Universität Heidelberg Mai 2019

Nichtgleichgewichtsdynamik von Tunnelsystemen im Bor-Kronglas N-BK7 bei 1GHz und tiefen Temperaturen

Diana Körner



Fakultät für Physik und Astronomie Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg

BACHELORARBEIT

im Studiengang Physik

vorgelegt von

Diana Körner

geboren in Wiesbaden

Mai 2019

Nichtgleichgewichtsdynamik von Tunnelsystemen im Bor-Kronglas N-BK7 bei 1 GHz und tiefen Temperaturen

Diese Bachelorarbeit wurde ausgeführt von Diana Körner am Kirchhoff-Institut für Physik unter der Betreuung von **Prof. Dr. C. Enss**

In dieser Arbeit wurde ein mikrostrukturierter Brückenresonator mit einer Resonanzfrequenz von 1 GHz entwickelt, um damit dielektrische Messungen zur Untersuchung der Nichtgleichgewichtsdynamik atomarer Tunnelsysteme am Bor-Kronglas N-BK7 durchzuführen. Die Geometrie des Aufbaus erlaubt es, die dielektrische Permittivität zu messen und parallel dazu die Energieaufspaltung der Tunnelsysteme mithilfe eines zusätzlichen unabhängigen elektrischen Vorspannungsfelds zu modifizieren. Messungen mit dem neuen Aufbau zur Leistungs- und Temperaturabhängigkeit der dielektrischen Eigenschaften von N-BK7 zwischen $-115\,\mathrm{dBm}$ und $-50 \,\mathrm{dBm}$ und zwischen 11 mK und 8K zeigen das erwartete Verhalten und bestätigen die Eignung des Resonators für weiterführende Messungen. Das Anlegen der Vorspannung zur Modifizierung der Energieaufspaltung der Tunnelsysteme erfolgte auf zwei verschiedene Arten, periodisch gepulst und kontinuierlich. In letzterem Modus zeigte sich ein Aufheizen des Aufbaus, weshalb die eigentlichen Messungen im gepulsten Modus durchgeführt wurden. Dabei wurde ein Anstieg des dielektrischen Verlusts mit zunehmender Anderungsrate der Vorspannung beobachtet, sowie eine Konvergenz des Verlusts gegen den aus der Leistungsabhängigkeitsmessung bestimmten Maximalwert bei kleiner Anregungsleistung. Diese Abhängigkeit von der Anderungsrate der Vorspannung konnte erfolgreich mit einer auf Landau-Zener Übergängen basierenden Theorie beschrieben werden.

Non-Equilibrium Dynamics of Two-Level Systems in the Boron-Crown Glass N-BK7 at 1 GHz and Low Temperatures

In this thesis, we developed a new microstructured bridge-resonator operating at 1 GHz in order to perform dielectric measurements on the boron-crown glass N-BK7. This allows us to investigate the non-equilibrium dynamics of two-level systems. Due to the geometry of the setup, the dielectric permittivity can be recorded while simultaneously modifying the energy splitting of the two-level systems with an independent electric bias field. Temperature and power dependent measurements of the dielectric properties of N-BK7 in the parameter range from -115 dBm to 50 dBm and 11 mK to 8 K with the new setup show the expected behavior and confirm the resonator being suitable for further measurements. Two methods to applying the bias field were tested, continuous biasing and pulsed biasing. Since continious biasing led to heating effects within the sample, pulsed biasing was used in the actual experiments. Here we observe an increase of the dielectric loss towards high bias rates which converges towards a maximum value corresponding to the low power loss determined in the power dependence measurement. This bias dependence can be understood in the framework of Landau-Zener transitions.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Theoretischer Hintergrund	3
2	.1 Permittivität	3
	2.1.1 Relaxation	4
2	.2 Tieftemperatureigenschaften amorpher Festkörper	5
2	.3 Standardtunnelmodell	7
	2.3.1 Zwei-Niveau-Systeme	8
	2.3.2 Wechselwirkung mit elektrischen Feldern	10
	2.3.3 Verteilung der Parameter und Integration	14
2	.4 Verlust unter Änderung eines zusätzlichen elektrischen Felds	17
3	Experimentelle Methoden	21
3	.1 Erzeugung und Messung tiefer Temperaturen	21
3	.2 Hochfrequenz-Signalweg	21
3	.3 Messprinzip	22
3	.4 Probe	25
3	.5 Resonator	25
3	.6 Messverfahren zur Änderungsratenabhängigkeit	28
	3.6.1 Methode 1: Kontinuierliche Änderung	28
	3.6.2 Methode 2: Gepulste Änderung	29

4 Experimentelle Ergebnisse	31
4.1 Charakterisierung des Resonators	31
4.2 Leistungsabhängigkeit	32
4.3 Temperaturabhängigkeit	35
4.4 Änderungsratenabhängigkeit	36
4.4.1 Methode 1: Kontinuierliche Änderung	36
4.4.2 Methode 2: Gepulste Änderung	38
5 Zusammenfassung und Ausblick	43
A Anhang	45
A.1 Relaxationsgleichung	45
A.2 Fitergebnisse Leistungsabhängigkeit	45
A.3 Tales of Beppo	46
Literaturverzeichnis	47
Depleasement	

1. Einleitung

Amorphe Festkörper, deren bekannteste Vertreter Gläser sind, bilden eine große und noch nicht vollständig verstandene Klasse der Festkörper. Sie haben eine Nah- aber keine Fernordnung [Ell84], d.h. ihre Bindungslängen und -winkel sind im Gegensatz zu denen in Kristallen statistisch verteilt. Durch diese Unordnung sind Atome oder Atomgruppen vorhanden, die mehrere energetisch ähnliche Gleichgewichtslagen besitzen, die durch eine geringe Barriere voneinander getrennt sind. Bei tiefen Temperaturen treten diese Systeme als sogenannte Tunnelsysteme hervor.

Als zusätzliche niederenergetische Anregungsmöglichkeiten sind Tunnelsysteme der Grund für eine höhere Wärmekapazität von Gläsern bei tiefen Temperaturen im Vergleich zu ihren kristallinen Pendants [Zel71]. Gleichzeitig sind Tunnelsysteme zusätzliche mögliche Streuzentren und führen damit zu einer deutlich reduzierten Wärmeleitfähigkeit [Zel71]. Die Ultraschallabsorption amorpher Festkörper zeigt in der Regel ein Sättigungsverhalten [Hun72], das durch eine Verringerung der Besetzungszahldifferenz zwischen Grund- und angeregtem Zustand der Tunnelsysteme zu verstehen ist [Hun76]. Diese Zusammenhänge wurden 1972 von Anderson *et al.* und Philipps erfolgreich theoretisch im sogenannten Standardtunnelmodell beschrieben [And72, Phi72].

Obwohl diese Eigenschaften im Rahmen des Modells sehr gut wiedergegeben werden können, sind manche grundlegenden Fragen, wie z.B. die genaue mikroskopische Natur der Tunnelsysteme weiterhin weitgehend offen. Zuletzt rückten Tunnelsysteme in ihrer Funktion als unerwünschter Limitierungsfaktor von Kohärenzzeiten in supraleitenden Qubits in den Fokus [Mar05, Sim04]. Versuche, diese Einflüsse besser zu verstehen und zu kontrollieren, brachten neue Experimente hervor. Beispielsweise bezüglich der Kontrolle der Besetzungszahl der Tunnelsysteme mittels Dünnfilmbrückenresonatoren [Kha14] bis hin zur gezielten Inversion der Besetzungszahl der Tunnelsysteme, die sie dazu bringt, durch stimulierte Emission kohärenter Photonen und Phononen in den Grundzustand überzugehen, ähnlich wie bei einem Laser [Ros16]. Für beides ist das Verständnis der Nichtgleichgewichtsdynamik von Tunnelsystemen wichtig, bei der ihre Energieaufspaltung manipuliert wird.

Die vorliegende Arbeit soll zur Beantwortung dieser Fragestellung beitragen, indem die dielektrische Antwort von Tunnelsystemen gemessen und gleichzeitig ihre Energieaufspaltung durch ein unabhängiges äußeres elektrisches Gleichfeld modifiziert wird. Hierfür wurde ein supraleitender, mikrostrukturierter Resonator in einer Wheatstone-Brückenschaltung mit einer Resonanzfrequenz von etwa 1 GHz entwickelt, mit dem Glas N-BK7 als Substrat. Die zu dieser Anregungsfrequenz gehörenden resonanten Tunnelsysteme befinden sich bei 14 mK thermisch in guter Näherung alle im Grundzustand. Der dielektrische Verlust ist in diesem Temperaturbereich ein Indikator für die Besetzungszahldifferenz der Tunnelsysteme, die bei hohen Temperaturen und großen Intensitäten des anregenden Felds reduziert wird und dementsprechend ein Sättigungsverhalten zeigt. Die Wheatstone-Brückenschaltung ermöglicht das gleichzeitige Anlegen einer Vorspannung, parallel zur Messung der dielektrischen Antwort. Das dadurch entstehende elektrische Feld modifiziert die Asymmetrieenergie der Tunnelsysteme und bringt sie somit aus dem Gleichgewicht.

Die Arbeit ist in fünf Teile gegliedert. In Kapitel 2 soll der theoretische Hintergrund beleuchtet werden. Dazu wird die dielektrische Permittivität als Proportionalitätsgröße zwischen dielektrischer Flussdichte und elektrischem Feld eingeführt. Nach den Tieftemperatureigenschaften amorpher Festkörper wird das Standardtunnelmodell vorgestellt. Insbesondere, wie sich aus den gemachten Grundannahmen ein Grund- und ein Anregungszustand für die Tunnelsysteme ergibt und wie sie in dieser Beschreibung mit elektrischen Feldern wechselwirken. Danach wird ein theoretisches Modell zur Beschreibung der Nichtgleichgewichtsdynamik von Tunnelsystemen vorgestellt. Kapitel 3 behandelt die experimentellen Methoden. Es wird erläutert, wie die Permittivität aus den Resonanzkurven des Resonators bestimmt werden kann, wie die Probe, das Bor-Kronglas N-BK7 und der neue Resonator aufgebaut sind und wie die zwei verschiedenen Messmethoden, die kontinuierliche und die gepulste Anderungen der Vorspannung, funktionieren. Danach werden in Kapitel 4 die experimentellen Ergebnisse vorgestellt. Zur Charakterisierung des Resonators wurde die Leistungs- und die Temperaturabhängigkeit der dielektrischen Eigenschaften der Probe gemessen und dann die Abhängigkeit von der Anderungsrate der Vorspannung untersucht. Kapitel 5 schließt mit einer Zusammenfassung und einem Ausblick auf all das, was mit dem entwickelten Aufbau in weiterführenden Messungen noch untersucht werden kann.

2. Theoretischer Hintergrund

Dieses Kapitel soll die Grundlagen liefern, die zum Verständnis dieser Arbeit nötig sind. Dazu wird in Kapitel 2.1 zuerst die untersuchte Messgröße eingeführt, die dielektrische Permittivität. Kapitel 2.2 behandelt die grundlegenden Eigenschaften von Gläsern bei tiefen Temperaturen, die zu einem Modell geführt haben, das diese Eigenschaften in vielen Aspekten beschreiben kann, dem Standardtunnelmodell. Das Modell wird in Kapitel 2.3 behandelt, um schließlich in Kapitel 2.4 auf die Nichtgleichgewichtsdynamik in Gläsern unter gleichzeitiger schneller Änderung eines unabhängigen elektrischen Felds zu kommen.

2.1 Permittivität

Dielektrische Gläser haben als Dielektrika die Fähigkeit, Energie aus einem angelegten elektrischen Feld F zu speichern. Befinden sie sich in Kondensatoren, führt die Verschiebung der Ladungsträger, wie die Ausrichtung permanenter Dipole, die Verschiebung der relativen Lage von Ionen zueinander oder das Verschieben der Elektronenwolke relativ zum Atomkern, zur Ausbildung einer makroskopischen Polarisation P [Hun07]. Es gilt

$$\boldsymbol{P} = \varepsilon_0 \, \chi \, \boldsymbol{F} \tag{2.1}$$

mit der elektrischen Feldkonstante ε_0 und der dielektrischen Suszeptibilität χ^1 . Die Wirkung des elektrischen Felds auf dielektrische Medien ist dann gegeben durch die elektrische Flussdichte

$$\boldsymbol{D} = \varepsilon_0 \, \boldsymbol{F} + \boldsymbol{P} = \varepsilon_0 \, \varepsilon \, \boldsymbol{F} \tag{2.2}$$

mit der dielektrischen Permittivität $\varepsilon = 1 + \chi$. Sie charakterisiert das Verhalten der Wechselwirkung des Festkörpers mit dem elektrischen Feld und lässt auf Eigenschaften der Substanz, wie z.B. Brechungsindex und Extinktionskoeffizient schließen.

Wird statt eines stationären elektrischen Felds ein Wechselfeld angelegt, folgt die Polarisation dem äußeren Feld zeitlich phasenverschoben. Die Permittivität wird komplexwertig

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon'(\omega) + i \varepsilon''(\omega) \tag{2.3}$$

und ist von der Frequenz ω des Wechselfelds abhängig. Der Realteil der Permittivität beschreibt dabei den energiespeichernden Anteil, bei dem das äußere Feld und das

¹Die dielektrischen Suszeptibilität ist generell ein Tensor, wird bei isotropen Medien, wie den hier betrachteten Gläsern aber zu einem Skalar.

Polarisationsfeld in Phase sind, der Imaginärteil beschreibt den Verlustanteil. Der Winkel δ in der komplexen Ebene zwischen ihnen wird Verlustwinkel genannt und der Verlustfaktor, kurz: der Verlust

$$\tan(\delta) = \frac{\varepsilon''}{\varepsilon'} \tag{2.4}$$

ist neben der relativen Änderung des Realteils die zweite betrachtete Messgröße. Er charakterisiert die Energie, die in Wärme dissipiert.

2.1.1 Relaxation

Die in Kapitel 2.1 bei der Polarisation erwähnten unterschiedlichen Beiträge zur Permittivität sind frequenzabhängig. Bei den in dieser Arbeit verwendeten Anregungsfrequenzen von etwa 1 GHz wird die Frequenzabhängigkeit der Permittivität durch die Ausrichtung vorhandener Dipole bestimmt, Ionen und Elektronen können im Mikrowellenbereich in guter Näherung instantan folgen [Kit76]. Daher gilt

$$\varepsilon(\omega) = 1 + \chi_{\rm e} + \chi_{\rm i} + \chi_{\rm d}(\omega) \tag{2.5}$$

mit dem elektronischen, ionischen und dipolaren Anteil der Suszeptibilität χ_e , χ_i und χ_d . Kehrt man das äußere elektrische Feld nach ausreichender Zeit um, befinden sich die zuvor ausgerichteten Dipole nicht mehr in ihren Gleichgewichtslagen. Durch Wechselwirkung mit der Umgebung gehen die einzelnen Dipole in ihren neuen energetisch günstigsten Zustand über, bis sich das gesamte System nach ausreichender Zeit wieder im Gleichgewichtszustand befindet. Dieser Vorgang heißt Relaxation und die Zeit, die das System braucht, um in den stationären Zustand zu gelangen, nennt man Relaxationszeit τ .

Auf Gleichung (2.5) aufbauend, lassen sich Real- und Imaginärteil zu

$$\varepsilon'(\omega) = \varepsilon_{\infty} + \frac{\varepsilon_{\rm st} - \varepsilon_{\infty}}{1 + \omega^2 \tau^2}$$
 und (2.6)

$$\varepsilon''(\omega) = \frac{(\varepsilon_{\rm st} - \varepsilon_{\infty})\,\omega\tau}{1 + \omega^2\tau^2} \tag{2.7}$$

berechnen (siehe A.1), mit den Definitionen $\varepsilon_{\infty} = 1 + \chi_{e} + \chi_{i}$ und $\varepsilon_{st} = \varepsilon_{\infty} + \chi_{d}(0)$. Abbildung 2.1 skizziert das Verhalten von (2.6) und (2.7) als Funktion von $\omega\tau$.

Bei kleinen Frequenzen ($\omega \tau \ll 1$) können die Dipole dem Wechselfeld folgen und der energiespeichernde Realteil der Permittivität ist maximal, der Verlustanteil null. Mit Annäherung an $\omega \tau = 1$ beginnt der Realteil abzufallen, während der Verlust ein Maximum erreicht. Ist $\omega \tau \gg 1$, können die Dipole nicht mehr folgen und sind quasistatisch. Vom Realteil bleibt dann nur der ionische und elektronische Anteil



Abbildung 2.1: Realteil ε' und Imaginärteil ε'' der Permittivität bei relaxativen Prozessen als Funktion von $\omega\tau$.

übrig, während der Verlust wieder auf null abfällt.

2.2 Tieftemperatureigenschaften amorpher Festkörper

Die atomare Anordnung realer Festkörper befindet sich zwischen den Extremen strenger Periodizität auf der einen und völliger Unordnung auf der anderen Seite. Ersteres trifft dabei eher auf Kristalle zu, letzteres eher auf amorphe Festkörper. Gläser bilden einen großen Teil der Klasse der amorphen Festkörper und werden hier synonymisch zu ihnen verwendet.

