dämpfung liefern. Experimentell beobachtet wurde zumindest, dass die Güten einiger mittels Ultraschallbohrer geschnittenen Paddles bei tiefen Temperaturen gegenüber den laserschnittenen Quarzglas-Paddles wesentlich kleiner waren.

**Restgasdämpfung:** Das die Probe umgebende Restgas im Vakuumtopf kann durch seine Viskosität einen Beitrag zur Dämpfung leisten. Bei den realisierten Drücken von  $p < 10^{-5}$  mbar ist dieser jedoch in guter Näherung zu vernachlässigen [Ber75].

**Elektromechanische Wandlerverluste:** Die schwingende Probe induziert im Nachweiszweig eine über dem Vorwiderstand abfallende Spannung und somit einen Strom. Die hierzu erforderliche Energie wird der Schwingung entzogen. Für Frequenzen im Kilohertz-Bereich und einem Vorwiderstand von  $400 \text{ M}\Omega$  ist der Energieverlust gegenüber der gesamten Schwingungsenergie vernachlässigbar klein und liefert nur einen unbedeutenden Dämpfungsbeitrag [Schr87].

**Wärmeleitung in der Probe:** Bei der Schwingung des Paddles werden die Seiten abwechselnd gedehnt und gestaucht, was eine Temperaturerniedrigung bzw. -erhöhung bewirkt. Ist die Zeitkonstante  $\tau$  des aus dem Temperaturgradienten resultierenden Wärmeaustauschs vergleichbar mit der Schwingungsperiode, d. h.  $\omega\tau \simeq 1$ , wird der Schwingung durch einen zusätzlichen Relaxationsbeitrag Energie entzogen. Allerdings kann der Beitrag nur bei hohen Temperaturen Bedeutung erlangen und ist somit nicht zu berücksichtigen [Schr87].

**Selbstheizung und nichtlineare Effekte:** Zu große Schwingungsamplituden des Paddles, die aus großen Anregungsspannungen resultieren, können unterschiedliche Effekte hervorrufen. Nach [Cla91] kann die von der Schwingung abgegebene Leistung bei tiefen Temperaturen ( $T < 30 \text{ mK}$ ) zur Selbstheizung der Probe führen. Da die Leistung proportional zur vierten Potenz der Anregungsspannung ist, muss diese möglichst klein gewählt werden.

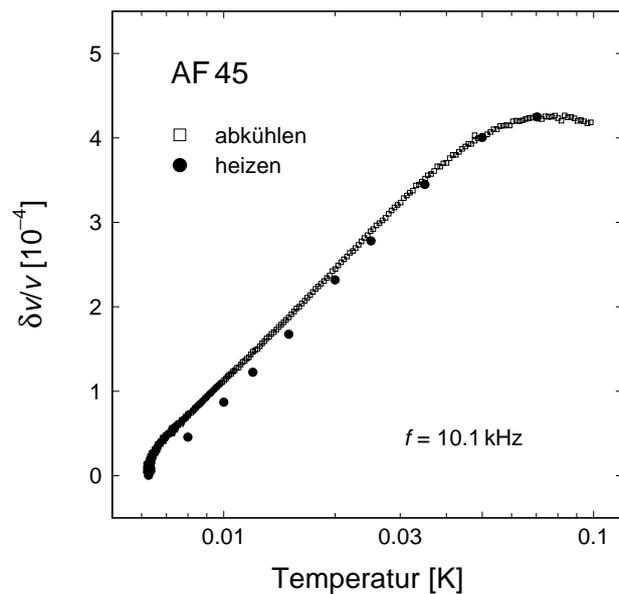
Des Weiteren führen zu große Schwingungsamplituden auch zu nichtlinearem Verhalten des Oszillators [Miu90]. Anhand der in Abschnitt 4.3 angesprochenen Verkipfung der Resonanzkurven erkennt man, dass sich die Resonanzfrequenz einer Mode in Abhängigkeit der Anregungsspannung verschiebt. Dies kann bewirken, dass die relative Änderung der Schallgeschwindigkeit unterhalb ihres Maximums einen zu stark gekrümmten Verlauf aufzeigt, der allein auf nichtlineares Verhalten zurückzuführen ist. Auch die Maximumtemperatur verschiebt sich bei zu großen Schwingungsamplituden zu größeren Werten [Cla91].

**Thermalisierung:** Mit dem Einbau der Spule auf der Experimentierplatte war ein Thermalisierungsproblem verbunden. Bei tiefen Temperaturen traten lange Thermo-

lisierungszeiten auf, die auf einen Temperaturgradienten zwischen Mischkammerthermometer (das Thermometer ist direkt an der Mischkammer befestigt) und Experimentierplatte hindeuten. In Abb. 4.7 ist zur Verifikation des Sachverhalts die relative Änderung der Schallgeschwindigkeit eines AF 45-Paddles im Temperaturbereich zwischen 6 mK und 100 mK aufgetragen. Die offenen Symbole zeigen den Verlauf beim Abkühlen des Kryostaten, die gefüllten beim stufenweisen Heizen. Hierbei wurde darauf geachtet, dass die beim Heizen aufgenommenen Werte in ihrem zeitlichen Verlauf einen Sättigungswert erreicht hatten. Bei Temperaturen unterhalb von ca. 30 mK erkennt man eine signifikante Abweichung der Messkurven. Die beim Abkühlen aufgenommenen Daten liegen über den beim Heizen aufgenommenen Werten. Deutlich erkennt man auch das Annähern der Schallgeschwindigkeit an den thermischen Gleichgewichtswert bei  $T \approx 6$  mK. Eine mögliche Erklärung dieser Beobachtung kann durch die große Wärmekapazität der Spule und der vergleichsweise geringen Wärmeleitfähigkeit ihres Edelstahlhalters gegeben werden. Die Spule stellt bei tiefen Temperaturen eine Art „Wärmereservoir“ für das Paddle dar, da sie beim Abkühlen des Kryostaten die Experimentierplattform auf einer höheren Temperatur hält als das Mischkammerthermometer anzeigt (vgl. hierzu auch Abschnitt 4.5). Dies erklärt qualitativ den beobachteten Verlauf.

Durch Auslesen eines Widerstands, der auf der Experimentierplatte neben der Spule angebracht wurde, konnte ein Temperaturgradient bestätigt werden [Fle00].

Eine Modifikation des experimentellen Aufbaus durch thermische Entkopplung der Spule von der Experimentierplatte und Mischkammer durch dünnwandige Teflonzylinder und gleichzeitige thermische Ankopplung an den kontinuierlichen Wärmetauscher ergab keine Verbesserung des Thermalisierungsverhaltens.

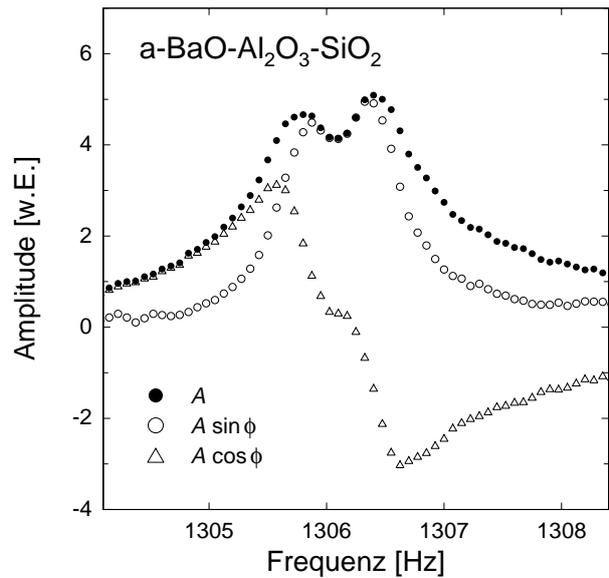


**Abb. 4.7:** Vergleich des Verlaufs der relativen Schallgeschwindigkeitsänderung im Temperaturbereich zwischen 6 mK und 100 mK beim Abkühlen des Kryostaten und beim stufenweisen Aufheizen. Die gemessene Resonanzfrequenz des AF 45-Paddles liegt bei  $f_{\text{res}} = 10,1$  kHz.

**Modenaufspaltung:** Zwei der untersuchten Gläser, AF 45 und a-BaO-Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-SiO<sub>2</sub>, zeigten bei tiefen Temperaturen reproduzierbar ein nichterwartetes Modenspektrum.

Bei den AF 45-Paddles wurde mehr als eine Verdoppelung der Anzahl der Resonanzfrequenzen im Bereich bis 20 kHz bei tiefen Temperaturen beobachtet. Während ein Teil dieser Moden eine für Gläser charakteristische Temperaturabhängigkeit aufwies (vgl. Abb. 4.7), zeigten andere kein glasartiges Verhalten. Außer den in Abb. 4.7 gezeigten Daten der Temperaturabhängigkeit der Schallgeschwindigkeit wird aus diesen Gründen nur in Kapitel 6 bei der Untersuchung der Magnetfeldabhängigkeit noch einmal auf dieses Glas eingegangen.

Bei den Reeds aus a-BaO-Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-SiO<sub>2</sub> wurde beobachtet, dass eine Resonanzkurve bei tiefen Temperaturen in mehrere Moden aufspaltete. Die Resonanzkurven dieser Moden überlappten. Abb. 4.8 zeigt das Auftreten einer Doppelresonanz der Grundmode  $f_0 = 2,6$  kHz. Auch die erste Oberschwingung bei  $f_1 = 16,5$  kHz konnte angeregt werden und zeigte dieses Verhalten. Aufgrund der Mehrdeutigkeit der Resonanzfrequenz sowie des Nulldurchgangs des  $A \cos \phi$ -Signals konnten keine wohldefinierten Messungen an diesem Glas vorgenommen werden. Eine Erklärungsmöglichkeit für das bei a-BaO-Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-SiO<sub>2</sub> beobachtete Verhalten wäre, dass der Oszillator bei tiefen Temperaturen nicht mehr fest in die Halterung eingespannt war, so dass sich möglicherweise eine Schwebung zwischen zwei benachbarten Resonanzfrequenzen ausbildete. Leider konnte für das Glas kein thermischer Ausdehnungskoeffizient ermittelt werden. Um einen möglichen Einfluss der Einspannung zu untersuchen, könnten die Oszillatoren auch mit Hilfe eines tieftemperaturtauglichen Klebers (z.B. Stycast 2850 FT) auf dem Kupferblock befestigt werden. Zur Klärung der bei den zwei Gläsern beobachteten Effekte sind weitere Untersuchungen notwendig.



**Abb. 4.8:** Doppelresonanzkurve eines a-BaO-Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-SiO<sub>2</sub>-Reeds bei  $T = 400$  mK. Aufgetragen ist die Amplitude gegen die Anregungsfrequenz.

## 5 Experimentelle Ergebnisse: Temperaturabhängigkeit der elastischen Eigenschaften

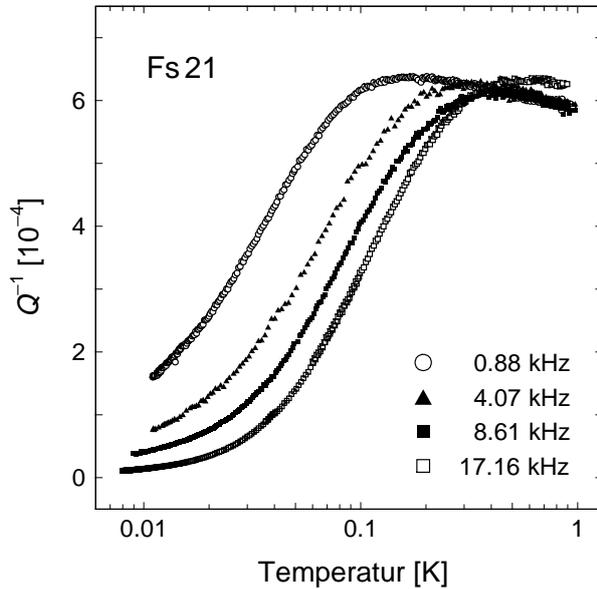
Im folgenden Kapitel wird die Temperaturabhängigkeit der inneren Reibung und der relativen Schallgeschwindigkeitsänderung der Gläser Fs 21 und BK 7 vorgestellt. Bei erstgenanntem Glas existieren Daten für fünf Messfrequenzen im Temperaturbereich unterhalb von 1 K, bei BK 7 beschränkt sich die Anzahl der untersuchten Moden auf zwei, wobei die höherfrequente der beiden bis 100 K vermessen wurde. Alle Messungen wurden an jeweils demselben Glaspaddle durchgeführt. Am Ende des Kapitels folgt eine zusammenfassende Diskussion und Deutung der Daten.

### 5.1 Messungen an Fs 21

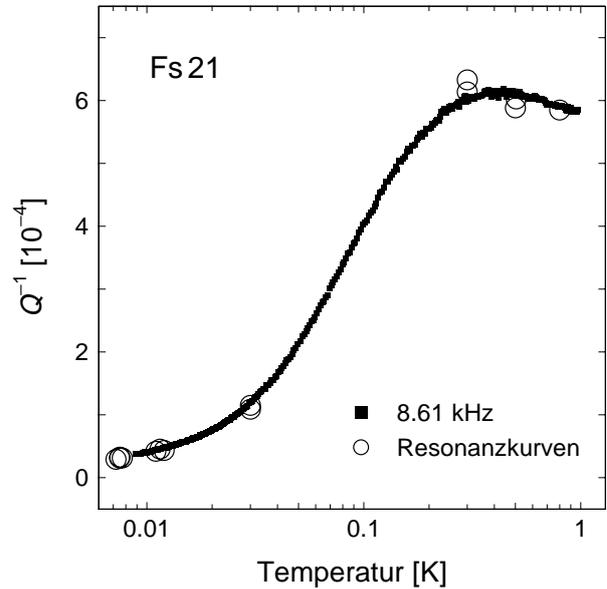
#### 5.1.1 Innere Reibung

In Abb. 5.1 ist die innere Reibung von Fs 21 für vier Moden — 884 Hz, 4066 Hz, 8606 Hz, 17160 Hz — über einer logarithmischen Temperaturskala im Bereich zwischen 8 mK und 1 K dargestellt. Die Daten der 628 Hz-Mode wurden in dieser Auftragung nicht miteingezeichnet, da ein großer Überlapp mit der 884 Hz-Mode im gezeigten Temperaturbereich vorhanden ist. Die Moden mit der niedrigsten und höchsten Frequenz in Abb. 5.1 haben den Charakter einer Torsionsschwingung, die beiden mittleren Moden sowie die nicht dargestellte 628 Hz-Mode sind Biegeschwingungen (vgl. hierzu Abschnitt 3.2). Im gesamten weiteren Kapitel 5 sind in gemeinsamen Darstellungen die Symbole für verschiedene Messfrequenzen immer so gewählt, dass Torsionsschwingungen durch offene und Biegeschwingungen durch gefüllte Symbole gekennzeichnet sind.

Anhand der 8,61 kHz-Mode soll in Abb. 5.2 exemplarisch die Vorgehensweise zur Bestimmung der inneren Reibung gezeigt werden. Die gefüllten Symbole stellen den nach Gl. 4.8 ermittelten relativen Verlauf der inneren Reibung dar, wohingegen die größeren offenen Kreise die durch Aufnahme von Resonanzkurven bestimmten Absolutwerte kennzeichnen. Der gesamte Temperaturbereich wird üblicherweise in kleinere sich überlappende Abschnitte aufgeteilt, die später zu einer Gesamtkurve zusammengesetzt werden. In diesen Abschnitten wird die Schwingungsamplitude des Paddles stets so gewählt, dass die Messungen im linearen Bereich durchgeführt werden. Etwaige Nichtlinearitäten können hierbei durch die Aufnahme von Resonanzkurven festgestellt werden. Diese sind bei zu großen Schwingungsamplituden gegen die übliche Lorentzform verkippt. Der relative Verlauf wird dann an die aus Resonanzkurven gewonnenen Absolutwerte angepasst. Sämtliche Messkurven der inneren Reibung in diesem Kapitel sind auf diese Art zusam-



**Abb. 5.1:** Temperaturverlauf der inneren Reibung von Fs21 für vier verschiedene Moden im Temperaturbereich zwischen 9 mK und 1 K.



**Abb. 5.2:** Exemplarische Darstellung der Vorgehensweise zur Bestimmung der inneren Reibung anhand der 8,61 kHz-Mode des Fs21-Glaspaddles. Die gefüllten Quadrate kennzeichnen den relativen Verlauf, die offenen Kreise die aus Resonanzkurven gewonnenen Absolutwerte der inneren Reibung.

mengesetzt und übereinandergelegt worden. Allerdings werden bei der Darstellung der inneren Reibung mehrerer Messfrequenzen aus Gründen der Übersichtlichkeit die aus Resonanzkurven gewonnenen Absolutwerte nicht miteingezeichnet. Da die erreichten Güten einen Wert von  $10^5$  nicht wesentlich überstiegen und besonders bei tiefen Temperaturen auf lineares Verhalten geachtet werden muss, wurden alle Absolutwerte aus Resonanzkurven bestimmt. Diese Werte sind mit einer gewissen Unsicherheit behaftet, wie schon in [Burk99, Cla91] berichtet. Selbst vermeintlich gleiche experimentelle Gegebenheiten können zu unterschiedlichen Güten des Paddles führen. Die Unsicherheit liegt im Bereich bis zu 5%. Woher der Mangel an Reproduzierbarkeit kommt, ist unklar. Allerdings kann in den meisten Fällen die Ursache nicht auf Rauschen bei der Aufnahme der Resonanzkurven zurückgeführt werden.

