

RUPRECHT-KARLS-UNIVERSITÄT HEIDELBERG



Hannes Rotzinger

Entwicklung magnetischer Mikrokalorimeter für die
hochauflösende Spektroskopie des β -Emitters ^{36}Cl

Dissertation

HD-KIP-07-01

KIRCHHOFF-INSTITUT FÜR PHYSIK

INAUGURAL-DISSERTATION
zur
Erlangung der Doktorwürde
der
Naturwissenschaftlich-Mathematischen
Gesamtfakultät
der
Ruprecht-Karls-Universität
Heidelberg

vorgelegt von
Dipl.-Phys. Hannes Rotzinger
aus Waldshut

Tag der mündlichen Prüfung: 13.12.2006

**Entwicklung magnetischer Mikrokalorimeter
für die hochauflösende Spektroskopie des β -Emitters ^{36}Cl**

Gutachter: Prof. Dr. Christian Enss
Prof. Dr. Heinz Horner

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurde ein Detektorprototyp für energiedispersive Messungen von β -Spektren mit magnetischen Kalorimetern entwickelt und an einer ^{36}Cl -Quelle getestet. Beim Zerfall des Isotops entstehen hochenergetische Elektronen mit einer Energie bis zu 709,6 keV, die im Experiment in einem 4π -Gold-Absorber gestoppt wurden. Dieser Energieeintrag kann in Form einer Temperaturänderung und der damit verbundenen Magnetisierungsänderung des paramagnetischen Temperatursensors durch ein sensitives DC-SQUID-Magnetometer nachgewiesen werden.

Für den ^{36}Cl -Detektorprototyp wurde zur Messung der Magnetisierung eine flache, mäanderförmige Spulengeometrie gewählt, deren Abmessungen für das spezielle Experiment optimiert wurden. Die dafür nötigen supraleitenden Strukturen konnten im Reinraum des Institutes durch den eigens dafür entwickelten 4-Lagen-Prozess in Dünnschichttechnik hergestellt werden. In der Arbeit wird der Detektor beschrieben, sowie dessen Quantenausbeute, Rauschquellen und die erreichbare Energieauflösung diskutiert. Das damit gewonnene ^{36}Cl -Spektrum mit einer Energieauflösung von $\Delta E_{\text{FWHM}} = 750 \text{ eV}$ wird vorgestellt, und mit existierenden experimentellen und theoretischen Daten verglichen.

High resolution β -spectroscopy of the isotope ^{36}Cl using magnetic calorimeters

This thesis describes the development of a high resolution magnetic calorimeter for the detection of the β -spectrum of the isotope ^{36}Cl with endpoint energy of 709.6 keV. The temperature rise of a metallic paramagnetic sensor due to an energy deposition is sensed by measuring its magnetization using a sensitive DC-SQUID magnetometer.

For a high detection efficiency an 4π gold absorber was used. The heat capacity and the geometry of the absorber is optimally matched by a flat sensor and an optimized meander shaped readout coil. The fabrication of the superconducting structures and the detector setup are described. In addition, the relevant noise sources, the energy resolution and the quantum efficiency are discussed. A measured ^{36}Cl -spectrum with an energy resolution of $\Delta E_{\text{FWHM}} = 750 \text{ eV}$ is presented and compared with existing experimental and theoretical data.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Detektionsprinzip magnetischer Kalorimeter	5
3	Physikalische Grundlagen	7
3.1	Au:Er als Sensormaterial magnetischer Kalorimeter	7
3.2	Au:Er als System wechselwirkungsfreier magnetischer Momente	8
3.3	Detektorsignal wechselwirkungsfreier magnetischer Momente	10
3.4	Au:Er als System wechselwirkender magnetischer Momente	12
3.4.1	Wechselwirkungen des Spin-Systems	12
3.4.2	Numerische Berechnung der thermodynamischen Größen	14
3.5	Fluktuationen des Detektorsignals	16
3.5.1	Magnetisches Johnson Rauschen	16
3.5.2	Zusätzlicher niederfrequenter Rauschbeitrag	17
3.6	Energieauflösung magnetischer Kalorimeter	19
3.6.1	Modell eines Kalorimeters mit zwei Subsystemen	21
3.6.2	Energiefluktuationen	21
3.7	Magnetometer	24
3.7.1	Funktionsweise eines DC-SQUIDs	24
3.7.2	Linearisierung des SQUID-Signals	25
3.7.3	Rauschen einer einstufigen DC-SQUID Schaltung	26
3.7.4	Aufbau mit zusätzlicher zweiter SQUID-Stufe	27
3.8	Spulengeometrien	31
3.8.1	Zylinderförmiger Detektoraufbau	31
3.8.2	Mäanderförmiger Detektoraufbau	33
3.8.3	Geometrie eines mäanderförmigen Detektors	34
3.8.4	Bestimmung der Induktivität eines Mäanders	35

3.8.5	Vertikale Magnetfeldabhängigkeit eines Mäanders	36
3.8.6	Füllfaktor der optimierten Mäandergeometrie	38
3.8.7	Optimierung der Mäandergeometrie	39
3.8.8	Berücksichtigung kleinerer Ströme	41
3.8.9	Alternative Sensorgeometrie	42
4	Grundlagen des ^{36}Cl Experiments	45
4.1	Erzeugung tiefer Temperaturen	45
4.2	Stabilisierung der Basis-Temperatur	47
4.3	Herstellung der Detektor-Komponenten	47
4.4	Entwicklung der mäanderförmigen Auslesespule	48
4.4.1	Design der mäanderförmigen Struktur	48
4.4.2	Herstellung der mäanderförmigen Struktur	50
4.4.3	Dünnschicht Fertigungsergebnisse	52
4.5	Herstellung des Au:Er Sensors	53
4.6	Aufpressen der Sensorfolie auf die mäanderförmige Struktur	53
4.7	Detektoraufbau	54
4.8	Verkabelung und Datenaufnahme	55
4.9	Zusammenfassung der experimentellen Vorbereitungen	56
4.10	Ausblick	58
5	Experimentelle Ergebnisse	59
5.1	Thermalisierungsverhalten des ^{36}Cl -Detektors	59
5.2	Signalanstiegszeit τ_0	60
5.3	Temperaturabhängigkeit der Relaxationszeit des Detektors	62
5.3.1	Vergleich der Relaxationszeit τ_1 bei verschiedenen Temperaturen	62
5.3.2	Wärmekapazität des Silizium-Substrates	63
5.3.3	Thermalisierungsschema für die Relaxationszeit τ_1	63
5.3.4	Elektronischer Thermalisierungszweig	63
5.3.5	Phononischer Thermalisierungszweig	64
5.3.6	Thermischer Grenzflächenwiderstand R_{GF}	65
5.3.7	Wärmeleitfähigkeit der Epoxid-Klebeverbindung	66

5.3.8	Vergleich der Wärmeleitfähigkeiten	66
5.3.9	Thermalisierungszeit τ_1 : Experiment und Rechnung	67
5.4	Magnetisierung des Sensors	68
5.4.1	Kritischer Strom	69
5.4.2	Einprägen des Feldstromes I_0 durch einen thermischen Schalter	70
5.4.3	Temperaturabhängigkeit des kritischen Stroms I_c	71
5.4.4	Einfluss eines zusätzlichem Sensorabstandes	73
5.5	Das ^{36}Cl β -Spektrum	74
5.5.1	Einleitung	74
5.5.2	Übergangswahrscheinlichkeit des β -Zerfalls	77
5.5.3	Radialwellenfunktion des β -Zerfalls von ^{36}Cl	80
5.5.4	Korrekturen zum theoretischen Spektrum	83
5.6	Gemessenes Spektrum mit hoher Teilchenstatistik	88
5.7	Gemessenes Spektrum mit niedriger Teilchenstatistik	90
5.8	Vergleich der Pulshöhe mit theoretischen Daten	92
5.9	Rauschen des Detektorssignals	94
5.10	Energieauflösung des Spektrums mit hoher Statistik	96
5.11	Simulation des ^{36}Cl -Emissionsspektrums im Gold-Absorber	100
5.12	Vergleich experimenteller Spektren mit theoretischen Daten	106
5.13	Formfaktor des ^{36}Cl Kern- β -Zerfalls	109
6	Zusammenfassung und Ausblick	111
	Literaturverzeichnis	115
8	Danksagung	121

1. Einleitung

Die genaue Bestimmung der Form der Spektren von β -Emittern ist seit ihrer Entdeckung durch Chadwick 1914 [Cha14] ein herausforderndes Gebiet der experimentellen Teilchendetektion. Es wurden über die Jahre verschiedenste Techniken angewandt um das aus dem Kern emittierte Elektron (β^- Zerfall) oder Positron (β^+ Zerfall) nachzuweisen. Schon Chadwick erkannte 1914 mit dem von ihm benutzten magnetischen Spektrometer, dass die Verteilung der Elektronen aus einer Radium Quelle kontinuierlich ist.

Es stellte sich die Frage, wie ein Übergang mit zwei definierten Zuständen und nur zwei beteiligten Teilchen ein kontinuierliches Spektrum hervorbringen kann, ohne die fundamentale Energieerhaltung eines Systems anzutasten. Erst 1930 konnte durch das von Pauli postulierte, schwach wechselwirkende Neutrino ein Weg aufgezeigt werden dies zu erklären. 1934 wurde von Fermi eine Theorie analog zur elektromagnetischen Wechselwirkung vorgestellt die die grundlegende Form der Spektren beschreiben kann.