Amorphe Festkörper haben eine Nah- aber keine Fernordnung, d.h. ihre Bindungslängen und -winkel sind im Gegensatz zu denen in Kristallen statistisch verteilt. Abbildung 2.2 zeigt exemplarisch die kristalline und amorphe Version eines Festkörpers der selben chemischen Zusammensetzung.

Bei tiefen Temperaturen zeigen amorphe Festkörper im Regelfall ein von kristallinen Festkörpern abweichendes Verhalten. Während z.B. die Wärmekapazität kristalliner Dielektrika proportional zu T^3 ansteigt, was mithilfe des Debye-Modells verstanden wird [Deb12], zeigt die Wärmekapazität für viele Gläser eine nahezu lineare Temperaturabhängigkeit. Zudem liegt der Absolutwert der Wärmekapazität von Gläsern bei tiefen Temperaturen höher als der von Kristallen gleicher Zusammensetzung. Erstmals wurden diese Abweichungen 1971 von Zeller und Pohl gemessen [Zel71]. Weiterhin wurde in Gläsern ein von Kristallen abweichendes Verhalten in der Ultraschallabsorption gefunden. Sie nimmt für Gläser generell mit zunehmender Intensität ab, während sie für Kristalle konstant bleibt [Hun72].

Diese Unterschiede werden im Standardtunnelmodell (STM) durch das Vorhandensein von Atomen oder Atomgruppen erklärt, die in erster Näherung zwei Gleichgewichtslagen besitzen (rote bzw. grüne Kreise in Abbildung 2.2b), zwischen denen sie



Abbildung 2.2: Schematische Darstellung der kristallinen und amorphen Version einer zweidimensionalen A_2B_3 -Struktur mit schwarzen Atomen A und weißen Atomen B. Die roten bzw. grünen Kreise deuten an, dass es im Glas für die Atome zwei mögliche Gleichgewichtslagen gibt. Nach [Zac32, Hun74].

bei tiefen Temperaturen noch tunneln können. Man nennt diese Systeme Tunnelsysteme (TS). Als zusätzliche niederenergetische Anregungsmöglichkeiten im Festkörper sind sie der Grund für die höhere Wärmekapazität. Die Sättigung der Ultraschallabsorption ist dadurch zu verstehen, dass Tunnelsysteme in erster Näherung einen Grundzustand und einen angeregtem Zustand besitzen, welche in Kapitel 2.3.1 hergeleitet werden. Da das Prinzip der Sättigung von Zwei-Niveau-Systemen eine zentrale Rolle in dieser Arbeit einnimmt, soll es kurz genauer behandelt werden.

Aus der Thermodynamik ist die Besetzungszahldifferenz ΔN für N Zwei-Niveau-Systeme mit Energieaufspaltung E im thermischen Gleichgewicht bekannt. Es gilt

$$\Delta N = N \tanh\left(\frac{E}{2k_{\rm B}T}\right) \quad , \tag{2.8}$$

wobei der hintere Term die Anregungswahrscheinlichkeit für ein einzelnes Tunnelsystem angibt. Allerdings können auch Größen wie die Ultraschallintensität die Besetzungszahldifferenz verändern. Bei ausreichend tiefer Temperatur $k_{\rm B}T \ll E$ sind thermisch alle Tunnelsysteme im Grundzustand, können aber durch resonante Absorption von Phononen angeregt werden. Mit steigender Intensität, also steigender Anzahl an Phononen, gehen immer mehr TS vom Grund- in den angeregten Zustand über. Die Ultraschallabsorption, die zur Besetzungszahldifferenz proportional ist, verringert sich dadurch, bis beide Zustände etwa gleich besetzt sind und sich Absorption und stimulierte Emission aufheben. Man spricht von einer Sättigung der Tunnelsysteme durch das anregende Feld. Für den Verlust gilt dann die Gleichung

$$\tan(\delta) = \tan(\delta)_0 \frac{\tanh\left(\frac{E}{2k_{\rm B}T}\right)}{\sqrt{1 + \left(\frac{J}{J_c}\right)^2}}$$
(2.9)

mit der Intensität J und der kritischen Intensität J_c [Hun76]. Gleichung 2.9 ist in Abbildung 2.3 für verschiedene Temperaturen zu sehen und lässt sich analog auch auf elektrische Felder übertragen. Anstelle von Phononen führen dort die Photonen des elektrischen Felds zu einer Sättigung der Tunnelsysteme [vS77].



Abbildung 2.3: Verlauf des Verlusts in Abhängigkeit der Intensität J eines elektrischen oder eines Verzerrungsfelds. Eine Verringerung der Besetzungszahldifferenz kann sowohl durch die Temperatur als auch durch die Intensität geschehen.

2.3 Standardtunnelmodell

Das 1972 unabhängig von Anderson *et al.* und Phillips entwickelte Standardtunnelmodell basiert auf der Annahme, dass die vorhandene Unordnung in amorphen Festkörpern für viele atomare Bausteine zwei Gleichgewichtslagen zulässt [And72, Phi72]. Mit dieser Annahme lassen sich die in Kapitel 2.2 beschriebenen von Kristallen abweichenden Tieftemperatureigenschaften von Gläsern sehr gut beschreiben. Wie in Kapitel 2.3.1 gezeigt wird, führt diese Annahme außerdem dazu, dass sich ein Grund- und ein Anregungszustand ausbilden, Tunnelsysteme also Zwei-Niveau-Systeme sind. Übergänge zwischen diesen Niveaus sind das Thema von Kapitel 2.3.2. Sie werden durch Störungen, wie etwa ein elektrisches Feld, möglich und geschehen über resonante und relaxative Prozesse. Mithilfe der Theorie kann dann in Kapitel 2.3.3 eine Vorhersage für den Temperaturverlauf der Permittivität von Gläsern bei tiefen Temperaturen getroffen werden.

2.3.1 Zwei-Niveau-Systeme

Das Potential eines Tunnelsystems lässt sich durch Überlagerung zweier harmonischer Potentiale mit Abstand d und Asymmetrieenergie Δ zu einem Doppelmuldenpotential beschreiben, wie es in Abbildung 2.4 zu sehen ist. Der Abstand d im Konfigurationsraum kann dabei beispielsweise durch Translation, Rotation oder eine Kombination aus beidem überwunden werden.



Abbildung 2.4: Darstellung eines Doppelmuldenpotentials als Überlagerung zweier harmonischer Potentiale mit Grundzustandsenergie $\frac{\hbar\Omega}{2}$, Abstand *d* und Asymmetrieenergie Δ . Es ergibt sich die Potentialbarriere *V*, durch die das Teilchen der Masse *m* bei tiefen Temperaturen noch tunneln kann. Es gilt $V \gg \Delta, \frac{\hbar\Omega}{2}$. Nach [Phi81, Fre16].

Bei Temperaturen unterhalb der Aktivierungsenergie kann das Atom oder die Atomgruppe der Masse m noch durch die Potentialbarriere V tunneln. Die Gesamtwellenfunktion des Systems lässt sich analog zur LCAO²-Methode der Molekülphysik durch eine lineare Kombination der beiden normierten Einzelwellenfunktionen $\psi_{\rm a}$ und $\psi_{\rm b}$ erzeugen. Aufgrund der tiefen Temperatur wird nur der Grundzustand der harmonischen Potentiale mit der Energie $\frac{\hbar\Omega}{2}$ beachtet. Es gilt

$$\Psi_{\rm ges} = a \cdot \psi_{\rm a} + b \cdot \psi_{\rm b} \tag{2.10}$$

mit Koeffizienten a und b. Den Erwartungswert E' der Energie des Systems erhält man durch Umstellen der Schrödingergleichung

$$H\Psi_{\rm ges} = E'\Psi_{\rm ges} \tag{2.11}$$

zu

$$E' = \frac{\langle \Psi_{\text{ges}} | H | \Psi_{\text{ges}} \rangle}{\langle \Psi_{\text{ges}} | \Psi_{\text{ges}} \rangle} = \frac{a^2 E_{\text{aa}} + b^2 E_{\text{bb}} + 2abE_{\text{ab}}}{a^2 + b^2 + 2abS}$$
(2.12)

mit den Abkürzungen $E_{aa} = \langle \psi_{a} | H | \psi_{a} \rangle$, $E_{bb} = \langle \psi_{b} | H | \psi_{b} \rangle$, $E_{ab} = \langle \psi_{a} | H | \psi_{b} \rangle$ und $S = \langle \psi_{a} | \psi_{b} \rangle$.

²Linear Combination of Atomic Orbitals.

Die tatsächliche Wellenfunktion ist diejenige mit der minimalen Energie $\left(\frac{\partial E'}{\partial a} = \frac{\partial E'}{\partial b} = 0\right)$, was zu den Gleichungen

$$\frac{a}{b} = \frac{E_{ab} - E'S}{E_{aa} - E'} \qquad \text{und} \qquad \frac{a}{b} = \frac{E_{bb} - E'}{E_{ab} - E'S} \tag{2.13}$$

führt. Nimmt man an, dass das Überlappintegral S verschwindend gering ist und legt den Energienullpunkt zwischen die Minima der Einzelpotentiale, d.h. $E_{aa} = \frac{\hbar\Omega + \Delta}{2}$ und $E_{bb} = \frac{\hbar\Omega - \Delta}{2}$, erhält man durch Gleichsetzen

$$E'_{\pm} = \frac{1}{2} \left(\hbar \Omega \pm \sqrt{\Delta^2 + \Delta_0^2} \right) \tag{2.14}$$

mit der Tunnelenergie $\Delta_0 = -2E_{ab}$. Sie ist proportional zur Frequenz Ω , mit der das Teilchen gegen den Potentialwall anläuft und exponentiell gedämpft durch Abstand, Barrierenhöhe und Masse³. Es gilt

$$\Delta_0 \approx \hbar \Omega \, \exp\left(-\frac{d}{2\hbar}\sqrt{2mV}\right) \, .$$
 (2.15)

Es ergeben sich bei tiefen Temperaturen also zwei Energieniveaus mit der Energieaufspaltung

$$E = E'_{+} - E'_{-} = \sqrt{\Delta^2 + \Delta_0^2} \quad , \tag{2.16}$$

die zur symmetrischen (Ψ_+) bzw. antisymmetrischen Additionswellenfunktion (Ψ_-) der beiden Einzelwellenfunktionen gehören. Dies sind Grundzustand und angeregter Zustand eines Tunnelsystems, die in Abbildung 2.5 in voilett und gelb zu sehen sind.



Abbildung 2.5: Darstellung der Wellenfunktion des Grundzustands Ψ_+ und des angeregten Zustands Ψ_- eines Tunnelsystems mit Asymmetrieenergie Δ und Energieaufspaltung *E*. Nach [Klo08, Fre16].

³Dies kann mithilfe der WKB-Näherung, benannt nach Gregor Wentzel, Hendrik Anthony Kramers und Léon Brillouin berechnet werden [Nol15].

2.3.2 Wechselwirkung mit elektrischen Feldern

Weil zwischen den Zuständen der Einzelpotentiale durch Tunnelprozesse gewechselt werden kann, sind die durch die Übergangsenergie E_{ab} gegebenen Nebendiagonalelemente des Hamiltonoperators H_0 des ungestörten Systems in der Basis $B = \{\psi_a, \psi_b\}$ ungleich Null. Es gilt

$$H_0 = \frac{\hbar\Omega}{2} + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \Delta & -\Delta_0 \\ -\Delta_0 & -\Delta \end{pmatrix} \quad . \tag{2.17}$$

Wie in Gleichung (2.11) gefordert, sind die Lösungen der Linearkombinationen aus $\psi_{\rm a}$ und $\psi_{\rm b}$ dagegen Eigenvektoren des Hamiltonoperators, womit er in der Basis $\mathcal{B} = \{\Psi_+, \Psi_-\}$ mit

$$\mathcal{H}_0 = \frac{\hbar\Omega}{2} + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} E & 0\\ 0 & -E \end{pmatrix}$$
(2.18)

Diagonalgestalt annimmt. Nach Vernachlässigung der konstanten Nullpunktsenergie $\frac{\hbar\Omega}{2}$ berechnet sich die Transformationsmatrix T zu

$$T = \frac{1}{E} \begin{pmatrix} \Delta & \Delta_0 \\ -\Delta_0 & \Delta \end{pmatrix} \quad . \tag{2.19}$$

Ein ungestörtes System in einem Energieeigenzustand wird theoretisch dort verharren, solange keine Störung auftritt [Dir30]. Eine Störung kann z.B.ein mechanisches Verzerrungsfeld sein, oder, wie in dieser Arbeit, ein äußeres elektrisches Feld.

Tunnelsysteme können aufgrund lokaler Ladungsverteilungen ein Dipolmoment p besitzen. Dadurch wird mit einem elektrischen Feld F im Winkel θ zum Dipolmoment vor allem die Lage der Potentialmulden zueinander verändert, was eine Asymmetrieenergieänderung zur Folge hat. Es gilt

$$\delta \Delta \approx 2 \ \boldsymbol{p} \ \boldsymbol{F} = 2 \ p_0 \ F \quad \text{mit} \quad p_0 = p \cos(\theta)$$
 (2.20)

der Projektion des Dipols auf das elektrische Feld. Die Änderung des Potentialwalls und -abstands, die zu einer Änderung der Übergangsenergie $\delta \Delta_0$ führen würde, ist vernachlässigbar [Ens05]. Der Störoperator hat dann die Form

$$H_{\rm s} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \delta \Delta & \delta \Delta_0 \\ \delta \Delta_0 & -\delta \Delta \end{pmatrix} \approx \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \delta \Delta & 0 \\ 0 & -\delta \Delta \end{pmatrix}$$
(2.21)

und wird unter der Annahme kleiner elektrischer Felder $(p_0 F \ll k_B T)$ und damit einer kleinen Änderungen der Eigenwerte mit der Störungstheorie 1. Ordnung zum ungestörten Hamiltonoperator hinzu addiert. Es gilt

$$H = H_0 + H_S$$
 . (2.22)

Transformiert man (2.21) mithilfe von (2.19) in die Basis \mathcal{B} , erhält man

$$\mathcal{H}_{\rm S} = \frac{1}{E} \begin{pmatrix} \Delta & \Delta_0 \\ \Delta_0 & -\Delta \end{pmatrix} p_0 F \tag{2.23}$$

und damit eine Gesamtänderung der Energieaufspaltung um

$$\delta E = 2 p_{\text{eff}} F$$
 mit $p_{\text{eff}} = \frac{\Delta}{E} p_0$ (2.24)

dem effektiven Dipolmoment.

Tunnelsysteme können also Energie aus einem äußeren elektrischen Feld aufnehmen, indem sie vom Grundzustand in den angeregten Zustand wechseln (die Nebendiagonalelemente in (2.23) sind ungleich Null) und dadurch ihr Dipolmoment ausrichten (vergleiche Abbildung 2.5).

Relaxationsprozesse

In Kapitel 2.1.1 wurde ein allgemeines Konzept der Relaxation eingeführt. Die exakte Beschreibung der Tunnelsysteme erfolgt durch Bestimmung der Parameter $\chi_d(0)$ und τ .

Wie im vorangegangenen Kapitel gezeigt, hat ein äußeres elektrisches Feld eine Änderung der Energieaufspaltung δE zur Folge, wodurch sich wiederum die Besetzungswahrscheinlichkeit aus Gleichung (2.8) ändert. Relaxationsprozesse können als Anpassung der Besetzungszahlen angesehen werden. Die Änderung der Polarisation durch die Relaxation eines einzelnen Tunnelsystems ist gegeben durch

$$\delta P = \delta(\Delta N) \ p_{\text{eff}} \tag{2.25}$$

[Ens05]. Mit Gleichung (2.1) sowie (2.25), (2.8) und (2.24) finden wir unter Anwendung der Kettenregel

$$\chi_{\rm d}(0) = \frac{1}{\varepsilon_0} \frac{\partial P}{\partial F} = \frac{1}{\varepsilon_0} \frac{\partial (\delta P)}{\partial (\Delta N)} \frac{\partial (\Delta N)}{\partial E} \frac{\partial E}{\partial F} = \frac{p_0^2}{\varepsilon_0 k_{\rm B} T} \left(\frac{\Delta}{E}\right)^2 \, {\rm sech}^2 \left(\frac{E}{2k_{\rm B} T}\right) \quad . \quad (2.26)$$

Damit folgt aus den Gleichungen (2.6) und (2.7) für die Änderung der Permittivität

$$\delta \varepsilon_{\rm rel}' = \frac{p_0^2}{\varepsilon_0 k_{\rm B} T} \left(\frac{\Delta}{E}\right)^2 \operatorname{sech}^2 \left(\frac{E}{2k_{\rm B} T}\right) \cdot \frac{1}{1 + \omega^2 \tau^2} \quad \text{und} \quad (2.27)$$

$$\delta \varepsilon_{\rm rel}^{\prime\prime} = \frac{p_0^2}{\varepsilon_0 k_{\rm B} T} \left(\frac{\Delta}{E}\right)^2 \, {\rm sech}^2 \left(\frac{E}{2k_{\rm B} T}\right) \cdot \frac{\omega \tau}{1 + \omega^2 \tau^2} \, . \tag{2.28}$$

Als zweites wird die longitudinale Relaxationszeit τ betrachtet, die charakteristische Zeit, die ein TS braucht, um vom angeregten Zustand in den Grundzustand zu fallen.