Der Temperaturverlauf der inneren Reibung in Abb. 5.1 stimmt qualitativ mit den in Abschnitt 2.2.3 abgeleiteten Voraussagen des Tunnelmodells überein. Die innere Reibung steigt von tiefen Temperaturen an und geht dann in eine Art Plateau über. Die gewählte Darstellung verdeutlicht die vorhergesagte Frequenzabhängigkeit des Dämpfungsanstiegs (Gl. 2.24). Die höchstfrequente Mode erreicht den Bereich des Dämpfungsplateaus erst oberhalb von 300 mK, während die niedrigste Mode schon bei etwa 100 mK in ein nur

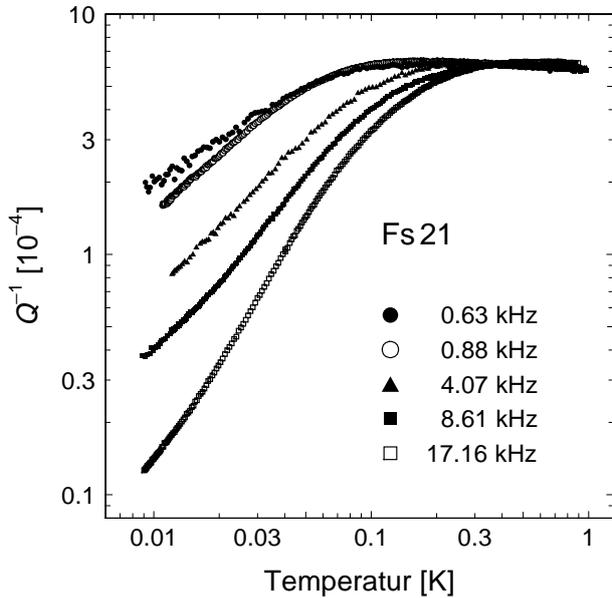
schwach temperaturabhängiges Gebiet mündet. Unübersehbar ist allerdings, dass dieses „Plateau“, anders als vom Tunnelmodell vorhergesagt, nicht wirklich flach verläuft, sondern mit zunehmender Temperatur deutlich abfällt. Die Ergebnisse deuten auf eine Modifikation der im Tunnelmodell als konstant angenommenen Verteilungsfunktion  $P(\Delta, \lambda)$  hin. Auf diesen Aspekt wird in Abschnitt 5.3 noch näher eingegangen. Das Maximum im Plateaubereich scheint für die beiden Torsionsmoden (0,88 kHz und 17,16 kHz) leicht über den Werten der Biegemoden zu liegen. Dies könnte auf eine Polarisationsabhängigkeit der inneren Reibung hindeuten, da die Plateauhöhe  $C$  nach Gl. 2.25 über die Schallgeschwindigkeit  $v$  und das Deformationspotential  $\gamma$  von der Polarisation der am Prozess beteiligten Phononen abhängt. Bei den Torsionsschwingungen spielen hauptsächlich transversale Verzerrungskomponenten eine Rolle, bei den Biegeschwingungen sind dagegen sowohl transversale als auch longitudinale Anteile vorhanden. Allerdings ist hierbei zu beachten, dass die Höhe des Maximums aufgrund des Problems der Reproduzierbarkeit der Absolutwerte der inneren Reibung nur bis auf einige Prozent genau festgelegt ist und somit der Unterschied noch innerhalb der statistischen Unsicherheit liegt. Auch der eingeschränkte Temperaturbereich erschwert eine genauere Analyse der Polarisationsabhängigkeit des Plateaus.

Trägt man die innere Reibung als Funktion der Temperatur in doppeltlogarithmischer Skala auf, so erhält man den in Abb. 5.3 dargestellten Verlauf. Im Diagramm sind alle fünf Frequenzen im Temperaturbereich zwischen 9 mK und 1 K eingezeichnet. Die Messdaten für die 0,63 kHz-Grundmode sind zu tiefen Temperaturen hin verrauschter. Eine mögliche Ursache für diese Beobachtung stellen eingekoppelte mechanische Vibrationen von Pumpen und Trittschall dar, die insbesondere die niederfrequenten Moden beeinflussen können. Zur Vermeidung von nichtlinearem Verhalten war es bei der Grundmode zusätzlich notwendig die Schwingungsamplitude besonders stark zu vermindern. Beide Effekte ergaben eine Verschlechterung des Signal-Rausch-Verhältnisses dieser Mode. Dies spiegelte sich auch in den verrauschteren Resonanzkurven wider. Die Regelung auf die Resonanzfrequenz erwies sich bei dieser Mode somit als problembehaftet.

Bei Fs21 erkennt man ähnlich wie bei Quarzglas (vgl. Abb. 2.9) Abweichungen vom Tunnelmodellverhalten im Temperaturbereich unterhalb von 100 mK. Der beobachtete Anstieg verläuft für alle Moden schwächer als  $T^3$  und weist in den gemessenen Steigungen eine Frequenzabhängigkeit auf. Aufgrund der gemachten Beobachtungen an Quarzglas liegt es nahe, den Verlauf der inneren Reibung bei tiefen Temperaturen auf eine Abhängigkeit der Form

$$Q_{\text{TT}}^{-1} \propto T^\alpha, \quad (5.1)$$

zu prüfen [Cla00]. Hierbei ist der Exponent  $\alpha$  eine Funktion der Messfrequenz und der Index (TT) steht für den Bereich tiefer Temperaturen. Gl. 5.1 ist allerdings lediglich ein Ansatz zur Beschreibung des experimentell ermittelten Verlaufs. Es existiert keine Theorie, die diese Abhängigkeit der inneren Reibung vorhersagt. Wie aus Abb. 5.3 hervorgeht, steigt der Exponent zu höheren Frequenzen monoton an. Zumindest bei den höherfre-



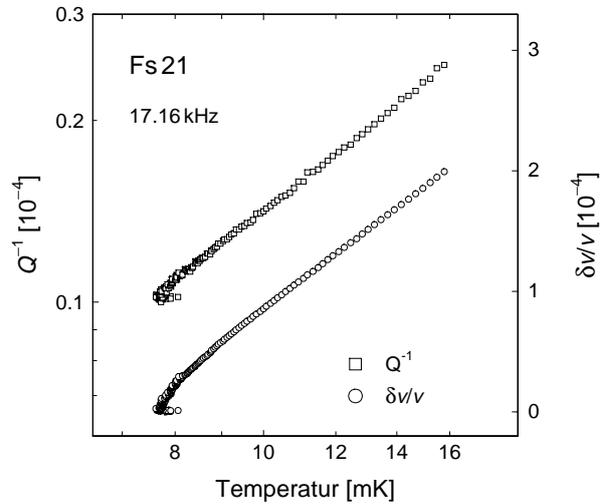
**Abb. 5.3:** Innere Reibung von Fs21 als Funktion der Temperatur in doppeltlogarithmischer Darstellung für fünf Moden im Bereich zwischen 9 mK und 1 K.

quenten Moden erkennt man jedoch ein Abknicken der inneren Reibung bei Temperaturen unterhalb von ca. 15 – 20 mK, so dass eine Auswertung der Daten gemäß Gl. 5.1 erschwert ist. Im Bereich des maximalen Anstiegs ergeben sich für die beiden höherfrequenten Moden Werte des Exponenten  $\alpha$ , die weit unterhalb von 2 liegen. Die drei niederfrequenten Moden zeigen im dargestellten Temperaturbereich kein Abknicken. Aus der doppeltlogarithmischen Darstellung der inneren Reibung folgt für die 4,07 kHz-Biegemode ein Steigungswert 1. Die Moden mit Frequenzen unterhalb von 1 kHz weisen ein sublineares Temperaturverhalten auf.

Für das Abknicken der Dämpfungsdaten der höherfrequenten Moden bei tiefen Temperaturen können verschiedene Ursachen verantwortlich sein:

- **Nichtlinearitäten:** Aufgrund der bekannten Abhängigkeit der Resonanzfrequenz und der inneren Reibung von der Anregungsspannung [Cla94, Esq92] wurde insbesondere bei kleinen intrinsischen Probendämpfungen durch Aufnahme von Resonanzkurven und Überprüfung der notwendigen Lorentzform lineares Verhalten gewährleistet.
- **Thermalisierung:** Aus den beim Abkühlen des Kryostaten aufgenommenen Kurvenverläufen geht hervor, dass unterhalb von ca. 15 – 20 mK ein Thermalisierungsproblem die Bestimmung der inneren Reibung und der relativen Schallgeschwindigkeitsänderung behinderte. Die Abschätzung der Größe des Thermalisierungsproblems wird exemplarisch anhand der 17,16 kHz-Mode durchgeführt. Hierzu ist in Abb. 5.4 der Verlauf der Messgrößen bis zur tiefsten erreichten Temperatur dargestellt. Hingegen sind die in Abb. 5.3 und Abb. 5.5 im nächsten Abschnitt gezeigten Ergebnisse oberhalb der minimalen Temperaturen abgeschnitten. In Abb. 5.4 wurde

**Abb. 5.4:** Innere Reibung und relative Schallgeschwindigkeitsänderung der 17,16 kHz-Mode von Fs 21 im Temperaturbereich zwischen 9 mK und 15 mK. Die Skalen sind so gewählt, dass die ähnlichen Kurvenverläufe sichtbar werden.



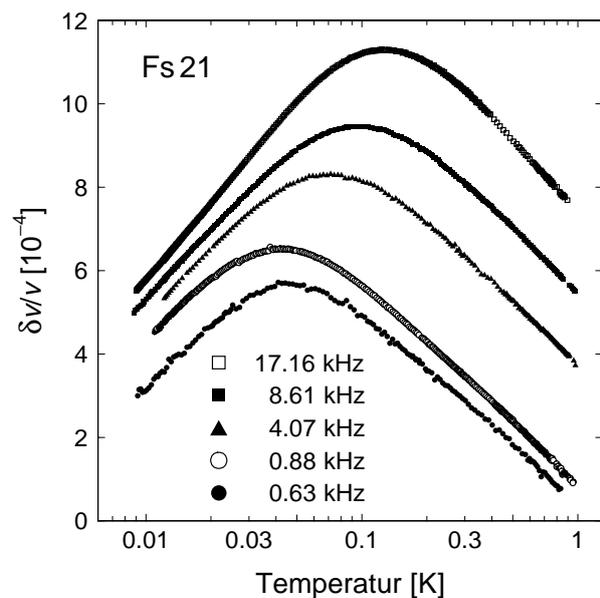
die Skalierung so gewählt, dass die bei gleicher Messung aufgenommene innere Reibung und relative Schallgeschwindigkeitsänderung übereinander liegen. Beide Kurvenverläufe zeigen ein für das in Abschnitt 4.5 beschriebene Thermalisierungsproblem charakteristisches Verhalten (vgl. hierzu Abb. 4.7). Bei ca. 8 mK erkennt man einen Bereich, bei dem Schallgeschwindigkeit und innere Reibung konstant bleiben. Dies lässt sich dadurch erklären, dass die Mischkammer nach Erreichen der tiefsten Temperatur wieder leicht wärmer wurde, das Paddle jedoch aufgrund der langen Thermalisierungszeiten die Erwärmung noch nicht „gesehen“ hat. Aus den Messdaten geht hervor, dass die Thermalisierungszeiten der Probe bei tiefsten Temperaturen in der Größenordnung von Stunden lagen. Für die Abweichung der aufgenommenen Daten vom thermischen Gleichgewichtswert ergibt sich die Abschätzung, dass die innere Reibung und die relative Änderung der Schallgeschwindigkeit im Temperaturbereich unterhalb von 15–20 mK um bis zu 1–2 mK zu tieferen Temperaturen verschoben sind.

- Restdämpfung: Wie in Abb. 3.3 gezeigt wurde, weisen die verschiedenen Moden an der Einspannungsstelle unterschiedlich große Verzerrungen auf und koppeln daher verschieden stark an den Probenhalter. Die hierdurch bedingte Restdämpfung sollte sich insbesondere bei tiefen Temperaturen und somit kleinen inneren Reibungen bemerkbar machen. Da die Größe dieses Beitrags jedoch nicht bekannt ist, lässt sich über die quantitativen Auswirkungen nur bedingt eine Aussage treffen. Der Abzug eines konstanten Untergrunds würde einen steileren Temperaturverlauf der inneren Reibung hervorrufen also größere Werte für die Exponenten liefern.
- Intrinsische Beiträge: Obwohl bei den Messungen im Bereich tiefer Temperaturen ein Thermalisierungsproblem eine Rolle spielte, deuten die Daten darauf hin, dass in diesem Bereich ein zusätzlicher Beitrag in der inneren Reibung auftritt. Selbst

nach Berücksichtigung des oben abgeschätzten Temperatureffekts für das Thermalisierungsproblem und nach Abzug einer als konstant angenommenen Restdämpfung des Oszillators erhält man einen Datenverlauf der inneren Reibung, der eine schwächere Temperaturabhängigkeit aufweist als vom Tunnelmodell vorhergesagt. Ein zusätzlicher Dämpfungsbeitrag könnte durch die Wechselwirkung von Tunnelsystemen entstehen (vgl. hierzu Abschnitt 5.3).

### 5.1.2 Relative Änderung der Schallgeschwindigkeit

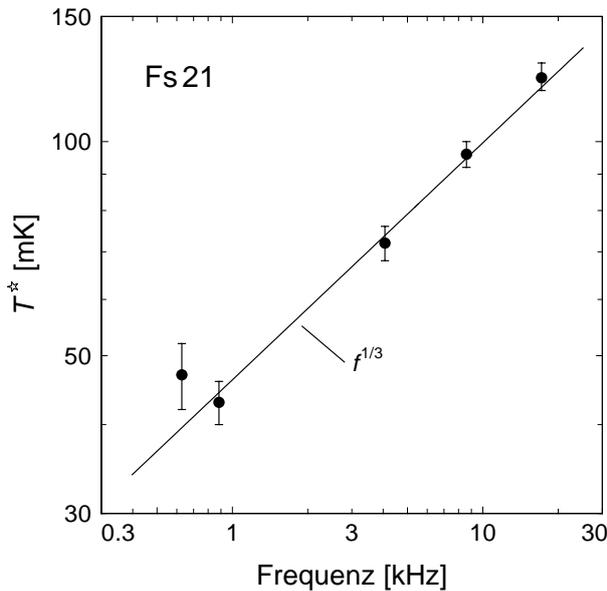
In Abb. 5.5 ist der Temperaturverlauf der relativen Schallgeschwindigkeitsänderung für alle fünf gemessenen Moden im Temperaturbereich zwischen 9 mK und 1 K dargestellt. Die Daten sind nach Gl. 4.7 berechnet und für die einzelnen Moden vertikal so gegeneinander verschoben, dass sie sich bei tiefen Temperaturen annähern. Diese Auftragung wurde gewählt, um die für den Temperaturverlauf relevanten Prozesse hervorzuheben: Die Zunahme der Schallgeschwindigkeit aufgrund von resonanten Prozessen (Gl. 2.29) sollte nicht von der Messfrequenz abhängen und somit für alle Moden ähnlich verlaufen. Aufgrund von einsetzenden Relaxationsprozessen kommt es zur Ausbildung eines Maximums und schließlich zu einer Abnahme der Schallgeschwindigkeit. Gemäß Abschnitt 2.2.3 ist der relaxatorische Beitrag zur Schallgeschwindigkeitsänderung nur für  $T > T^*$  deutlich von null verschieden, so dass aufgrund der Bedingung  $\omega\tau_{\min} \simeq 1$  das Maximum und die Abnahme der Kurven von der jeweils vermessenen Resonanzfrequenz abhängen. Die Daten von Fs21 zeigen qualitativ den erwarteten Verlauf. Deutlich unter- und oberhalb des Maximums beobachtet man in Abb. 5.5 ein näherungsweise logarithmisches Temperaturverhalten der relativen Änderung der Schallgeschwindigkeit. Vergleicht man in diesen



**Abb. 5.5:** Temperaturverlauf der relativen Schallgeschwindigkeitsänderung von Fs21 für fünf verschiedene Moden im Bereich zwischen 9 mK und 1 K.

Bereichen die Steigungen, so ergibt sich, dass diese dem Betrage nach annähernd gleich sind, d. h. ein Verhältnis von näherungsweise  $1 : (-1)$  aufweisen. Dieses Ergebnis ist nicht in Übereinstimmung mit dem Tunnelmodell für das Gl. 2.29 und Gl. 2.30 ein Verhältnis von  $2 : (-1)$  liefern.

Eine quantitative Auswertung der Position der Schallgeschwindigkeitsmaxima der fünf Moden als Funktion der Frequenz ergibt den in Abb. 5.6 dargestellten Verlauf. In dem Schaubild sind die aus den Messkurven bestimmten Temperaturen  $T^*$  als Funktion der Messfrequenz in doppeltlogarithmischer Darstellung aufgetragen. Die Fehlerbalken resultieren aus der Unsicherheit bei der Festlegung des Maximums. Die Messwerte folgen im Wesentlichen der durch eine Gerade dargestellten Tunnelmodellvorhersage, wonach sich eine Proportionalität der Maximumstemperatur zu  $f^{1/3}$  ergibt (Abschnitt 2.2.3). Aus der Reihe fällt lediglich die 628 Hz-Mode, deren Schallgeschwindigkeitsmaximum im Vergleich zur höherfrequenten 884 Hz-Mode zu höheren Temperaturen hin verschoben ist. Die Ursache für diese Beobachtung bleibt unklar. Jedoch ist zu bemerken, dass die Resonanzkurven dieser Mode — wie in Abschnitt 5.1.1 schon erwähnt — mit einem größeren Rauschen belastet waren. Möglicherweise ist für die höhere Maximumstemperatur doch nichtlineares Verhalten verantwortlich, so dass der Fehlerbalken in Abb. 5.6 eher zu tiefen Temperaturen hin erweitert werden müsste.



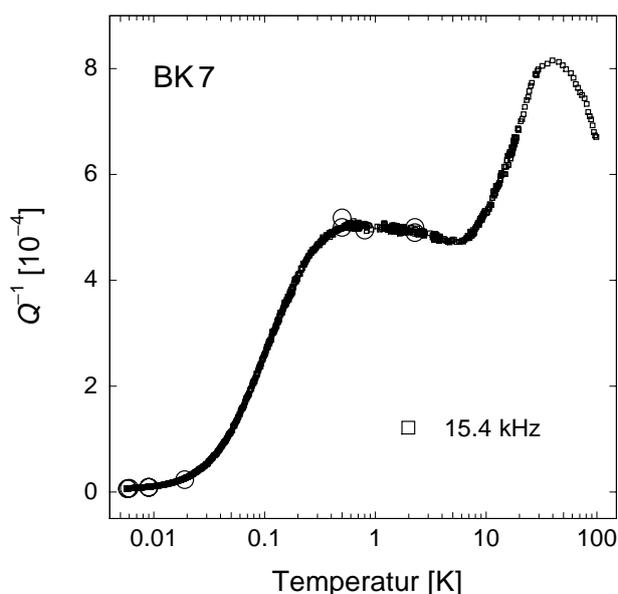
**Abb. 5.6:** Aus Abb. 5.5 gewonnene Temperaturwerte  $T^*$  des Schallgeschwindigkeitsmaximums in Abhängigkeit der Frequenz. Die durchgezogene Linie ist eine Vorhersage des Tunnelmodells.