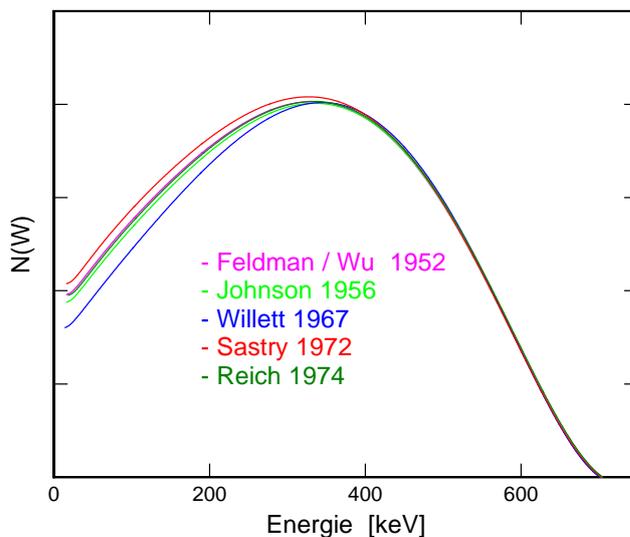


Abb. 1.1
Vergleich verschiedener experimenteller Spektren.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurde das Spektrum des β^- -Emitters ^{36}Cl mit metallischen magnetischen Kalorimetern untersucht. Die Form des ^{36}Cl -Spektrums weicht aufgrund seines zweifach verbotenen 'non-unique' β -Zerfalls zu ^{36}Ar signifikant von dem erlaubter β -Zerfälle ab. Eine große Zahl aktueller Anwendungen und bestehende Widersprüche zwischen den existierenden experimentellen Daten gaben Anlaß der hier beschriebenen erneuten energiedispersiven Untersuchung der Quelle. In Abb. 1.1 sind gemessene Spektren, wie man sie heute in der Fachliteratur finden kann, abgebildet. Die Spektren weisen z.T. bis zu 15 keV Abweichungen von der durch Massenspektrometrie unabhängig bestimmbarer Endpunktsenergie auf. Um diesen Unter-

schied zu korrigieren, wurden die Spektren in der Abbildung auf den Wert W_0 709,6 keV [Aud03] skaliert.

Die Spektren wurden mit unterschiedlichen Nachweismethoden aufgezeichnet und ergeben vor allem im Bereich kleiner Elektronen-Energien kein einheitliches Bild.

Magnetische Kalorimeter gehören zu der Klasse der Tieftemperatur Detektoren. Wie der Name ausdrückt, wird die in einem Absorber deponierte Energie durch das Messen der entstehenden Temperaturerhöhung mit einem magnetischen Thermometer ermittelt. Die zu kleinen Temperaturen hin abnehmende Wärmekapazität der Absorbermaterialien und das sich verringernde thermische Rauschen des gesamten Detektors legen den Betrieb bei einer niedrigen Arbeitstemperatur nahe. Zusätzlich wird die Verwendung von hochsensitiven SQUID-Magnetometern¹ bei tiefen Temperaturen ermöglicht. Die Funktionsweise eines solchen Detektors lässt sich wie folgt zusammenfassen. Die durch ein hochenergetisches Teilchen im Absorber deponierte Energie führt zu einer Temperaturerhöhung. Der thermisch gut an den Absorber gekoppelte paramagnetische Sensor reagiert darauf mit einer Magnetisierungsänderung, welche von dem SQUID-Magnetometer in ein Spannungssignal umgewandelt wird. Dieses kann von einer, sich bei Raumtemperatur befindenden, Elektronik ausgelesen werden und zur Weiterverarbeitung an einen Rechner übermittelt werden.

Die experimentelle Herausforderung zur Messung des ^{36}Cl -Spektrums gliedert sich im Wesentlichen in zwei Bereiche. Zum einen sollte der verwendete Absorber in dem überstrichenen Energiebereich eine Absorptionseffizienz von nahezu 100% haben. Als Absorbermaterial wurde in dieser Arbeit Gold verwendet, da es sowohl eine gute spezifische Absorptionseffizienz aufgrund der großen Kernladungszahl als auch gute thermische Eigenschaften bei tiefen Temperaturen besitzt. Monte-Carlo-Simulationen bilden dabei die Basis für eine ausreichende Dimensionierung des Absorbers.

Des weiteren soll der Detektor trotz der angestrebten 100%-igen Quanteneffizienz ein ausreichend gutes Signal-zu-Rauschen Verhältnis besitzen um auch kleine Energieeinträge der Quelle identifizieren zu können. Eine gute Linearität, d.h. eine möglichst konstante Proportionalität zwischen gemessenem Detektorsignal und β -Zerfallsenergie ist ebenfalls wünschenswert. Viele der bisher eingesetzten konventionellen Detektionstechniken werden den gerade aufgezählten Anforderungen teilweise nicht gerecht, z.B. besitzen aus Halbleitern aufgebaute Detektoren eine energieabhängige Detektionseffizienz. Magnetische Spektrometer müssen vor allem im Bereich kleiner Elektronen-Energien durch magnetische Rückstreuung der Elektronen aufwendig charakterisiert und die Spektren korrigiert werden. Ziel der vorliegenden Arbeit war es daher, einen Prototyp-Detektor zu entwickeln und mit Hilfe dessen zu zeigen, dass auf der Basis von magnetischen Kalorimetern viele der experimentellen Probleme überwunden werden können.

Wie bereits erwähnt wird ^{36}Cl in vielen Anwendungen eingesetzt, im Folgenden sind einige ausgesuchte kurz beschrieben.

In der medizinischen Brachytherapie versucht man eine Strahlungsquelle möglichst

¹SQUID: engl. Superconducting QUantum Interference Device

nahe an das zu bestrahlende Gewebe zu bringen. Dabei soll das verwendete Isotop eine möglichst hohe Dosis im zu bestrahlenden Gebiet deponieren. α - und β -Quellen eignen sich hierfür bevorzugt, da Elektronen bzw. He-Kerne ihre kinetische Energie durch ihre kurze mittlere freie Weglänge schnell an das betroffene Gewebe abgeben können. Bei der sogenannten Seed-Implantation wird die Quelle direkt in das zu bestrahlende Zielgebiet eingebracht und verbleibt dort bis die Radionukleide der Quelle vollständig zerfallen sind. Dafür werden kurzlebige Quellen benötigt, die vorrangig künstlich hergestellt werden. Vor allem bei dieser Therapieform ist ein hoher Reinheitsgrad der implantierten Probe nötig, da eine herstellungsbedingte Verunreinigung mit z.B. einem langlebigen β -Strahler wie ^{36}Cl ($T_{1/2} \approx 308.000$ Jahre) zu einer Langzeit-Strahlenbelastung führen würde.

Zur Analyse der hergestellten bzw. zum Einsatz freigegebenen Quellen werden hauptsächlich Flüssigszintillationszähler und Ionisationskammern eingesetzt. Da beide Detektortypen jedoch eine energieabhängige Detektionseffizienz aufweisen ist eine verlässliche Eichung erforderlich. Es gibt unter den nationalen Standardisierungs-Instituten momentan den Vorschlag, ^{36}Cl als internationalen Standard für diese Zwecke zu definieren. ^{36}Cl bietet sich hierfür wegen des großen überstrichenen Energiebereichs von $W_0 = 709,6$ keV und durch seine Langzeitstabilität an.

Obwohl die prinzipielle Form erlaubter β -Zerfälle quantitativ sehr gut verstanden ist, gibt es bei schwachen Zerfällen höherer Ordnung noch von den experimentellen Messungen abweichende Beschreibungen. Für den doppelt verbotenen 'non-unique' Übergang von ^{36}Cl trifft dies vor allem für den Energiebereich unterhalb von 300 keV zu. Die Ursache für diese Abweichungen sind vermutlich hauptsächlich kernphysikalischer Natur. Bei diesem Kernzerfall kommt es zu einem theoretisch schwer zu beschreibenden Auslöschungseffekt dominanter Kernübergangsmatrixelemente niedriger Ordnung. Eine genaue Bestimmung der Form des ^{36}Cl -Spektrums kann hier Hinweise über die Beiträge von Kernmatrixelementen höherer Ordnung geben.

Die Kenntnis des ^{36}Cl - β -Spektrums kann auch zur Datierung herangezogen werden. In Grundwasser-Sediment Basins ist das Wasser zu alt um mit der ^{14}C -Methode ($T_{1/2} = 5730$ Jahre) auf ihr Alter bestimmt zu werden. Dieser Anforderung kann ^{36}Cl mit seiner langen Halbwertszeit gerecht werden. In der Natur wird ^{36}Cl hauptsächlich durch Spallation von atmosphärischem Argon mit kosmischen Protonen hergestellt. Durch seine Wasserlöslichkeit bleibt ^{36}Cl nur etwa eine Woche in der Atmosphäre, bevor es von den Meeren aufgenommen wird. Tiefenwasserreservoirs können durch die Bestimmung der ^{36}Cl -Konzentration somit auf ihr Alter und auf ihre geschichtliche Entwicklung Aufschluß geben. Die oberirdischen Atombombentest der 1950er und 1960er Jahre haben durch den thermonuklearen Fall-Out die Konzentration von ^{36}Cl und ^3He um ein vielfaches erhöht. Diese punktuelle Anreicherung der Atmosphäre können unter anderem auch in Tiefenmessungen von Gletscher-Eisschichten nachgewiesen werden.

Die vorliegende Arbeit ist in vier Kapitel unterteilt. Nach der Einführung in das Detektionsprinzip magnetischer Kalorimeter werden die physikalischen Grundlagen

des Sensormaterials beschrieben. Das darauf folgenden Kapitel erläutert die experimentellen Grundlagen und die Entwicklung eines optimierten Aufbaus für das ^{36}Cl -Experiments. Im letzten Kapitel werden die experimentellen Ergebnisse vorgestellt und diskutiert.

2. Detektionsprinzip magnetischer Kalorimeter

Magnetische Kalorimeter machen, wie der Name es andeutet, von einem kalorimetrischen Messprinzip Gebrauch. Um die Energie eines Teilchens zu bestimmen muss dieses dabei in einem Absorber vollständig absorbiert werden. Dieser Energieeintrag führt zu einer Temperaturerhöhung im Absorber die mit einem Thermometer sichtbar gemacht werden kann.