Sie ist abhängig vom jeweiligen Relaxationsprozess.

Bei *hohen Temperaturen* kann genug Energie von Phononen übertragen werden, um die Potentialbarriere klassisch zu überwinden. Dadurch kann sich das Dipolmoment des Systems ändern. Mit sinkenden Temperaturen sterben die Phononen immer weiter aus. Nun kann die Barriere nicht mehr überquert, sondern nur noch durchtunnelt werden und die Beschreibung aus Kapitel 2.3.1 greift.

Bei *mittleren Temperaturen* dominieren sogenannte Raman-Prozesse, Zwei- oder Mehr-Phononen-Prozesse, die den Übergang zwischen den Zuständen über reale oder virtuelle Zwischenniveaus ermöglichen. So kann z.B. die Gleichung $\hbar\omega_1 = \hbar\omega_2 \pm E$ für zwei Phononen 1 und 2 erfüllt sein.

Bei *tiefen Temperaturen* von $T \leq 1$ K erfolgt der Übergang zwischen den Niveaus durch Absorption oder Emission eines einzelnen Phonons der Energie $\hbar \omega = E$.

Mit der Bose-Einstein-Verteilung und der Zustandsdichte von Phononen im Rahmen des Debye-Modells lassen sich mithilfe Fermis Goldener Regel die jeweiligen Relaxationsraten berechnen. Für Ein-Phononen-Prozesse gilt nach [Jä72]

$$\tau_{1\mathrm{P}}^{-1} = \left(\frac{\Delta_0}{E}\right)^2 \frac{E^3}{2\pi\rho\hbar^4} \left(\frac{\gamma_1^2}{v_1^5} + \frac{\gamma_t^2}{v_t^5}\right) \coth\left(\frac{E}{2k_{\mathrm{B}}T}\right)$$
(2.29)

mit der Massendichte ρ , den Kopplungsstärken γ_i zwischen TS und Phonon und den Schallgeschwindigkeiten v_i . Hier steht $i = \{l, t\}$ für longitudinal bzw. transversal. Für Zwei-Phononen-Prozesse gilt nach [Dou80]

$$\tau_{2\mathrm{P}}^{-1} = R \left(\frac{\Delta_0}{E}\right)^2 T^7 f\left(\frac{E}{2k_{\mathrm{B}}T}\right)$$
(2.30)

mit der Konstanten R und der Funktion f. Die gesamte longitudinale Relaxationsrate

$$\tau^{-1} \approx \tau_{1P}^{-1} + \tau_{2P}^{-1} \tag{2.31}$$

ergibt sich im STM unter Vernachlässigung von Mehr-Phononen-Prozessen höherer Ordnung.

Resonante Prozesse

Neben den relaxativen Prozessen, die dadurch zustande kommen, dass das System durch das elektrische Feld aus dem Gleichgewicht gebracht wird, können auch resonante Prozesse die Permittivität beeinflussen. Hierbei wechselwirkt das elektrische Feld direkt mit den Tunnelsystemen. Es kommt entweder zur resonanten Absorption, bei der Tunnelsysteme im Grundzustand durch Absorption von Photonen der Energie $\hbar\omega = E$ in den angeregten Zustand gelangen, oder zur stimulierten Emission. Bei dieser bringen eintreffende Photonen der gleichen Energie Tunnelsysteme im ange-

regten Zustand dazu, sich unter Emission eines weiteren, zum ursprünglichen Photon kohärenten Photons abzuregen. Für die durch die resonanten Prozesse verursachte Änderung der Permittivität gilt nach [Car94]

$$\delta \varepsilon_{\rm res}' = \frac{p_0^2}{\varepsilon_0 \hbar} \left(\frac{\Delta_0}{E}\right)^2 \tanh\left(\frac{E}{2k_{\rm B}T}\right) \cdot b'(\omega) \quad \text{und}$$
(2.32)

$$\delta \varepsilon_{\rm res}^{\prime\prime} = \frac{p_0^2}{\varepsilon_0 \hbar} \left(\frac{\Delta_0}{E}\right)^2 \tanh\left(\frac{E}{2k_{\rm B}T}\right) \cdot b^{\prime\prime}(\omega) \tag{2.33}$$

mit den jeweiligen das Resonanzverhalten beschreibenden Funktionen

$$b'(\omega) = \left[\frac{\omega_{\rm R} - \omega}{1 + (\omega - \omega_{\rm R})^2 \tau_2^2} + \frac{\omega + \omega_{\rm R}}{1 + (\omega + \omega_{\rm R})^2 \tau_2^2}\right] \tau_2^2 \quad \text{und} \tag{2.34}$$

$$b''(\omega) = \left[\frac{1}{1 + (\omega - \omega_{\rm R})^2 \tau_2^2} - \frac{1}{1 + (\omega + \omega_{\rm R})^2 \tau_2^2}\right] \tau_2 \tag{2.35}$$

mit der Resonanzfrequenz $\omega_{\rm R} = \frac{E}{\hbar}$ und der transversalen Relaxationszeit τ_2 . Letztere entspricht der Zeit, in der verschiedene Überlagerungszustände des Grundzustands Ψ_+ und des angeregten Zustands Ψ_- ihre Kohärenz verlieren und lässt sich in Polarisationsechomessungen experimentell bestimmen [Fic12]. Abbildung 2.6 zeigt das Frequenzverhalten der Änderung des Real- und Imaginärteils der Permittivität über resonante Prozesse. Während der Imaginärteil nur bei Frequenzen in der Nähe der Resonanzfrequenz von null verschieden ist, liefern zum Realteil auch andere Frequenzen einen signifikanten Beitrag.



Abbildung 2.6: Frequenzabhängigkeit des Realteils $b'(\omega)$ und des Imaginärteils $b''(\omega)$ der Permittivität bei resonanten Prozessen als Funktion von $\frac{\omega}{\omega_{\rm R}}$. Während der Imaginärteil nur bei Frequenzen in der Nähe der Resonanzfrequenz von null verschieden ist, liefern zum Realteil auch andere Frequenzen einen signifikanten Beitrag.

2.3.3 Verteilung der Parameter und Integration

Um von einzelnen Tunnelsystemen auf den gesamten Festkörper schließen zu können, muss die Parameterverteilung bekannt sein. Aus der Zufälligkeitsnatur von Gläsern folgt eine makroskopische Isotropie. Daher geht das STM davon aus, dass die Asymmetrieenergie der beiden Einzelpotentiale Δ und der Exponent $\lambda = \frac{d}{2\hbar}\sqrt{2mV}$ aus Gleichung (2.15) gleichförmig verteilt und unabhängig voneinander sind. Daraus folgt die Verteilungsfunktion

$$P(\Delta, \lambda) \,\mathrm{d}\Delta \,\mathrm{d}\lambda = P_0 \,\mathrm{d}\Delta \,\mathrm{d}\lambda \tag{2.36}$$

mit einer Konstanten P_0 , die experimentell bestimmt werden kann. Mithilfe von Gleichung (2.16) und (2.15) lässt sich die Verteilungsfunktion als Funktion von E und Δ_0 darstellen. Es gilt

$$P(E, \Delta_0) dE d\Delta_0 = P(\Delta, \lambda) \left| \frac{\partial \Delta}{\partial E} \right| \left| \frac{\partial \lambda}{\partial \Delta_0} \right| dE d\Delta_0$$

= $P_0 \frac{E}{\sqrt{E^2 - \Delta_0^2}} \frac{1}{\Delta_0} dE d\Delta_0$. (2.37)



Abbildung 2.7: Verteilung der Tunnelsysteme im Standardtunnelmodell als Funktion der normierten Übergangsenergie $\frac{\Delta_0}{E}$ bei konstanter Energieaufspaltung E.

Wie in Abbildung 2.7 zu sehen, weist die Verteilungsfunktion Singularitäten bei $\Delta_0 = 0$ und $\Delta_0 = E$ auf. Da erstere nicht integrierbar ist, führt man eine minimale Tunnelenergie $\Delta_{0,\min}$ ein, unter der die Verteilungsfunktion verschwinden soll. Physikalisch bedeutet dies, dass der Tunnelprozess zu unwahrscheinlich wird und ein isoliertes Teilchen in einer Einzelmulde nicht mehr als Tunnelsystem betrachtet werden kann. In der Praxis kann z.B. $\Delta_{0,\min} = \frac{k_{\rm B}T_{\rm m}}{1000}$ gewählt werden, mit der minimalen experimentell erreichbaren Temperatur $T_{\rm m}$. Dem Umstand, dass in dielektrischen

Messungen nur Tunnelsysteme mit Dipolmoment sichtbar sind, kann durch Anpassung von P_0 Rechnung getragen werden [Luc16].

Um die Relaxations- und Resonanzbeiträge des gesamten Festkörpers zu berechnen, werden (2.27), (2.28), (2.32) und (2.33) über die Energieaufspaltung E, die Tunnelenergie Δ_0 und den Winkel θ zwischen Dipol und elektrischem Feld integriert. Mithilfe der Identität $\int_0^{\pi} \cos^2(\theta) \sin(\theta) d\theta = \frac{2}{3}$ ergibt sich:

Relaxation:

$$\frac{\delta \varepsilon_{\rm rel}'}{\varepsilon'} = \frac{2}{3} \frac{p^2}{\varepsilon' \varepsilon_0 k_{\rm B} T} \int_{\Delta_{0,\min}}^{E_{\rm max}} \int_{E_{0,\min}}^{E} \frac{E^2 - \Delta_0^2}{E^2} \operatorname{sech}^2 \left(\frac{E}{2k_{\rm B} T}\right) \frac{1}{1 + \omega^2 \tau^2} \qquad (2.38)$$
$$\cdot P(E, \Delta_0) \, \mathrm{d}E \, \mathrm{d}\Delta_0$$

$$\frac{\delta \varepsilon_{\rm rel}^{\prime\prime}}{\varepsilon^{\prime}} = \frac{2}{3} \frac{p^2}{\varepsilon^{\prime} \varepsilon_0 k_{\rm B} T} \int_{\Delta_{0,\min}}^{E_{\rm max}} \int_{\Delta_{0,\min}}^{E} \frac{E^2 - \Delta_0^2}{E^2} \operatorname{sech}^2 \left(\frac{E}{2k_{\rm B} T}\right) \frac{\omega \tau}{1 + \omega^2 \tau^2}$$

$$\cdot P(E, \Delta_0) \, \mathrm{d}E \, \mathrm{d}\Delta_0$$

$$(2.39)$$

Resonanz:

$$\frac{\delta \varepsilon'_{\rm res}}{\varepsilon'} = \frac{2}{3} \frac{p^2}{\varepsilon' \varepsilon_0 \hbar} \int_{\Delta_{0,\min}}^{E_{\rm max}} \int_{\Delta_{0,\min}}^{E} \left(\frac{\Delta_0}{E}\right)^2 \tanh\left(\frac{E}{2k_{\rm B}T}\right) b'(\omega)$$

$$\cdot P(E, \Delta_0) \, \mathrm{d}E \, \mathrm{d}\Delta_0$$
(2.40)

$$\frac{\delta \varepsilon_{\rm res}''}{\varepsilon'} = \frac{2}{3} \frac{p^2}{\varepsilon' \varepsilon_0 \hbar} \int_{\Delta_{0,\min}}^{E_{\rm max}} \int_{0,\min}^{E} \left(\frac{\Delta_0}{E}\right)^2 \tanh\left(\frac{E}{2k_{\rm B}T}\right) b''(\omega)$$

$$\cdot P(E, \Delta_0) \, \mathrm{d}E \, \mathrm{d}\Delta_0$$
(2.41)

Abbildung 2.8 zeigt beispielhaft die numerische Berechnung der Integrale nach [Luc16] für $\omega = 1010$ MHz. Real- und Imaginärteil ergeben sich aus der Summe der resonanten und relaxativen Beiträge.

Bei tiefen Temperaturen $T \lesssim 3 \,\mathrm{K}$ wird die dielektrische Funktion allein durch resonante Prozesse bestimmt. Sowohl Real- als auch Imaginärteil zeigen bei tiefsten Temperaturen $T \lesssim 20 \,\mathrm{mK}$ zunächst ein temperaturunabhängiges Verhalten, die Besetzungszahldifferenz ist maximal. Mit steigender Temperatur sinkt die Besetzungszahldifferenz. Absorption und stimulierte Emission heben sich mehr und mehr auf



Abbildung 2.8: Numerische Berechnung der Integrale (2.38) - (2.41) bei einer Anregungsfrequenz von 1010 MHz.

und der resonante Anteil der Permittivität sinkt. Der Imaginärteil geht allerdings von tiefen Temperaturen kommend früher gegen Null. Es nehmen nur Tunnelsysteme auf der Resonanzfrequenz Einfluss, d.h. die Energie in (2.8) ist fest und durch die Frequenz des anregenden elektrischen Felds definiert. Zum Realteil tragen auch Tunnelsysteme mit größerer Energieaufspaltung, d.h. $\frac{\omega}{\omega_{\rm R}} < 1$ bei. Dadurch ist die Besetzungszahldifferenz der beitragenden Tunnelsysteme auch bei höheren Temperaturen noch endlich und der Realteil des resonanten Beitrags fällt später ab. (Vergleiche Abbildung 2.6.)

Gleichzeitig nimmt die Zahl der Phononen und damit die Zahl der relaxativen Prozesse mit steigender Temperatur zu, die Relaxationszeit τ nimmt ab. Bei $\omega \tau = 1$ beginnen sowohl Real- als auch Imaginärteil anzusteigen. Der Realteil steigt kontinuierlich, da immer mehr Tunnelsysteme genügend schnell relaxieren können und einen Beitrag leisten. Der Imaginärteil bleibt bei höheren Temperaturen und geringeren Relaxationsraten konstant, da es nur bei $\omega \tau \approx 1$ zu Verlusten kommt. Bei höheren Temperaturen ist dies zwar bei immer anderen, nicht aber bei insgesamt mehr Tunnelsystemen der Fall. (Vergleiche Abbildung 2.1.)

2.4 Verlust unter Änderung eines zusätzlichen elektrischen Felds

Bei tiefen Temperaturen sind für den dielektrischen Verlust genau die Tunnelsysteme verantwortlich, deren Energieaufspaltung mit der Frequenz des anregenden Wechselfelds übereinstimmt. Aus Kapitel 2.3.2 ist bekannt, dass die Energieaufspaltung der Tunnelsysteme durch elektrische Felder moduliert werden kann. Es gilt

$$E_{\rm mod}(t) = \sqrt{\Delta_0^2 + (\Delta + \delta \Delta(t))^2}$$
(2.42)

mit der Änderung $\delta\Delta$ der Asymmetrieenergie aus Gleichung (2.20). Legt man zusätzlich zum Hochfrequenzfeld mithilfe einer Vorspannung ein konstantes Gleichfeld $F_{\rm V}$ an, ändern sich die Energieaufspaltungen so, dass andere Tunnelsysteme in Resonanz mit dem elektrischen Feld sind als zuvor. Man "schiebt" demnach Tunnelsysteme aus dem bzw. in das Resonanzband. Da die Verteilung der TS laut STM in Δ flach ist, sollte eine solche statische Verschiebung für die Permittivität keinen Unterschied machen. Es befinden sich genau so viele Tunnelsysteme im Resonanzband wie zuvor und nach ausreichender Zeit wird durch Relaxation die gleiche Besetzungszahl erreicht.

Bei einer dynamischen Verschiebung, z.B. durch eine sich konstant ändernde Vorspannung, kann eine Veränderung der an den Resonator koppelnden Tunnelsysteme allerdings zu einer Änderung der Besetzungszahldifferenz führen. Die Energie zur Frequenz f = 1 GHz etwa entspricht mit $hf = k_{\text{B}}T$ einer Temperatur $T \approx 48 \text{ mK}$. Bei Messungen unterhalb dieser Temperatur befinden sich die Tunnelsysteme im Bereich des Resonanzbands thermisch im Grundzustand, können allerdings, wie in Kapitel 2.2 gesehen, durch das angelegte elektrische Feld gesättigt werden. Wird durch das elektrische Feld die Energieaufspaltung der Tunnelsysteme verschoben, gelangen Tunnelsysteme in Resonanz mit dem elektrischen Feld, die zuvor zu diesem verstimmt waren. Diese ungesättigten TS können vom elektrischen Feld vom Grundin den angeregten Zustand gehoben werden, wodurch der dielektrische Verlust ansteigt. Dies soll im Folgenden, orientiert an [Kha13, Bur13] quantifiziert werden. Für Tunnelsysteme in der Nähe des Resonanzbands lässt sich Gleichung (2.42) um

Fur Tunnelsystème in der Nahe des Resonanzbands lasst sich Gleichung ($\delta \Delta = 0$ entwickeln und ergibt

$$E_{\rm mod}(t) \approx E + \sqrt{1 - \left(\frac{\Delta_0}{E}\right)^2} \,\delta\Delta(t) \,, \qquad (2.43)$$

woraus sich eine Energieaufspaltungsänderung ν definieren lässt. Zusammen mit Gleichung (2.20) ergibt sich

$$\nu = \frac{1}{\hbar} \frac{\mathrm{d}E_{\mathrm{mod}}(t)}{\mathrm{d}t} = \nu_0 \sqrt{1 - \left(\frac{\Delta_0}{E}\right)^2 \cos\theta} \quad \mathrm{mit} \quad \nu_0 = \frac{2 \, p \, \dot{F}_{\mathrm{V}}}{\hbar} \quad . \tag{2.44}$$

Damit lässt sich die Energieaufspaltung umschreiben zu

$$E_{\rm mod}(t) = \hbar\omega + \hbar\nu \cdot (t - t_0) \tag{2.45}$$

mit der ursprünglichen Energieaufspaltung $\hbar\omega$ und dem Zeitpunkt t_0 , zu dem das Tunnelsystem die Energieaufspaltung $\hbar\omega$ besitzt.