## 5.2 Messungen an BK 7

Bei den Messungen der Temperaturabhängigkeit der elastischen Eigenschaften von BK 7 war die Spule nicht im Experimentiervolumen eingebaut, so dass eine bessere Thermalisierung des experimentellen Aufbaus gewährleistet war. Die in Kapitel 6 dargestellten Ergebnisse der Magnetfeldabhängigkeit von BK 7 wurden während eines separaten Experiments gewonnen.

### 5.2.1 Innere Reibung

In Abb. 5.7 ist zunächst der Gesamtverlauf der inneren Reibung für die 15,4 kHz-Torsionsmode im Temperaturbereich zwischen 5 mK und 100 K dargestellt. Die großen offenen Kreise kennzeichnen die durch Aufnahme von Resonanzkurven gewonnenen Absolutwerte. Die innere Reibung steigt von tiefen Temperaturen her an, bis sie bei ca. 500 mK ein lokales Maximum erreicht. Wie schon bei Fs21 beobachtet, weist auch BK 7 eine Temperaturabhängigkeit des „Plateaus“ auf. Zwischen etwa 500 mK und 6 K fällt die Dämpfung kontinuierlich ab. Auf diese Abnahme wird in Abschnitt 5.3 gesondert eingegangen. Der sich an das „Plateau“ anschließende Anstieg der inneren Reibung ist vermutlich auf thermisch aktivierte Prozesse zurückzuführen. Auch inkohärentes Tunneln, bei dem die zunehmenden thermischen Fluktuationen einen Verlust der Phasenkohärenz der Tunnelsysteme bewirken, könnte eine Rolle spielen [Rau95]. Bei thermisch aktivierten Prozessen wird die thermische Energie so groß, dass die Teilchen in den Doppelmuldenpotentialen (vgl. Abschnitt 2.2) die Barriere  $V$  nicht mehr durchtunneln, sondern thermisch aktiviert überspringen können. Die Relaxationsrate dieses Prozesses folgt in vereinfachter



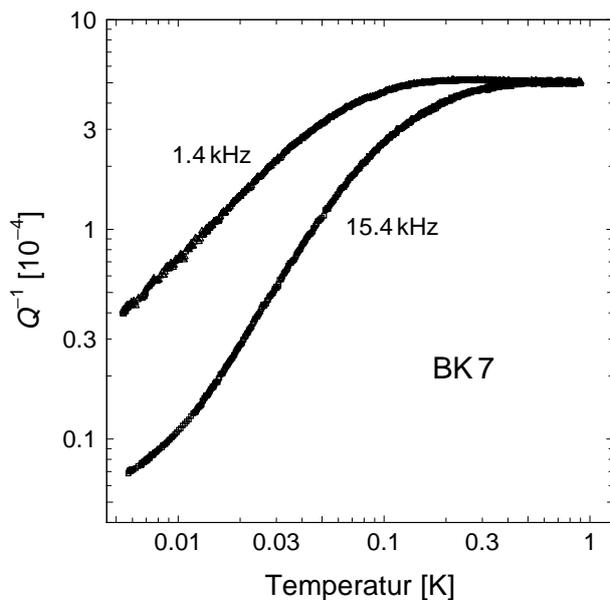
**Abb. 5.7:** Innere Reibung von BK 7 als Funktion der Temperatur für die 15,4 kHz-Mode im Bereich zwischen 5 mK und 40 K. Die großen Kreise sind Absolutwerte aus Resonanzkurven.

Form einer Arrheniusbeziehung

$$\tau_{\text{th}}^{-1} \simeq \tau_0^{-1} \exp\left(-\frac{V}{k_{\text{B}}T}\right). \quad (5.2)$$

Hierbei ist  $\tau_0^{-1}$  die Versuchsfrequenz, mit der die Teilchen gegen die Potentialbarriere anlaufen. Der Boltzmannfaktor spiegelt die Wahrscheinlichkeit für einen erfolgreichen Prozess wider. Unter der Annahme unabhängiger Prozesse addieren sich die Relaxationsraten des thermisch aktivierten und des direkten Prozesses (Gl. 2.21). Bei genügend hoher Temperatur wird die Relaxation aufgrund des exponentiellen Anwachsens nur noch durch thermisch aktivierte Prozesse bestimmt. Für die innere Reibung erwartet man dort einen in der Temperatur linearen Anstieg [Tie92], der auch näherungsweise im Experiment beobachtet wird. Das Maximum bei etwa 40 K deutet auf eine endliche Verteilung der Barrierenhöhen  $V$  hin. Eine konstante Barrierenhöhenverteilung hingegen würde auf einen stetigen Anstieg der Dämpfung führen.

Für den Temperaturbereich zwischen 5 mK und 1 K ist in Abb. 5.8 die innere Reibung der beiden Torsionsmoden mit Resonanzfrequenzen bei 1,4 kHz und 15,4 kHz (vgl. Abschnitt 3.2) in doppeltlogarithmischer Darstellung aufgetragen. Die niederfrequente Mode erreicht das „Plateau“ bei einem niedrigeren Temperaturwert als die höherfrequente, in Übereinstimmung mit dem Tunnelmodell. Für die 1,4 kHz-Mode ermittelt man im Bereich tiefer Temperaturen einen in der Temperatur linearen Dämpfungsanstieg. Der Verlauf der 15,4 kHz-Mode weicht vom Verhalten der symmetrischen Torsionsmode ab. Zunächst weist diese von hohen Temperaturen kommend einen steileren Abfall als die niederfrequente Mode auf. Die Steigung bleibt über den gesamten Bereich unterhalb des Werts 2. Bei ca. 15 mK knickt der Verlauf der inneren Reibung jedoch ab, und der Wert



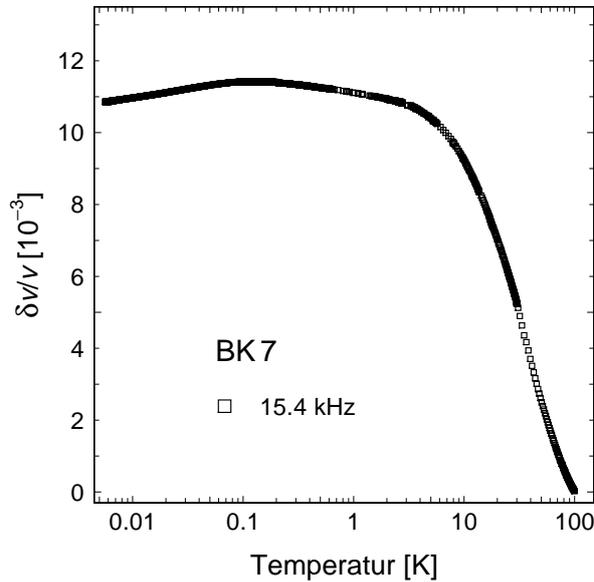
**Abb. 5.8:** Innere Reibung von BK 7 als Funktion der Temperatur in doppeltlogarithmischer Darstellung für zwei Moden im Bereich zwischen 5 mK und 1 K.

der Steigung verringert sich. Ein Thermalisierungsproblem konnte durch die Aufnahme des Kurvenverlaufs beim Abkühlen sowie beim stufenweisen Aufheizen des Kryostaten ausgeschlossen werden. Die aufgenommenen Resonanzkurven zeigten keine Abweichung von der Lorentzform, so dass Nichtlinearitäten ebenfalls als Ursache für das Abknicken ausscheiden. Als mögliche Erklärung des Kurvenverlaufs kommt allerdings eine in Abschnitt 5.1.1 schon erwähnte Restdämpfung der Probe in Betracht. Das verwendete Paddle wurde, wie in Kapitel 3 dargestellt, mit einem Ultraschallbohrer ausgeschnitten. Die unsauber definierten Kantenbereiche sowie die unsymmetrische Geometrie könnten einen Einfluss auf die Dämpfung des Oszillators haben und somit zumindest bei tiefen Temperaturen und kleinen inneren Reibungen einen nicht zu vernachlässigenden Beitrag liefern. Allerdings erhält man auch nach Abzug eines konstanten Untergrunds von den Daten der inneren Reibung keinen Kurvenverlauf, der der Vorhersage des Tunnelmodells entspricht. Dies deutet darauf hin, dass auch bei tiefen Temperaturen ein wirksamer Relaxationsprozess vorhanden ist, der einen zusätzlichen Beitrag zur inneren Reibung bewirkt (vgl. Abschnitt 5.3).

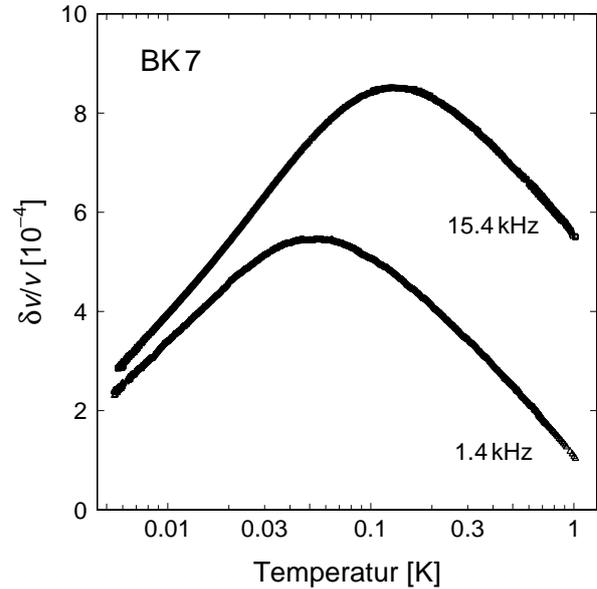
### 5.2.2 Relative Änderung der Schallgeschwindigkeit

In Abb. 5.9 ist die relative Änderung der Schallgeschwindigkeit für die 15,4 kHz-Mode auf einer logarithmischen Temperaturskala im Bereich zwischen 5 mK und 100 K aufgetragen. Als Referenzwert wurde die bei 100 K gemessene Resonanzfrequenz gewählt. Bereits in dieser Darstellung erkennt man qualitativ den vom Tunnelmodell vorhergesagten Verlauf unterhalb von 1 K. Oberhalb von ca. 5 K treten vermehrt Mehrphononen- und thermisch aktivierte Prozesse auf, deren Beiträge den Betrag der Steigung zunächst weiter anwachsen lassen. Das Abflachen oberhalb von ca. 50 K deutet auf die endliche Verteilung der Barrierenhöhen  $V$  hin.

Der Temperaturbereich unterhalb von 1 K ist in Abb. 5.10 nochmals in vergrößertem Maßstab dargestellt. Neben der 15,4 kHz-Mode ist auch der Verlauf der 1,4 kHz-Mode in diesem Temperaturbereich gezeigt. Von tiefen Temperaturen kommend steigt die Schallgeschwindigkeit der beiden Moden an, durchläuft ein Maximum und fällt zu höheren Temperaturen ab. Die Temperatur des Maximums verschiebt sich erwartungsgemäß in Abhängigkeit von der Messfrequenz. Betrachtet man hingegen das aus Abb. 5.10 ermittelte Steigungsverhältnis von näherungsweise 1:(-1), so ergibt sich eine Abweichung vom Tunnelmodellverhalten. Des Weiteren zeigt der Anstieg der Schallgeschwindigkeit auf der Tieftemperaturseite bei BK 7 eine deutliche Abhängigkeit von der Messfrequenz. Da in diesem Bereich die Schallgeschwindigkeitsänderung fast gänzlich durch die resonante Wechselwirkung von Tunnelsystemen mit Phononen bestimmt wird, deutet die Beobachtung auf eine Frequenzabhängigkeit dieses Prozesses hin oder aber auf die Relevanz von Relaxationseffekten selbst bei diesen tiefen Temperaturen. Im Temperaturbereich unterhalb von 20 mK erkennt man bei der 15,4 kHz-Mode ein von der 1,4 kHz-Mode verschiedenes Verhalten. Für die höherfrequente Torsionsmode zeichnet sich eine Abweichung von der



**Abb. 5.9:** Temperaturverlauf der relativen Schallgeschwindigkeitsänderung von BK7 für die 15,4 kHz-Mode im Temperaturbereich zwischen 5 mK und 100 K.



**Abb. 5.10:** Temperaturverlauf der relativen Schallgeschwindigkeitsänderung von BK7 für zwei verschiedene Moden im Temperaturbereich zwischen 5 mK und 1 K.

vorhergesagten logarithmischen Abnahme der Schallgeschwindigkeit ab. Bei ca. 15 mK ist ein Abflachen der Steigung zu verzeichnen. Auf eine mögliche Erklärung des beobachteten Verhaltens wird im nächsten Abschnitt eingegangen.

### 5.3 Zusammenfassende Diskussion und Deutung der Daten

In diesem Abschnitt sollen die an Fs21 und BK7 erzielten Ergebnisse noch einmal zusammenfassend diskutiert und mit anderen Messungen in Beziehung gesetzt werden. Außerdem werden Ansätze zu einer möglichen Deutung der Daten gegeben.

#### 5.3.1 Annahme einer vom Tunnelmodell abweichenden Verteilungsfunktion

In Abschnitt 5.1 und Abschnitt 5.2 wurden einige Unterschiede zwischen den Messergebnissen und den Voraussagen des Standardtunnelmodells deutlich. Betrachtet man zunächst den „Plateaubereich“, so zeigen sowohl Fs21 als auch BK7 eine deutliche Temperaturabhängigkeit. Wie in Abschnitt 2.2.3 diskutiert wurde, tragen zur Relaxationsabsorption hauptsächlich Tunnelsysteme mit  $\omega\tau \simeq 1$  und Energieaufspaltung  $E \simeq k_B T$  bei. Dies hat zur Folge, dass bei fest vorgegebener Temperatur nur ganz spezielle Systeme einen Beitrag zur Dämpfung leisten. Die konstante und breite Verteilung (sowohl in  $\lambda$  als auch in  $\Delta$ ) führt im Standardtunnelmodell gerade zu einem von der Frequenz und der

Temperatur unabhängigen Plateauwert. Der Abfall der inneren Reibung bei BK 7 und Fs 21 im „Plateaubereich“ deutet auf eine Abweichung dieser Verteilung hin. Diese Abweichung kann vom formalen Standpunkt aus betrachtet sowohl durch eine nichtkonstante Verteilung der Asymmetrie  $\Delta$  als auch des Tunnelparameters  $\lambda$  erfolgen. Da die amorphe Struktur bei der Glasübergangstemperatur  $T_g$  eingefroren wird, erwartet man jedoch für die Asymmetrie eine flache Verteilung bis zu Energien  $k_B T_g$  [Tie92].

Auch in niederfrequenten dielektrischen Messungen an BK 7 findet man im Bereich des „Plateaus“ mit zunehmender Temperatur ein Abfallen des Verlustwinkels [Ens89]. Zur Erklärung des Verlaufs des Verlustwinkels im Temperaturbereich zwischen 50 mK und 1 K, schlugen die Autoren als Verteilungsfunktion des Tunnelparameters eine um den Ursprung zentrierte Gaußverteilung in  $\lambda$  vor

$$P(\lambda) = P' \exp\left(-\frac{\lambda^2}{2\sigma^2}\right). \quad (5.3)$$

Der konstante Vorfaktor  $P'$  ist durch die Anzahl der Tunnelsysteme bestimmt. Mit einer Breite der Gaußverteilung von  $\sigma = 8$  und einer durch den Ein-Phonon-Prozess dominierten Relaxation ergibt sich eine gute Übereinstimmung mit den experimentell ermittelten Daten. Diese im Vergleich zur Annahme des Standardtunnelmodells sehr schmale Verteilung in  $\lambda$  wird nach Interpretation der Autoren einer ganz speziellen Sorte von Tunnelsystemen zugeordnet. Polare Ionen oder Gruppen von polaren Ionen sollten aufgrund ihres großen Dipolmoments besonders stark an elektrische Felder koppeln und die dielektrischen Eigenschaften von BK 7 dominieren. Die Einschränkung der Verteilungsfunktion in  $\lambda$  sollte somit nur für die Tunnelsysteme mit großem Dipolmoment gelten. Die Mehrzahl der Tunnelsysteme mit einem vergleichsweise kleinen Dipolmoment könnten hingegen breit verteilt sein. In akustischen Experimenten, in denen Phononen an das jeweilige Verzerrungsfeld der Defekte koppeln, sollte sich daher die Größe des Dipolmoments der Tunnelsysteme und somit die eingeschränkte Verteilungsfunktion nicht notwendigerweise bemerkbar machen. Wie in Abb. 5.7 für die 15,4 kHz-Mode dargestellt, ist jedoch auch in den akustischen Messungen ein mit zunehmender Temperatur abfallendes „Plateau“ zu beobachten. Somit muss die Verteilungsfunktion auch für Tunnelsysteme mit kleinem Dipolmoment eingeschränkt sein.

Die dielektrischen Resultate weisen allerdings gegenüber den akustischen einen signifikanten Unterschied auf. Die Daten des Verlustwinkels zeigen eine deutliche Abhängigkeit der „Plateauhöhe“ von der Frequenz. Hierbei ist natürlich die „Plateauhöhe“ aufgrund des temperaturabhängigen Abfallens nicht eindeutig definiert. Vergleicht man jedoch die Werte des Verlustwinkels bei 1 K, so steigen diese bei einer Erhöhung der Messfrequenz von 0,13 kHz auf 100 kHz um ca. 40% an. Hingegen beobachtet man bei 1 K im akustisch vermessenen Verlauf bei der 1,4 kHz- und 15,4 kHz-Mode lediglich einen Anstieg der inneren Reibung mit der Frequenz um wenige Prozent.