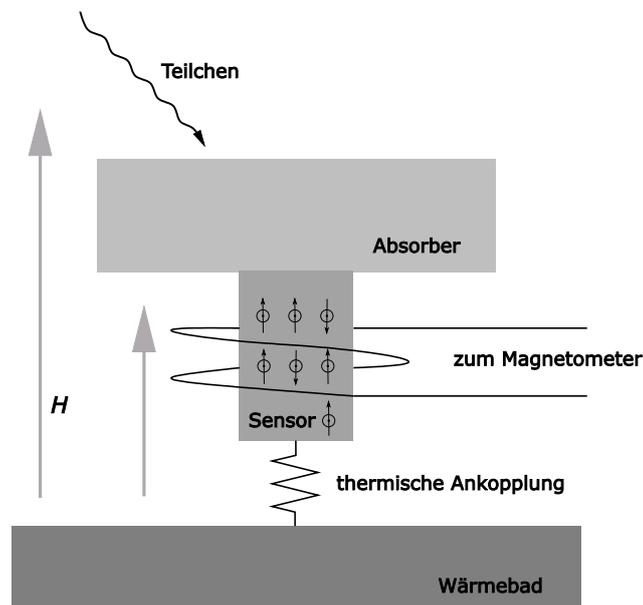


Abb. 2.1

Schematische Darstellung eines magnetischen Kalorimeters

Ist die zu messende Energie des absorbierten Elektrons oder Photons hinreichend klein, so verhält sich die Temperaturänderung des Detektors proportional zu dieser und es gilt in guter Näherung

$$\delta T \simeq \frac{\delta E}{C_{\text{tot}}}. \quad (2.1)$$

Mit der Kenntnis der Gesamtwärmekapazität C_{tot} lässt sich die Energiemessung damit auf eine Temperaturmessung reduzieren.

Wie in Abb. 2.1 skizziert, besteht ein magnetisches Kalorimeter neben dem Absorber aus einem paramagnetischen Temperatursensor, der sich in einem schwachen äußeren Magnetfeld H befindet. Eine Erwärmung führt in dem paramagnetischen Sensormaterial zu einer Magnetisierungsänderung und damit auch zu einer Änderung des magne-

tischen Flusses Φ in der Aufnahmespule des Magnetometers.

$$\delta\Phi \propto \frac{\partial M}{\partial T} \delta T \propto \frac{\partial M}{\partial T} \frac{\delta E}{C_{\text{tot}}} \quad (2.2)$$

Aus Beziehung 2.2 lassen sich bereits zwei wichtige Forderungen an den Aufbau eines magnetischen Kalorimeter ableiten. Zum einen erweist es sich als vorteilhaft, ein Sensormaterial zu verwenden, dessen Magnetisierung eine starke Temperaturabhängigkeit aufweist.

Zum anderen kommt es durch die verhältnismässig kleinen Energieeinträge bei der Absorption eines Teilchens zu ebenfalls kleinen Temperaturerhöhungen. Die Gesamtwärmekapazität des Kalorimeters sollte daher möglichst klein sein, um somit die resultierende Temperaturerhöhung zu maximieren.

Weitere Anforderungen an einen hochauflösenden Detektor sind typischerweise eine hohe Quantenausbeute und Zählrate sowie für schwache Quellen eine große Absorptionsfläche.

Um diese Kriterien und zusätzlich eine kleine Gesamtwärmekapazität zu erreichen benutzt der in dieser Arbeit vorgestellte Detektor einen metallischen Sensor und Absorber. Dies führt selbst bei den Betriebstemperaturen unterhalb $T = 0,1 \text{ K}$ zu kurzen Thermalisierungszeiten des Detektors. In diesem Temperaturbereich ist sowohl der phononische ($\propto T^3$) als auch der elektronische ($\propto T$) Anteil zur Wärmekapazität stark reduziert, so dass sowohl eine große Detektor-Fläche als auch mit einem geeigneten Material mit großer Kernladungszahl eine hohe Quantenausbeute erreicht werden können.

Eine schwache thermische Kopplung bringt den Detektor nach einem äußeren Energieeintrag zurück in das Gleichgewicht mit dem Wärmebad. Der Detektor kann aus dieser Sicht als ein thermodynamisches kanonisches Ensemble betrachtet werden, dessen Energiefluktuationen

$$\delta E = \sqrt{C_{\text{tot}} k_B T^2} \quad (2.3)$$

die erreichbare Energieauflösung δE limitieren. Die obige Forderung für möglichst kleine Betriebstemperaturen und nach einer kleinen Wärmekapazität ist daher tatsächlich auch die Grundvoraussetzung für eine gute Energieauflösung.

3. Physikalische Grundlagen

3.1 Au:Er als Sensormaterial magnetischer Kalorimeter

In der vorliegenden Arbeit wurde als paramagnetisches Sensormaterial eine verdünnte Legierung aus Gold (Au) und dem Seltenerdmetall (Er) benutzt. Während sich reines Gold unabhängig von der Temperatur diamagnetisch verhält, zeigen die hinzugefügten Erbiumionen wegen ihrer nur unvollständig gefüllten $4f$ -Schale das gewünschte paramagnetische Verhalten. Die Magnetisierung des Sensormaterials wird daher unterhalb einer Temperatur von etwa 50 K paramagnetisch. Die Wahl für Au:Er als Sensormaterial wurde durch folgende Eigenschaften der Erbium-Ionen begünstigt. Die $4f$ -Schale sitzt tief ($r_{4f} = 0,3 \text{ \AA}$) im Inneren des Erbium-Ions ($r_{\text{Ion}} = 1 \text{ \AA}$), und wird daher von den weiter aussen liegenden $5s$ und $5p$ Orbital-Elektronen abgeschirmt. Eingebaut in einen Festkörper reduziert diese Abschirmung das Kristallfeldes am Ort der $4f$ -Elektronen. Unter diesen Umständen lassen sich die magnetischen Momente der Er-Ionen in Gold in guter Näherung durch die Hund'schen Regeln berechnen. Man erhält auf diese Weise $L = 6$, $S = 3/2$ und $J = L + S = 15/2$. Das magnetische Moment ergibt sich dann [Abr70] zu

$$\mu = -g_J \mu_B J \quad (3.1)$$

mit dem Bohrschen Magneton μ_B und dem Landé-Faktor

$$g_J = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)} = \frac{6}{5}. \quad (3.2)$$

Beschreibt man die temperaturabhängige Magnetisierung von Au:Er-Legierungen mit Hilfe des so ermittelten magnetischen Momentes der Erbiumionen, so findet man bei hohen Temperaturen ($T > 100 \text{ K}$) eine gute Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment [Wil69].

Unterhalb dieser Temperatur muss der Einfluss des nicht vollständig abgeschirmten Kristallfeldes auf die Er^{3+} -Ionen berücksichtigt werden. Die Beschreibung des Kristallfeldes erfolgt durch ein zusätzliches Potential mit der Symmetrie des Gold-Wirtskristalles.

Die $(2J + 1)$ -fache, d.h. 16 fache Entartung des Er^{3+} -Grundzustandes wird durch das Kristallfeld aufgehoben und geht in eine Gruppe von Multiplets über (Γ_6- , Γ_7 -Doublett, $3 \times \Gamma_8$ -Quartett), deren energetisch Niedrigstes ein Γ_7 -Kramers-Doublett ist.

Das System wurde bei tiefen Temperaturen ausgiebig untersucht, die zuverlässigsten Daten zur Kristallfeldaufspaltung in Au:Er sind durch Neutronenstreuung gemessen worden [Hah92]. Für die Aufspaltung zwischen dem Γ_7 -Doublett und dem ersten angeregten Multiplett im Nullfeld ergab sich dabei $\Delta E = 17 \pm 5 \text{ K} \cdot k_B$. Dieser Wert wird durch Suszeptibilitätsmessungen [Wil69], Hyperfein-Resonanz-Spektroskopie [Sjö75],

Mössbauer-Spektroskopie [She73] und Magnetisierungsmessungen [Fle00] innerhalb der jeweiligen Unsicherheiten bestätigt.

Im Fall tiefer Temperaturen unter etwa 1,5 K und kleiner magnetischer Felder lässt sich das magnetische Verhalten von Erbium in Gold daher durch ein effektives Zwei-Niveau-System beschreiben, dessen Quasi-Spin $\tilde{S} = 1/2$ ist und dessen effektiver, isotroper Landé-Faktor $\tilde{g} = 34/5$ beträgt [Abr70]. Anhand von Elektron-Spin-Resonanz Messungen konnten diese Werte bestätigt werden, z.B. in [Tao71].

3.2 Au:Er als System wechselwirkungsfreier magnetischer Momente

Magnetische Kalorimeter nutzen, wie eingangs in Abschnitt 2 beschrieben, die Temperaturabhängigkeit der Magnetisierung eines Materials aus um Temperaturänderungen nachzuweisen. Da die Magnetisierung eine thermodynamische Gleichgewichtsgröße ist, erfolgt die theoretische Beschreibung des Systems durch ein geeignetes thermodynamisches Potential. Im hier betrachteten Fall bietet sich die *freie Energie* F mit dem vollständigen Differential

$$dF = -SdT - VMdB \quad (3.3)$$

an. Hierbei wurden die Volumenänderungen $-pdV$ bereits vernachlässigt. Der thermodynamische Ausdruck 3.3 lässt sich mit der statistischen Physik durch

$$F = -Nk_B T \ln Z \quad (3.4)$$

verbinden, wobei Z die *ein-Teilchen-Zustandssumme* des Systems

$$Z = \sum_i e^{\frac{-E_i}{k_B T}} \quad (3.5)$$

ist. Die freie Energie F ist damit eine Funktion der Zahl der magnetischen Momente N , der Temperatur T und der Boltzmann-Konstante k_B . Für ein System wechselwirkungsfreier magnetischer Momente können aus den Gleichungen 3.3-3.5 die thermodynamischen Größen Wärmekapazität C , die Magnetisierung M und deren Ableitung nach der Temperatur $\partial M/\partial T$ ermittelt werden

Wie im vorherigen Abschnitt gezeigt wurde, kann das Verhalten der Erbium-Ionen in Gold bei tiefen Temperaturen unterhalb 1,5 K durch einen Quasi-Spin $\tilde{S} = 1/2$ und einen effektiven Landé-Faktor von $\tilde{g} = 6,8$ beschrieben werden. Damit kann jedes einzelne Ion in einem äußeren Magnetfeld $B = \mu_0 |\mathbf{H}|$, mit μ_0 der magnetischen Permeabilität des Vakuums, nur eines der beiden Energieniveaus

$$E_{\pm} = \pm \frac{1}{2} \tilde{g} \mu_B B \quad (3.6)$$

einnehmen. Da die Energiezustände des einzelnen magnetischen Moments bekannt sind, folgt mit 3.5 für die freie Energie

$$F = -Nk_B \ln Z = -Nk_B \ln\{2\cosh(h)\} \quad (3.7)$$

mit dem Argument

$$h = \tilde{g}\mu_B B / 2k_B T, \quad (3.8)$$

das das Verhältnis zwischen Zeeman-Aufspaltung und thermischer Energie angibt. Für die Wärmekapazität des Spin-Systems C_Z erhält man dann

$$C_Z = Nk_B h^2 \cosh^{-2}(h) \quad (3.9)$$

und für die Magnetisierung M

$$M = \frac{N}{V} \tilde{S} \tilde{g} \mu_B \tanh(h). \quad (3.10)$$

Die in dieser Arbeit häufig gebrauchte Konzentration x lässt sich durch die Beziehung $N/V = x \cdot N_A / V_m$ angeben, mit der Avogadro-Zahl N_A und dem Molvolumen V_m .