Die Rabi-Frequenz $\Omega_{\rm R}$ der Oszillation zwischen Grund- und angeregtem Zustand bei einer Störung durch ein äußeres elektrisches Feld $\mathbf{F}_{\rm ac}(t) = \mathbf{F}_{\rm ac} \cos(\omega t)$ ist durch die Nebendiagonalelemente des Störoperators aus (2.23) gegeben. Es gilt

$$\Omega_{\rm R} = \Omega_{\rm R,0} \cos \theta \, \frac{\Delta_0}{E} \quad \text{mit} \quad \Omega_{\rm R,0} = \frac{p \, F_{\rm ac}}{\hbar} \tag{2.46}$$

der Ensemblerabifrequenz. Die Zeitentwicklung eines Zustands in der Basis \mathcal{B} , d.h. eines Überlagerungszustands aus angeregtem Zustand $\begin{pmatrix} 1\\0 \end{pmatrix}$ und Grundzustand $\begin{pmatrix} 0\\1 \end{pmatrix}$

$$|\psi\rangle = \begin{pmatrix} c_1(t) \\ c_2(t) \end{pmatrix} \tag{2.47}$$

ist durch die Schrödingergleichung gegeben. Mit dem zeitabhängigen Hamiltonoperator

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} E & 0\\ 0 & -E \end{pmatrix} + \frac{1}{E} \begin{pmatrix} \Delta & \Delta_0\\ \Delta_0 & -\Delta \end{pmatrix} p_0 F_{\rm ac} \cos(\omega t) \quad , \tag{2.48}$$

der sich aus den Gleichungen (2.18), (2.22) und (2.23) ergibt, erhält man mit der Näherung $\frac{E}{2} \gg \frac{\Delta}{E} p_0 F_{\rm ac}$

$$i\hbar \dot{c_1}(t) = \frac{E}{2} c_1(t) + \hbar \Omega_{\rm R} \cos(\omega t) c_2(t) \quad \text{und}$$

$$i\hbar \dot{c_2}(t) = -\frac{E}{2} c_2(t) + \hbar \Omega_{\rm R} \cos(\omega t) c_1(t) \quad .$$
(2.49)

Um stationäre Gleichungen zu erhalten, kann man in das rotierende Bezugssystem

$$\begin{pmatrix} a_1(t) \\ a_2(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_1(t) \cdot e^{\frac{i\omega t}{2}} \\ c_2(t) \cdot e^{\frac{-i\omega t}{2}} \end{pmatrix}$$
(2.50)

übergehen. Man erhält⁴

$$\dot{a}_{1}(t) = -\frac{i\nu}{2}(t-t_{0}) a_{1}(t) - \frac{i\Omega_{\rm R}}{2} a_{2}(t) \quad \text{und}
\dot{a}_{2}(t) = \frac{i\nu}{2}(t-t_{0}) a_{2}(t) - \frac{i\Omega_{\rm R}}{2} a_{1}(t) .$$
(2.51)

⁴Es wurde der Ausdruck $\cos(\omega t) = \frac{e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}}{2}$ verwendet und der Term $e^{2i\omega t}$ vernachlässigt, da er auf einer deutlich schnelleren Zeitskala rotiert als die anderen Terme der Gleichung.

Dies sind Gleichungen eines Landau-Zener-Problems [Zen32]. Die Wahrscheinlichkeit P für einen Übergang vom Grundzustand a_1 in den angeregten Zustand a_2 ist damit gegeben durch

$$P = 1 - e^{-\gamma} \text{ mit } \gamma = \frac{\pi \Omega_{\rm R}^2}{2\nu}$$
 (2.52)

Der gesamte Verlust im System, der durch die Variation der Vorspannung entsteht dE_V , berechnet sich durch das Integral der Energie für einen Übergang $\hbar\omega$ über alle relevanten Tunnelsysteme, gewichtet mit der Wahrscheinlichkeit für den Übergang P.

$$dE_{\rm V} = \hbar\omega \int_{V} dV \int_{0}^{1} d\cos\theta \int_{0}^{\hbar\omega} \int_{\hbar\omega-\hbar\nu dt}^{\hbar\omega+\hbar\nu dt} P \cdot \frac{P_0}{\Delta_0} \frac{E}{\sqrt{E^2 - \Delta_0^2}} d\Delta_0 dE$$
(2.53)

Mit einer Taylorentwicklung des Energieintegrals⁵ und den Gleichungen (2.44), (2.46) und (2.52) folgt

$$\frac{\mathrm{d}E_{\mathrm{V}}}{\mathrm{d}t} = \pi\omega V P_0 p^2 F_{\mathrm{ac}}^2 \int_0^1 \cos^2\theta \,\mathrm{d}\cos\theta \int_0^1 \frac{1 - e^{-\gamma}}{\gamma} \frac{x}{\sqrt{1 - x^2}} \,\mathrm{d}x \tag{2.54}$$

mit der Substitution $x \cdot \hbar \omega = \Delta_0$. Damit lässt sich der Verlust zu

$$\tan(\delta) = \frac{P_L}{\omega W_0} = \frac{\frac{\mathrm{d}E_V}{\mathrm{d}t}}{\omega V \varepsilon_0 \varepsilon F_{\mathrm{ac}}^2}$$
(2.55)

bestimmen, mit der dissipierten Energie P_L und der gespeicherten Energie W_0^6 . Für hohe Änderungsraten ($\nu \gg \Omega_{\rm R}$) lässt sich (2.54) nähern. Mit $e^{-\gamma} \approx 1 - \gamma$ ergibt sich ein konstanter Verlust von

$$\tan(\delta) = \frac{\pi P_0 p^2}{3 \varepsilon_0 \varepsilon} \quad . \tag{2.56}$$

Anschaulich sind die Ergebnisse folgendermaßen zu verstehen. Mit steigender Änderungsrate erhöht sich der Verlust, weil immer neue Tunnelsysteme im Resonanzband angeregt werden können. Irgendwann ist die Verweildauer im Resonanzband aber auch so gering, dass sich die Wahrscheinlichkeit, angeregt zu werden, verringert. Diese konkurrierenden Effekte führen bei höchsten Änderungsraten zu einem Plateau im Verlust. Der Wert aus Gleichung (2.56) entspricht $\tan(\delta)_0$ aus Gleichung (2.9). Theoretisch entspricht der Verlust bei sehr hohen Änderungsraten also dem Verlust bei sehr niedrigen Anregungsleistungen. Für einen dünnen amorphen Film wurde dies bereits experimentell nachgewiesen [Kha14] und wird in dieser Arbeit für massives Glas überprüft.

⁵Für kleine
$$\hbar\nu \,\mathrm{d}t \,\mathrm{gilt} \, \int_{\hbar\omega-\hbar\nu\mathrm{d}t}^{\hbar\omega+\hbar\nu\mathrm{d}t} \frac{E}{\sqrt{E^2-\Delta_0^2}} \,\mathrm{d}E \approx \frac{2\,\hbar\omega\,\hbar\nu\,\mathrm{d}t}{\sqrt{(\hbar\omega)^2-\Delta_0^2}} \,.$$

⁶Für den Resonator aus Kapitel 3.5 gilt $W_0 = 4 \cdot \frac{1}{2} \,C \left(\frac{\sqrt{2}\,U}{2}\right)^2 \,.$



Abbildung 2.9: Numerische Berechnung des Integrals (2.57). Zu sehen ist der Verlust durch die Variation der Vorspannung in Abhängigkeit einer dimensionslosen Änderungsrate. Der tatsächliche Verlust ist auch bei kleinsten Änderungsraten ungleich null.

Setzt man (2.54) in (2.55) ein und nutzt abermals die Definitionen von ν , $\Omega_{\rm R}$ und γ , lässt sich der Ausdruck umschreiben zu

$$\tan(\delta) = \frac{\pi P_0 p^2}{\varepsilon_0 \varepsilon} \xi \int_0^1 \cos\theta \, \mathrm{d}\cos\theta \int_0^1 1 - \exp\left(-\frac{\cos\theta}{\xi} \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}}\right) \frac{\mathrm{d}x}{x}$$
(2.57)

mit der dimensionslosen Änderungsrate

$$\xi = \frac{2\nu_0}{\pi \,\Omega_{\rm R,0}^2} = \frac{4\,\hbar\,\bar{F}_{\rm V}}{\pi\,p\,F_{\rm ac}^2} \ . \tag{2.58}$$

Eine numerische Berechnung des Ausdrucks (2.57) ist in Abbildung 2.9 zu sehen. Wichtig ist, dass Relaxationseffekte bei der hier gezeigten Herleitung des Verlusts unter Änderung der Vorspannung nicht berücksichtigt wurden. Bei niedrigen Änderungsraten sind Relaxationseffekte entscheidend, daher greift die Beschreibung für niedrige Änderungsraten nicht mehr. Für $\xi \to 0$ ist der Verlust der gleiche wie im statischen Fall. Die Besetzungszahldifferenz ist hier allein durch die Temperatur und die Anregungsleistung gegeben. Bei einer sehr langsamen Änderung der Energieaufspaltung bleibt für die Tunnelsysteme noch genug Zeit, zu relaxieren und dadurch immer den statischen Fall zu erreichen. Erst wenn die Änderung der Energieaufspaltungen schnell genug vonstatten geht ($\nu \approx \frac{\Omega_{\rm R}}{\tau}$), entsteht ein zusätzlicher Verlust dadurch, dass die neu ins Resonanzband gelangten Tunnelsysteme im Grundzustand sind, angeregt werden und erst außerhalb des Resonanzbands wieder in den Grundzustand relaxieren.

3. Experimentelle Methoden

Dieses Kapitel soll nachvollziehbar machen, wie die experimentellen Ergebnisse erlangt wurden. Damit der Einfluss der Tunnelsysteme sichtbar ist und nicht von thermischen Prozessen überdeckt wird, muss bei sehr tiefen Temperaturen gemessen werden. Dazu wird in Kapitel 3.1 zunächst auf den Kryostaten und in 3.2 auf die elektrische Kontaktierung eingegangen. Kapitel 3.3 legt dar, wie die Permittivität aus den Messdaten berechnet werden kann. Die Probe in Kapitel 3.4 wird durch einen LC-Resonator bei etwa 1 GHz angeregt. Der supraleitende, mikrostrukturierte Brückenresonator wurde im Rahmen dieser Arbeit realisiert und wird in Kapitel 3.5 behandelt. Es schließt Kapitel 3.6 mit dem Messverfahren zur Abhängigkeit von der Änderungsrate der Vorspannung.

3.1 Erzeugung und Messung tiefer Temperaturen

Ein ³He/⁴He-Verdünnungskryostat, wie er in dieser Arbeit verwendet wurde, ermöglicht es, bei Temperaturen von weniger als 10 mK zu experimentieren. Die Physik eines solchen auf der Mischungsenthalpie der Quantenflüssigkeiten ³He und ⁴He beruhenden Kryostaten ist zum Beispiel in [Ens05] und [Pob07] beschrieben. Der Resonator ist über eine Kupferplattform thermisch an die Mischkammer, den kältesten Ort des Kryostaten, gekoppelt und die Messung der Temperatur erfolgt über eine Widerstandsmessbrücke¹ mithilfe eines Kohlethermometers, dessen Kalibration durch ein seinerseits durch ein Fixpunktthermometer kalibriertes Rauschthermometer erfolgte [Rei17].

3.2 Hochfrequenz-Signalweg

Der Weg des Messsignals ist in Abbildung 3.1 zu sehen. Ein Vektor-Netzwerkanalysator² ist über Koaxialkabel mit dem Resonator verbunden. Der Analysator regt den Resonator an und misst gleichzeitig die Transmission in Amplitude und Phase. Die Ausgangsleistung des Geräts kann zwischen +5 und -20 dBm eingestellt werden und wird, um im Kryostaten mit möglichst geringen Leistungen zu arbeiten, auf dem Signalweg gedämpft. Dazu schließen an den Netzwerkanalysator ein computergesteu-

 $^{^{1}\}mathrm{LR}\text{-}700,$ Firma Linear Research Inc., 5231 Cushman Place, Suite 21, San Diego, CA 92110-3910, USA.

²HP 8752C, Hewlett-Packard Company, 3000 Hanover Street, Palo Alto, CA 94304-1185, USA.



Abbildung 3.1: Schematische Darstellung des Signalwegs zwischen Netzwerkanalysator und Resonator. Blau hinterlegt sind die Bauteile im Kryostaten. Nach [Fre16].

ertes, zwischen 0 und 63 dB einstellbares³ und ein manuell zwischen 0 und 60 dB einstellbares Dämpfungsglied⁴ an. Um stehende Wellen durch Impedanzunterschiede so weit wie möglich zu unterdrücken, befinden sich unmittelbar vor dem Eingang in den Kryostaten und am Ein- und Ausgang des Resonators zusätzliche Dämpfungsglieder von 20, 6 und 3 dB. Vor dem Eingang zurück in den Analysator wird das Signal um 42 dB verstärkt⁵. Um den Wärmeeintrag der Kabel in den Resonator zu minimieren, sind die Innenleitungen der Koaxialkabel an mehreren Temperaturstufen über Saphirplättchen thermisch an den Kryostaten angekoppelt. Der Netzwerkanalysator ist über eine GPIB⁶-Schnittstelle mit einem Computer verbunden, über den er mithilfe von LabVIEW⁷-Programmen gesteuert wird.

3.3 Messprinzip

Das Messprinzip beruht auf der Anregung der Probe durch einen Resonator, d.h. durch einen LC-Schwingkreis, für den Kapazität C und Induktivität L die Resonanzfrequenz

$$f_{\rm R} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \tag{3.1}$$

 $^{^3}$ Model 50P-1207 Serial 287346, JFW Industries INC, 84 Iron St, Johnstown, PA 15906, USA. 4 Step Attenuator AE116-60-01-0N, Weinschel, 5305 Spectrum Drive Frederick, MD 21703 USA. 5 AFS3-00100200-15-ULN, L-3 Narda-MITEQ, 435 Moreland Rd Hauppauge, NY 11788 USA.

⁶General Purpose Interface Bus.

⁷LabVIEW 8.5, National Instruments Corporation, 11500 N MoPac Expwy, Austin, TX 78759-3504, USA.

definieren. Einen auswählbaren Frequenzbereich durchfahrend, kann mithilfe des Netzwerkanalysators die Resonanzkurve des Resonators aufgenommen werden, aus der sich Resonanzfrequenz f_R und Güte Q extrahieren lassen. Es gilt

$$Q = 2\pi f_{\rm R} \, \frac{W_0}{P_{\rm L}} = R \sqrt{\frac{C}{L}} \tag{3.2}$$

mit der gespeicherten Energie $W_0 = \frac{1}{2} C \hat{U}^2$, der dissipierten Leistung⁸ $P_{\rm L} = \frac{\hat{U}^2}{2R}$ und der maximalen Spannung \hat{U} . Theoretisch sind Resonanzen durch die Lorentzkurve gegeben. In dieser Arbeit wurde zur Beschreibung aber eine phänomenologische, verzerrte Lorentzkurve L_v gewählt, da sie die Daten, vor allem bei geringen Anregungsleistungen, häufig mit einer geringeren quadratischen Abweichung beschreibt. In Abhängigkeit der Frequenz f ist die Kurve gegeben durch

$$L_{v}(f) = A_{1} + A_{2} \left(f - f_{\rm R} \right) + \frac{A_{3} + A_{4} \left(f - f_{\rm R} \right)}{1 + 4 Q^{2} \left(\frac{f - f_{\rm R}}{f_{\rm R}} \right)^{2}}$$
(3.3)

mit Konstanten A_1 und A_2 , die einen konstanten und linearen Untergrund beschreiben, der Amplitude A_3 und einem Asymmetrieterm proportional zu A_4 [Gao08].