Bei der numerischen Berechnung von  $Q^{-1}$  wird bei höheren Temperaturen die Form der Verteilungsfunktion in der Barrierenhöhe  $V$  entscheidend in die Berechnungen ein-

gehen, da in diesem Bereich die Teilchen zunehmend thermisch aktiviert über die Potentialbarriere hüpfen können. Um den in Abb. 5.7 dargestellten Temperaturverlauf der inneren Reibung bis 100 K mit *einer* Verteilungsfunktion numerisch anpassen zu können, muss ein eindeutiger Zusammenhang zwischen dem Tunnelparameter  $\lambda$  und der Potentialbarriere  $V$  hergestellt werden. Erst dann können die Verteilungsfunktionen ineinander umgerechnet werden, was die Integration für alle Temperaturen z. B. über die Variable  $V$  ermöglicht. Gl. 2.7 liefert zunächst  $\lambda \propto \sqrt{V}$ , was bei genauer Betrachtung jedoch keine realistische Beschreibung der experimentellen Situation darstellt. Unter der Annahme, dass das Doppelmuldenpotential aus zwei harmonischen Potentialen gebildet wird, folgt im Falle einer strengen Korrelation zwischen  $d$  und  $V$  die Beziehung  $d \propto \sqrt{V}$ .<sup>1</sup> Mit Gl. 2.7 ergibt sich  $\lambda \propto V$ , wobei als Proportionalitätsfaktor gerade die Grundzustandsenergie  $E_0$  eingeht [Tie92]

$$\lambda = \frac{V}{E_0} . \quad (5.4)$$

Setzt man diese Beziehung in Gl. 2.6 ein, so erhält man die Tunnelaufspaltung  $\Delta_0$  als Funktion der Potentialbarriere. Allerdings besitzt Gl. 5.4 nur näherungsweise Gültigkeit. Für die numerische Integration benutzt man den aus der WKB-Methode für zwei harmonische Potentiale folgenden Ausdruck für die Tunnelaufspaltung

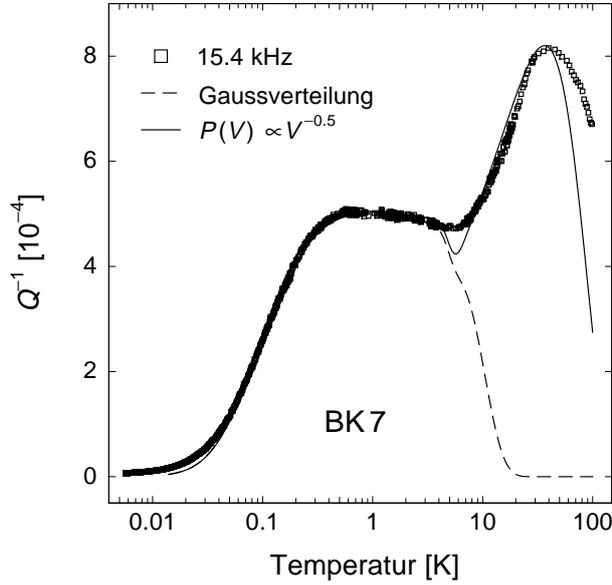
$$\Delta_0 = \frac{2E_0}{\pi} \left( \sqrt{\frac{V}{E_0} + 1} + \sqrt{\frac{V}{E_0}} \right) \exp \left( -\sqrt{\frac{V^2}{E_0^2} + \frac{V}{E_0}} \right) \quad (5.5)$$

Zusätzlich wird vorausgesetzt, dass die relevanten Relaxationsprozesse voneinander unabhängig sind und sich ihre Raten, Gl. 2.21 und Gl. 5.2, addieren

$$\tau^{-1} = \tau_d^{-1} + \tau_{th}^{-1} . \quad (5.6)$$

Abb. 5.11 zeigt in einer gemeinsamen Darstellung die experimentell ermittelten Daten der 15,4 kHz-Mode sowie zwei numerisch berechnete Anpassungen mit verschiedenen Verteilungsfunktionen. Die gestrichelte Linie stellt den berechneten Verlauf dar, den man mit der in Gl. 5.3 beschriebenen Gauß-Funktion unter Verwendung der in Gl. 5.4 angegebenen Beziehung erhält. Als Fitparameter wurden die folgenden vier Werte benutzt: Der Vorfaktor des Ein-Phonon-Prozesses  $A = 6 \cdot 10^7 \text{ K}^{-3} \text{ s}^{-1}$  und der Parameter  $C' = 4,5 \cdot 10^{-4}$  liegen durch das Tieftemperaturverhalten fest. Da im vorliegenden Fall die Verteilungsfunktion nicht mehr konstant ist, ist auch die makroskopische Kopplungskonstante  $C \propto \bar{P}$  nicht mehr eindeutig definiert. Insbesondere gilt z. B. für den Parameter  $C'$  nicht die Beziehung  $Q^{-1} = \frac{\pi}{2} C'$ . Der Fitparameter  $C' = P' \gamma^2 / \rho v^2$  muss zur Anpassung an die Daten somit gegenüber dem Tunnelmodellwert  $C$  geeignet skaliert werden. Nur für den Fall einer „unendlich breiten“ Gaußverteilung geht  $P'$  in  $\bar{P}$  und somit  $C'$  in  $C$  über. Der Parameter  $V_0$

<sup>1</sup>Ein alternativer Ansatz würde darin bestehen, den Potentialabstand  $d$  festzuhalten, und die Grundzustandsenergie  $E_0$  mit der Tiefe der Potentialmulde  $V$  zu korrelieren (vgl. Abb. 2.4).



**Abb. 5.11:** Temperaturverlauf der inneren Reibung von BK 7 für die 15,4 kHz-Mode im Temperaturbereich zwischen 5 mK und 100 K. Zusätzlich sind zwei Fitkurven für die in Gl. 5.3 und Gl. 5.7 angegebenen Verteilungsfunktionen zu sehen.

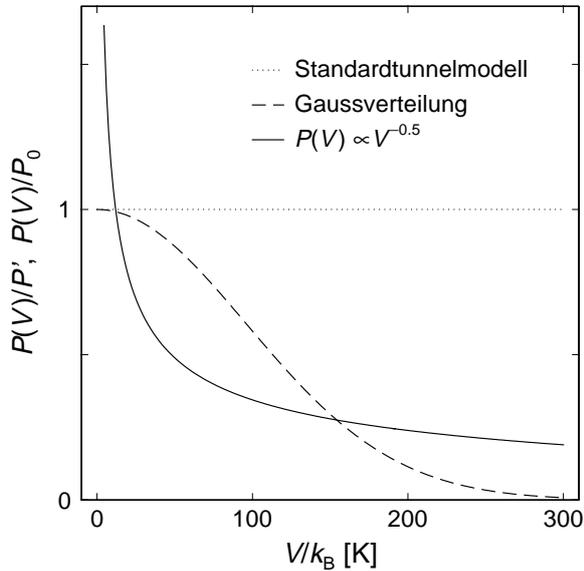
sowie die Grundzustandsenergie  $E_0$  ergeben mit  $V_0/k_B = 96$  K und  $E_0/k_B = 12$  K die beste Anpassung an die Daten. Nach Gl. 5.4 entspricht die Breite der Gaußverteilung somit gerade der bei dielektrischen Messungen benutzten Breite von  $\sigma = 8$ . Die Fitkurve spiegelt im Temperaturbereich zwischen 50 mK und ca. 4 K den Datenverlauf gut wider. Für  $T > 4$  K knickt die Kurve jedoch aufgrund der starken Einschränkung der Verteilung steil nach unten ab und bewirkt eine Unterdrückung des thermisch aktivierten Maximums.

Zur Beschreibung der Daten der 15,4 kHz-Mode erweist sich ein Ansatz der folgenden Form als geeignet

$$P(V) = P_0 \left( \frac{E_0}{V} \right)^{0,5} \exp \left( - \frac{V^2}{2V_0^2} \right). \quad (5.7)$$

Die durchgezogene Linie in Abb. 5.11 stellt die mit Gl. 5.7 berechnete numerische Anpassung dar. Hierbei gingen als Fitparameter ein:  $A = 6 \cdot 10^7$  K<sup>-3</sup>s<sup>-1</sup>,  $C_0 = 8,1 \cdot 10^{-4}$ , wobei der Parameter über  $C_0 = P_0 \gamma^2 / \rho v^2$  definiert ist,  $V_0/k_B = 920$  K und  $E_0/k_B = 12$  K. Man erkennt, dass signifikante Abweichungen von den Daten nur in den Temperaturbereichen unterhalb von ca. 50 mK, im Bereich um 8 K und bei über 45 K auftreten. Hier scheint die gewählte Verteilungsfunktion zu schnell abzufallen. Mit der zusätzlichen Annahme einer verteilten Grundzustandsenergie könnte im Bereich um 8 K eine Verbesserung erzielt werden. Die Verfolgung eines solchen Ansatzes hätte allerdings die Einführung neuer Parameter zur Folge, weswegen darauf verzichtet wurde. Im Bereich unterhalb von 50 mK fällt die innere Reibung weniger stark als vom Tunnelmodell vorhergesagt ab (vgl. hierzu Abschnitt 5.2.1).

Abb. 5.12 stellt die in Gl. 5.3 und Gl. 5.7 angegebenen Verteilungen als Funktion der Barrierenhöhen  $V/k_B$  einander gegenüber. Zusätzlich ist zum Vergleich die konstante Verteilung des Standardtunnelmodells gepunktet eingezeichnet. Dass der Verlauf der inneren



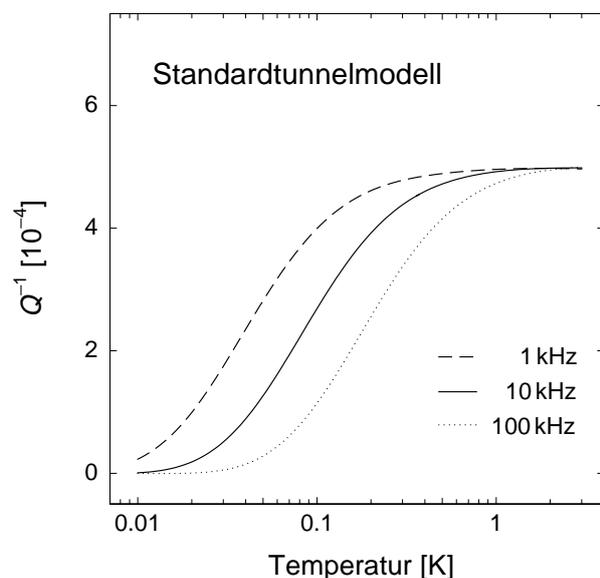
**Abb. 5.12:** Vergleich der Verteilungsfunktionen Gl. 5.3, Gl. 5.7 mit den im Text angegebenen Parametern und der konstanten Verteilung nach dem Standardtunnelmodell. Die Verteilungen sind als Funktion der Barrierenhöhe  $V/k_B$  aufgetragen.

Reibung im „Plateaubereich“ nicht temperaturunabhängig ist, deutet darauf hin, dass die Verteilung selbst für kleine Potentialbarrieren  $V$  bzw. Tunnelparameter  $\lambda$  nicht konstant sein kann. Dies wird in Gl. 5.7 durch den Vorfaktor  $V^{-0,5}$  berücksichtigt. Hingegen verläuft die Gauß-Funktion, Gl. 5.3, in diesem Bereich noch relativ flach. Für große Potentialbarrieren ( $V/k_B > 150$  K) weist die Verteilungsfunktion Gl. 5.7 einen flachen Verlauf auf, der aus dem Vorfaktor  $V^{-0,5}$  herrührt. Die ebenfalls in diesem Ansatz enthaltene breite Gauß-Funktion bewirkt hierbei, dass auch bei großen Potentialbarrieren genügend Systeme vorhanden sind, die eine Ausbildung des thermisch aktivierten Maximums erlauben. Bei der eingeschränkten Gauß-Funktion, Gl. 5.3, hingegen bedingt das vergleichsweise steile Abfallen, dass in diesem Bereich kaum noch Systeme vorhanden sind, die einen signifikanten Beitrag zur Dämpfung leisten. Die endliche Verteilung der Barrierenhöhen wird in beiden Ansätzen durch das Abfallen der jeweiligen Gauß-Funktion festgelegt. Allerdings muss bei den vorgestellten Ansätzen berücksichtigt werden, dass man mit den akustischen Experimenten nur auf einen begrenzten Bereich der Verteilungsfunktion sensitiv ist und somit nur in diesem Teil eine Aussage über die Form der Verteilung treffen kann. Die in Abb. 5.12 angedeutete Divergenz der Verteilung Gl. 5.7 ist für die Durchführung der Integration ohne Bedeutung, da die untere Integrationsgrenze zu  $V_{\min} = E_0 = 12$  K festgelegt wird. Dies resultiert aus der Tatsache, dass man für  $V_{\min} < E_0$  nicht mehr von einem Doppelmuldenpotential sprechen kann. Die obere Integrationsgrenze hingegen liegt bei  $200 \cdot E_0$  und somit weit oberhalb des Abschneidebereichs der verwendeten Gauß-Funktionen.

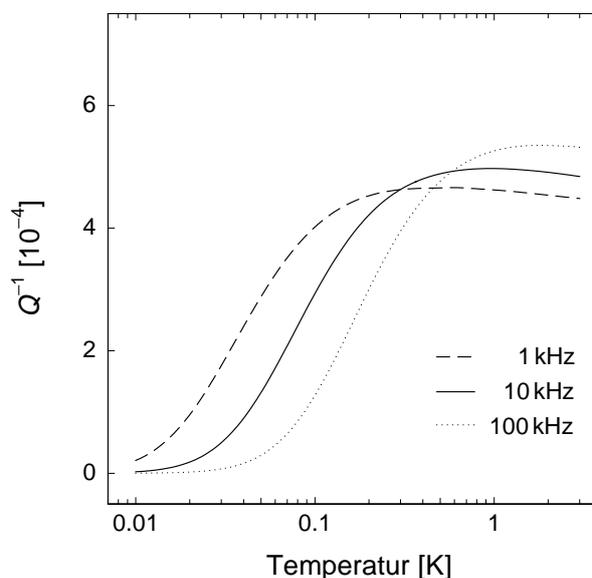
Auch wenn an dieser Stelle nicht näher darauf eingegangen wird, soll doch erwähnt werden, dass der Vorfaktor  $V^{-0,5}$  in guter Übereinstimmung mit der im sog. „soft potential model“ postulierten Verteilungsfunktion ist [Kar83, Gal89, Par94]. In dem Modell wird für kleine Barrierenhöhen eine Verteilung  $P(V) \propto V^{-\beta}$  angenommen, wobei  $\beta$  je nach Glas

zwischen 0,25 und 0,75 variiert. Die in Abb. 5.11 beobachtbare leichte Abweichung von Fit und Datenpunkten im Bereich des thermisch aktivierten Maximums kann durch eine zusätzliche Variation der zweiten Nachkommastelle des Exponenten verbessert werden. Jedoch ist die Signifikanz dieser Stelle für das betrachtete Glas BK 7 aufgrund der großen Zahl an Variationsparametern fraglich.

Allerdings können mit dem in Gl. 5.7 vorgestellten Ansatz nicht beide an BK 7 gemessenen Moden mit dem gleichen Parametersatz gefittet werden. Grund dafür ist die schon erwähnte schwache Frequenzabhängigkeit der „Plateauhöhe“. Die hierbei auftretende Problematik soll in den folgenden beiden Abbildungen verdeutlicht werden. Abb. 5.13 zeigt den berechneten Verlauf der inneren Reibung im Temperaturbereich zwischen 10 mK und 3 K für drei verschiedene Messfrequenzen, wie man ihn aufgrund der konstanten Verteilungsfunktion nach dem Standardtunnelmodell erhält. Das Plateau ist weitgehend temperatur- und frequenzunabhängig. In Abb. 5.14 wurde für die gleichen Frequenzen bei den Berechnungen hingegen Gl. 5.7 als Verteilungsfunktion eingesetzt. Neben dem temperaturabhängigen Abfallen des „Plateaus“ erkennt man deutlich die Frequenzabhängigkeit der „Plateauhöhe“. Diese Variation mit der Frequenz resultiert aus der Auswahl unterschiedlicher Tunnelsysteme. Bei einer Erhöhung der Messfrequenz leisten wegen  $\omega\tau \simeq 1$



**Abb. 5.13:** Numerische Berechnung der inneren Reibung nach dem Standardtunnelmodell für drei verschiedene Frequenzen im Temperaturbereich zwischen 10 mK und 3 K. Das Plateau ist weitgehend temperatur- und frequenzunabhängig.



**Abb. 5.14:** Numerische Berechnung der inneren Reibung mit der in Gl. 5.7 stehenden Verteilung für die gleichen Frequenzen und im gleichen Temperaturbereich wie in Abb. 5.14. Das „Plateau“ fällt mit zunehmender Temperatur ab und die „Höhe“ steigt mit zunehmender Frequenz an.

immer schnellere Tunnelsysteme den Hauptbeitrag zur Absorption. Dies bedeutet, dass mit zunehmender Frequenz die Tunnelsysteme mit kleineren Werten von  $\lambda$  bzw.  $V$  dominant beitragen. Aufgrund der zu kleinen Werten ansteigenden Verteilung sind hier mehr Systeme vorhanden, und somit steigt die innere Reibung mit der Frequenz an. Eine geeignete Verteilungsfunktion müsste einen temperaturabhängigen Abfall bewirken, wobei die Frequenzabhängigkeit des Plateaus nur schwach ausgeprägt sein sollte.

Auch bei Fs21 zeigt die „Plateauhöhe“ nur eine schwache Frequenzabhängigkeit. Eine modenabhängige Restdämpfung des Oszillators würde zwar eine stärkere Frequenzabhängigkeit der Höhe des „Plateaus“ bewirken, allerdings sollten die durch einen Untergrund hervorgerufenen Effekte kleiner sein als aus Abb. 5.14 ersichtlich. Auf welche Art die Modifikation der Verteilungsfunktion zur Beschreibung der Datensätze von BK 7 bzw. Fs21 zu erfolgen hat, konnte im Rahmen dieser Arbeit nicht abschließend geklärt werden. Dennoch bleibt festzuhalten, dass die Temperaturabhängigkeit des Plateaus bei beiden Gläsern eine vom Standardtunnelmodell abweichende Verteilungsfunktion bedingt.