Das Zeeman-System hat bei endlichen Temperaturen $T > 0$ K in der Abwesenheit ei-

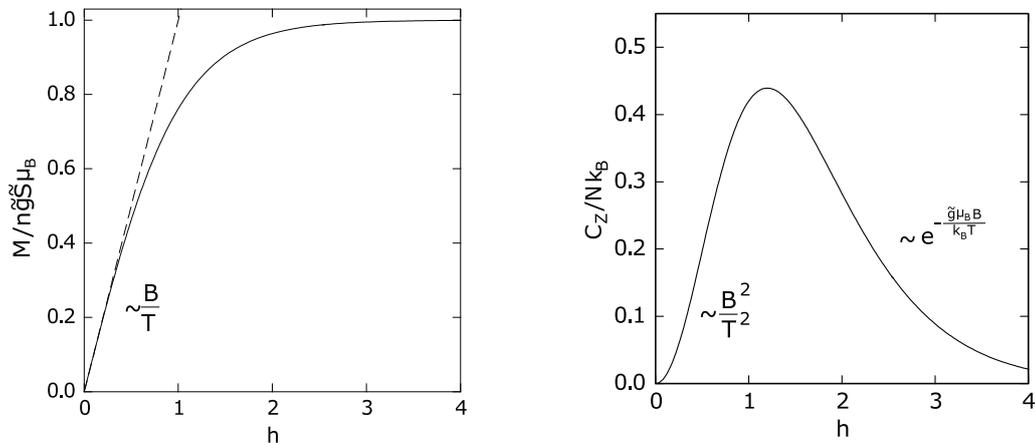


Abb. 3.1: Magnetisierung M und Wärmekapazität C eines Systems aus N wechselwirkungsfreien Zwei-Niveau-Systemen als Funktion von $h = \tilde{g}\mu_B B / 2k_B T$.

nes äußeren Magnetfeldes ($B = 0$ T), d.h. $h = 0$ keine Möglichkeit sich zu polarisieren oder Energie aufzunehmen, deshalb verschwinden auch die Größen C_Z und M . Schaltet man ein Magnetfeld ein, so steigt die Magnetisierung bis unterhalb $h < 0,3$ linear zu B bzw. h an. Für kleine h lässt sich 3.10 entwickeln und man erhält

$$M(B, T) \cong \frac{N}{V} \mu_0 \tilde{S}(\tilde{S} + 1) (\tilde{g}\mu_B)^2 \frac{B}{T}. \quad (3.11)$$

Dies ist das Verhalten des bekannten Curie-Gesetzes, die Magnetisierung nimmt, bei konstantem Magnetfeld, mit steigender Temperatur proportional $1/T$ ab. Die Suszeptibilität $\chi = M/H$ ist somit unabhängig vom angelegten Magnetfeld.

Die Entwicklung der Wärmekapazität für kleine h , d.h. hohe Temperaturen und kleine Magnetfelder ergibt

$$C_Z(B, T) \cong \frac{N\tilde{S}(\tilde{S} + 1)(\tilde{g}\mu_B)^2}{k_B} \cdot \left(\frac{B}{T}\right)^2. \quad (3.12)$$

Die Wärmekapazität steigt in diesem Bereich mit dem Quadrat der Zeeman-Energieaufspaltung.

Bei großen Magnetfeldern ($h > 2$) richten sich alle magnetischen Momente parallel zum äußeren Feld aus, die Magnetisierung erreicht den Sättigungswert $M = N\tilde{S}\tilde{g}\mu_B/V$. Da das System im Bereich sich vergrößernder h immer weniger Energie aufnehmen kann, beobachtet man oberhalb der für Zwei-Niveau-Systeme typischen *Schottky-Anomalie* ($h = 1, 2$) eine rapide Abnahme der Wärmekapazität mit $C_Z \propto \exp(-h)$. Alle Systeme befinden sich im unteren Energiezustand und thermische Anregungen nehmen mit dem Boltzmann-Faktor $\exp(-h)$ ab.

Wie in Abb. 3.1 zu sehen ist, wird die Schottky-Anomalie der Wärmekapazität dann erreicht, wenn die Energieaufspaltung $\tilde{g}\mu_B B$ vergleichbar mit der thermischen Energie $k_B T$ ist. Unter diesen Umständen wird die Besetzungswahrscheinlichkeit der beiden Energieniveaus durch das äußere Magnetfeld B stark beeinflusst.

In Abb. 3.1 ist das Verhalten der Magnetisierung und der Wärmekapazität als Funktion von h dargestellt. Für kleine h steigt die Magnetisierung linear an, weicht für große h , vorallem im Bereich vollständiger Sättigung jedoch stark von diesem Verhalten ab. Die Wärmekapazität besitzt ein ausgeprägtes Maximum, an dessen Flanken sie quadratisch ansteigt bzw. exponentiell abfällt.

Da die Magnetisierung eine thermische Zustandsgröße ist, fluktuiert sie um ihren Mittelwert M . Aus 3.10 erhält man für die mittlere quadratische Abweichung

$$\Delta M^2 = \frac{N}{V^2} (\tilde{S}\tilde{g}\mu_B)^2 \cosh^{-2}(h). \quad (3.13)$$

Die relative Schwankung $\Delta M/M \propto 1/\sqrt{N}$ verschwindet damit im thermodynamischen Limes $N \rightarrow \infty$. Bei kleinen Magnetfeldern bzw. hohen Temperaturen nimmt die mittlere quadratische Abweichung einen nahezu konstanten Wert $\sqrt{N/V^2} \cdot \tilde{S}\tilde{g}\mu_B/2$ an. Im Extremfall ($h > 0$) verschwindet $\Delta M/M$ exponentiell aufgrund der starken Spin-Polarisation durch das große äußere Magnetfeld. Dies Verhalten ist damit identisch mit dem für Energiefluktuationen $\Delta E^2 = k_B C T^2$.

3.3 Detektorsignal wechselwirkungsfreier magnetischer Momente

Betrachtet man das Detektorsignal im Fall wechselwirkungsfreier magnetischer Momente bietet sich zur Beschreibung der Signalhöhe die Änderung des magnetischen

Moments δm an, da diese Größe unabhängig von der Geometrie des Detektors ist. Die Signalgröße des gesamten Sensors ergibt sich zu

$$\delta m = \frac{\delta E}{B} . \quad (3.14)$$

Jeder Spin im Sensor benötigt die Energie $E_i = \tilde{g}\mu_B B$ um die Spinorientierung zu wechseln. Das magnetischen Moment des Sensors δm ändert sich dabei um $\tilde{g}\mu_B$.

Für Detektorsignale wäre es nach diesem Modell erstrebenswert, wenn kleine Magnetfelder benutzt würden, da der Energieaufwand pro Spin mit B anwächst, und die Signalgröße mit $1/B$ zunehmen würde.

Ein reales magnetisches Kalorimeter besitzt neben der Spin-Wärmekapazität C_Z unterhalb von 100 mK zusätzlich die nicht vernachlässigbare Wärmekapazität C_e der Leitungselektronen. Die spezifische Wärme des Elektronensystems eines Metalls steigt mit der Temperatur linear an, $c_e = \gamma T$, wobei der Parameter γ für Gold den Wert $\gamma_{\text{Au}} = 6,5 \times 10^{-4} \text{ J}/(\text{mol K}^2)$ besitzt [Ens00b]. Durch diese Erweiterung des Kalorimeter-Modells wird das Verhalten grundlegend geändert.

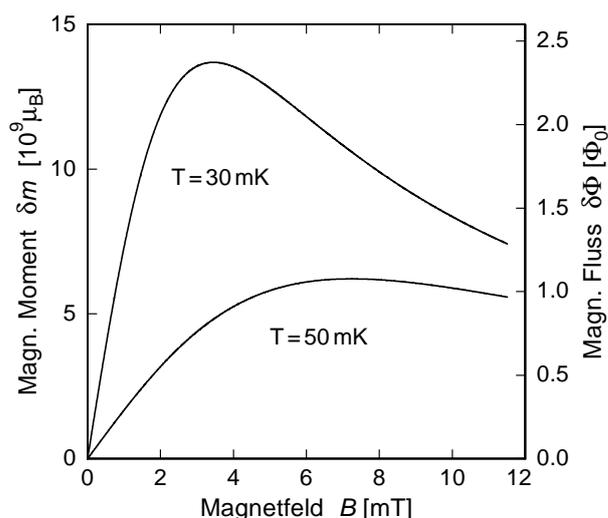


Abb. 3.2

Änderung des magnetischen Moments δm eines paramagnetischen Au:Er-Sensors bei der Absorption von 5,9 keV in einem Detektor, der bei der Temperatur $T=30 \text{ mK}$ bzw. $T=50 \text{ mK}$ betrieben wird und einen Absorber ($250 \times 250 \times 5 \mu\text{m}$) aus reinem Gold besitzt. Die Erbium Konzentration des Sensors ($\varnothing 52 \mu\text{m}$, Höhe $6,5 \mu\text{m}$) beträgt 900 ppm.