Abbildung 3.2 zeigt beispielhaft zwei Resonanzkurven bei einer Temperatur T = 14 mK und unterschiedlichen Anregungsleistungen P, an die jeweils Gleichung (3.3) gefittet wurde. Ein elektrischer Untergrund kann im Experiment z.B. dadurch zustande kommen, dass sich durch nie ganz vermeidbare Impedanzfehlanpassungen in Kabeln stehende Wellen ausbilden. Eine geringe Asymmetrie ist ebenfalls zu beobachten. Bei -110 dBm (rechte Kurve) ist das Signal um ca. 4 Größenordnungen kleiner und deshalb das Signal-zu-Rausch-Verhältnis größer als bei -65 dBm (linke Kurve). Auch die Güte ist deutlich kleiner. Bei -110 dBm ist mehr Leistung dissipiert, weil sich die Tunnelsysteme dank der geringen Leistung im Grundzustand befanden und resonant absorbierten.

Die Kurve verändert sich in Lage und Form, abhängig von Temperatur, Anregungsleistung und Änderungsrate der Vorspannung, durch die Wechselwirkung der Tunnelsysteme mit dem elektrischen Feld. Im Folgenden wird erläutert, wie Real- und Imaginärteil der Permittivität aus den Größen f_R und Q extrahiert werden können. Eine Veränderung des Realteils der Permittivität bewirkt eine Änderung der Kapazität der Kondensatoren des Resonators. Zwar könnte dies prinzipiell auch durch eine Änderung des Volumens hervorgerufen werden, diese ist aber für N-BK7 im mK-Bereich vernachlässigbar gering [Fre16]. Mit (3.1) erhalten wir

$$\frac{\Delta C}{C} = \frac{C - C_{\text{ref}}}{C_{\text{ref}}} = \left(\frac{f_{R,\text{ref}}}{f_{\text{R}}}\right)^2 - 1 \tag{3.4}$$

⁸Sie ergibt sich mit $\langle \cos^2(\omega t) \rangle = \frac{1}{2}$ [Dem17].



Abbildung 3.2: Gemessene Resonanzkurven des Resonators mit N-BK7 als Dielektrikum bei 14 mK und verschiedenen Leistungen, sowie angepasster verzerrter Lorentzkurve. Gefittet wurde in einem Bereich von etwa zwei Halbwertsbreiten um die Resonanzfrequenz. Bei $-110 \,d\text{Bm}$ (rechte Kurve) ist das Signal um ca. 4 Größenordnungen kleiner und deshalb das Signal-zu-Rausch-Verhältnis größer als bei $-65 \,d\text{Bm}$ (linke Kurve). Auch die Güte ist deutlich kleiner. Bei $-110 \,d\text{Bm}$ ist mehr Leistung dissipiert, weil sich die Tunnelsysteme dank der geringen Leistung im Grundzustand befanden und resonant absorbierten.

mit einer Referenzkapazität C_{ref} bzw. einer Referenzresonanzfrequenz $f_{R,\text{ref}}$. Das elektrische Feld dringt allerdings nicht nur in die Probe ein, sondern auch in das umliegende Vakuum. Es gilt

$$C = C_{\rm P} + C_{\rm Vak} \tag{3.5}$$

mit der Probenkapazität $C_{\rm P}$ und der Vakuumkapazität $C_{\rm Vak}$. Nimmt man an, dass letztere konstant ist, gilt

$$\frac{\Delta C_{\rm P}}{C_{\rm P}} = \frac{\Delta C}{C - C_{\rm Vak}} = \frac{\Delta C}{C} \frac{1}{F}$$
(3.6)

mit dem Füllfaktor $F = 1 - \frac{C_{\text{Vak}}}{C}$. Er beschreibt den mit der Permittivität gewichteten Anteil des elektrischen Felds, der die Probe durchdringt. Damit erhalten wir die relative Änderung der Permittivität

$$\frac{\Delta \varepsilon'}{\varepsilon'} = \frac{\Delta C_{\rm P}}{C_{\rm P}} = \left(\left(\frac{f_{R,\rm ref}}{f_{\rm R}} \right)^2 - 1 \right) \frac{1}{F} \quad . \tag{3.7}$$

Der Imaginärteil beschreibt den Verlust. Vergleicht man Gleichung (3.2) mit Gleichung (2.55), findet man

$$\tan(\delta) = \frac{1}{Q} \quad . \tag{3.8}$$

Mit Gleichung (3.2) gilt

$$\frac{\tan(\delta)_{\rm P}}{\tan(\delta)} = \sqrt{\frac{C}{C_{\rm P}}} \quad , \tag{3.9}$$

da sich Probenkapazität und Gesamtkapazität unterscheiden, während sich Widerstand und Induktivität herauskürzen. Durch Umstellen ergibt sich der Imaginärteil der Permittivität mit der Definition des Füllfaktors

$$\frac{\varepsilon''}{\varepsilon'} = \tan(\delta)_{\rm P} - \tan(\delta)_{\rm Res} = \frac{1}{Q\sqrt{F}} - \tan(\delta)_{\rm Res}$$
(3.10)

mit dem intrinsischen Verlust des Resonators $\tan(\delta)_{\text{Res}}$, auf den in Kapitel 4.1 eingegangen wird.

3.4 Probe

Das in dieser Arbeit untersuchte Glas ist das von der Schott-AG⁹ hergestellte Bor-Kronglas N-BK7, das vor allem zur Herstellung optischer Komponenten im sichtbaren Spektrum verwendet wird. Die Zusammensetzung des Glases wurde über Atomemissionsspektroskopie im Fraunhofer-Institut für Silikatforschung in Würzburg zu den Werten aus Tabelle 3.1 ermittelt [Lud03].

SiO_2	Na_2O	B_2O_3	K_2O	BaO	Al_2O_3
74.8%	10.1%	9.6%	4.7%	0.76%	0.03%

Tabelle 3.1: Zusammensetzung von N-BK7.

3.5 Resonator

Herzstück des Aufbaus ist ein LC-Resonator, der die Probe anregt und dessen Resonanzkurve gemessen wird.

Der Schwingkreis besteht aus einer planaren Niob-Struktur (etwa 400 nm Höhe), die direkt auf die Probe, ein 30 mm · 40 mm · 1 mm großes Glasplättchen, aufgebracht ist (Abbildung 3.3b). Dabei wurde Niob gewählt, weil es unterhalb seiner Sprungtemperatur von $T_c = 9.2$ K supraleitend wird [Hun07], weshalb der Verlust des Resonators aufgrund ohmscher Verluste bei tiefen Temperaturen theoretisch verschwindet.

Die Fabrikation erfolgte mithilfe eines Liftoff-Prozesses. Dazu wird auf das gesamte Glasplättchen Fotolack¹⁰ aufgebracht und gehärtet. An den Stellen, an denen das

⁹Schott AG, Hattenbergstr. 10, 55122 Mainz, Deutschland.

¹⁰AZ 5214E, Microchemicals GmbH, Nicolaus-Otto-Str. 39, 89079 Ulm, Deutschland.



(a) Ersatzschaltbild der Niobstruktur.

(b) Foto des Glasplättchens mit Niobstrukur.

(c) Mikroskopbild eines der Kondensatoren.

Abbildung 3.3: Resonatorplättchen. Die Hochfrequenz wird über ein Leiterstück induktiv in den Schwingkreis eingekoppelt. Der LC-Schwingkreis besteht aus vier Kondensatoren in einer Wheatstone-Brückenschaltung und dem Einkoppelleiterstück. Die Kapazitäten entstehen durch Niobflächen im Abstand von 5 µm zueinander.

Niob sein soll, wird der Lack durch Belichten wieder löslich gemacht und mithilfe eines Entwicklerlösemittels entfernt. Danach wird das Niob gleichmäßig auf das Plättchen aufgebracht, indem ein Niobtarget mit ionisierten Argonatomen beschossen wird und sich die Atome auf der sich drehenden Probe ansammeln. Dieses Verfahren nennt man Sputtern. Mithilfe eines Lösemittels, das auch gehärteten Lack löst, wird der restliche Lack mit dem darauf liegenden Niob entfernt. Das Niob, das direkt auf dem Glas aufliegt, wird durch interatomare Kräfte gehalten und bleibt zurück.

Abbildung 3.3a zeigt ein Ersatzschaltbild für die Struktur. Sie besteht aus vier gleichen Kondensatoren in einer Wheatstone-Brückenschaltung, einer induktiven Einkopplung der Hochfrequenz und einer direkten Einkopplung des Vorspannungsfelds. Da die Vorspannung über die Vertikale anliegt und die Transmission der Hochfrequenz über die Horizontale ausgelesen wird, beeinflusst das Vorspannungsfeld die Transmissionsmessung nicht.

Abbildung 3.3c zeigt ein Mikroskopbild eines der Kondensatoren, die durch zwei Niobflächen im Abstand von 5 µm zueinander realisiert wurden. Durch den geringen Abstand ist die Erzeugung starker elektrischer Felder in diesem Bereich möglich und die Kapazität des Aufbaus stammt im Wesentlichen nur aus diesen Teilen des Resonators.



Abbildung 3.4: CAD-Zeichnung des N-BK7 Glases mit Niobstruktur in der Kupferbox ohne Deckel mit SMA-Steckern.

Für die Messung wurde das Glasplättchen mit Vakuumfett am Boden einer Kupferbox befestigt (Abbildung 3.4), die innen mit Niob besputtert ist, um vor magnetischen Feldern abzuschirmen und den Strahlungsverlust des Resonators zu reduzieren. Die Innenleiter der Koaxialkabel treten über SMA¹¹-Buchsen in das Gehäuse ein und werden durch einen kurzen Kupferdraht mit dem Einkoppelleiterstück verbunden. Der Kontakt ist durch Silberleitkleber hergestellt. Der Deckel des Gehäuses ist mit zwei gefederten vergoldeten Prüfsteckverbindern versehen, die auf die mittleren Flächen der Struktur treffen. Zur Erdung ist einer der Stecker direkt mit der Kupferbox verbunden, während der andere mit einer auf dem Deckel befestigten SMA-Buchse verbunden ist, über welche durch ein weiteres Koaxialkabel, die Vorspannung angelegt werden kann. Das Design wurde mit der Software Sonnet¹² sowohl erstellt, als auch das Resonanzverhalten des Resonators simuliert. Durch Einstellen der Geometrie von Kapazität und Induktivität wurde in der Simulation eine Resonanzfrequenz von 1 GHz erzielt. Im Gegensatz zu einem vorherigen Aufbau mit einer Resonanzfrequenz von 250 MHz ist hierbei sichergestellt, dass sich bei der Basistemperatur des Kryostaten alle resonanten Tunnelsysteme thermisch im Grundzustand befinden, was einen wohldefinierten Anfangszustand für die Nichtgleichgewichtsmessungen ermöglicht. In der Kupferbox eingebaut und vollständig angeschlossen ergab sich später im Experiment eine Resonanzfrequenz von etwa 1,01 GHz.

¹¹Sub-Miniature-A.

 $^{^{12}\}mathrm{Sonnet}$ Software, 100 Elwood Davis Road, North Syracuse, NY 13212, USA.

3.6 Messverfahren zur Änderungsratenabhängigkeit

Die Änderungsrate der durch den Signalgenerator vertikal angelegten Vorspannung $U_{\rm V}$ führt zu einer Änderungsrate $\dot{F}_{\rm V}$ des elektrischen Felds an den Kondensatoren. Sie ist approximativ gegeben durch

$$\dot{F}_{\rm V} \approx \frac{U_{\rm V}}{2 \, d \, \varepsilon_{\rm r}} \cdot f_{\rm V}$$

$$(3.11)$$

mit dem Abstand zwischen den Niobflächen $d = 5 \,\mu\text{m}$, der absoluten Permittivität von N-BK7 von ungefähr $\varepsilon_{\rm r} = 5.8$ [Fre16] und der Frequenz der Änderung $f_{\rm V}$. Die Spannung wurde mit einem Signalgenerator¹³ erzeugt und mit einem Verstärker¹⁴ um den Faktor 30 verstärkt. In dieser Arbeit wurden zwei Methoden zur Messung der Abhängigkeit von der Änderungsrate der Vorspannung getestet und verwendet.

3.6.1 Methode 1: Kontinuierliche Änderung

Um die Abhängigkeit der Permittivität von der Änderungsrate der Vorspannung zu ermitteln, wird bei einer festen Temperatur und Anregungsleistung eine kontinuierlich veränderliche Vorspannung an den Kondensatoren angelegt, wie in Abbildung 3.5a zu sehen. Parallel dazu werden Resonanzkurven wie in Kapitel 3.3 beschrieben aufgenommen.



(a) Methode 1: Kontinuierliche Änderung.

(b) Methode 2: Gepulste Änderung.

Abbildung 3.5: Darstellung zeitlicher Verläufe der Vorspannung. In beiden Abbildungen wird die gleiche Änderungsrate erzeugt. Die Messung des Netzwerkanalysators in Abbildung 3.5b dauert 800,5 ms (grau hinterlegt). Die Änderung der Vorspannung beginnt nach 0,15 s.

¹³DS340, Stanford Research Systems, 1290-D Reamwood Ave. Sunnyvale, CA 94089, USA.

¹⁴PA15FL, Apex Microtechnology, 5980 N Shannon Rd, Tucson, AZ 85741, USA.

3.6.2 Methode 2: Gepulste Änderung

Statt die Vorspannung kontinuierlich zu ändern, kann sie auch einmalig erhöht werden (Abbildung 3.5b). In diesem Fall befinden sich die Tunnelsysteme zu Beginn der Messung in einem definierten Gleichgewichtszustand. Da die Aufnahme einer Resonanzkurve im Frequenzsweep-Modus je nach IF Bandweite einige Sekunden bis Minuten dauert, wird die Messung im Zeitsweep-Modus des Netzwerkanalysators durchgeführt und für die einzelnen Frequenzen wiederholt [Fre19].



Abbildung 3.6: Messung des Zeitverlaufs der Resonanzkurve (oben) unter Einfluss einer Änderung der Vorspannung (unten) bei einer Anregungsleistung von -70 dBm und einer Temperatur von 14 mK. Zeitlich im Messprozess entsteht die obere Darstellung von links nach rechts und von unten nach oben. Es wird bei einer Messfrequenz der Zeitverlauf der Transmission gemessen und parallel die Vorspannung, wie im unteren Bild gezeigt, variiert. Anschließend wird die Messfrequenz erhöht und die Sequenz wiederholt. Jede vertikale Linie bildet eine Resonanzkurve, an die gefittet und so Real- und Imaginärteil der dielektrischen Permittivität erhalten werden kann.





Für jede Frequenz wird die Transmission als Funktion der Zeit gemessen und parallel dazu zur immer gleichen Zeit die Vorspannung verändert. Die Synchronisation von Netzwerkanalysator und Signalgenerator erfolgt dabei über einen Pulsgenerator¹⁵, der dem Signalgenerator den Beginn der Änderung und dem Netzwerkanalysator den Beginn der Datenaufnahme signalisiert. Insgesamt wurden für jede Änderungsrate für 200 Anregungsfrequenzen 1601 Zeitpunkte gemessen. Setzt man die Messwerte für die einzelnen Frequenzen zu jedem Zeitpunkt zusammen, erhält man bei konsistenter zeitlicher Abfolge den Zeitverlauf der Resonanzkurve, wie in Abbildung 3.6 zu sehen. Wie in Kapitel 3.3 beschrieben, kann daraus für jeden Zeitschritt der Real- und Imaginärteil der dielektrischen Permittivität gewonnen werden. Dies ist beispielhaft in Abbildung 3.7 gezeigt. Verändert sich die Vorspannung, erhöht sich der Verlust merklich, der Realteil nur gering. Bei konstanter Vorspannung gehen beide etwa auf ihren Anfangswert zurück. Für verschiedene Änderungsraten können die Werte für Real- und Imaginärteil über die Zeit, in der sich die Vorspannung geändert hat, gemittelt werden und man erhält die Änderungsratenabhängigkeit der Größen.

¹⁵PDG 204, Scientific Instruments GmbH, Römerstraße 67, 82205 Gilching, Deutschland.

4. Experimentelle Ergebnisse

In diesem Kapitel werden die experimentellen Ergebnisse vorgestellt und diskutiert. Zunächst wird der Resonator in Kapitel 4.1 charakterisiert. Um sicherzustellen, dass er verlässliche Ergebnisse liefert, wurde die Leistungsabhängigkeit (Kapitel 4.2) und die Temperaturabhängigkeit (Kapitel 4.3) von N-BK7 gemessen und mit der Theorie bzw. früheren Messdaten verglichen. Auch für die spätere Messung der Abhängigkeit von der Änderungsrate der Vorspannung ist es wichtig, die Einflüsse von Temperatur und Leistung auf die Permittivität genau zu kennen. Kapitel 4.4 behandelt schließlich die Untersuchung der Nichtgleichgewichtsdynamik der Tunnelsysteme unter Einfluss verschiedener Änderungsraten der Vorspannung.