### 5.3.2 Berücksichtigung der Wechselwirkung zwischen Tunnelsystemen

Im Temperaturbereich unterhalb des Dämpfungsplateaus lassen sich die Resultate gut in die bei anderen Experimenten gemachten Beobachtungen einfügen. Einige Voraussagen des Standardtunnelmodells können zumindest qualitativ bestätigt werden, doch treten wie bei früheren Experimenten deutliche Diskrepanzen auf. So zeigt sich auch bei Fs21 und BK 7, dass der Dämpfungsanstieg bei tiefen Temperaturen schwächer von der Temperatur abhängt als vom Tunnelmodell vorhergesagt. Ebenso kann die erstmals an Quarzglas beobachtete Frequenzabhängigkeit des Temperaturverlaufs der inneren Reibung bei den untersuchten Gläsern qualitativ bestätigt werden. Ob das bei beiden Gläsern bei doppelt-logarithmischer Auftragung beobachtete Abknicken der inneren Reibung im Wesentlichen vom Dämpfungsuntergrund herrührt oder aber auf einen auch bei tiefen Temperaturen sehr wirksamen Relaxationsprozess hinweist, kann nicht abschließend geklärt werden. Allerdings soll noch einmal betont werden, dass der Abzug eines konstanten Untergrunds nicht auf die vom Tunnelmodell vorhergesagte  $T^3$ -Abhängigkeit der inneren Reibung führt. In der relativen Schallgeschwindigkeitsänderung sind ebenfalls Abweichungen zum Tunnelmodell zu verzeichnen. Wie schon an anderen Gläsern in früheren Experimenten beobachtet, folgt aus der Messung an Fs21 und BK 7 ein von der Vorhersage abweichendes Steigungsverhältnis von annähernd 1:(-1). Eine weitere Diskrepanz ergibt sich in der Beobachtung einer schwachen Frequenzabhängigkeit des Anstiegs der Schallgeschwindigkeit bei tiefen Temperaturen. Auf eine mögliche Abhängigkeit des resonanten Prozesses von der Messfrequenz oder einen bei tiefen Temperaturen noch relevanten Relaxationsprozess wurde bereits in [Cla00] bei der Vorstellung der Resultate von Untersuchungen an Quarzglas hingewiesen. Der Temperaturverlauf der relativen Schallgeschwindigkeitsänderung der 15,4 kHz-Mode des BK 7-Paddles zeigt unterhalb von 15 mK ein Abflachen der Steigung und somit eine Abweichung vom vorhergesagten logarithmischen Verhalten. In

niederfrequenten dielektrischen Messungen an BK 7 ist hingegen im linearen Bereich, d. h. bei hinreichend kleinen elektrischen Feldstärken, bis zu einer Temperatur von 5 mK kein Abknicken des Kurvenverlaufs zu erkennen [Rog97].

Die physikalische Ursache für die gemachten Beobachtungen ist noch nicht geklärt. Jedoch stellt die Annahme isolierter Tunnelsysteme, wie in Abschnitt 2.3 bereits angesprochen, eine zu starke Vereinfachung dar. Unterschreitet die thermische Energie die typische Wechselwirkungsenergie zwischen den Defekten, so beeinflusst die Wechselwirkung der Tunnelsysteme untereinander ihre Dynamik ganz entscheidend. Nachfolgend werden zwei theoretische Ansätze vorgestellt, die das Standardtunnelmodell um die gegenseitige Wechselwirkung der Tunnelsysteme erweitern. Ebenso werden die Auswirkungen auf die im Experiment bestimmten Größen dargelegt.

Eine von Burin *et al.* [Buri98] ausgearbeitete Theorie berücksichtigt die *elastische* Wechselwirkung der Tunnelsysteme. Ausgangspunkt ist die durch virtuelle akustische Phononen vermittelte Wechselwirkung zwischen zwei Systemen im Abstand  $r$ . Die Wechselwirkungsenergie ist durch Gl. 2.32 gegeben und führt zu einer Kopplung der beiden Defekte. Um die wesentlichen Beiträge zu einem zusätzlichen Relaxationsprozess abzuschätzen, betrachtet man *Paare*, die aus Tunnelsystemen mit ähnlicher Tunnelaufspaltung zusammengesetzt sind. Befindet sich eines der Systeme im angeregten, das andere im Grundzustand, so spricht man von einem sog. „up-down“-Paar. Die Tunnelbewegung der Einzelpaare verläuft kohärent. Somit verhält sich jedes Paar wie *ein* effektives Tunnelsystem. Als Folge hiervon treten niederenergetische kollektive Anregungen von zwei oder mehr Tunnelsystemen auf, die einen neuen Relaxationskanal öffnen.

Um einen Ausdruck für die Relaxationsrate der Paaranregungen zu erhalten, wird zunächst eine Abschätzung für die erforderliche Lebensdauer eines Paarzustands angegeben. Die Kopplung wird zerstört, falls die für eine kohärente Oszillation des gekoppelten Paares nötige Zeit größer als die Lebensdauer der Zustände der einzelnen Tunnelsysteme  $\tau_1$  wird

$$\frac{\hbar}{\Delta_{0,p}} > \tau_1 . \quad (5.8)$$

Hierbei bezeichnet  $\Delta_{0,p}$  die Tunnelaufspaltung des Paares, d. h. im Wesentlichen das Matrixelement für den Übergang von einem „up-down“-Paar in den „down-up“-Zustand. Die Lebensdauer  $\tau_1$  ist bei dielektrischen Gläsern durch die Relaxationszeit des Ein-Phonon-Prozesses  $\tau_d$ , Gl. 2.21, gegeben. Aus Gl. 5.8 lässt sich eine maximale Entfernung  $R_c$  zur Ausbildung eines kohärent gekoppelten Paares ableiten. Die schnellsten Tunnelsysteme sind die symmetrischen, deren Energieaufspaltung der thermischen Energie entspricht. Mit  $E \simeq \Delta_0 \simeq k_B T$  folgt aus der Ein-Phonon-Relaxationsrate, Gl. 2.21,

$$\tau_{1,\min}^{-1} \simeq \frac{\gamma^2}{\rho \hbar^4 v^5} (k_B T)^3 . \quad (5.9)$$

Führt man zusätzlich den Wechselwirkungsparameter  $U_0 = \gamma^2/\rho v^2$  ein, dann ergibt sich

$$\tau_{1,\min}^{-1} \simeq \frac{U_0}{\hbar R_c^3} \quad \text{mit} \quad R_c \equiv \frac{\hbar v}{k_B T}. \quad (5.10)$$

Aus Gl. 5.8 erhält man somit, dass die kohärente Kopplung nur für eine Paaraufspaltung  $\Delta_{0,p} > U_0/R_c^3$  von Bedeutung ist. Die maximale Entfernung  $R_c$  liegt in der Größenordnung der Wellenlänge der dominanten Phononen. Eine Abschätzung für dielektrische Gläser ergibt etwa  $1 \mu\text{m}$  bei  $100 \text{ mK}$ .

Die Verteilungsfunktion der gepaarten Systeme ergibt sich aus der Wahrscheinlichkeit, dass ein Tunnelsystem innerhalb des kohärenten Bereichs  $R_c$  einen resonanten Partner findet. Man erhält

$$P_{\text{paar}} \propto \frac{k_B T C}{\Delta_{0,p}^2}. \quad (5.11)$$

Die Zustandsdichte der kohärenten Paare ist somit für Tunnelaufspaltungen  $\Delta_{0,p} < k_B T C$  im Vergleich zu isolierten Systemen vergrößert. Bei hinreichend tiefen Temperaturen sollten die dominanten niederenergetischen Anregungen durch kohärent gekoppelte Paare gegeben sein.

Bei der bisherigen Betrachtung wurden nur die schnellsten Systeme berücksichtigt. Bezieht man auch die asymmetrischen Tunnelsysteme in die Überlegungen mit ein, so erhält man als Abschätzung für die Relaxationsrate der Paare

$$\tau_p^{-1} \simeq \frac{10 C^3 k_B}{\hbar} \left( \frac{\Delta_0}{E} \right)^2 T. \quad (5.12)$$

Aus  $Q^{-1} \propto \tau^{-1}$  folgt somit eine innere Reibung, die bei hinreichend tiefen Temperaturen proportional zur Temperatur verläuft. Zu beachten ist, dass in Gl. 5.12 der Vorfaktor der Relaxationsrate im Wesentlichen durch die glasspezifische Konstante  $C$  festgelegt ist und kein freier Parameter eingeführt wurde.

Eine numerische Berücksichtigung der zusätzlichen Relaxationsrate unter der Annahme, dass die Gesamtrelaxationsrate aus der Summe von Gl. 2.21 und Gl. 5.12 gegeben ist, wurde in [Cla00] durchgeführt und mit den in Abb. 2.9 vorgestellten experimentellen Ergebnissen verglichen. Der zusätzliche Relaxationskanal ergibt im vermessenen Temperaturbereich nur einen vernachlässigbar kleinen Beitrag. Die Übergangstemperatur zwischen Ein-Phonon-Prozess und der Paarrelaxation sollte bei einer Temperatur von

$$T^\diamond \simeq \sqrt{\frac{10 k_B C^3}{A \hbar}} \quad (5.13)$$

stattfinden. Mit den aus den Experimenten ermittelten Werten für  $C = 2,8 \cdot 10^{-4}$  und  $A = 8 \cdot 10^7 \text{ K}^{-3} \text{ s}^{-1}$  ergibt sich  $T^\diamond \simeq 0,6 \text{ mK}$ . Dieser Wert liegt jedoch außerhalb des experimentell untersuchten Bereichs, und demnach sollte der Relaxationskanal kaum in Erscheinung treten. Erwähnenswert ist jedoch, dass ein Relaxationsansatz der Form

$$\tau_p^{-1} \propto \left( \frac{\Delta_0}{E} \right)^2 T \quad (5.14)$$

die Quarzglasdaten aus Abb. 2.9 prinzipiell recht gut beschreibt. Hierbei musste allerdings gegenüber der Burinschen Theorie ein um einen Faktor  $10^4$  größerer Vorfaktor der zusätzlichen Relaxationsrate gewählt werden, für den es keinerlei theoretische Rechtfertigung gibt. Insgesamt scheint das Burin-Modell somit wenig geeignet, die experimentellen Beobachtungen zu erklären.

Ein von Enss und Hunklinger [Ens97] vorgeschlagener Ansatz zur Berücksichtigung der Wechselwirkung zwischen Tunnelsystemen wurde bereits in Abschnitt 2.3 vorgestellt. Hierbei wird die im Tunnelmodell gemachte Annahme isolierter Tunnelsysteme ersetzt durch einen kontinuierlichen Übergang vom kohärenten Tunneln isolierter Defekte zum inkohärenten Tunneln wechselwirkender Systeme. Der Ansatz beruht auf einer von Würger ausgearbeiteten Theorie über die Dynamik von substitutionellen Defekten in Alkalihalogenidkristallen [Wue94, Wue97]. In dem Modell bewirkt die zunehmende Konzentration der Tunnelsysteme eine stärker werdende Kopplung der Defekte untereinander. Diese Kopplung wird durch das elastische Verzerrungsfeld bzw. das elektrische Feld der Systeme vermittelt und führt zu einer Unterdrückung von kohärenten und einer Zunahme von inkohärenten Tunnelprozessen. Dies bewirkt eine Verminderung des resonanten Beitrags zur elastischen und dielektrischen Suszeptibilität. Gleichzeitig führt die auftretende Vielteilchenwechselwirkung zu einer Kopplung der Defekte und somit zu einem zusätzlichen Relaxationskanal. Zur Beschreibung der Dynamik der Tunnelzustände ist der wesentliche Parameter durch das Verhältnis der mittleren Wechselwirkungsenergie der Tunnelsysteme  $\bar{J}$  und der Tunnelaufspaltung  $\Delta_0$  gegeben

$$\mu = \frac{\bar{J}}{\Delta_0} . \quad (5.15)$$

Nach der Theorie von Würger ergibt sich eine Reduktion der resonanten Beiträge zur Änderung der Schallgeschwindigkeit um einen von  $\mu$  abhängenden Faktor

$$\frac{(\sqrt{1 + \mu^2} - \mu)^2}{\sqrt{1 + \mu^2}} . \quad (5.16)$$

Für die zusätzlichen Relaxationsprozesse folgt eine Rate von

$$\tau^{-1} \propto \mu^4 T . \quad (5.17)$$

Die Abschätzung ergibt einen Beitrag zur inneren Reibung, der linear mit der Temperatur anwächst.

Der Parameter  $\mu$  ist insbesondere proportional zur Konzentration der Systeme. Bei kleinen Konzentrationen ( $\mu \ll 1$ ) ist der mittlere Abstand der Tunnelsysteme so groß, dass die gegenseitige Wechselwirkung der Systeme vernachlässigt werden kann. Hier wird der Reduktionsfaktor aus Gl. 5.16 eins und spiegelt somit die Annahme isolierter Tunnelsysteme wider. Mit einer zunehmenden Anzahl an Defekten wächst die Wechselwirkungsenergie an und beginnt die makroskopischen Eigenschaften der Probe zu beeinflussen. Für einen

Wert  $\mu > 1$  ist die Kopplung so stark, dass die Tunnelbewegung fast komplett inkohärent verläuft.

Zur Übertragung des Würger-Modells auf Gläser wird angenommen, dass auch in amorphen Systemen für  $\mu > 1$  ein Übergang zum inkohärenten Tunneln stattfindet. Der wesentliche Unterschied zwischen Kristallen und Gläsern ist hierbei, dass im Glas die Tunnelaufspaltung  $\Delta_0$  breit verteilt ist. Gibt man eine mittlere Wechselwirkungsenergie  $\bar{J}$  vor, so wird der Parameter  $\mu$  eine Funktion der Verteilungsfunktion der Tunnelaufspaltungen  $\Delta_0$ . Nimmt man vereinfachend an, dass die Wechselwirkung der Tunnelsysteme keinen Einfluss auf die Verteilungsfunktion  $P(\Delta, \Delta_0)$  hat, so kann wegen der breiten Verteilung die mittlere Tunnelaufspaltung  $\bar{\Delta}_0 \propto E$  gesetzt werden. Da die Hauptbeiträge in dominanter Phononennäherung aus  $E \simeq k_B T$  kommen, folgt

$$\mu = \frac{\bar{J}}{\bar{\Delta}_0} \propto T^{-1} . \quad (5.18)$$

Mit abnehmender Temperatur übersteigt der Parameter  $\mu$  den Wert eins, und somit findet ein kontinuierlicher Übergang vom kohärenten zum inkohärenten Tunneln statt. Der Anteil inkohärenter Tunnelprozesse nimmt also für die bei der jeweiligen Temperatur relevanten Tunnelsysteme zu.

Die durch Gl. 5.16 und Gl. 5.17 modifizierten Vorhersagen des Tunnelmodells für die Änderung der Schallgeschwindigkeit und die innere Reibung wurden für eine quantitative Abschätzung der Wechselwirkungsenergie an Daten aus Vibrating Reed-Messungen [Cla94] angepasst. Hierbei wurden zwei zusätzliche Parameter benötigt, der Parameter  $\mu$  — und somit die Wechselwirkungsenergie  $\bar{J}$  — und der Vorfaktor der Relaxationsrate, Gl. 5.17. Die beste Anpassung an die experimentellen Daten ergibt sich für eine mittlere Wechselwirkungsenergie von  $\bar{J}/k_B = 1$  mK. Mit diesem Wert ergibt sich eine gute Übereinstimmung sowohl in der inneren Reibung als auch in der Änderung der Schallgeschwindigkeit. Allerdings wird die Höhe des Dämpfungsplateaus im Modell überschätzt. Dies lässt sich jedoch darauf zurückführen, dass in diesem Bereich im Glas zunehmend asymmetrische Systeme zur Absorption beitragen. Die Würger-Theorie hingegen wurde für die in Kristallen auftretenden symmetrischen Systeme ausgearbeitet. Bei tiefen Temperaturen erwartet man in der inneren Reibung aufgrund des zusätzlichen Relaxationskanals einen Dämpfungsbeitrag, so dass der Anstieg schwächer verläuft als vom Tunnelmodell vorhergesagt. Allerdings bleibt im Modell von Enss und Hunklinger offen, wie man die beobachtete Frequenzabhängigkeit des Dämpfungsanstiegs bei tiefen Temperaturen in die Theorie integrieren kann. Auch die Schallgeschwindigkeitsänderung sollte im Temperaturbereich unterhalb des Maximums weniger steil verlaufen als nach den Voraussagen des Tunnelmodells, da die resonanten Beiträge reduziert werden und zusätzliche Relaxationsbeiträge auftreten. Hierdurch wird auch das vorhergesagte Steigungsverhältnis in Richtung der experimentell ermittelten Werte modifiziert. Ist die mittlere Wechselwirkungsenergie  $\bar{J}$  vergleichbar mit der mittleren thermischen Energie  $k_B T$ , so übersteigt der

Parameter  $\mu$  den Wert eins. Unterhalb der Temperatur 1 mK tunnelt somit der überwiegende Teil der Tunnelsysteme inkohärent, so dass der resonante Beitrag zur Änderung der Schallgeschwindigkeit verschwindet und der relative Verlauf abflacht. In den von Esquinazi *et al.* [Esq92] durchgeführten Messungen wurde eine konstante Schallgeschwindigkeit beobachtet. Allerdings ist nicht völlig klar, inwieweit die Messungen im linearen Bereich durchgeführt wurden und inwieweit Thermalisierungsprobleme der Probe ausgeschlossen werden können. Auch die Schallgeschwindigkeitsänderung von BK 7 zeigt zumindest für die höherfrequente Mode eine Abflachung im Verlauf unterhalb von 15 mK. Leider gibt der zur Verfügung stehende Temperaturbereich keinen Aufschluss darüber, ob die Schallgeschwindigkeit bei noch tieferen Temperaturen konstant wird.

Der vorgestellte theoretische Ansatz ist zumindest prinzipiell in der Lage, die Vorhersagen des Standardtunnelmodells unter Einbeziehung einer zwischen den Tunnelsystemen herrschenden Wechselwirkung in Richtung der experimentellen Befunde zu modifizieren. Für eine quantitative Beschreibung bedarf es sicherlich noch einiger Anstrengungen. Aufgrund der gemachten Beobachtungen erscheint jedenfalls die Berücksichtigung der Wechselwirkung der Tunnelsysteme untereinander ein unverzichtbarer Bestandteil in zukünftigen erweiterten Modellen zu sein.