In Abb. 3.2 ist die für den wechselwirkungsfreien Fall berechnete Änderung des magnetischen Moments eines magnetischen Kalorimeters als Funktion des Magnetfeldes B dargestellt. Der Detektor hier betrachtete besteht aus einem Absorber ($250 \times 250 \times 5 \mu\text{m}$) aus Gold und einem zylinderförmigen Au:Er-Sensor mit einer Höhe von $6,5 \mu\text{m}$, einem Durchmesser von $52 \mu\text{m}$ und einer Spinkonzentration von 900 ppm. Die Änderung des magnetischen Moments geht von einer Absorption eines Energiequants von 6 keV aus. Aufgetragen sind die Kurven für eine Arbeitstemperatur von 30 mK und 50 mK.

Um das qualitative Verhalten des Detektorsignals δm zu verstehen, ist es ausreichend, wenn man die Wärmekapazität des Zeeman-Systems mit der Hochtemperaturnäherung aus Gl (3.15) beschreibt. Bei einer Arbeitstemperatur von 50 mK entspricht dies

den Magnetfeldern bis etwa 12 mT.

Die Änderung des magnetischen Moments lässt sich dann in der Form

$$\delta m = \frac{C_Z}{C_Z + C_e} \frac{\delta E}{B} = \frac{C_0 B}{C_0 B^2 + C_Z} \delta E, \quad (3.15)$$

mit $C_0 = N\tilde{S}(\tilde{S} + 1)(\tilde{g}\mu_B)^2 / (k_B T^2) \propto 1/T^2$, darstellen. In kleinen Magnetfeldern dominiert die Wärmekapazität der Leitungselektronen und das Detektorsignal nimmt linear zu, wobei die Steigung $\delta m \propto B$ proportional zu $1/T^3$ ansteigt.

Bei mittleren Feldern durchläuft δm ein Maximum, das sich aus 3.14 ableiten lässt. Man kann zeigen, dass bei vorgegebener Geometrie und Arbeitstemperatur die Signalhöhe bei dem Magnetfeld maximal ist, bei dem die Wärmekapazität des Spinsystems gleich der Wärmekapazität der restlichen Systeme des Detektors ist und erhält $B_{\max} = \sqrt{C_e/C_0} \propto T^{3/2}$. Die Höhe des Maximums ist invers proportional zu B_{\max} und nimmt, wie in Abb. 3.2 gezeigt, mit steigender Temperatur ab.

Für große Magnetfelder dominiert die Wärmekapazität des Spin-Systems die Gesamtwärmekapazität des Kalorimeters und nimmt damit die gesamte eingebrachte Energie auf. Das magnetische Moment wird in diesem Bereich durch 3.14 beschrieben und nimmt deshalb invers proportional zum angelegten Magnetfeld ab.

Für sehr große Magnetfelder ($h > 2$) nimmt die Wärmekapazität des Spin-Systems nach dem durchlaufen der Schottky-Anomalie exponentiell ab und das Verhalten von δm kann nicht mehr durch Gleichung 3.14 beschrieben werden. Das Detektorsignal nimmt in diesem Bereich exponentiell mit wachsendem Magnetfeld ab.

3.4 Au:Er als System wechselwirkender magnetischer Momente

Im vorangegangenen Abschnitt wurden die Eigenschaften des Sensormaterials Au:Er in der Näherung wechselwirkungsfreier Spins beschrieben. Es konnte dadurch das prinzipielle Verhalten des Detektorsignals beschrieben werden. Zur quantitativen Berechnung der thermodynamischen Größen muss zusätzlich die Wechselwirkung zwischen den magnetischen Momenten berücksichtigt werden. Zu diesen gehören die Dipol-Dipol-Wechselwirkung und die indirekte Austauschwechselwirkung, die RKKY-Wechselwirkung.

3.4.1 Wechselwirkungen des Spin-Systems

Dipol-Dipol Wechselwirkung

Die Beschreibung der Dipol-Dipol-Wechselwirkung erfolgt über den quantenmechanischen Hamilton-Operator. Für ein System wechselwirkender Dipolmomente kann der gesamt-Hamilton-Operator als Summe einzelner Beiträge dargestellt werden wobei H_{ij}^{Dipol} für die Wechselwirkung zweier paramagnetischer Ionen an den Orten r_i und r_j steht. Dieser Ausdruck lässt sich unter Ausnutzung des isotropen Verhaltens des effek-

tiven Landé-Faktors im Γ_7 -Kramers-Doublett auch mit Hilfe der Quasi-Spins \tilde{S}_i und \tilde{S}_j formulieren:

$$H_{ij}^{\text{Dipol}} = \underbrace{\frac{\mu_0}{4\pi} (\tilde{g}\mu_B)^2 (2k_F)^3}_{\Gamma_{\text{Dipol}}} (\tilde{S}_i \cdot \tilde{S}_j) \frac{1 - 3(\tilde{S}_i \cdot e_{ij})(\tilde{S}_j \cdot e_{ij}) / (\tilde{S}_i \cdot \tilde{S}_j)}{(2k_F r_{ij})^3}. \quad (3.16)$$

Hierbei drückt e_{ij} den Einheitsvektor in Richtung $\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j$ aus und r_{ij} ist der Abstand der betrachteten Momente an den Orten \mathbf{r}_i und \mathbf{r}_j . Dabei wurde der Ausdruck anhand des Betrages des Fermi-Wellenvektors der Elektronen in Gold, $k_F = 1,2 \times 10^{10} \text{m}^{-1}$, in eine Form gebracht, die den Vergleich mit der nachfolgenden RKKY-Wechselwirkung erleichtert. Die Dipol-Dipol-Wechselwirkung ist isotrop und hat auf der hier definierten Längenskala eine Größe von $\Gamma_{\text{Dipol}} = 0,0343 \text{eV}$ die mit zunehmender Entfernung proportional zu r_{ij}^{-3} abnimmt.

Indirekte Wechselwirkung lokalisierter magnetischer Momente

Zwischen den magnetischen Momenten kommt es zu einer weiteren Wechselwirkung, der sogenannten RKKY-Wechselwirkung. Einer Idee von M.A. Rudermann und C.Kittel [Rud54] folgend schlugen T.Kasuya [Kas56] und K. Yosida [Yos57] einen indirekten Wechselwirkungsmechanismus zwischen den lokalisierten $4f$ -Elektronen der magnetischen Ionen in Metallen vor. Dieser basiert auf der Austauschwechselwirkung der $4f$ -Elektronen eines einzelnen Seltenerdmetall-Ions mit den Elektronen des Leitungsbandes, welche die *indirekte Austauschwechselwirkung* zwischen den magnetischen Ionen zur Folge hat.

Bei der mathematischen Beschreibung der Wechselwirkung zwischen zwei magnetischen Momenten geht man von einem Hamilton-Operator der Form

$$H = H_0 + H_1 \quad (3.17)$$

mit

$$H_1 = J_{\text{sf}} \{ \mathbf{S}_j \cdot \mathbf{s}(\mathbf{r}_i) + \mathbf{S}_j \cdot \mathbf{s}(\mathbf{r}_j) \} \quad (3.18)$$

aus. H_0 beschreibt hierbei die Energie der ungestörten Leitungsband und $4f$ -Elektronen. \mathbf{S}_i und \mathbf{S}_j sind die *wahren Spins*¹ der beiden $4f$ -Systeme und $\mathbf{s}(\mathbf{r})$ ist der Spinoperator der freien Elektronen. J_{sf} ist die sogenannte Austauschenergie, die ein Maß für die Stärke der Austauschwechselwirkung darstellt. Führt die Wechselwirkung lediglich zu einem kleinen Korrekturterm, so lässt sich eine Störungsrechnung in J_{sf} durchführen. Für das Γ_7 -Doublett lässt sich die RKKY-Wechselwirkung für die Quasispins $\tilde{\mathbf{S}}$ in die

¹Unter dem Begriff *wahrer Spin* wird hier der Gesamtspin \mathbf{S} eines Er-Ions verstanden, der zusammen mit dem Gesamtdrehimpuls \mathbf{L} über $\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S}$ den Gesamtdrehimpuls \mathbf{J} ergibt.

Form eines Heisenberg-Spin-Hamiltonoperators bringen. Der Einfluss auf die Energie ist durch

$$H^{\text{RKKY}} = \sum_{i>j} H_{ij}^{\text{RKKY}}(r_{ij}) = \sum_{i<j} \Gamma_S F(2k_F r_{ij}) \tilde{\mathbf{S}}_i \cdot \tilde{\mathbf{S}}_j \quad (3.19)$$

gegeben. Hierbei ist $F(\rho)$ die sogenannte Kittel-Funktion

$$F(\rho) = \frac{\cos\rho - \frac{1}{\rho}\sin\rho}{\rho^3} \quad (3.20)$$

und Γ_S ist durch

$$\Gamma_S = J_{\text{sf}} \frac{\tilde{g}^2 (g_J - 1)^2 4V_p^2 m_e^* k_F^4}{g_J^2 \hbar^2 (2\pi)^3} \quad (3.21)$$

gegeben, wobei V_p das Volumen der primitiven Elementarzelle und m_e^* die effektive Masse der freien Elektronen des Wirtsmaterials ist. Bei \tilde{g} handelt es sich um den effektiven Landé-Faktor des Γ_7 -Kramers-Doublett, während g_J der Landé-Faktor ohne Kristall-Feld ist. Das Auftreten der Kombination der Landé-Faktoren in 3.21 ist dabei eine Folge der Projektion der zum Gesamtspin \mathbf{S} gehörigen Zustände auf die Zustände des Gesamtdrehimpulses J im Γ_7 -Kramers-Doublett.

Die RKKY-Wechselwirkung ist in dieser Darstellung isotrop und weist aufgrund der Kittel-Funktion ein räumlich oszillierendes Verhalten auf. Sowohl Dipol-Dipol- als auch RKKY-Wechselwirkung sind proportional zu r_{ij}^{-3} . Daher kann die Stärke der RKKY-Wechselwirkung mit Hilfe des Wechselwirkungsparameters $\alpha = \Gamma_S / \Gamma_{\text{Dipol}}$ relativ zur Stärke der Dipol-Dipol Wechselwirkung angegeben werden.