4.1 Charakterisierung des Resonators

In der Messung ist der Verlust innerhalb des Schwingkreises von Interesse, der, da es sich um einen supraleitenden Aufbau handelt, durch die Tunnelsysteme im Dielektrikum bestimmt wird. Im tatsächlich gemessenen Verlust ist allerdings auch der Kopplungsverlust enthalten, der durch die Stärke der in diesem Fall induktiven Kopplung des Resonators an die Hochfrequenzausleseelektronik definiert ist. Es gilt

$$\frac{1}{Q_{\rm gem}} = \frac{1}{Q_{\rm int}} + \frac{1}{Q_{\rm c}} \tag{4.1}$$

mit der gemessenen Güte Q_{gem} , der internen Güte im Schwingkreis Q_{int} und der Kopplungsgüte Q_{c} . Ist die Kopplungsgüte sehr groß, entspricht der gemessene Verlust näherungsweise dem internen.

Der Transmissionskoeffizient S_{21} eines Saugkreis-Resonators, um den es sich auch in dieser Arbeit handelt, ist allgemein gegeben durch

$$S_{21}(f) = a e^{i\alpha} e^{-2\pi i f \tau} \left[1 - \frac{(Q_{\text{gem}}/|Q_{\text{c}}|) e^{i\phi}}{1 + 2iQ_{\text{gem}} (f/f_{\text{R}} - 1)} \right]$$
(4.2)

mit der Zusatzamplitude a, der Phasenverschiebung α , der Kabellaufzeit τ und dem Asymmetrieterm $e^{i\phi}$ [Pro15]. Zur Charakterisierung des Resonators wurde einmalig eine Resonanzkurve bei 14 mK und -60 dBm (großes Signal-Rausch-Verhältnis) mit einer Fitmethode nach [Pro15] ausgewertet. Diese Methode bezieht zusätzlich zur Amplitude auch die Phasenlage der Resonanzkurve mit ein und erlaubt eine Bestimmung der Kopplungsgüte durch eine numerische Anpassung. Außerdem werden

Einflüsse des Messaufbaus wie die Kabellaufzeit und eine mögliche Phasenverschiebung eliminiert. Der Fit ergab eine Kopplungsgüte von $Q_c = 1701 \pm 3$. Unter Vernachlässigung äußerer Einflüsse des Experiments, die bei einer Simulation des Resonators ebenfalls nicht vorhanden sind, sollte sich Gleichung (4.2) an der Stelle $f = f_R$ zu

$$S_{21}^{\text{ideal}}(f_{\text{R}}) = 1 - \frac{Q_{\text{gem}}}{|Q_{\text{c}}|}$$
(4.3)

reduzieren, was mithilfe von Gleichung (4.1) zu

$$Q_{\rm c} = Q_{\rm int} \frac{S_{21}^{\rm ideal}(f_{\rm R})}{1 - S_{21}^{\rm ideal}(f_{\rm R})}$$
(4.4)

führt. Damit berechnet sich die Kopplungsgüte mit der Simulation des Programms Sonnet zu einem höheren Wert von $Q_c = 5410 \pm 13$.

Die Werte sind unterschiedlich, was zunächst darauf schließen lässt, dass äußere Einflüsse des Experiments möglicherweise auf die Kopplungsgüte einwirken und nicht vernachlässigt werden dürfen. Allerdings ist auch der mit Messdaten erhaltene Wert unsicher, da er von Datensatz zu Datensatz schwankt und beispielsweise durch Heizen verfälscht sein könnte. Da er allerdings den schlechteren Fall einer geringeren Kopplungsgüte darstellt, wird auf diesen Wert in allen folgenden Messergebnissen korrigiert. Dadurch wird der Kopplungsverlust möglicherweise über- aber nicht unterschätzt. Es wird angenommen

$$\tan(\delta) = \frac{1}{Q_{\rm gem}\sqrt{F}} - \frac{1}{1701} \quad . \tag{4.5}$$

Der Füllfaktor F des Resonators berechnet sich zu

$$F = \frac{C_{\rm P}}{C_{\rm P} + C_{\rm Vak}} = \frac{\varepsilon_{\rm r} C_{\rm Vak}}{\varepsilon_{\rm r} C_{\rm Vak} + C_{\rm Vak}} = \frac{\varepsilon_{\rm r}}{\varepsilon_{\rm r} + 1} = \frac{5.8}{6.8} \approx 0.85 \quad . \tag{4.6}$$

4.2 Leistungsabhängigkeit

Zunächst wurde die Abhängigkeit der Permittitvität der Probe von der Anregungsleistung bestimmt. Dazu wurde ohne Vorspannung und bei einer festen Temperatur für verschiedene Anregungsleistungen jeweils ein Frequenzbereich um die Resonanzfrequenz durchfahren und über die Resonanzkurven die Änderung des Realteils $\frac{\delta \varepsilon'}{\varepsilon'}$ und der Verlustfaktor tan (δ) ermittelt. Die verschiedenen Leistungen wurden durch Einstellen der Dämpfungsglieder aus Kapitel 3.2 erzeugt. In Abbildung 4.1 sind die Messergebnisse in Abhängigkeit von Leistungen $P = -115 \,\mathrm{dBm}$ bis $P = -50 \,\mathrm{dBm}$ aufgetragen, gemessen bei zwei Temperaturen $T = 14 \,\mathrm{mK}$ und $T = 50 \,\mathrm{mK}$. Es wurden mehrere Resonanzkurven aufgenommen. Alle Fehler sind rein statistisch und beziehen sich auf den Fehler des Mittelwerts.



Abbildung 4.1: Messdaten der dielektrischen Permittitvität von N-BK7 in Abhängigkeit der Anregungsleistung bei 14 und 50 mK. Die Änderung des Realteils $\frac{\delta \varepsilon'}{\varepsilon'}$ zeigt keine eindeutige Abhängigkeit von der Anregungsleistung, der Verlustfaktor $\tan(\delta)$ zeigt ein Sättigungsverhalten.

Für den Realteil ist für beide Temperaturen keine systematische Abhängigkeit von der Leistung zu erkennen. Verschiedene Anregungsleistungen bedeuten eine unterschiedliche Besetzungszahldifferenz der Tunnelsysteme, deren Energieaufspaltung mit der Resonanzfrequenz des Schwingkreises koppelt. Da diese nur einen sehr geringen Teil der gesamten zum Realteil der Permittivität beitragenden Zahl der Tunnelsysteme bilden, ist hier auch keine Abhängigkeit von der Anregungsleistung zu erwarten. Der Verlust zeigt für niedrige Leistungen eine schwache Abhängigkeit und ist bei $T = 50 \,\mathrm{mK}$ deutlich kleiner als bei $T = 14 \,\mathrm{mK}$. Die Temperaturabhängigkeit des Verlusts ist bei diesen Temperaturen durch resonante Prozesse bestimmt. Eine höhere Temperatur bedeutet eine geringere Besetzungszahldifferenz durch thermische Anregung der Tunnelsysteme, was in einem geringeren Verlust durch resonante Prozesse resultiert (vergleiche Kapitel 2.3.3). Der Verlust fällt dann für beide Temperaturen zu höheren Anregungsleistungen hin ab und scheint gegen einen konstanten, niedrigeren Verlust zu konvergieren. Hier ist die Verringerung der Besetzungszahldifferenz der Tunnelsysteme im Resonanzband durch hohe Anregungsleistungen sichtbar, da genau diese TS den Verlust dominieren. Die Sättigung der Tunnelsysteme durch die Anregungsleistung kann durch Gleichung (2.9) theoretisch beschrieben werden. Abbildung 4.2 zeigt numerische Anpassungen einer leicht modifizierten Funktion für



Abbildung 4.2: Numerische Anpassung der Gleichung (4.7) an die Messdaten. Die Ergebnisse sind Tabelle A.1 zu entnehmen.

den resonanten Verlust an die Daten. Die Funktion lautet

$$\tan(\delta) = A \frac{\tanh\left(\frac{\hbar\omega}{2k_{\rm B}T}\right)}{\sqrt{1 + \left(\frac{P}{P_{\rm c}}\right)^{\beta}}} + C$$
(4.7)

mit Parametern $A = \frac{\pi P_0 p^2}{3\varepsilon_0 \varepsilon'}$, P_c , β und C. Die Ergebnisse sind Tabelle A.1 zu entnehmen. Da der quadratische Exponent aus (2.9) nur für homogene Felder gilt, das elektrische Feld in diesem Aufbau allerdings inhomogen ist, wurde der Exponent β anpassbar gelassen. Der Offsetparameter C lässt eine horizontale Verschiebung gegenüber der Theorie zu und beschreibt Verlustbeiträge, die nicht von den resonanten Beiträgen der TS stammen, wie z.B. Abstrahlverluste, ohmsche Restverluste oder im Supraleiter aufbrechende Cooper-Paare. Die Werte für A und β sollten für die beiden Temperaturen jeweils gleich sein, da die Temperaturabhängigkeit des Verlusts im tanh-Term enthalten ist und die für β entscheidende elektrische Feldverteilung für beide Temperaturen die gleiche Form haben sollte. Deshalb wurden die Werte der 14 mK-Kurve für die Anpassung an die 50 mK-Daten festgehalten. Es ergeben sich kritische Leistungen von $P_{\rm c} = (-78,8\pm0,3)\,{\rm dBm}$ für 14 mK und $P_{\rm c} = (-67,2\pm0,3)\,{\rm dBm}$ 0,3) dBm für 50 mK. Die $\chi^2_{\rm red}$ -Werte von 19 und 251 zeigen, dass die Messwerte durch Gleichung (4.7) nicht perfekt beschrieben werden. Möglicherweise ist die Inhomogenität der elektrischen Felder mit einem anpassbaren aber konstanten Exponenten noch nicht vollständig beschrieben. Weiterhin beschreibt der Term $\tanh\left(\frac{\hbar\omega}{2k_{\rm B}T}\right)$ die Temperaturabhängigkeit des Verlusts tatsächlich nur in erster Näherung richtig. Um eine präzisere Beschreibung zu erhalten, müssten weitere Effekte, wie z.B. die Wechselwirkung zwischen Tunnelsystemen, berücksichtigt werden. Vermutlich kommt es dadurch zu Abweichungen im Plateaubereich.

4.3 Temperaturabhängigkeit

Mithilfe der Messwerte aus Abbildung 4.1b wurde für niedrige Temperaturen eine Anregungsleistung von -110 dBm gewählt. Bei dieser kann sichergestellt werden, dass es zu keiner Sättigung der Tunnelsysteme durch das anregende elektrische Feld kommt und die thermische Sättigung somit nicht überlagert wird. Gleichzeitig erlaubt sie ein noch ausreichendes Signal-zu-Rauschen-Verhältnis. Die verschiedenen Temperaturen wurden mithilfe eines Heizers und eines PID-Reglers eingestellt. Abbildung 4.3 zeigt die gemessene dielektrische Permittivität bei Temperaturen T = 11 mK bis T = 8 K, zusammen mit einer Messung aus [Fre16]. Vom Verlust wurde jeweils der minimale Wert abgezogen um die unterschiedlichen externen Verluste der Messungen zu kompensieren und damit eine bessere Vergleichbarkeit zu ermöglichen.



Abbildung 4.3: Vergleich der gemessenen Daten der Temperaturabhängigkeit der dielektrischen Permittitvität von N-BK7 mit Messungen aus [Fre16]. Die Änderung des Realteils $\frac{\delta \varepsilon'}{\varepsilon'}$ und der Verlustfaktor $\tan(\delta)$ zeigen prinzipiell das vom STM vorhergesagte Verhalten. Die Unterschiede der beiden Datensätze werden im Text diskutiert.

Real- und Imaginärteil zeigen in fast allen Teilen des Temperaturbereichs qualitativ das vom STM in Kapitel 2.3.3 vorhergesagte Verhalten.

Für den Realteil ist bei tiefsten Temperaturen das Maximum zu erkennen. Ab $T = \frac{hf_{\rm R}}{2k_{\rm B}} \approx 24 \,\mathrm{mK}$ mit der Anregungsfrequenz $f_{\rm R} = 1010 \,\mathrm{MHz}$ sieht man ein kontinuierliches Abfallen, aufgrund der thermischen Sättigung. Bei $T = 4.9 \,\mathrm{K}$ erreicht die relative Änderung des Realteils der Permittivität ein Minimum und steigt zu höheren Temperaturen an. Ab dieser Temperatur ist die Relaxation von Tunnelsystemen über Phononen ausreichend stark, sodass der Relaxationsbeitrag, maximal für $\omega \tau = 1$, den

resonanten Beitrag im Realteil übertrifft.

Im Imaginärteil ist ebenfalls das Absinken des resonanten Beitrags zur Absorption durch die temperaturabhängige Besetzungszahldifferenz zu erkennen, allerdings hier nur der Besetzungszahldifferenz der resonanten Tunnelsysteme mit der Energieaufspaltung $E = h f_{\rm R}$. Daher überwiegt der Relaxationsbeitrag im Imaginärteil auch bereits bei niedrigeren Temperaturen als im Realteil. Nach STM sollte sich bei etwa 10 K ein Plateau ausbilden. Dies ist in den Messungen nicht zu erkennen. In diesem Temperaturbereich können zusätzliche, im STM nicht beachtete Relaxationsprozesse auftreten, wie thermisch aktivierte Prozesse. Außerdem werden bei Temperaturen nahe der Sprungtemperatur $T \rightarrow T_c$ Cooperpaare im Niob aufgebrochen. Diese Quasiteilchen sorgen für einen anwachsenden resistiven Anteil der Oberflächenimpedanz des Niobs, was zu einem zusätzlichen Beitrag zum Verlust führt.

Für den Realteil der Permittivität ist bis T = 1 K eine gute Ubereinstimmung der Messdaten mit den früheren Daten zu erkennen. Der Bereich um das Minimum ist verschieden und der Anstieg des Relaxationsteils fällt in den hier gemessenen Daten steiler aus als in den früheren Daten. Die von Frey gemessenen Daten sind auf eine temperaturabhängige kinetische Induktivität hin korrigiert, die im Supraleiter nahe der Sprungtemperatur deutlich zunimmt. Die zusätzliche Induktivität verändert die Resonanzfrequenz und wirkt sich daher auf den Realteil aus. Die Korrektur erfordert eine Simulation der theoretischen Induktivität zu jeder Temperatur, die im Rahmen dieser Arbeit nicht vorgenommen wurde.

Der Imaginärteil beider Datensätze stimmt hingegen bei hohen Temperaturen gut überein. Abweichungen sind nur im resonanten Bereich sichtbar. Die Referenzdaten wurden mit einer höheren Anregunsleistung gemessen, die zu einer Sättigung der Tunnelsysteme führte, weshalb der Verlust geringer ist. Die bei sehr geringer Anregungsleistung gemessenen neuen Daten bilden die Temperaturabhängigkeit daher unverfälschter ab.

Insgesamt lässt sich sagen, dass die Messung mit dem neuen Resonator bis auf Abweichungen, die auf unterschiedliche Messbedingungen zurückzuführen sind, die gleichen Ergebnisse zeigt wie eine frühere Messung, die auf Thermalisierung und Standardtunnelmodellkonformität geprüft wurde. Diese beiden Eigenschaften werden folglich aus der Übereinstimmung auch für den neuen Aufbau gefolgert.

4.4 Änderungsratenabhängigkeit

4.4.1 Methode 1: Kontinuierliche Änderung

Abbildung 4.4b zeigt die Abhängigkeit des Verlusts von Änderungsraten des Vorspannungsfelds $\dot{F}_{\rm V} = 10^{-2} \,{\rm MV/m/s}$ bis $10^4 \,{\rm MV/m/s}$ bei verschiedenen Anregungsleistungen P und einer Temperatur $T = 14 \,{\rm mK}$. Die Abhängigkeit wurde, wie in Kapitel 3.6.1 beschrieben, unter gleichzeitigem kontinuierlichen Anlegen eines Dreiecksignals an die Vorspannungsleitung gemessen. Die verschiedenen Raten wurden durch Variation der Amplitude und der Frequenz des Dreiecksignals erzeugt.



Abbildung 4.4: Messdaten der Änderung des Realteils $\frac{\delta \varepsilon'}{\varepsilon'}$ und des Verlustfaktors $\tan(\delta)$ der dielektrischen Permittivität von N-BK7 als Funktion der Änderungsrate $\dot{F}_{\rm V}$ bei 14 mK und drei verschiedenen Anregungsleistungen. Abbildung 4.4a Subplot: Zoom der Temperaturabhängigkeit der Änderung des Realteils.

Für niedrigste Änderungsraten bleibt der Verlust zunächst unabhängig von der Änderungsrate. Der konstante Wert ist durch die Temperatur und die Anregungsleistung bestimmt. Es gilt: Je geringer die Anregungsleistung, desto höher der Verlust.

Für hohe Änderungsraten steigt der Verlust für $P = -60 \,\mathrm{dBm}$ an und erreicht für höchste Änderungsraten des Vorspannungsfelds ein Plateau, wie es nach Kapitel 2.4 theoretisch erwartet wird. Allerdings ist der Wert des Plateaus mit etwa $0.8 \cdot 10^{-3}$ signifikant kleiner als der Wert für geringste Anregungsleistungen, der sich aus Abbildung 4.1b zu etwa $1.8 \cdot 10^{-3}$ ergibt und nach Kapitel 2.4 theoretisch zu erwarten ist. Die Kurve für $-75 \,\mathrm{dBm}$ zeigt ein unerwartetes Maximum und sinkt danach wieder ab und die Kurve für $-100 \,\mathrm{dBm}$ zeigt zunächst gar keinen Anstieg und sinkt ab Änderungsraten von $10^2 \,\mathrm{MV/m/s}$ unerwartet.