## 6 Experimentelle Ergebnisse: Magnetfeldabhängigkeit der elastischen Eigenschaften

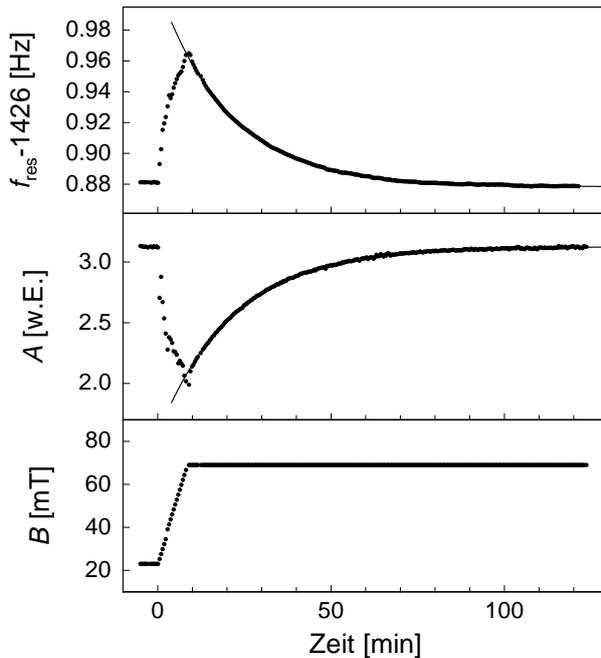
In Abschnitt 2.3 wurde die von Strehlow *et al.* [Str00] gefundene Abhängigkeit der dielektrischen Konstanten des Multikomponentenglases BaO-Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-SiO<sub>2</sub> vom äußeren Magnetfeld vorgestellt. Eine Erklärung dieser experimentellen Befunde wurde von Kettemann *et al.* [Ket99] über ein verallgemeinertes Tunnelmodell vorgeschlagen, welches in Abschnitt 2.3 ebenfalls angesprochen wurde. Die Anwesenheit eines Magnetfelds hat demnach Einfluss auf die Energieaufspaltung der Tunnelsysteme: Die Tunnelaufspaltung ändert sich periodisch mit dem magnetischen Fluss  $\phi$ , der die Teilchenbahn durchsetzt. Somit folgt auch für die dielektrische Suszeptibilität des Glases eine Abhängigkeit vom äußeren Magnetfeld. Äußerst bemerkenswert ist, dass zur Erklärung der experimentellen Ergebnisse eine kollektive kohärente Bewegung sehr vieler untereinander stark gekoppelter Tunnelsysteme (Größenordnung  $10^5$  Teilchen) angenommen werden muss. Da die Wechselwirkungsenergie der Tunnelsysteme erst bei tiefen Temperaturen vergleichbar mit der typischen Energieskala der Phononen ist, tritt die Magnetfeldabhängigkeit erst in diesem Temperaturbereich auf.

Die experimentellen Ergebnisse und die Deutung der Daten gaben Anlass zur Frage, ob auch die relative Schallgeschwindigkeitsänderung und die innere Reibung eine Magnetfeldabhängigkeit aufweisen. Wenn der in der dielektrischen Konstanten beobachtete Effekt den Tunnelsystemen zuzuschreiben ist, dann sollte aufgrund der formalen Analogie von elastischer und dielektrischer Suszeptibilität auch in akustischen Experimenten eine Magnetfeldabhängigkeit auftreten. Ob es sich bei dem an a-BaO-Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-SiO<sub>2</sub> beobachteten Verhalten allerdings um eine universelle Eigenschaft aller Gläser handelt, ist zur Zeit noch ungeklärt.

Zur Untersuchung der elastischen Eigenschaften im Magnetfeld boten sich Gläser an, bei denen eine starke Wechselwirkung zwischen den Tunnelsystemen erwartet wird. Multikomponentengläser scheinen dafür prädestiniert, da diese aufgrund ihrer stark polarisierten Komponenten als geeignete Kandidaten für eine große elektrische Wechselwirkung der Tunnelsysteme anzusehen sind. In diesen Gläsern sollten somit die erwarteten Effekte besonders ausgeprägt sein. Leider konnte aus den in Abschnitt 4.5 genannten Gründen das Multikomponentenglas BaO-Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-SiO<sub>2</sub> nicht auf eine mögliche Magnetfeldabhängigkeit der elastischen Suszeptibilität untersucht werden. Im folgenden Kapitel werden daher die experimentellen Ergebnisse der akustischen Messungen an BK 7, AF 45 und Fs 21 im äußeren Magnetfeld präsentiert. Alle Ergebnisse wurden mit Hilfe der in Kapitel 3 vorgestellten Double Paddle-Oszillatoren gewonnen.

## 6.1 Bestimmung der Messgrößen

Zunächst soll kurz auf die Messtechnik zur Bestimmung der inneren Reibung und der relativen Schallgeschwindigkeitsänderung in Abhängigkeit vom äußeren Magnetfeld eingegangen werden. Um Temperatureffekte zu vermeiden, muss die Mischkammer des Kryostaten auf konstanter Temperatur gehalten werden. Die Temperaturstabilität liegt hierbei typischerweise in der Größenordnung von einigen  $10 \mu\text{K}$ . Das Paddle wird mit konstanter Anregungsspannung auf einer seiner Resonanzfrequenzen zu Schwingungen angeregt. Zur Gewährleistung der Thermalisierung der Probe wird der zeitliche Verlauf der Messsignale betrachtet. Abb. 6.1 zeigt am Beispiel des BK 7-Paddles den zeitlichen Verlauf der Resonanzfrequenz und der Schwingungsamplitude nach Änderung des Magnetfelds. Zur Zeit  $t = 0$  wurde das Magnetfeld innerhalb von ca. 8 Minuten um  $\delta B = 47 \text{ mT}$  geändert. Die Mischkammertemperatur hatte hierbei den konstanten Wert von  $T = 22 \text{ mK}$ . Während der Magnetfelderhöhung beobachtet man ein Ansteigen der Resonanzfrequenz bei gleichzeitiger Verringerung des Amplitudensignals. Der Verlauf der Messsignale kann nach den in Kapitel 5 dargestellten Ergebnissen der Temperaturabhängigkeit als eine Aufheizung des Systems gedeutet werden. Eine Abschätzung mit Hilfe der in Abb. 5.10 gezeigten Daten ergibt sowohl aus der Änderung der Resonanzfrequenz als auch aus der Änderung der Amplitude, dass die lokale Temperaturerhöhung der Probe ca.  $12,5 \text{ mK}$  beträgt. Die Ursache für die beobachtete Aufheizung liegt in der Magnetfeldänderung begründet. Diese induziert in den metallischen Teilen des experimentellen Aufbaus Wirbelströme und führt somit zu einem signifikanten Wärmeeintrag. Der weitere zeitliche Verlauf der Messsignale



**Abb. 6.1:** Zeitlicher Verlauf der experimentellen Größen Resonanzfrequenz und Schwingungsamplitude bei Änderung des Magnetfelds um  $\delta B = 47 \text{ mT}$  am Beispiel der  $1,4 \text{ kHz}$ -Mode. Beide Größen streben nach Erreichen des Magnetfeldwerts von  $70 \text{ mT}$  einem Sättigungswert entgegen. Im Bild sind ebenfalls an die Daten angepasste Exponentialfunktionen zu sehen, die den zeitlichen Verlauf für  $t > 8 \text{ min}$  gut widerspiegeln.

folgt im Wesentlichen einer exponentiell in der Zeit verlaufenden Annäherung an thermische Gleichgewichtswerte. Die charakteristische Zeitkonstante für die Annäherung an diese Werte hängt hierbei von der thermischen Ankopplung des experimentellen Aufbaus ab. Man erhält die relative Änderung der Schallgeschwindigkeit durch Vergleich der im Magnetfeld ermittelten Sättigungswerte der Resonanzfrequenz mit den zuvor im Nullfeld bestimmten Werten

$$\frac{\delta v(B)}{v} = \frac{\delta f_{\text{res}}(B)}{f_{\text{res}}} = \frac{f_{\text{res}}(B) - f_{\text{res}}(B=0)}{f_{\text{res}}(B=0)}. \quad (6.1)$$

Durch Aufnahme der relativen Änderung der Schwingungsamplitude erhält man bei konstanter Temperatur mit  $\delta A/A = \delta Q/Q = -Q^{-1}/\delta Q^{-1}$  ein Maß für die Änderung der inneren Reibung im Magnetfeld

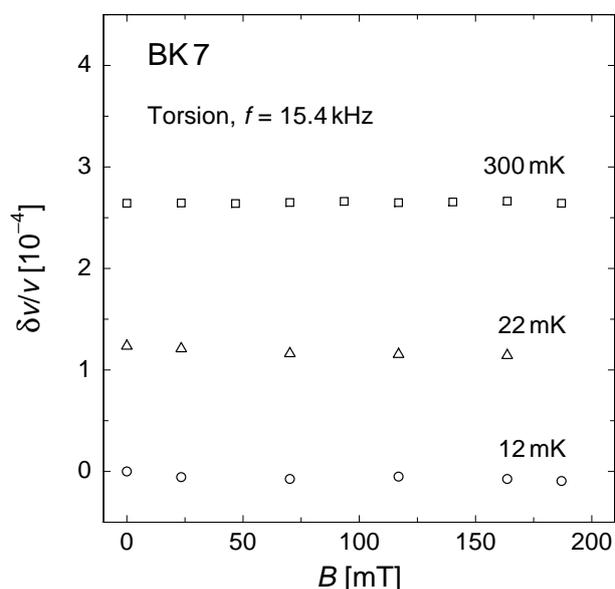
$$\delta Q^{-1}(B) = -Q^{-1}(B=0) \cdot \frac{A(B=0)}{\delta A(B)}. \quad (6.2)$$

Hierbei bezeichnet  $\delta A(B) = A(B) - A(B=0)$  die Abhängigkeit der Amplitude vom äußeren Feld. Aufgrund der langen Thermalisierungszeiten wurde insbesondere bei tiefen Temperaturen üblicherweise nicht die vollständige Thermalisierung der Probe abgewartet, sondern nach ca. 2/3 der in Abb. 6.1 gezeigten Zeitdauer die Datenaufnahme abgebrochen und der zeitliche Verlauf durch angepasste Exponentialfunktionen extrapoliert. Die hieraus für  $t \rightarrow \infty$  bestimmten Sättigungswerte sind in der Regel als Ergebnisse in die nachfolgenden Schaubilder eingetragen. Da der Verlauf der Datenpunkte zumindest im Zeifenster direkt nach Änderung des Magnetfelds nur in erster Näherung durch eine Exponentialfunktion beschreibbar ist, erwächst hieraus ein systematischer Fehler. Wie in Abb. 6.1 angedeutet, wurden zur Abschätzung dieser Unsicherheit die aus einigen Langzeitmessungen im thermischen Gleichgewicht ermittelten Werte mit den aus den entsprechenden Fits gewonnenen Sättigungswerten verglichen. Zusammen mit der in Abschnitt 4.3 angegebenen Genauigkeit der Messmethode ergibt sich hieraus eine obere Fehlerschranke von  $5 \cdot 10^{-6}$  für die Bestimmung der *relativen* Schallgeschwindigkeitsänderung. Die *relative* Änderung der inneren Reibung sollte auf wenige Prozent genau bekannt sein.

## 6.2 Magnetfeldabhängigkeit der Schallgeschwindigkeit

Nach der Vorstellung der experimentellen Methoden werden nun die hieraus ermittelten Ergebnisse dargestellt. Zunächst wird die relative Schallgeschwindigkeitsänderung der drei untersuchten Gläser in Abhängigkeit vom Magnetfeld präsentiert. Auf die innere Reibung wird im nächsten Abschnitt eingegangen.

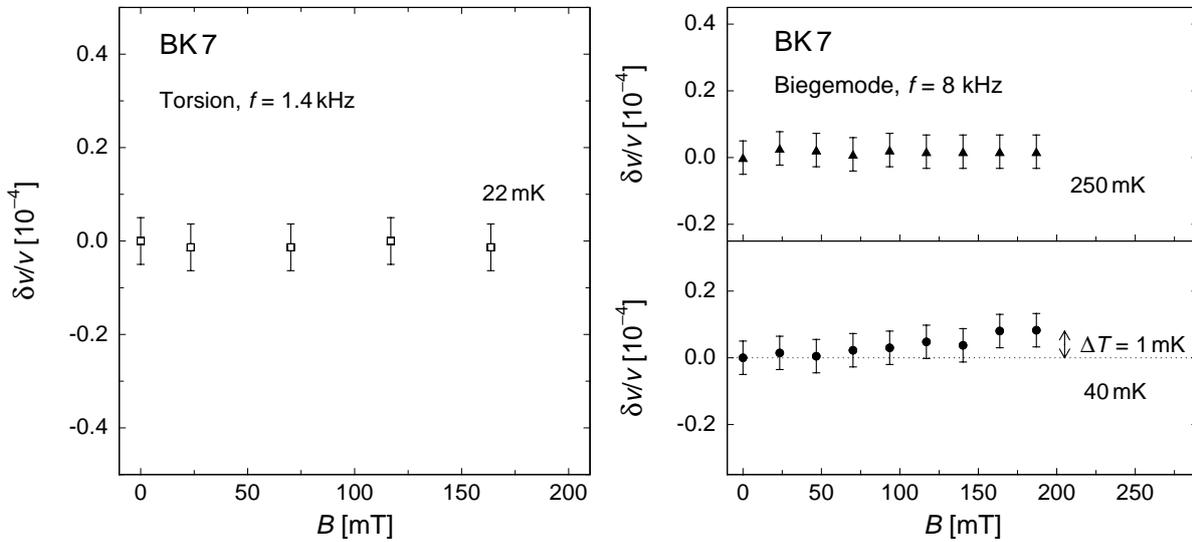
In Abb. 6.2 ist die relative Änderung der Schallgeschwindigkeit gegen die magnetische Feldstärke  $B$  aufgetragen. Das Magnetfeld wurde bei den Messungen bis ca. 190 mT variiert. Die Größenordnung der Skala entspricht der Auftragung der relativen Änderung der



**Abb. 6.2:** Relative Schallgeschwindigkeitsänderung der 15,4 kHz-Mode des BK 7-Paddles in Abhängigkeit vom Magnetfeld. Als Referenzpunkt wurde der Wert für  $T = 12$  mK und  $B = 0$  mT gewählt.

Dielektrizitätskonstanten in Abb. 2.10, in der Effekte der Größenordnung  $10^{-4}$  gefunden wurden. Falls die Analogie zwischen elastischen und dielektrischen Messgrößen auch im Hinblick auf die Magnetfeldabhängigkeit gültig ist, würde man entsprechend große Effekte für die Abhängigkeit der Schallgeschwindigkeit vom äußeren  $B$ -Feld erwarten. Abb. 6.2 zeigt die Datenpunkte von drei Messreihen der 15,4 kHz-Torsionsmode. Die zu gleicher Temperatur gehörenden Messpunkte sind durch jeweils einheitliche Symbole gekennzeichnet. Der bei  $T = 12$  mK im Nullfeld gemessene Wert der Resonanzfrequenz wird als Referenzwert genommen. Die Verschiebung der Messpunkte gegeneinander spiegelt die aufgrund der Temperaturänderung beobachtete Schallgeschwindigkeitsänderung wider. Wie man aus Abb. 6.2 entnimmt, zeigt die relative Änderung der Schallgeschwindigkeit bei allen untersuchten Temperaturen im Rahmen der Messgenauigkeit keine signifikante Abhängigkeit vom äußeren Magnetfeld. In der gewählten Auftragung wurden hierbei aus Gründen der Übersichtlichkeit keine Fehlerbalken eingezeichnet, da die Symbolgröße nur geringfügig unterhalb des in Abschnitt 6.1 genannten Fehlerbalkens von  $5 \cdot 10^{-6}$  liegt.