3.4.2 Numerische Berechnung der thermodynamischen Größen

Die Wechselwirkung unter den magnetischen Momenten verändern den Verlauf der Magnetisierung bzw. Spin-Wärmekapazität, die in Abschnitt 3.2 für nicht wechselwirkende Spins hergeleitet wurde. Um diesen Einfluss mit einzubeziehen, wurden in der Vergangenheit mehrere numerische Methoden entwickelt.

Zwei dieser Methoden benutzen die Methode der *Molekularfeld-Näherung*, einem verbreiteten Verfahren zur Berechnung der thermodynamischen Größen für Systeme mit intrinsischen Wechselwirkungsmechanismen. Mit diesem Ansatz wird die Wirkung aller magnetischer Momente auf ein herausgegriffenes magnetisches Moment (*Aufspin*) durch ein zusätzliches effektives Magnetfeld, das sogenannte Molekularfeld, beschrieben.

Die Methode von Walker und Walstedt [Wal77] [Wal80] verwendet eine Verteilung der Molekularfelder, die für magnetische Momente hergeleitet wurde und zufällig auf einem *kontinuierlichen Gitter* verteilt sind. Für die Verteilung wurden analytische Ausdrücke angegeben, die eine relativ gute Näherung für numerisch berechnete Molekularfelder auf einem diskreten Gitter darstellt. In [Ens00b] findet sich eine Diskussion

dieser Berechnungen, die da sie analytische Ausdrücke verwenden relativ wenig Rechenzeit in Anspruch nehmen. Ein Nachteil dieser Methode ist, dass sowohl die diskrete Natur des Kristallgitters als auch die Dipol-Dipol-Wechselwirkung vernachlässigt wird.

Die zweite Methode, eine Ableitung dieser findet sich in [Sie97],[Fle98] bzw. [Sch00], berücksichtigt die diskrete Natur des Kristallgitters, allerdings wurde die RKKY-Wechselwirkung auf ein Ising-Modell vereinfacht und aufgrund der aufzubringenden Rechenzeit die Dipol-Dipol-Wechselwirkung vernachlässigt.

Numerische Diagonalisierung des Hamilton-Operators

Um die Einschränkungen dieser beiden Methoden zu umgehen und eine allgemeine Beschreibung der paramagnetischen Legierungen zu ermöglichen wurde eine numerische Methode entwickelt [Sch00] [Fle03], die auf der Diagonalisierung des Hamilton-Operators basiert.

In dieser Methode wird ein würfelförmiger Gitterausschnitt betrachtet, der durch die Verwendung quasiperiodischer Randbedingungen auf eine effektive Kantenlänge von 40-80 Gitterkonstanten ausgedehnt wird. Auf dem Gitterausschnitt werden $n \leq 10$ Spins in zufälliger Anordnung verteilt. Hierbei ist die Häufigkeit der Konfiguration mit der man die n -Spins auf dem Gitterausschnitt anordnen kann, von der betrachteten Konzentration und der Zahl der Möglichkeiten abhängig. Für jede Konfiguration wird der Hamilton-Operator in Matrix-Form aufgestellt, wobei die Wechselwirkungen zwischen den magnetischen Momenten auf quantenmechanisch korrekte Weise eingebunden werden. Dann werden die Energieeigenwerte durch numerische Diagonalisierung bestimmt. Anhand dieser können die thermodynamischen Größen c , M und $\partial M/\partial T$ berechnet werden. Anschließend wird über die Ergebnisse aller betrachteten Konfiguration gemittelt.

Auf diese Weise wurden Au:Er-Legierungen mit Er^{3+} -Konzentrationen von 100 bis 3500 ppm untersucht. Die Simulation decken einen Temperaturbereich von 10 mK bis 100 mK und Magnetfelder zwischen 5 mT und 160 mT ab.

Vergleich mit experimentellen Daten

In Abbildung 3.3 ist ein Vergleich der Magnetisierung M einer Au:Er-Probe in Abhängigkeit von der inversen Temperatur $1/T$ für eine Reihe von Magnetfeldern zwischen 0,87 mT und 12,8 mT. Ferner ist die spezifische Wärme c in Abhängigkeit von der Temperatur T aufgetragen. Die spezifische Wärme c wurde im Bereich zwischen 1,3 mT und 10,6 mT gemessen. In beiden Fällen wurde ein Au:Er-Sensor mit einer Konzentration von 300 ppm verwendet. Die durchgezogenen Linien entsprechen einer theoretischen Berechnung mit dem Verfahren der numerischen Diagonalisierung des Hamilton-Operators. Für die Berechnung wurde ein Wechselwirkungsparameter $\alpha = 5$ angenommen.

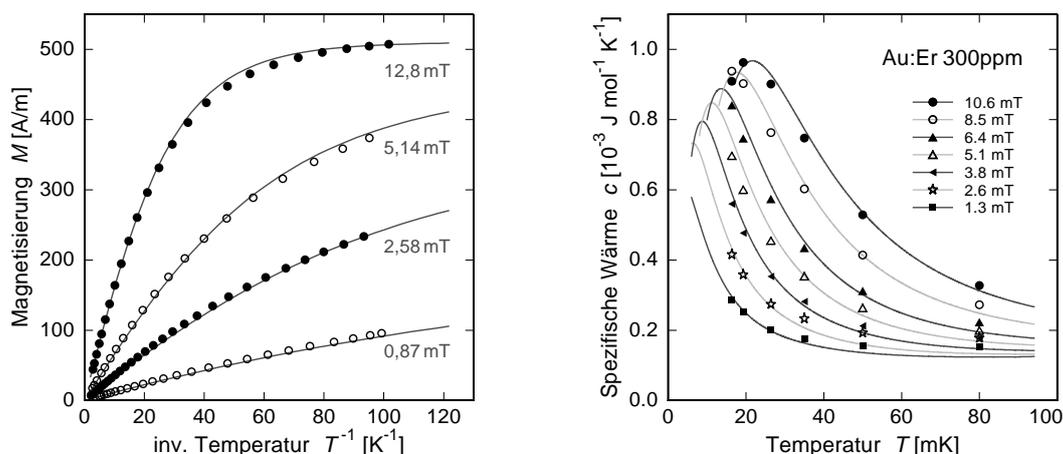


Abb. 3.3: Die Magnetisierung und spezifische Wärmekapazität von Au:Er mit einer Konzentration von 300 ppm. Gezeigt ist der Vergleich zwischen experimentellen Daten (Punkte) und Rechnungen mit dem Verfahren der numerischen Diagonalisierung (Linien) für verschiedene Magnetfelder und einen Wechselwirkungsparameter $\alpha = 5$ [Fle03].

In großen Magnetfeldern und bei niedrigen Temperaturen zeigt die Magnetisierung das erwartete Sättigungsverhalten, während man bei hohen Temperaturen das zu erwartende Curie-Verhalten beobachtet. Der Einfluss der Wechselwirkung lässt sich in kleinen Magnetfeldern beobachten. Die Werte der Magnetisierung sind bei den tiefsten betrachteten Temperaturen durch die Wechselwirkung zwischen dem magnetischen Momenten um etwa 30% reduziert. Der Temperaturverlauf der spezifischen Wärme zeigt den erwarteten Verlauf einer Schottky-Anomalie, jedoch deren Breite etwa doppelt so groß ist wie im wechselwirkungsfreien Fall.

Aufgrund dieser guten Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment können die thermodynamischen Eigenschaften des Materials Au:Er weitgehend als verstanden betrachtet werden. Für die weitere Entwicklung magnetischer Kalorimeter bedeutet dies, dass die gerade beschriebenen numerischen Rechnungen zur Optimierung der Signalgröße verwendet werden kann.

3.5 Fluktuationen des Detektorsignals

3.5.1 Magnetisches Johnson Rauschen

Die Leitungselektronen in Metallen ändern aufgrund im thermischen Gleichgewicht ihre Position auf ungeordneten Bahnen. Dies führt zu einem zeitlich fluktuierenden Magnetfeld. Mittelt man über viele solcher Bewegungen, zum Beispiel durch die Messung einer Detektionsspule eines Magnetometers, so schwankt der gemessene magnetische Fluß um einen Mittelwert.

Die in dieser Arbeit verwendeten magnetischen Kalorimeter benutzen metallische paramagnetische Sensoren, die diese thermischen Fluktuationen ebenfalls aufweisen. Dieses Rauschen ist eng mit dem thermischen Johnson-Rauschen elektrischer Leiter verwandt, deshalb wird hier, durch die magnetische Kopplung in das Magnetometer, von magnetischem Johnson Rauschen gesprochen.

Das von einem leitenden Material in einer Leiterscheibe verursachte Flussrauschen lässt sich z.B. über das Fluktuations-Dissipations-Theorem berechnen. Für einen in einer Magnetometer-Schleife sitzenden metallischen Zylinder lässt sich das magnetische Flussrauschen durch den Ausdruck

$$S_{\Phi, \text{JR}} = f \cdot \left(\frac{\mu_0}{2}\right)^2 k_B T \sigma \cdot V \quad (3.22)$$

beschreiben. Damit ist das Rauschen ein Produkt aus Temperatur, Leitfähigkeit σ und dem Zylindervolumen V . Der dimensionlose, von der Geometrie abhängige, Parameter f beschreibt die Kopplung unterschiedlicher Bereiche in die Leiterscheibe und nimmt Werte im unterhalb von 1 an [Dan05].

Die Proportionalität des Rauschens und der Temperatur kann, vorausgesetzt die unabhängig bestimmbare Leitfähigkeit und Geometrie ist bekannt, als Thermometer verwendet werden. Für einen zylinderförmigen Au:Er-Sensor mit einer die Leitfähigkeit bestimmenden Er^{3+} -Konzentration von $x = 900 \text{ ppm}^2$, einem Schleifenradius von $r = 25 \mu\text{m}$ und einer Höhe von $h = 6,5 \mu\text{m}$ kann bei einer Temperatur von 50 mK ein magnetisches Flussrauschen von $\sqrt{S_{\Phi, \text{JR}}} = 0,46 \mu\Phi_0 / \sqrt{\text{Hz}}$ berechnet werden.