Dass die Kurve bei $P = -100 \,\mathrm{dBm}$ nicht ansteigt, ist dadurch zu erklären, dass man sich bei dieser Anregungsleistung bereits im Plateaubereich befindet, d.h. dass kaum mehr Sättigung durch die Anregungsleistung erfolgt. Das Ändern der Vorspannung schiebt lediglich andere ungesättigte Tunnelsysteme ins Resonanzband. Sind bei niedrigsten Anregungsleistungen bereits alle TS ungesättigt, sollte das Ändern der Vorspannung keine Veränderung hervorrufen und einen von der Änderungsrate unabhängigen Verlust erzeugen.

Das Absinken der P = -100 dBm-Kurve ist dadurch allerdings nicht zu erklären. Mit Blick auf den Realteil in Abbildung 4.4a wird klar, dass dies, ebenso wie das unerwartete Verhalten der -75 dBm- und -60 dBm-Kurve nicht auf das Ändern der Energieaufspaltung der Tunnelsysteme durch das Vorspannungsfeld an sich zurückzuführen ist, sondern höchst wahrscheinlich darauf, dass sich die Probe durch das Ändern der Vorspannung aufheizt, wie im Folgenden erläutert wird.

Abbildung 4.4a zeigt den zur Messung in Abbildung 4.4b gehörenden Realteil der Permittivität. Er verhält sich für alle Anregungsleistungen zunächst von der Änderungsrate unabhängig, steigt mit höheren Anderungsraten an, erreicht ein Maximum und fällt dann stark ab. Im Subplot von Abbildung 4.4a ist ein Zoom der Temperaturabhängigkeit zu sehen. Der Verlauf des Realteils ab Anderungsraten von etwa 1 MV/m/s entspricht dem Temperaturverlauf von 10 mK bis 50 mK. Wahrscheinlich hat sich die Temperatur der Probe durch die kontinuierlich angelegten, hohen und sich schnell ändernden elektrischen Felder von 14 mK, auf die die Mischkammer geregelt wurde, auf etwa 50 mK erhöht. Damit werden Tunnelsysteme im Glas, unabhängig vom Anderungsvorgang der Vorspannung, thermisch angeregt und die Besetzungszahldifferenz, die zur resonanten Absorption und damit zum Verlust proportional ist, verringert. Der in Abbildung 4.4b beobachtete Verlust bei hohen Änderungsraten entspricht damit nicht dem ungesättigten Verlust bei 14 mK, sondern jenem bei 50 mK, was sich mit der Messung aus Abbildung 4.1b in etwa deckt. Möglicherweise sind die normalleitenden Pins, mit denen die mittleren Flächen des Resonators kontaktiert werden, sowie der Kontaktierungspunkt selbst eine Quelle für eine solche Temperaturerhöhung. Die Leistung, die dort beim Laden und Entladen der Kondensatoren permanent deponiert wird, könnte einen solchen Temperaturanstieg der Probe hervorrufen. Der zu testenden Nichtgleichgewichtsdynamik der Tunnelsysteme wirkt also die Temperaturabhängigkeit entgegen und kompensiert sie teilweise.

4.4.2 Methode 2: Gepulste Änderung

Um ein wie im vorherigen Kapitel beobachtetes Heizen der Probe durch das Vorspannungsfeld zu vermeiden, wurde die Vorspannung nicht kontinuierlich, sondern, wie in Kapitel 3.6.2 beschrieben, gepulst geändert. Die Veränderung des Vorspannungsfelds geschieht hier nur für ein kurzes Zeitintervall. Anschließend wird der Probe genug Zeit gegeben, wieder in den Gleichgewichtszutand zu relaxieren und so den gleichen Anfangszustand wie vor dem ersten Puls herzustellen.

Abbildung 4.5 links zeigt die Abhängigkeit des Verlusts von Änderungsraten $F_V = 5 \cdot 10^{-2} \,\mathrm{MVm^{-1}s^{-1}}$ bis $10^3 \,\mathrm{MVm^{-1}s^{-1}}$ bei $P = -80 \,\mathrm{dBm}$ und $T = 14 \,\mathrm{mK}$. Zusätzlich ist in Abbildung 4.5 rechts zum Vergleich abermals die Leistungsabhängigkeit aus



Abbildung 4.5: Vergleich der Änderungsratenabhängigkeit (links) mit der Leistungsabhängigkeit (rechts) bei T = 14 mK. Die Änderungsratenabhängigkeit wurde bei einer konstanten Anregungsleistung von P = -80 dBm gemessen, für die Leistungsabhängigkeit wurde keine Vorspannung angelegt. Für niedrigste Änderungsraten stimmt der Verlust wie erwartet mit dem Wert aus der Leistungsabhängigkeit für P = -80 dBm überein, steigt dann an und nähert sich für hohe Änderungsraten dem Wert niedrigster Leistungen A an. Die grauen Flächen entsprechen den Fehlerbereichen der Werte.

Der Wert für $-80 \,\mathrm{dBm}$ im rechten Plot entspricht dem für kleinste Änderungsraten im linken. Für geringste Anregungsleistungen und höchste Änderungsraten nähern sich die Kurven dem Wert für A aus dem Fit in Abbildung 4.2. Die Kurve zeigt damit das theoretisch erwartete Verhalten für die beiden Limits.

Die Messung wurde für verschiedene Anregungsleistungen wiederholt und die Ergebnisse sind in Abbildung 4.6 zu sehen.

Der Realteil zeigt für $P = -60 \,\mathrm{dBm}$ eine Abhängigkeit von der Änderungsrate, die einer Temperaturerhöhung von etwa 10 mK entsprechen würde. Für die restlichen Anregungsleistungen ist keine eindeutige Änderungsratenabhängigkeit auszumachen. Da der Realteil nicht nur durch die Tunnelsysteme im Resonanzband, sondern auch durch TS außerhalb des Resonanzbands bestimmt wird, sollten Sättigungseffekte durch das elektrische Feld vernachlässigbar sein und das Verändern der Vorspannung demnach keinen Einfluss haben.

Der Verlust zeigt für alle Anregungsleistungen qualitativ das theoretisch erwartete Verhalten. Je höher die Anregungsleistung ist, desto niedriger ist der Verlust durch resonante Absorption, da die Besetzungszahldifferenz durch elektrische Sättigung



Abbildung 4.6: Änderungsratenabhängigkeit der dielektrischen Permittitvität von N-BK7 bei 14 mK und verschiedenen Anregungsleistungen. Die Änderung des Realteils $\frac{\delta \varepsilon'}{\varepsilon'}$ zeigt bis auf die -60 dBm-Kurve keine wesentliche Abhängigkeit von der Änderungsrate der Verlustfaktor tan (δ) zeigt die erwartete Änderungsratenabhängigkeit.

verringert wird. Außerdem steigt der Verlust für höhere Anregungsleistungen erst bei höheren Änderungsraten an, da die Rabifrequenz für höhere Anregungsleistungen höher ist und Tunnelsysteme somit durch das Feld schneller angeregt werden. Der Sättigung wir also erst bei einer kleineren Zeit, in der sich die Tunnelsysteme im Resonanzband befinden, entgegengewirkt, d.h. erst bei einer höheren Änderungsrate steigt der Verlust an. Der verwendeten Aufbau ist durch die maximal verstärkbare Spannung des Verstärkers und die Zeitauflösung des Netzwerkanalysators limitiert. Dadurch waren höhere Änderungsraten als $10^3 \,\mathrm{MVm^{-1}s^{-1}}$ technisch nicht zu erreichen, weshalb das Plateau für $P = -60 \,\mathrm{dBm}$, $P = -70 \,\mathrm{dBm}$ und auch für $P = -75 \,\mathrm{dBm}$ vermutlich noch nicht zu sehen ist (vergleiche Abbildung 4.7 links).

Wie die Kurve für $P = -80 \,\mathrm{dBm}$ lassen sich alle Kurven des Verlusts gegen die Änderungsrate auch quantitativ überprüfen, wie in Abbildung 4.7 links zu sehen. Das Limit für niedrige Änderungsraten ist durch die Werte aus der Leistungsabhängigkeit gegeben. Für hohe Änderungsraten greift die Beschreibung aus Kapitel 2.4. Der obere Wert der numerischen Berechnung ist wieder durch den Wert aus dem Fit der Leistungsabhängigkeit gegeben. Bis auf die $-60 \,\mathrm{dBm}$ -Kurve finden sich für die Messdaten und die theoretisch vorhergesagten Kurven sehr gute Übereinstimmungen. Wie bereits erwähnt, deutet die Erhöhung des Realteils für $-60 \,\mathrm{dBm}$ bei großen Änderungsraten auf ein leichtes Heizen der Probe hin. Eine entsprechende Erhöhung der Temperatur von bis zu 10 mK würde einer Verringerung des Verlusts von bis zu



Abbildung 4.7: Messdaten des Verlusts gegen die Änderungsrate (links) und die dimensionslose Änderungsrate (rechts) mit den Werten aus der Leistungsabhängigkeit (horizontale Linien) und der numerischen Berechnung der Gleichung (2.57), skaliert mit dem Verlust für kleine Anregungsleistungen.

 $0.2 \cdot 10^{-3}$ entsprechen. Die Abweichung der $-60 \,\mathrm{dBm}$ Messung zu etwas geringeren Verlusten als theoretisch bei hohen Änderungsraten vorhergesagt, könnte also durch Heizen zu erklären sein. Für niedrige Änderungsraten liegt der Verlust der -60 dBm Messung über dem gemessenen Verlust aus der Leistungsabhängigkeit. Bei 14 mK und der Messfrequenz von 1 GHz bedeutet ein höherer Verlust eine niedrigere Temperatur. Die Messdaten aus der Änderungsratenabhängigkeit erscheinen damit kälter als der Messwert aus der Leistungsabhängigkeit. Dies ist insofern möglich, als dass die Probentemperatur während der Leistungsabhängigkeitsmessung höher war als während der Änderungsratenabhängigkeitsmessung. Zwar müsste das Heizen, das für eine Anregungsleistung von -60 dBm bei der Leistungsabhängigkeit möglicherweise auftritt ebenfalls bei der Änderungsratenabhängigkeit auftreten, bei der Leistungsabhängigkeit wurden allerdings kurz zuvor bei noch höheren Anregungsleistungen gemessen, wodurch ein stärkeres Heizen zu erwarten wäre. Die Wartezeit von wenigen Minuten zwischen den Messungen bei hohen Leistungen hat gegebenenfalls nicht dafür ausgereicht, die Probe nach einer möglichen Temperaturerhöhung durch die Anregungen mit -55 und -50 dBm vollständig zu thermalisieren. Eine sorgfältigere Messung der Leistungsabhängigkeit bei starker Anregung sollte hier Klarheit schaffen. Weiterhin liegen zwischen den beiden Messreihen zwei Wochen, in denen andere Experimente im Kryostaten durchgeführt wurden. In dieser Zeit könnten sich unter Umständen die Probenstruktur oder die Geometrie des Aufbaus geringfügig geändert haben, die in einem anderen Verzerrfeld durch z.B. eine geringfügig andere Auflage der Pins resultiert. Dies müsste allerdings vermutlich auch für die anderen Anregungsleistungen zu sehen sein. Wie in Kapitel 2.4 gesehen, kann die Abhängigkeit des Verlust von der Änderungsrate mittels einer dimensionslosen Änderungsrate

$$\xi = \frac{2\nu_0}{\pi \,\Omega_{\rm R,0}^2} = \frac{4\,\hbar\,\dot{F}_{\rm V}}{\pi\,p\,F_{\rm ac}^2} \tag{4.8}$$

ausgedrückt werden. Die Feldstärke im Kondensator des Resonators kann dabei über

$$F_{\rm ac} = \sqrt{\frac{PQ^2}{CQ_{\rm c}d^2\omega}} \tag{4.9}$$

mit der Anregungsleistung P, der Güte Q, der Kopplungsgüte Q_c , dem Spaltabstand d und der Anregungsfrequenz ω abgeschätzt werden [Mat19]. Trägt man den Verlust also gegen die dimensionslose Änderungsrate auf, sollten die Kurven für alle Anregungsleistungen im Grenzfall hoher Änderungsraten, in dem die Theorie gilt, zu einer Kurve zusammenlaufen. Abbildung 4.7 rechts zeigt, dass auch die Messdaten für hohe Änderungsraten zu einer Kurve zusammenlaufen. Messdaten und Theorie zeigen eine sehr gute Übereinstimmung und bestätigen damit die Beschreibung aus Kapitel 2.4.

Sind alle Größen aus Gleichung (4.8) und (4.9) bis auf das mittlere Dipolmoment p der Tunnelsysteme bekannt, kann man das Dipolmoment als Anpassungsparameter verwenden, um Messdaten und Theoriekurve übereinander zu schieben. Dies wurde für Abbildung 4.7 rechts getan. Hierfür wird die Kapazität C der planaren Kondensatoren benötigt. Eine Simulation mit Sonnet ergab eine Kapazität von C = 8,97 pF. Der Fehler ist nicht genau bekannt. Der Spaltabstand d des in dieser Arbeit verwendeten Resonators ist mit einer Genauigkeit von 10% gesputtert worden. Der Wert der Kopplungsgüte ist, wie in Kapitel 4.1 behandelt, ebenfalls nicht genau bekannt. Mit diesen Unsicherheiten ergibt sich das durchschnittliche Dipolmoment der Tunnelsysteme zu $p = (0,20^{+0.60}_{-0.05})$ D.

Mit dem Fitergebnis aus der Leistungsabhängigkeit $A = \frac{\pi P_0 p^2}{3\varepsilon_0 \varepsilon'} = (1, 79 \pm 0, 05) \cdot 10^{-3}$ lässt sich mithilfe Gaußscher Fehlerfortpflanzung auch die Verteilungskonstante P_0 zu $P_0 = (2, 0^{+10,0}_{-1,0}) \cdot 10^{47} \frac{1}{\text{Jm}^3}$ berechnen.

Die Ergebnisse sind von vergleichbarer Größenordnung wie Ergebnisse anderer Messungen, allerdings sehr ungenau. Ist es das Ziel, diese Größen zu bestimmen, sollte die Form des elektrische Felds, die Kopplungsgüte und die Kapazität genauer bekannt sein. Hier soll zunächst lediglich gezeigt werden, dass mithilfe der Messung der Abhängigkeit eines Glases von der Änderungsrate der Vorspannung prinzipiell auch mikroskopische Größen wie das Dipolmoment p oder die Verteilungskonstante P_0 bestimmt werden können.

5. Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Arbeit wurden Messungen zur Untersuchung der Nichtgleichgewichtsdynamik von Tunnelsystemen durchgeführt. Dazu wurde ein mikrostrukturierter Brückenresonator mit einer Resonanzfrequenz von 1 GHz entwickelt und damit die dielektrische Permittivität des Bor-Kronglases N-BK7 bei gleichzeitigem Anlegen eines unabhängigen, sich zeitlich ändernden elektrischen Vorspannungsfelds gemessen.

Zunächst wurden Charakterisierungsmessungen des Resonators bezüglich seiner Leistungs- und Temperaturabhängigkeit durchgeführt. Der dielektrische Verlust zeigt das erwartete Sättigungsverhalten zu hohen Anregungsleistungen hin, das sich mit erklärbaren Abweichungen von der Theoriekurve beschreiben lässt. Aus einem Fit ergaben sich kritischen Leistungen von $P_{\rm c} = (-78.8 \pm 0.3) \, {\rm dBm}$ für 14 mK und $P_{\rm c} = (-67, 2 \pm 0, 3) \,\mathrm{dBm}$ für 50 mK, sowie der Verlust bei kleiner Anregungsleistung und sehr tiefer Temperatur von $\tan(\delta)_0 = (1, 79 \pm 0, 05) \cdot 10^{-3}$, der nach Standardtunnelmodell den maximalen durch Tunnelsysteme erzeugbaren Verlust beschreibt. Die zwischen 11 mK und 8 K gemessene Temperaturabhängigkeit der dielektrischen Permittivität zeigt das vom Standardtunnelmodell vorhergesagte Verhalten. Der Ubergang von maximaler Besetzungszahldifferenz zu einer Sättigung der resonanten Absorption durch thermische Anregung ist ebenso zu sehen wie der Beginn des relaxativen Anstiegs mit Einsetzen der Relaxation über Phononen. Ein Vergleich mit einer Referenzmessung zeigt in den Bereichen mit vergleichbaren Messparametern eine sehr gute Übereinstimmung, was die Eignung des Resonators für weiterführende Messungen belegt.