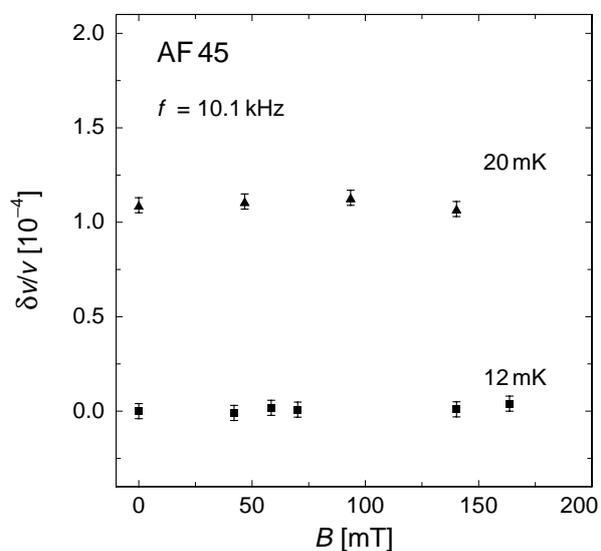
Auch die in Abb. 6.3 gezeigten Ergebnisse der Untersuchung der 1,4 kHz-Torsionsmode (linkes Teilbild) und der 8,0 kHz-Biegemode (rechtes Teilbild) des BK 7-Paddles ergeben keinen mit den Messungen der dielektrischen Konstanten von  $\alpha$ -BaO- $\text{Al}_2\text{O}_3$ - $\text{SiO}_2$  vergleichbaren Effekt. Die Skala ist im Vergleich zu Abb. 6.2 vergrößert dargestellt, so dass in den Abbildungen auch die Fehlerbalken eingezeichnet wurden. Die 1,4 kHz-Mode wurde nur für eine Temperatur vermessen. Wie schon in Abb. 6.1 ersichtlich, zeigt sich auch bei dieser Mode keine Abhängigkeit der Schallgeschwindigkeitsänderung vom äußeren Magnetfeld. Bei der 8 kHz-Mode sind die Messreihen in zwei getrennte Plots aufgeteilt, da sich die Punkte aufgrund der Temperaturabhängigkeit der Schallgeschwindigkeit bei den gewählten Temperaturwerten gerade überlagern. Die bei  $T = 40$  mK aufgenomme-



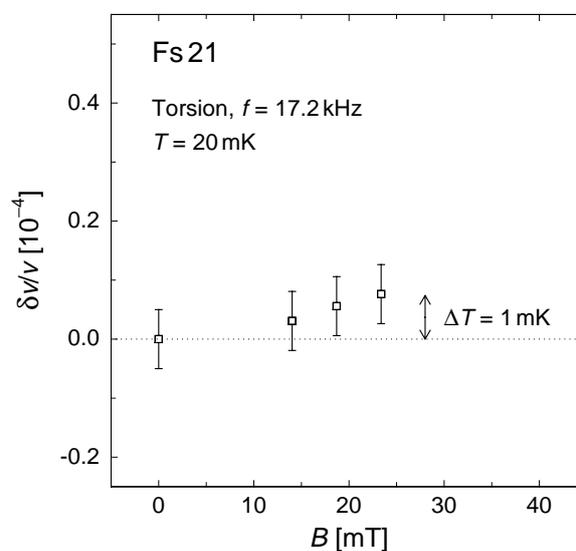
**Abb. 6.3:** Verlauf der relativen Schallgeschwindigkeitsänderung in Abhängigkeit vom äußeren Magnetfeld für zwei Moden des BK 7-Paddles. Die Skala ist im Vergleich zu Abb. 6.2 vergrößert dargestellt. Bei der 8 kHz-Biegemode (rechts) sind die Daten zu jeweils konstanter Temperatur in zwei getrennten Plots dargestellt. Die bei  $T = 40$  mK aufgenommene Messreihe zeigt mit zunehmendem Magnetfeld tendenziell eine leichte Erhöhung der Schallgeschwindigkeit.

nen Werte nehmen mit steigendem Magnetfeld tendenziell zu. In Abb. 6.3 ist hierzu eine Abschätzung angegeben. Der Abweichung der Schallgeschwindigkeit von der im Nullfeld gemessenen entspricht demnach eine Erwärmung um ca. 1 mK. Dies folgt näherungsweise aus dem Temperaturverlauf der vermessenen 1,4 kHz- und 15,4 kHz-Mode. Hierbei ist zu bemerken, dass die Biegemoden des BK 7-Paddles unerwartet hohe Dämpfungen aufwiesen und auch die Regelung auf die Resonanzfrequenzen durch ein schlechteres Signal-Rausch-Verhältnis problembehaftet war. Die Ursache dieses Verhaltens konnte letztlich nicht geklärt werden, jedoch ist nicht auszuschließen, dass die nichtperfekte Geometrie des BK 7-Paddles einen Einfluss hatte. Möglicherweise war der Messung — die bei  $T = 40$  mK über mehrere Stunden dauerte — eine experimentell bedingte Drift überlagert, welche die kontinuierliche Zunahme der Frequenz bewirkte. Aufgrund der systematischen Zunahme der Schallgeschwindigkeit wurde ebenfalls eine lokale Erwärmung der Probe durch Wirbelströme, auf die im nächsten Abschnitt noch ausführlich eingegangen wird, in Erwägung gezogen. Allerdings spricht die Tatsache, dass bei der 15,4 kHz-Mode keine Schallgeschwindigkeitszunahme zu beobachten war, gegen einen solchen Effekt.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Die 15,4 kHz-Torsionsmode erfährt im Gegensatz zur 1,4 kHz-Torsionsmode aufgrund der Änderung des magnetischen Flusses, der das Paddle durchsetzt, eine zusätzliche Wirbelstromdämpfung (vgl. hierzu Abschnitt 6.3).



**Abb. 6.4:** Abhängigkeit der Schallgeschwindigkeitsänderung vom äußeren Magnetfeld von AF 45 bei einer Resonanzfrequenz von 10,1 kHz. Der vertikale Abstand der zu einer Temperatur gehörenden Messreihe entspricht dem beobachteten Temperatureffekt.



**Abb. 6.5:** Abhängigkeit der Schallgeschwindigkeitsänderung vom äußeren Magnetfeld von Fs 21 bei einer Resonanzfrequenz von 17,2 kHz. Bei diesem Glas deutet sich eine Tendenz zu höheren Schallgeschwindigkeitswerten an. Die Temperaturdifferenz gibt den aus Abb. 5.5 vergleichbaren Temperatureffekt an.

Beim AF 45-Paddle wurde ebenfalls eine Untersuchung der Magnetfeldabhängigkeit der Messgrößen durchgeführt. Es soll an dieser Stelle noch einmal darauf hingewiesen werden, dass die untersuchte Resonanzfrequenz des Paddles aufgrund der in Abschnitt 4.5 beschriebenen Modenaufspaltung nicht eindeutig einer in Abb. 3.3 gezeigten Schwingungsform zugeordnet werden konnte. Jedoch zeigte die untersuchte Mode eine für Gläser charakteristische logarithmische Temperaturabhängigkeit der Änderung der Schallgeschwindigkeit, wie in Abb. 4.7 für den Temperaturbereich unterhalb von 100 mK zu sehen ist. In Abb. 6.4 ist die relative Schallgeschwindigkeitsänderung in Abhängigkeit vom Magnetfeld aufgetragen. Die Messungen wurden für zwei verschiedene Temperaturen durchgeführt, wobei das Magnetfeld bis ca. 150 mT variiert wurde. Die Darstellung der Daten entspricht der bei BK 7 beschriebenen Auftragung. Auch bei AF 45 kann im Rahmen der Messgenauigkeit keine signifikante Änderung der Schallgeschwindigkeit festgestellt werden.

Für die in Abb. 6.5 gezeigten Ergebnisse von Fs 21 sind nur Daten bis 30 mT verfügbar. Die Untersuchungen an diesem Glas standen am Anfang der durchgeführten Experimente. Hierbei war der in Abschnitt 4.4 beschriebene Aufbau zur Erzeugung des Magnetfelds noch nicht verwirklicht, so dass die durch die Spule fließenden Ströme der Anordnung auf ca. 100 mA begrenzt waren. Die 17,2 kHz-Mode zeigt im vermessenen Bereich eine Tendenz

zu einer höheren Schallgeschwindigkeit. Allerdings liegen nur zwei Messpunkte außerhalb des Fehlerbereichs, so dass die aufgenommenen Daten nur einen Trend erkennen lassen. Würde man den beobachteten Effekt einer Temperaturerhöhung zuschreiben, so folgt aus Abb. 5.5 eine Abschätzung von ca.  $\Delta T = 1$  mK.

### 6.3 Magnetfeldabhängigkeit der inneren Reibung

In der inneren Reibung erwartet man systembedingt einen zusätzlichen Beitrag zur Dämpfung durch das äußere Magnetfeld. Wie in Abschnitt 4.4 beschrieben, liegt das durch die Spule erzeugte Magnetfeld in Richtung der Symmetrieachse des Paddles. Das Paddle seinerseits ist mit einem etwa  $1 \mu\text{m}$  dicken Silberfilm bedeckt. Ändert sich aufgrund der Auslenkung des Paddles der magnetische Fluss, der die Paddlefläche durchsetzt, so werden in der Metallschicht Wirbelströme induziert. Diese sind nach der Lenzschen Regel so gerichtet, dass sie dem äußeren Feld entgegenwirken. Die hierdurch verursachte Lorentzkraft hemmt die Bewegung des Oszillators und liefert somit einen Zusatzbeitrag zur Dämpfung.

Um den Effekt auf die Dämpfung qualitativ abzuschätzen, betrachtet man zunächst die Definitionsgleichung der Güte des Oszillators

$$Q = \frac{2\pi W}{\delta W} . \quad (6.3)$$

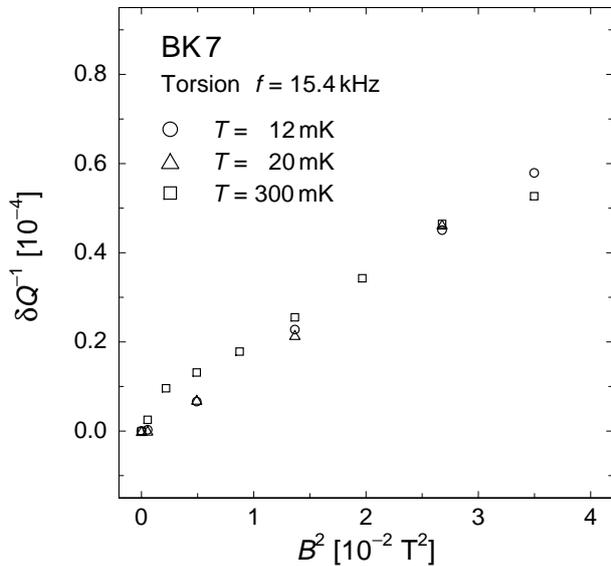
Hierbei bezeichnet  $W$  die Schwingungsenergie des Paddles und  $\delta W$  den Energieverlust pro Schwingungsperiode. Die charakteristische Abhängigkeit für den zusätzlichen Energieverlust pro Schwingungsperiode aufgrund von Wirbelströmen erhält man durch Integration der während einer Schwingungsperiode  $\mathcal{T}$  auftretenden Verlustleistung

$$\delta W_{\text{ws}} = \int_0^{\mathcal{T}} \frac{U_{\text{ind}}^2}{R} dt = \frac{B^2}{R} \int_0^{\mathcal{T}} \dot{A}^2 dt . \quad (6.4)$$

Hierbei bezeichnet  $U_{\text{ind}}$  die über dem endlichen Widerstand  $R$  des Silberfilms abfallende induzierte Ringspannung. Außerdem wurde vom Induktionsgesetz  $U_{\text{ind}} = -\dot{\phi} = -B \cdot \dot{A}$  unter der Annahme eines konstanten Magnetfelds Gebrauch gemacht, d. h.  $\dot{A}$  steht für die zeitliche Änderung der vom magnetischen Fluss effektiv durchsetzten Fläche. Der Index (ws) in Gl. 6.4 kennzeichnet den Energieverlust aufgrund von Wirbelströmen. Aus Gl. 6.3 und Gl. 6.4 folgt, dass die Änderung der inneren Reibung  $\delta Q^{-1}$ , d. h. die Differenz zwischen der Dämpfung mit angelegtem Magnetfeld und der Dämpfung im Nullfeld, proportional zum Quadrat des magnetischen Feldes anwachsen sollte

$$\delta Q^{-1} \propto \delta W_{\text{ws}} \propto B^2 . \quad (6.5)$$

In Abb. 6.6 ist die Zunahme der inneren Reibung für die 15,4 kHz-Torsionsmode von BK 7 zu sehen. Aufgetragen ist die Änderung der inneren Reibung  $\delta Q^{-1}$  gegen das Quadrat

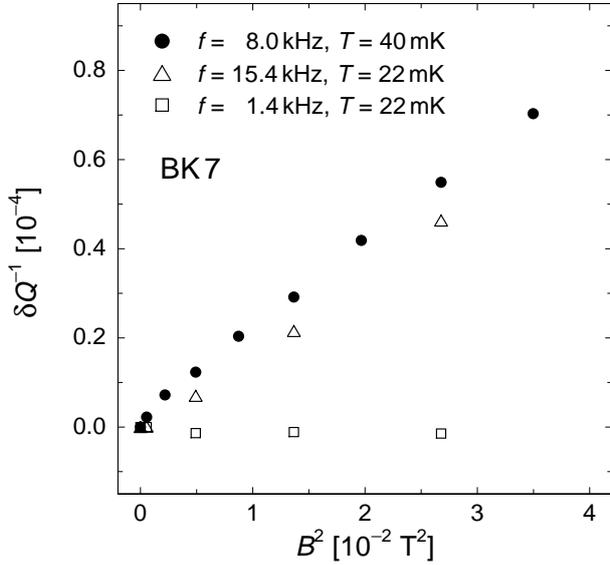


**Abb. 6.6:** Änderung der Dämpfung der 15,4 kHz-Mode von BK 7 als Funktion des äußeren Magnetfelds. Die Punkte zeigen die Änderung für drei verschiedene Temperaturen. Die Auftragung ist so gewählt, dass die quadratische Abhängigkeit vom Magnetfeld deutlich wird.

der äußeren magnetischen Feldstärke  $B$ . Die eingezeichneten Datenpunkte resultieren aus Werten der inneren Reibung, die zu Messreihen konstanter Temperatur gehören. Auf die Darstellung von Fehlerbalken wurde aus Gründen der Übersichtlichkeit verzichtet. Aus der Abbildung ist ersichtlich, dass die beobachtete Änderung der Dämpfung im Rahmen der Streuung der Messpunkte temperaturunabhängig ist. Des Weiteren vermittelt die gewählte Auftragung, dass sich die innere Reibung, wie nach der Abschätzung Gl. 6.5 erwartet, mit dem Quadrat der magnetischen Feldstärke ändert. Die Vermutung liegt somit nahe, dass es sich bei dem beobachteten Effekt um reine Wirbelstromdämpfung handelt.

Zur Verifikation der Vermutung ist in Abb. 6.7 die Änderung der inneren Reibung gegen das Quadrat der magnetischen Feldstärke für drei verschiedene Moden aufgetragen. Aus der Darstellung erkennt man, dass sich die Änderung der Dämpfung in Abhängigkeit von der betrachteten Mode unterschiedlich verhält. Der Verlauf der Messpunkte wird plausibel, wenn man die Auslenkungen der einzelnen Moden betrachtet (vgl. hierzu Abb. 3.3). Die Verzerrung der symmetrischen Torsionsmode bei der Resonanzfrequenz von 1,4 kHz findet hauptsächlich im Bein des Paddles statt. Die effektiv vom magnetischen Fluss durchsetzte Fläche  $A$  ändert sich bei der senkrecht zum Magnetfeld stattfindenden Bewegung nicht. Somit werden bei der symmetrischen Torsionsmode keine Wirbelströme induziert. Eine mögliche intrinsische Abhängigkeit der inneren Reibung vom Magnetfeld sollte sich in der gewählten experimentellen Anordnung zumindest bei dieser Mode, bei der kein zusätzlicher Dämpfungsbeitrag vorhanden ist, bemerkbar machen. Aus den Messdaten geht allerdings hervor, dass im Rahmen der Messgenauigkeit auch bei der 1,4 kHz-Mode keine Abhängigkeit der inneren Reibung vom äußeren Magnetfeld besteht.

Bei der 8,0 kHz-Biegemode sowie der 15,4 kHz-Torsionsmode tritt Wirbelstromdämpf-



**Abb. 6.7:** Änderung der Dämpfung des Paddles in Abhängigkeit vom äußeren Magnetfeld für unterschiedliche Moden. Bei der symmetrischen Torsionsmode ist kein Effekt ersichtlich.

fung auf, da sich die effektive Fläche der Moden im Magnetfeld zeitlich ändert. Quantitativ ergibt sich, dass die 8,0 kHz-Mode einer stärkeren Dämpfung unterliegt als die höherfrequente Mode. Offensichtlich ist bei der Biegemode die zeitliche Änderung der vom Magnetfeld durchsetzten Fläche etwas größer als bei der höherfrequenten Torsionsmode.

Die Daten der inneren Reibung für AF45 und Fs21 zeigen ebenfalls eine ähnlich große zusätzliche Wirbelstromdämpfung. An dieser Stelle soll deswegen nicht weiter auf sie eingegangen werden.

## 6.4 Zusammenfassende Betrachtung

Die dargestellten Ergebnisse zeigen, dass die Schallgeschwindigkeit der untersuchten Gläser im Rahmen der Messgenauigkeit weitgehend unabhängig vom äußeren Magnetfeld ist. Der untersuchte Bereich der magnetischen Feldstärke erstreckte sich hierbei bis maximal 200 mT. Nur bei zwei Messungen zeigte sich eine Tendenz der Schallgeschwindigkeit zu höheren Werten. Bei der 8,0 kHz-Biegemode von BK7 ist die beobachtete Frequenzdrift des Paddles möglicherweise experimenteller Natur. Bei der 17,2 kHz-Torsionsmode von Fs21 scheint schon bei Magnetfeldern unterhalb von 30 mT eine leichte Zunahme der Schallgeschwindigkeit aufzutreten. Nach den Beobachtungen in den dielektrischen Messungen und der theoretischen Erklärung im Modell von Kettmann *et al.* würde man jedoch für die relative Schallgeschwindigkeitsänderung einen gegenläufigen Effekt erwarten. In den dielektrischen Experimenten ist unterhalb von 77 mK und bei einer Messfrequenz von 1 kHz nur der resonante Anteil der dielektrischen Konstanten relevant [Str00]. Nach der theoretischen Deutung im verallgemeinerten Tunnelmodell weist dieser Anteil zwar einen oszillatorischen Charakter auf, jedoch sollte der resonante Beitrag und damit die

dielektrische Konstante für Magnetfelder bis ca. 100 mT zunächst zunehmen — in Übereinstimmung mit den dielektrischen Messungen. Aus der Tunnelmodellodynamik ergibt sich für die resonanten Beiträge zu  $\delta\epsilon/\epsilon$  und  $\delta v/v$  ein entgegengesetztes Vorzeichen (vgl. Abschnitt 2.2). Da diese Dynamik vom verallgemeinerten Modell übernommen wird, würde man mit dem Ansatz einer verallgemeinerten Suszeptibilität eine Abnahme der Schallgeschwindigkeit im untersuchten Bereich erwarten — im Widerspruch zur Tendenz der akustischen Messungen.

Auch in der inneren Reibung lässt sich über die Wirbelstromdämpfung hinaus keine signifikante Abhängigkeit der Messgröße vom äußeren Magnetfeld feststellen. Zumindest bei der symmetrischen Torsionsmode, bei der ein möglicher Effekt in der gewählten experimentellen Anordnung nicht durch Wirbelstromdämpfung überlagert sein sollte, ist im Rahmen der Messgenauigkeit kein signifikanter Effekt erkennbar.

Abschließend soll noch eine mögliche Verbesserung des experimentellen Aufbaus diskutiert werden, der bei Messungen der elastischen Eigenschaften in größeren Magnetfeldern von Bedeutung sein könnte. Zur Minimierung der Wirbelstromdämpfung könnte das Paddle durch eine geeignet strukturierte Maske bedampft werden. Dies sollte die Verluste aufgrund von Wirbelströmen minimieren. Neben der symmetrischen Torsionsmode, die in der gewählten experimentellen Anordnung keine zusätzliche Dämpfung erfährt, könnten damit auch andere Paddlemoden bei stark reduzierter Wirbelstromdämpfung untersucht werden. Zu beachten ist hierbei, dass die Strukturierung des aufzudampfenden Metallfilms in einer Weise erfolgen muss, bei der eine ausreichende Thermalisierung der Probe gewährleistet bleibt.