3.5.2 Zusätzlicher niederfrequenter Rauschbeitrag

Neben dem magnetischen Johnson-Rauschen wurde bei Messungen mit magnetischen Kalorimetern mit Au:Er-Sensor ein zusätzliches Rauschen beobachtet. In Abb. 3.4 links ist das Rauschen eines gradiometrischen Magnetometer-SQUIDs für drei verschiedene Konfigurationen, bei einer Temperatur 4,2 K, dargestellt. In der gradiometrischen Spule befindet sich kein, ein und zwei Sensor(en). Für alle drei Fällen ist ein breitverteiltes weißes Rauschen mit der spektralen Dichte $3 \mu\Phi_0 / \sqrt{\text{Hz}}$ und ein niederfrequenten Anstieg $S_{\Phi} \propto 1/f$ charakteristisch. Für SQUID-Magnetometer (leer) ist dieses Verhalten nicht ungewöhnlich, siehe z.B. [Cla04].

Wird das SQUID mit einem oder zwei Sensoren bestückt (jeweils $\varnothing 50 \mu\text{m}$, $h = 20 \mu\text{m}$, $x = 900 \text{ ppm}$) erhöht sich das weiße Rauschen bei hohen Frequenzen wie dies durch das magnetische Johnson-Rauschen zu erwarten ist. Die Erhöhung des $1/f$ Rauschanteils bei niedrigen Frequenzen kann damit aber nicht erklärt werden. Subtrahiert man von dem Sensoren-Rauschen das SQUID-Rauschen so unterscheiden sich die Rauschbeiträge des einfach und doppelt belegten SQUIDs um ein Faktor $\sqrt{2}$. Dies legt die Vermutung nahe, dass das zusätzliche niederfrequente Rauschen durch die Anwesenheit des Au:Er-Sensors zustande kommt.

²Der spezifische Widerstand von Au:Er kann bei tiefen Temperaturen nach [Ara66] nahezu temperaturunabhängig durch $\rho \simeq x 6,7 \cdot 10^{-6} \Omega\text{m}$ berechnet werden.

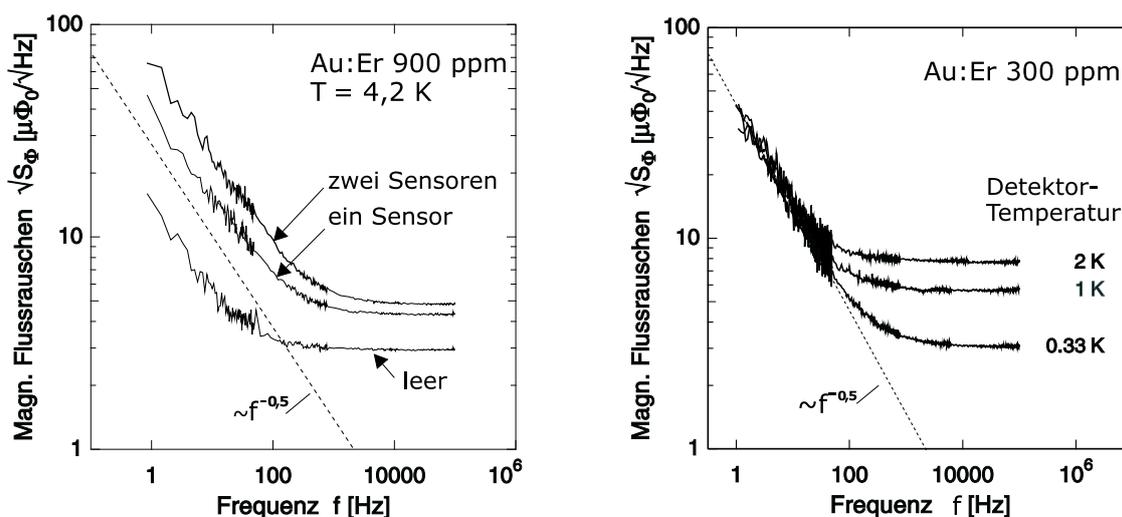


Abb. 3.4: Links: Das gemessene Flussrauschen $\sqrt{S_\Phi}$ für drei unterschiedliche SQUID-Magnetometer Konfigurationen. Die gradiometrische Detektions-Spule ohne Sensor bestückt, mit einem und mit zwei Sensor(en), jeweils zylinderförmig ($\varnothing 50\mu\text{m}$, $h = 20\mu\text{m}$) und einer Konzentration von 900 ppm. Rechts: Das Flussrauschen $\sqrt{S_\Phi}$ in Abhängigkeit der Temperatur. Das gradiometrische SQUID enthält zwei Sensoren aus Au:Er ($\varnothing 50\mu\text{m}$, $h = 20\mu\text{m}$, $x = 300$ ppm).

In Abb. 3.4 rechts ist die spektrale Dichte des Flussrauschens für drei verschiedene Temperaturen aufgetragen. Die Konzentration der Sensoren in der doppelt belegten SQUID-Schleife ist in diesem Fall 300 ppm. Anhand dieser Messung erkennt man, dass der niederfrequente Anstieg des Rauschens in dem gezeigten Temperaturbereich von 0,33 K bis 2 K unabhängig von der Temperatur ist. Das weiße Rauschen wächst mit der Temperatur an, wie dies aufgrund des magnetischen Johnson-Rauschens zu erwarten ist. Als Ursache für diesen Rauschbeitrag könnte die Wechselwirkung des Quadrupolmoment der Gold-Kernspins und die magnetischen Momente der Erbiumionen verantwortlich sein, zur Klärung dieses Sachverhalts sollten allerdings noch weitere Messungen durchgeführt werden. Vorallem bietet sich die Untersuchung von Ag:Er an, da Ag mit seinem Kernspin $I = 1/2$ kein Kern-Quadrupolmoment besitzt.

3.6 Energieauflösung magnetischer Kalorimeter

In diesem Abschnitt soll diskutiert werden, welchen Einfluss die thermodynamischen Energiefluktuationen eines magnetischen Kalorimeters auf dessen Energieauflösung haben.

Zuerst wird ein einfaches, idealisiertes thermodynamisches Modell beschrieben, das für das Verständnis sehr hilfreich ist, aber keine sinnvollen Aussagen zur Energieauflösung machen kann. Die wichtigsten Aussagen des wesentlich genaueren Modells eines Kalorimeters mit zwei Subsystemen werden im zweiten Schritt behandelt.

Magnetisches Kalorimeter als kanonisches Ensemble

Im Modell eines einfachen kanonischen Ensembles besteht das magnetische Kalorimeter aus einem Absorber der Wärmekapazität C , der über eine Ankopplung mit der thermischen Leitfähigkeit G mit einem Wärmebad der Temperatur T verbunden ist. Desweiteren soll angenommen werden³, dass die innere Energie des Absorbers beliebig schnell und mit beliebiger Genauigkeit gemessen werden kann.

In einem kanonischen Ensemble kann die innere Energie nicht exakt angegeben werden, da sie zeitlichen Fluktuationen unterliegt. Die Schwankungsbreite der Fluktuationen um ihren Mittelwert ist durch die statistische Standardabweichung

$$\Delta E_{\text{rms}} = \sqrt{k_B C T^2} \quad (3.23)$$

gegeben. Der *zeitliche* Rahmen der Energiefluktuationen wird durch die endliche Stärke der Kopplung des Absorbers an das Wärmereservoir G und die endliche Wärmekapazität C gegeben. Die charakteristische Zeitkonstante dieses Prozesses ist $\tau = C/G$. Das bedeutet, dass nur Frequenzen die kleiner als $f_0 = 1/(2\pi\tau)$ im Frequenzspektrum der Energiefluktuationen zu finden sind. Das Leistungsspektrum der Energiefluktuationen, S_E , berechnet sich zu

$$S_E(f) = k_B C T^2 \frac{1}{1 + (2\pi f \tau)^2}. \quad (3.24)$$

Durch Integration $\int_0^\infty S_E(f) df$ ergeben sich die oben angegebenen Energiefluktuationen dE_{rms} eines kanonischen Ensembles aus Gleichung 3.23. Wird nun ein Energieeintrag E im Absorber aufgenommen, so steigt die mittlere innere Energie des Kalorimeters in diesem Modell instantan um den Wert ΔE und relaxiert anschließend mit der Zeitkonstante τ auf ihren Ausgangswert zurück:

$$\Delta E(t) = E_\gamma \exp(-t/\tau). \quad (3.25)$$

³Es wird sich später herausstellen, dass vorallem die Annahme einer beliebig schnellen Energiemessung unrealistisch ist.

Um $\Delta E(t)$ mit den Energiefluktuationen $S_E(f)$ vergleichen zu können, ist es sinnvoll die Fouriertransformierte dieses Signals zu berechnen

$$|\tilde{E}(f)| = E_\gamma \frac{\tau}{\sqrt{1 + (2\pi f\tau)^2}}. \quad (3.26)$$

Dieses Ergebnis ähnelt (3.24) und aus Abb. 3.5 ist erkennbar, dass das Verhältnis von Signal-zu-Rauschen

$$\text{SNR}(f) \propto \frac{\tilde{E}}{\sqrt{S_{Ez}(f)}} = \text{const.} \quad (3.27)$$

über den gesamten Frequenzbereich konstant ist⁴.