Mithilfe zweier verschiedener Methoden wurde die Abhängigkeit der dielektrischen Permittivität von der Änderungsrate der Vorspannung gemessen. Beim kontinuierlichen Ändern der Vorspannung heizt sich die Probe auf, weshalb die Temperaturabhängigkeit die untersuchte Änderungsratenabhängigkeit teilweise kompensiert. Die Methode des gepulsten Änderns verhindert eine Erwärmung der Probe nahezu vollständig und die beobachtete Änderungsratenabhängigkeit kann mit den theoretischen Erwartungen verglichen werden. Bei kleinen Änderungsraten ist der Verlust durch den über die Anregungsleistung bestimmten Sättigungsgrad der Tunnelsysteme bestimmt. Zu hohen Änderungsraten hin ist eine stetige Erhöhung des Verlusts zu sehen. Es werden immer mehr ungesättigte Tunnelsysteme ins Resonanzband geschoben, die erst außerhalb, unter spontaner Emission eines Photons, wieder in den Grundzustand relaxieren. Die Besetzungszahldifferenz der TS im Resonanzband, und damit die Stärke ihrer resonanten Prozesse nehmen zu, was zu einem höheren Verlust führt. Für höchste Änderungsraten konvergiert der gemessene Verlust gegen den aus der Leistungsabhängigkeit bestimmten Maximalwert. Der Bereich großer Anderungsraten kann sehr gut mit einer Theorie beschrieben werden, die die Dynamik der Tunnelsysteme unter Nutzung von Landau-Zener Übergängen beschreibt. Trägt man den Verlust gegen eine dimensionslose Anderungsrate auf, die das Verhältnis der Änderung der Energieaufspaltung und der quadrierten Rabifrequenz bildet, fallen alle Kurven zu einer zusammen und können, unter Anpassung des Dipolmoments, für hohe Anderungsraten mit der Theoriekurve in Einklang gebracht werden. Die Theorie, die zuvor nur an Dünnfilmresonatoren überprüft wurde, scheint damit auch für Resonatoren mit makroskopischer Glasprobe gültig zu sein. Mit dieser Methode können mikroskopische Größen des Glases, wie das mittlere Dipolmoment p und die Verteilungskonstante P_0 der Tunnelsysteme mit Dipolmoment extrahiert werden. Sie wurden in dieser Arbeit zu $p = (0, 20^{+0.60}_{-0.05})$ D und $P_0 = (2,0^{+10,0}_{-1,0}) \cdot 10^{47} \frac{1}{\text{Jm}^3}$ bestimmt. Die Kopplungsgüte zwischen Einkopplung und Schwingkreis und die Kapazität stellen dabei die größte Unsicherheit dar, wobei letztere nicht genau bekannt ist und deswegen in der Bestimmung des Fehlers ignoriert wurde. Für eine präzisere Bestimmung sollten diese Größen des Experiments genauer bestimmt werden. Das Ersetzen der Interdigitalkondensatoren mit Plattenkondensatoren sollte die Bestimmung der Kapazität vereinfachen, wofür das Resonatordesign allerdings erheblich überarbeitet werden müsste. Für eine bessere Kenntnis der Kopplungsgüte sind tiefergehende Analysen der Bestimmungsmethoden nötig.

Der entwickelte Messaufbau bietet die Möglichkeit, eine Vielzahl weiterführender Experimente durchzuführen. So könnte die im Standardtunnelmodell als breit angenommene Verteilung der Asymmetrieenergie Δ überprüft werden, indem der dielektrische Verlust bei kleinster Anregungsleistung gemessen und die im Resonanzband befindlichen Tunnelsysteme durch unterschiedliche DC-Vorspannungsfelder schrittweise variiert werden. Das Verhalten des Verlusts gäbe Aufschluss, ob und bei welchen Energieaufspaltungen es Abweichungen von einer flachen Verteilung gibt.

Mithilfe eines weiteren elektrischen Felds (Pumpton), das zusätzlich zur Hochfrequenz und zur Vorspannung eingespeist wird, sollte es prinzipiell möglich sein, Tunnelsysteme in der Nähe der Resonanzfrequenz anzuregen und durch das Vorspannungsfeld ins Resonanzband zu schieben. Dies könnte im Resonanzband zu einer kohärenten Photonemission führen und eine Verstärkung des Anregungssignals bedeuten.

Zur Untersuchung der Änderungsratenabhängigkeit können weitere Messungen bei anderen Temperaturen und Messfrequenzen durchgeführt werden. Ein Vergleich dieser Messungen mit Monte-Carlo Simulationen, bei denen zunächst die Blochgleichungen jedes einzelnen Tunnelsystems gelöst werden, sollte zu einem besseren Verständnis des in dieser Arbeit untersuchten Effekts beitragen. Eine erste qualitative Beschreibung der Messdaten konnte bereits erreicht werden.

A. Anhang

A.1 Relaxationsgleichung

Es gilt die Relaxationsgleichung

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{P}}{\mathrm{d}t} = -\frac{\boldsymbol{P}_{\mathrm{G}}(t) - \boldsymbol{P}(t)}{\tau} \tag{A.1}$$

mit dem momentanen Gleichgewichtswert $\mathbf{P}_{\rm G}$. Für ein periodisches Wechselfeld setzen wir $\mathbf{P}(t) = \mathbf{P}(\omega) e^{-i\omega t}$ und $\mathbf{P}_{\rm G}(t) = \mathbf{P}(0) e^{-i\omega t}$ an und erhalten zusammen mit (2.1) einen Ausdruck für den dipolaren Anteil der Suszeptibilität

$$\chi_{\rm d}(\omega) = \frac{\chi_{\rm d}(0)}{1 - i\omega\tau} \quad , \tag{A.2}$$

den wir in Gleichung (2.5) einsetzen können.

A.2 Fitergebnisse Leistungsabhängigkeit

$T [\mathrm{mK}]$	$P_{\rm c}$ [dBm]	$C \cdot 10^3$	$A\cdot 10^3$	eta	$\chi^2_{\rm red}$
14	$-78,8\pm0,3$	$0,\!02545\pm2\cdot10^{-5}$	$1{,}79\pm0{,}05$	$1{,}33\pm0{,}02$	19
50	$-67,\!2\pm0,\!3$	$0,\!02035\pm1\cdot10^{-5}$	1,79	1,33	251

Tabelle A.1: Ergebnisse der numerischen Anpassung in Abbildung 4.2 der Messwerte aus der Leistungsabhängigkeit an Gleichung (4.7).

A.3 Tales of Beppo



Literaturverzeichnis

- [And72] P. W. Anderson, B. I. Halperin, and C. M. Varma, Anomalous lowtemperature thermal properties of glasses and spin glasses, *Phil. Mag.*, 25, 1, 1972.
- [Bur13] A. L. Burin, M. S. Khalil, and K. D. Osborn, Universal dielectric loss in glass from simultaneous bias and microwave fields, *Physical review letters*, 110(15), 157002, 2013.
- [Car94] H. M. Carruzzo, E. R. Grannan, and C. C. Yu, Nonequilibrium dielectric behavior in glasses at low temperatures: Evidence for interacting defects, *Phys. Rev. B*, **50**, 6685–6695, 1994.
- [Deb12] P. Debye, Zur Theorie der spezifischen Wärmen, Ann. Physik, 344, 789, 1912.
- [Dem17] W. Demtröder, Experimentalphysik 2, Springer-Lehrbuch, Springer Spektrum, Berlin, Heidelberg, 2017.
- [Dir30] P. A. M. Dirac, The principles of quantum mechanics, The international series of monographs on physics, Clarendon Press, Oxford, 1930.
- [Dou80] P. Doussineau, C. Frénois, R. G. Leisure, A. Levelut, and J.-Y. Prieur, Amorphous-like acoustical properties of Na doped β – Al₂O₃, *J. Phys France*, **41**, 1193, 1980.
- [Ell84] Stephen R. Elliott, Physics of amorphous materials, Longman, London [u.a.], 1984.
- [Ens05] C. Enss and S. Hunklinger, Low-Temperature Physics, Springer, Heidelberg, 2005.

- [Fic12] G. Fickenscher, Phasenkohärenz und Energierelaxation von Tunnelsystemen in Gläsern, Dissertation, Universität Heidelberg, 2012.
- [Fre16] B. Frey, Entwicklung mikrostrukturierter supraleitender Resonatoren zur breitbandigen Untersuchung dielektrischer Eigenschaften zwischen 37 MHz und 1 GHz bei tiefen Temperaturen., Masterarbeit, Universität Heidelberg, 2016.
- [Fre19] B. Frey, Persönliche Kommunikation, 2019.
- [Gao08] J. Gao, Physics Of Superconducting Microwave Resonators, Dissertation, California Institute of Technology, 2008.
- [Hun72] S. Hunklinger, W. Arnold, S. Stein, R. Nava, and K. Dransfeld, Saturation of the ultrasonic absorption in vitreous silica at low temperatures, *Physics Letters A*, 42(3), 253–255, 1972.
- [Hun74] S. Hunklinger, Ultrasonics in amorphous materials, Proc. Ultrasonic Symp., 493–501, 1974.
- [Hun76] S. Hunklinger and W. Arnold, Ultrasonic Properties of Glasses at Low Temperatures, Volumen 12, Kapitel 3, 155–215, 1976.
- [Hun07] S. Hunklinger, Festkörperphysik, Oldenbourg, München, 2007.
- [Jä72] J. Jäckle, On the ultrasonic attenuation in glasses at low temperatures, Z. Phys. A, 257(3), 212, 1972.
- [Kha13] M. S. Khalil, A Study of Two-Level System Defects in Dielectric Films using Superconducting Resonators, Dissertation, University of Maryland, 2013.
- [Kha14] M. S Khalil, S Gladchenko, M. J. A Stoutimore, F. C Wellstood, A. L Burin, and K. D Osborn, Landau-zener population control and dipole measurement of a two-level-system bath, *Physical Review B*, **90**(10), 2014.
- [Kit76] C. Kittel, Introduction to solid state physics, Wiley, New York, 5. edition, 1976.

- [Klo08] F. Klotz, Untersuchung von Kernquadrupolwechselwirkungen in lithiumdotiertem Kaliumchlorid, Diplomarbeit, Universität Heidelberg, 2008.
- [Luc16] A. Luck, Nuclear spin dominated relaxation of atomic tunneling systems in glasses, Dissertation, Universität Heidelberg, 2016.
- [Lud03] S. Ludwig, P. Nagel, S. Hunklinger, and C. Enss, Magnetic field dependent coherent polarization echoes in glasses, J. Low Temp. Phys., 131(1/2), 89–111, 2003.
- [Mar05] J. M. Martinis, K. B. Cooper, R. McDermott, M. Steffen, M. Ansmann, K. D. Osborn, K. Cicak, S. Oh, D. P. Pappas, R. W. Simmonds, and C. C. Yu, Decoherence in josephson qubits from dielectric loss, *Physical review letters*, 95(21), 210503, 2005.
- [Mat19] S. Matityahu, H. Schmidt, A. Bilmes, A. Shnirman, G. Weiss, A. V. Ustinov, M. Schechter, and J. Lisenfeld, Dynamical decoupling of quantum twolevel systems by coherent multiple landau-zener transitions, arXiv preprint arXiv:1903.07914, 2019.
- [Nol15] W. Nolting, Grundkurs Theoretische Physik 5/2, SpringerLink: Bücher, Springer Spektrum, Berlin, Heidelberg, 8. aufl. 2015 edition, 2015.
- [Phi72] W. A. Phillips, Tunneling states in amorphous solids, J. Low Temp. Phys., 7(3/4), 351, 1972.
- [Phi81] W. A. Phillips (Ed.), Amorphous solids, Volumen 24 in Topics in current physics, Springer, Heidelberg, 1981.
- [Pob07] F. Pobell, Matter and methods at low temperatures, Springer, Berlin; Heidelberg [u.a.], 2007.
- [Pro15] S. Probst, F. B. Song, P. A. Bushev, A. V. Ustinov, and M. Weides, Efficient and robust analysis of complex scattering data under noise in microwave resonators, *Review of Scientific Instruments*, 86(2), 024706, 2015.

- [Rei17] A. Reifenberger, Spezifische Wärme von supraleitenden metallischen Gläsern bei tiefen Temperaturen, Dissertation, Universität Heidelberg, 2017.
- [Ros16] Y. J Rosen, M. S. Khalil, A. L. Burin, and K. D. Osborn, Random-defect laser: Manipulating lossy two-level systems to produce a circuit with coherent gain, *Physical review letters*, **116**(16), 163601, 2016.
- [Sim04] R. W. Simmonds, K. M. Lang, D. A. Hite, S. Nam, D. P. Pappas, and John M. Martinis, Decoherence in josephson phase qubits from junction resonators, *Physical review letters*, 93(7), 077003, 2004.
- [vS77] M. v. Schickfus and S. Hunklinger, Saturation of the dielectric absorption of vitreous silica at low temperatures, *Phys. Lett.*, **64** A(1), 144, 1977.
- [Zac32] W. H. Zachariasen, The atomic arrangement in glass, Journal of the American Chemical Society, 54(10), 3841–3851, 1932.
- [Zel71] R. C. Zeller and R. O. Pohl, Thermal conductivity and specific heat of noncrystalline solids, *Phys. Rev. B*, 4(6), 2029, 1971.
- [Zen32] C. Zener, Non-adiabatic crossing of energy levels, Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character, 137(833), 696–702, 1932.

Danksagung

Zu Beginn dieser Arbeit hätte ich mir nicht vorstellen können, wie sehr mich diese Zeit bereichern wird. Ich möchte mich von Herzen bedanken bei

PROF. DR. CHRISTIAN ENSS für die Möglichkeit, Teil seiner Arbeitsgruppe sein und eine solche Vielzahl an Dingen erleben und lernen zu dürfen, sowie für das Korrekturlesen dieser Arbeit und freundliche und interessante Gespräche,

PROF. DR. RÜDIGER KLINGELER für die freundliche Übernahme der Zweitkorrektur dieser Arbeit,

DR. ANDREAS FLEISCHMANN für sein Ex 5 - Tutorium, das mich zu dieser Arbeitsgruppe führte, den Vorschlag des extrem coolen Themas dieser Arbeit, "obwohl das eigentlich schon ganz ordentlich ist, für eine Bachelorarbeit…" und seine großartige Art, Physik zu erklären,

DR. ANDREAS REISER für das Mitteilen, ich käme zur DPG-Frühjahrstagung mit, kaum dass ich an meinem ersten Tag zur Tür rein kam, seine große Geduld und Hilfsbereitschaft, seine witzige und freundliche Art, das Korrekturlesen dieser Arbeit und begeisternde Unterhaltungen, die dadurch entstanden,

BENEDIKT FREY für alles, was er mir beigebracht hat, für die schöne Zeit, für das Korrekturlesen dieser Arbeit, für seine unendliche freundliche Gelassenheit und Geduld mit Noobs wie mir, auch bei der n-ten Beantwortung der gleichen Frage, und für das gleichzeitige Behandeln als gleichwertige Kollegin,

LUKAS MÜNCH für das Teilen allen schon erlangten Wissens, und ansonsten das gemeinsame Staunen und die wunderbare Ablenkung, sowie das (manchmal ungefragte) Korrekturlesen dieser Arbeit, DR. ANDREAS REIFENBERGER für seine witzige und freundliche Art und die vielen lehr- und hilfreiche Tipps in allen Bereichen,

MATTHEW HERBST für den Satz "Du bist doch jetzt Experimentalphysikerin!", für seine witzige Art, für viele hilfreiche Tipps und interessante Gespräche, für das Korrekturlesen dieser Arbeit und dafür, dass er zum Open Stage Abend mitgekommen ist,

den drei vorangegangenen und JUAN BONAPARTE und ALEXANDER MÜLLER für die schöne Zeit im Büro mit der besten Lichterkette,

DR. SEBASTIAN KEMPF für das Sputtern des Resonators und die Erklärung zum Vorgang,

RUDOLF EITEL für die ständige Versorgung mit flüssigem Helium, für den Bolzenschneider, und ihm und DANIEL RICHTER für den nicen Trip zur Blutspendezentrale,

ANDREAS SCHALLER und ALJOSCHA AUER für nette Gespräche und vielerlei Hilfestellungen,

TOBIAS SCHMITT für freundliche Gespräche vor Abendschichten und den Kuchen von seiner Mutter und ANNA FERRING für das Lächeln an meinem allerersten Tag,

sowie ALLEN WEITEREN MITGLIEDERN DER ARBEITSGRUPPEN F3 UND F4 für die große Freundlichkeit und Hilfsbereitschaft, für schöne, wenn auch zeitlich strikt begrenzte Trips zur Mensa, eine nette Zeit in der Kaffeeecke und interessante Gespräche von allen Seiten,

IRIS KÖRNER, dafür, dass sie immer für mich da ist,

KLAUS KÖRNER dafür, dass er mich gelehrt hat, dass ich alles schaffen kann,

ALLEN MEINEN FREUNDEN, wie den Noot noots, dafür, dass sie allesamt so wunderbar sind und dieses Studium zu dem phantastischen geilen Scheiß machen, der er ist, Marius, dafür, dass wir zusammen versagen können, Julia, für das Korrekturlesen dieser Arbeit, obwohl ich kein Wörterbuch mitgeschickt habe, sowie Antworten auf Fragen zum Thema "Deutsch", und Nicolai, dafür, dass er immer an mich geglaubt hat. Ich versichere, dass ich diese Arbeit selbstständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe.

Heidelberg, den 20.05.2019

.....

(Diana Körner)