## 7 Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wurden niederfrequente akustische Messungen an den Multi-komponentengläsern BK 7, Fs 21 und AF 45 durchgeführt. Die bei den Untersuchungen verwendeten Double Paddle-Oszillatoren zeichnen sich gegenüber der konventionellen Vibrating Reed-Technik durch eine reduzierte Untergrunddämpfung aus, so dass sich der Oszillator insbesondere zur Messung der bei tiefen Temperaturen auftretenden kleinen intrinsischen Probendämpfungen eignet. Außerdem stehen beim Paddle mehrere Moden zur Verfügung, welche frequenzabhängige Untersuchungen an der gleichen Probe ermöglichen. Bei Fs 21 wurde die Temperaturabhängigkeit der relativen Schallgeschwindigkeitsänderung und der inneren Reibung für insgesamt fünf Moden im Temperaturbereich unterhalb von 1 K untersucht. Bei BK 7 beschränkte sich die Anzahl der Moden auf zwei, wobei die höherfrequente bis 100 K vermessen wurde. Des Weiteren wurden die elastischen Eigenschaften auf eine Magnetfeldabhängigkeit bei tiefen Temperaturen überprüft. Die magnetische Feldstärke wurde bei BK 7 für drei Moden und bei AF 45 für eine Mode bis ca. 190 mT variiert, bei Fs 21 beschränkte sich der untersuchte Bereich auf ca. 30 mT.

Der Temperaturverlauf der elastischen Eigenschaften von Fs 21 und BK 7 bestätigt die schon in früheren Experimenten an anderen Gläsern gefundenen Abweichungen von der Vorhersage des Tunnelmodells. Der Anstieg der inneren Reibung von tiefen Temperaturen hängt selbst nach Abzug eines als konstant angenommenen Untergrunds schwächer von der Temperatur ab, als nach dem Tunnelmodell erwartet. Auch die erstmals an Quarzglas beobachtete Frequenzabhängigkeit des Dämpfungsanstiegs kann bei beiden Gläsern zumindest qualitativ bestätigt werden.

Bemerkenswert ist, dass im Temperaturbereich des „Dämpfungsplateaus“ sowohl Fs 21 als auch BK 7 ein leichtes Abfallen der inneren Reibung zeigen. Auch wenn keine vollständig geeignete Verteilungsfunktion zur Beschreibung aller Daten gefunden werden konnte, so muss doch festgehalten werden, dass die beobachtete Temperaturabhängigkeit eine vom Standardtunnelmodell verschiedene Verteilungsfunktion bedingt: Schon bei kleinen Potentialbarrieren  $V$  bzw. Tunnelparametern  $\lambda$  fällt die Verteilungsfunktion deutlich ab.

Bei beiden Gläsern weist die relative Änderung der Schallgeschwindigkeit ein vom Tunnelmodell abweichendes Steigungsverhältnis von näherungsweise 1:(-1) auf. Diese Beobachtung steht in guter Übereinstimmung mit dielektrischen Experimenten an BK 7 [Ens89] und akustischen Messungen an Quarzglas [Cla00]. Zusätzlich wurde bei BK 7 eine deutliche Frequenzabhängigkeit des Anstiegs der Schallgeschwindigkeit bei tiefen Temperaturen beobachtet, die auch schon in Quarzglas registriert wurde [Cla94, Cla00]. Bei der 15,4 kHz-Mode von BK 7 wurde in den elastischen Experimenten unterhalb von 15 mK eine Abflachung der Steigung und somit eine leichte Abweichung vom logarithmischen Verhal-

ten gemessen. Diese experimentelle Erkenntnis deutet möglicherweise auf einen Übergang vom kohärenten zum inkohärenten Tunneln hin, wie er in [Ens97] vorhergesagt wird.

Eine quantitative Erklärung der beobachteten Effekte steht noch aus. Als wahrscheinlich gilt jedoch, dass die im Tunnelmodell nicht berücksichtigte Wechselwirkung zwischen den Tunnelsystemen von entscheidender Bedeutung für deren Dynamik bei tiefen Temperaturen ist. Es erscheint aufgrund der experimentellen Ergebnisse unverzichtbar, dass eine zukünftige Theorie die Kopplung der Tunnelsysteme als fundamentalen Aspekt berücksichtigt.

Die Untersuchung der elastischen Eigenschaften bezüglich einer Magnetfeldabhängigkeit ergab, dass die Schallgeschwindigkeit der Gläser BK 7 und AF 45 im Rahmen der Messgenauigkeit bis zu Feldern von ca. 190 mT keine signifikante Abhängigkeit vom äußeren Magnetfeld aufweist. Die an Fs21 bis 30 mT durchgeführten Messungen zeigen eine Tendenz zu einer geringfügigen Vergrößerung der Schallgeschwindigkeit. Aufgrund des nur eingeschränkt zur Verfügung stehenden Magnetfeldbereichs konnte nicht völlig geklärt werden, ob es sich hierbei um eine systematische Erhöhung oder möglicherweise um einen nicht verstandenen experimentellen Artefakt handelt. Allerdings entsprechen diese Ergebnisse nicht den Erwartungen eines von Kettemann *et al.* [Ket99] verallgemeinerten Tunnelmodells. Demnach wäre — mit dem Ansatz einer verallgemeinerten Suszeptibilität — zunächst eine Abnahme der Schallgeschwindigkeit bei Anlegen eines Magnetfelds zu erwarten gewesen. Auch in der inneren Reibung ergibt sich lediglich eine Änderung der Dämpfung aufgrund der im Metallfilm der Probe erzeugten Wirbelströme.

Zusammenfassend bleibt festzuhalten, dass es sich bei den magnetfeldabhängigen Beobachtungen offensichtlich nicht um einen universellen Effekt, der sich sowohl in dielektrischen als auch in elastischen Größen widerspiegelt, handelt. Trotz einiger Versuche ist es im Rahmen der Diplomarbeit nicht gelungen das Multikomponentenglas BaO-Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-SiO<sub>2</sub> akustisch insbesondere auf eine Magnetfeldabhängigkeit zu untersuchen. Allerdings könnte im Hinblick auf zukünftige Experimente eine Modifikation der Probenfixierung, z. B. durch Ankleben des Oszillators, eine Verbesserung bewirken.

## Anhang

	BK 7	AF 45	Fs 21
Thermischer Ausdehnungskoeffizient [ $K^{-1}$ ] mit Gültigkeitsbereich	7,1 <small>(<math>-30^{\circ}C - 70^{\circ}C</math>)</small>	4,5 <small>(<math>20^{\circ}C - 300^{\circ}C</math>)</small>	10,6 <small>(<math>20^{\circ}C - 400^{\circ}C</math>)</small>
Elastizitätsmodul [ $10^{10} Nm^{-2}$ ]	8,2	6,6	7,8
Poissonzahl	0,206	0,235	-
Dichte [ $g cm^{-3}$ ]	2,51	2,72	2,38

Die Angaben für BK 7 und AF 45 stammen aus [Scho96, Scho00], für Fs 21 aus [Har00].  
Für das Multikomponentenglas  $BaO-Al_2O_3-SiO_2$  waren keine Daten verfügbar.



## Literaturverzeichnis

- [And72] P. W. Anderson, B. I. Halperin, C. M. Varma, *Philos. Mag.* **25** (1972) 1
- [Arn75] W. Arnold, S. Hunklinger, *Solid State Commun.* **17** (1975) 883
- [Arn78] W. Arnold, C. Martinon, S. Hunklinger, *J. Phys. Lett. (Paris)* **39** (1978) C6-961
- [Ber75] B. S. Berry, W. C. Pritchett, *IBM J. Res. Develop.* **19** (1975) 334
- [Bla77] J. L. Black, B. I. Halperin, *Phys. Rev. B* **16** (1977) 2879
- [Buri98] A. L. Burin, D. Natelson, D. D. Osheroff, Yu. Kagan, in [Esq98], 223
- [Burk99] T. Burkert, Diplomarbeit, Universität Heidelberg (1999)
- [Cla91] J. Classen, Diplomarbeit, Universität Heidelberg (1991)
- [Cla94] J. Classen, C. Enss, C. Bechinger, G. Weiss, S. Hunklinger, *Ann. Phys.* **3** (1994) 315
- [Cla00] J. Classen, T. Burkert, C. Enss, S. Hunklinger, *Phys. Rev. Lett.* **84** (2000) 2176
- [Cou53] R. Courant, D. Hilbert, *Methods of Mathematical Physics*, Interscience Publ., New York (1953)
- [Dem95] W. Demtröder, *Experimentalphysik 2 – Elektrizität und Optik*, Springer Verlag, Heidelberg (1995)
- [Dou80] P. Doussineau, C. Frenois, R. G. Leisure, A. Levelut, J. Y. Prieur, *J. Phys. (Paris)* **41** (1980) 1193
- [Ens89] C. Enss, C. Bechinger, M. v. Schickfus, *Phonons 89*, Ed.: S. Hunklinger, W. Ludwig, G. Weiss, World Scientific, Singapur (1989) 474
- [Ens97] C. Enss, S. Hunklinger, *Phys. Rev. Lett.* **79** (1997) 2831
- [Ens00] C. Enss, S. Hunklinger, *Tieftemperaturphysik*, Springer Verlag, Heidelberg (2000)
- [Esq92] P. Esquinazi, R. König, F. Pobell, *Z. Phys. B* **87** (1992) 305
- [Esq98] P. Esquinazi, *Tunneling Systems in Amorphous and Crystalline Solids*, Springer Verlag, Heidelberg (1998)

- [FKs96] S. Hunklinger, *Festkörperphysik*, Skript zur Vorlesung (1996/97)
- [Fle00] A. Fleischmann, Universität Heidelberg, persönliche Mitteilung
- [Gal89] J. M. Galperin, V. G. Karpov, V. I. Kozub, *Adv. Phys.* **38** (1989) 669
- [Gra79] J. E. Graebner, B. Golding, *Phys. Rev. B* **19** (1979) 964
- [Har00] A. Harnisch, Technische Universität Ilmenau, persönliche Mitteilung
- [Hei00] M. Heitz, Universität Heidelberg, persönliche Mitteilung
- [Hes96] J. Hessinger, R.O. Pohl, B.E. White, Jr., *Planet Space Science* **44** (1996) 937
- [Hun74] S. Hunklinger, *Proc. Ultrasonic Symp. (IEEE)* (1974) 443
- [Hun76] S. Hunklinger, W. Arnold, in *Physical Acoustics* **12**, Ed.: R. N. Thurston, W. P. Mason, Academic Press, New York (1976) 155
- [Hun77] S. Hunklinger, *Adv. Solid State Physics XVII*, Ed.: J. Treusch, Vieweg, Braunschweig (1977) 1
- [Jac72] J. Jäckle, *Z. Phys.* **257** (1972) 212
- [Kar83] V. G. Karpov, M. I. Klinger, *Sov. Phys. JETP* **57** (1983) 439
- [Ket99] S. Kettemann, P. Fulde, P. Strehlow, *Phys. Rev. Lett.* **83** (1999) 4325
- [Kin62] L. E. Kinsler, A. R. Frey, *Fundamentals of Acoustics*, John Wiley & Sons, New York (1962)
- [Kle87] R. N. Kleiman, G. Agnolet, D. J. Bishop, *Phys. Rev. B* **36** (1987) 6551
- [Lid95] D. R. Lide, *Handbook of chemistry and physics 1995/96*, CRC Press (1995)
- [Miu90] K. Miura, T. Miura, *Philos. Mag. A* **62** (1990) 511
- [Nau83] M. J. Naughton, S. Dickinson, R. C. Samarasinghe, J. S. Brooks, K. P. Martin, *Rev. Sci. Instrum.* **54** (1983) 1529
- [Par94] D. A. Parshin, *Phys. Rev. B* **49** (1994) 9400
- [Phi72] W. A. Phillips, *J. Low Temp. Phys.* **7** (1972) 351
- [Phi84] W. A. Phillips, *Amorphous Solids - Low Temperature Properties, Topics in Current Physics* **24**, Springer Verlag, Heidelberg (1984)

- [Pob92] F. Pobell, *Matter and Methods at Low Temperatures*, Springer Verlag, Heidelberg (1992)
- [Rab86] T. Rabenau, Dissertation, Universität Heidelberg (1986)
- [Rau95] S. Rau, C. Enss, S. Hunklinger, P. Neu, A. Würger, Phys. Rev. B **52** (1995) 7179
- [Rog97] S. Rogge, D. Natelson, B. Tigner, D. D. Osheroff, Phys. Rev. B **55** (1997) 11256
- [Scho96] Schott Glaswerke, Mainz, Katalog *Optisches Glas* (1996)
- [Scho00] Schott Glaswerke, Mainz, persönliche Mitteilung
- [Schr87] T. Schreiner, Diplomarbeit, Universität Heidelberg (1987)
- [Sku54] E. Skudrzyk, *Die Grundlagen der Akustik*, Springer Verlag, Berlin (1954)
- [Ste73] R. B. Stephens, Phys. Rev. B **8** (1973) 2896
- [Ste76] R. B. Stephens, Phys. Rev. B **13** (1976) 852
- [Str00] P. Strehlow, M. Wohlfahrt, A. G. M. Jansen, R. Haueisen, G. Weiss, C. Enss, S. Hunklinger, Phys. Rev. Lett. **84** (2000) 1938
- [Tie92] D. Tielbürger, R. Merz, R. Ehrenfels, S. Hunklinger, Phys. Rev. B **45** (1992) 2750
- [Wei95] R. Weis, Dissertation, Universität Heidelberg (1995)
- [Whi95a] B. E. White, Jr., R. O. Pohl, in *Thin films: Stresses and Mechanical Properties V*, Ed.: S. P. Baker *et al.*, MRS Symposium Proceedings (Materials Research Society) **356** (1995) 567
- [Whi95b] B. E. White, Jr., R. O. Pohl, Phys. Rev. Lett. **75** (1995) 4437
- [Whi96] B. E. White, Jr., Dissertation, Cornell University (1996)
- [Wue94] A. Würger, Z. Phys. B **94** (1994) 173, **98** (1995) 561
- [Wue97] A. Würger, *Springer Tracts in Modern Physics* **135**, Springer Verlag, Heidelberg (1997)
- [Zel71] R. C. Zeller, R. O. Pohl, Phys. Rev. B **4** (1971) 2029



## Danksagung

An dieser Stelle soll all jenen gedankt werden, die zum Gelingen dieser Arbeit wesentlich beigetragen haben.

Herrn Priv.-Doz. Dr. C. Enss möchte ich für die Möglichkeit danken, die vorliegende Arbeit in seiner Gruppe durchzuführen sowie für seine Unterstützung während dieser Zeit.

Herrn Prof. Dr. S. Hunklinger bin ich für die Aufnahme am Institut, das rege Interesse an den Experimenten sowie die Zweitbegutachtung der Arbeit zu Dank verpflichtet.

Über die Messtechnik und die Tieftemperaturphysik von Gläsern habe ich viel von Herrn Dr. Johannes Claßen gelernt. Für seine Bereitschaft sich auch in ungelegenen Momenten mit den kleinen und großen Problemen des Experimentierens zu beschäftigen, bin ich sehr dankbar. Außerdem sei ihm gedankt für seine Unterstützung während der Messungen sowie die kritische Durchsicht des Manuskripts.

Diese Anerkennung gilt auch Herrn Andreas Fleischmann, der die sorgfältige Korrektur des größten Teils der Rohfassung der Arbeit übernahm. Aufgrund seiner Kompetenz in physikalischen Fragestellungen aller Art war er in vielen Fällen der erste Ansprechpartner im Labor.

Für ein aufreibendes Jahr, ein hohes Maß an Hilfsbereitschaft und eine allzeit angenehme Atmosphäre möchte ich mich bei der gesamten restlichen Arbeitsgruppe bedanken.

- In den Kellerlabors: Maximilian Brandt, Markus Heitz (für die FE-Rechnungen und die Durchsicht eines Teils der Arbeit), Steffen Hohmann, Dr. Stefan Ludwig, Jürgen Meier (für die erste Bekanntschaft mit der Tieftemperaturphysik), Dr. Jan Schönefeld (für die ersten Schritte bei der Handhabung des Kryostaten sowie der Durchführung verschiedener Umbauten), Dr. Robert Weis (für aufmunternde Worte sowie die Hilfe in allen computertechnischen Fragen) und Gero Wittich (für die schlechten Witze zwischendurch).
- Im 1. Stock: Dr. Gernot Kasper (für das Besputtern der Reeds), Jan Honolka, Dr. Dirk Thomsen.
- Im 2. Stock: Dr. Manfred von Schickfus, Philipp von Bülow, Dr. Jochen Freudenberg, Claus Müller, Jens Wagner (für die Vermittlung der XPS-Analyse)

Des Weiteren gilt mein Dank einigen Mitgliedern des technischen Personals inner- und außerhalb des Instituts: Herrn R. Gradt für die sorgfältige Bearbeitung der Helium-Bestellungen, Herrn P. Frauenfeld für die tatkräftige Unterstützung bei elektronischen Problemen, Herrn D. Hertel für die Reparatur einiger Pumpen, den Herren R. Stadler und W. Kretzschmar aus der Glasbläserei des physikalischen Instituts, sowie Herrn T. Wolf für die Herstellung bzw. Bearbeitung eines Teils der Glasproben. Auch die mechanische Werkstatt erfüllte ihre Aufträge gewissenhaft und trug mit einigen präzise angefertigten Bauteilen zum Gelingen der Diplomarbeit bei.

Den Herren Priv.-Doz. Dr. Peter Strehlow (PTB Berlin) und Dr. Alf Harnisch (TU Ilmenau) möchte ich für die Übersendung der BaO-Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-SiO<sub>2</sub>-Probe bzw. für die Herstellung der Fs21-Paddles danken.

Ein ganz herzliches Dankeschön gilt Carolin, die mich trotz zahlreicher Entbehrungen während der Zeit der Diplomarbeit mit viel Verständnis und lieber Zuneigung unterstützt hat.

An letzter Stelle — aber doch nicht zuletzt — möchte ich mich bei meinen Eltern bedanken, die mich durch ihre Unterstützung und Anteilnahme durch das Physikstudium begleitet haben.