Teilt man das gesamte Frequenzspektrum in Frequenzintervalle der Breite Δf so kann

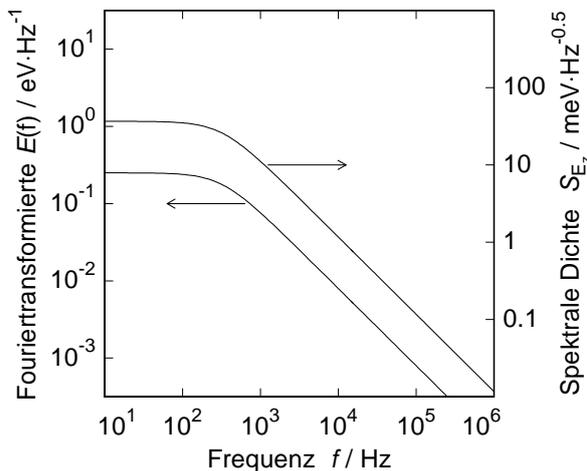


Abb. 3.5

Fourierspektrum des Signals, $\tilde{E}(f)$ (linke Achse), und spektrale Dichte des Rauschens, $\sqrt{S_{Ez}(f)}$ (rechte Achse). Das Verhältnis der beiden Kurven ist über den gesamten Frequenzbereich konstant.

in jedem dieser Intervalle eine Messung der Energie durchgeführt werden, und die so definierte Messungen sind statistisch von einander unabhängig. Wegen des konstanten Signal-zu-Rauschen-Verhältnisses ist die Unbestimmtheit in der Energie $\Delta E([f_i, f_i + \Delta f])$ zudem unabhängig von der Frequenz. Würde man über eine Anzahl N dieser Energiemessungen mitteln, würde der Fehler der gemittelten Energiemessung proportional zu $1/\sqrt{N}$ abnehmen. Für $N \rightarrow \infty$ gibt es in diesem Modell also keine Limitierung der Energieauflösung.

Dieses Modell ist zwar unrealistisch, aber die Tatsache, dass die erreichbare Energieauflösung mit der Wurzel aus der verwendbaren Bandbreite zunimmt, wird auch in der noch folgenden Diskussion erhalten bleiben.

Ein wesentlich realistischeres Modell mit einer fundamentalen Begrenzung der Energieauflösung soll im nachfolgenden Abschnitt behandelt werden.

⁴SNR: Abgeleitet vom englischen Ausdruck Signal to Noise Ratio steht SNR für das Signal-zu-Rauschen-Verhältnis

3.6.1 Modell eines Kalorimeters mit zwei Subsystemen

Wie im Modell des kanonischen Ensembles besteht auch das Modell mit zwei Subsystemen aus einem Absorber und einem Wärmereservoir die thermisch gekoppelt sind. Der Absorber besteht hier jedoch aus zwei Subsystemen, in Abb. 3.6, dem System der Leitungselektronen mit der Wärmekapazität C_e und dem Zeeman-System der schon beschriebenen magnetischen Momente mit der Wärmekapazität C_z . Weiterhin soll angenommen werden, dass das elektronische System bei einem Energieeintrag instantan thermalisiert. Dies ist wie in [Ens00b] beschrieben, eine hinreichend gute Näherung. Das Zeeman-System koppelt über G_{ze} thermisch an das elektronische System.

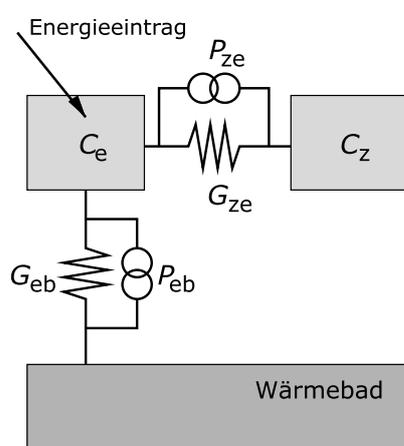


Abb. 3.6

Modell eines Magnetischen Kalorimeters mit zwei Subsystemen. Zu den Wärmeleitfähigkeiten G sind die Rauschquellen P eingezeichnet. Ein Röntgenquant erwärmt das elektronische Subsystem.

Der zeitliche Verlauf des Energieinhalts des Spinsystems $E_z(t)$ kann mit einem SQUID-Magnetometer sehr genau gemessen werden, da er proportional zum magnetischen Fluß in der SQUID-Schleife ist $\Phi(t) \propto -m(t)B = E_z(t)$.

Das Wärmebad ist mit dem elektronischen System über G_{eb} verbunden und sorgt so nach einem Energieeintrag für die Thermalisierung des gesamten Systems zur Ausgangstemperatur.

Im folgenden Abschnitt soll auf die Berechnung der Energiefluktuationen und der Energieauflösung weitestgehend verzichtet werden und nur der Weg dahin skizziert werden.

3.6.2 Energiefluktuationen

Aus dem Ersatzschaltbild 3.6 können die zwei gekoppelte Differentialgleichungen die das System beschreiben abgelesen werden. Hierbei sind parallel zu den Wärmeleitfähigkeiten G_{ze} und G_{eb} die Rauschquellen P_{ze} und P_{eb} eingezeichnet. Sie beschreiben die Fluktuationen des Wärmeflusses durch die thermischen Kopplungen. Die Differentialgleichung, die den Wärmefluss in das Zeeman-System beschreibt, nimmt die Form

$$C_z \dot{T}_z = -(T_z - T_e)G_{ze} + P_{ze}(t) \quad (3.28)$$

an. Die entsprechende Gleichung für das Elektronensystem lautet

$$C_e \dot{T}_e = -(T_e - T_z)G_{ze} - (T_e - T)G_{eb} - P_{ze}(t) - P_{eb}(t) + P(t) . \quad (3.29)$$

Hierin stehen die Größen T_z , T_e und T_b für die Temperaturen des Zeeman-Systems, des Elektronensystems und des Wärmereservoirs. Eine von außen in das Kalorimeter eingetragene Leistung, wie z.B. die Absorption eines Röntgenquants, geht in Form von $P(t) = E_\gamma \cdot \delta(t)$ in die Gleichungen ein.

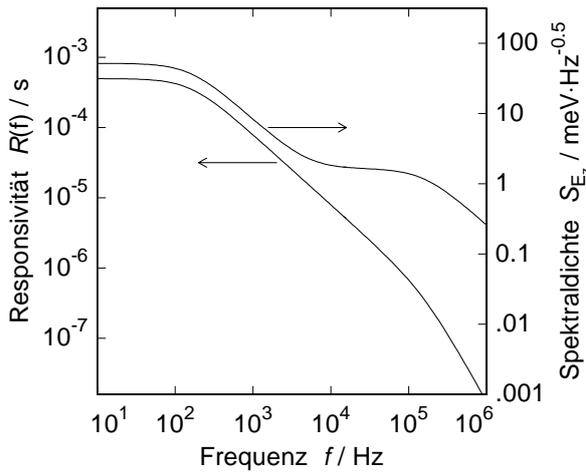


Abb. 3.7

Responsivität (linke Achse) und spektrale Dichte des Rauschens eines magnetischen Kalorimeters mit zwei Subsystemen. Das Verhältnis ist aufgrund der zwei Plateaus der spektralen Dichte des Rauschens nicht konstant.

Die Lösung der gekoppelten Differentialgleichung liefert das hier wichtige Leistungsspektrum der Energiefluktuationen. $\sqrt{S_{Ez}}$ setzt sich aus zwei stufenförmigen Anteilen zusammen, deren Plateaus durch die Werte $\sqrt{4k_B C_z T^2 \tau_1 \beta}$ für die niederfrequente Stufe und $\sqrt{4k_B C_z T^2 \tau_0 (1 - \beta)}$ für die hochfrequente Stufe gegeben sind. Dabei stellt

$$\beta = \frac{C_z}{C_e + C_z} . \quad (3.30)$$

den relativen Anteil der Wärmekapazität des Zeeman-Systems an der Gesamtwärmekapazität des Detektors dar.

In Abbildung 3.7 ist die spektrale Dichte des Rauschens $\sqrt{S_{Ez}(f)}$ für einen Detektor mit $C_z = C_e = 1 \text{ pJ/K}$, $T = 50 \text{ mK}$, $\tau_0 = 1 \text{ } \mu\text{s}$ und $\tau_1 = 1 \text{ ms}$ neben der Responsivität des Systems dargestellt.

Die Responsivität ist dabei wie folgt definiert: Führt man dem Elektronensystem eine sinusförmig modulierte Leistung mit der Frequenz f und einer Amplitude P_0 zu, so wird die Energie des Zeeman-Systems ebenfalls sinusförmig variieren, und zwar mit einer Amplitude $\tilde{E}_z(f)$. Das Verhältnis der beiden Größen ergibt die Responsivität $R(f) = \tilde{E}_z(f)/P_0$.

Wie in Abb. 3.7 zu sehen ist, ist die Responsivität bei kleinen Frequenzen konstant, fällt oberhalb der Frequenz $f_1 = 1/(2\pi\tau_1)$ proportional zu f^{-1} und verschwindet oberhalb der Frequenz $f_0 = 1/(2\pi\tau_0)$ mit f^{-2} . Dabei entspricht τ_0 der Anstiegszeit des Signals und τ_1 der Abklingzeit.

Die Responsivität und das Spektrum der Energiefluktuationen zeigen hier im Vergleich ein sehr *unterschiedliches* Frequenzverhalten. Während $\sqrt{S_{Ez}(f)}$ bei einer Frequenz f_{eff} in ein zweites Plateau mündet, nimmt die Responsivität an dieser Stelle weiterhin mit $R(f) \propto f^{-1}$ ab. Das Signal-zu-Rauschen-Verhältnis ist also nur bis zu einer Frequenz f_{eff} konstant und verringert sich oberhalb dieser Frequenz mit f^{-1} . Damit ist die nutzbare Bandbreite der Messung auf Frequenzen $f < f_{\text{eff}}$ beschränkt. Aus diesem Grund besitzt die Energieauflösung des magnetischen Kalorimeters einen endlichen Wert.

Die Berechnung der Energieauflösung eines Detektors ist eng mit der Methode verknüpft die verwendet wird, um aus den einzelnen Detektorsignalen eine Abschätzung der Energie zu erhalten. Das hier verwendete Verfahren beruht auf der Idee des optimalen Filterns und wurde in [Fle03] eingehend auf dessen Eignung für die Signale von magnetischen Kalorimetern untersucht. Hier soll dieses Verfahren nicht näher beschrieben werden, sondern nur das Ergebnis angegeben werden. Die Energieauflösung ergibt sich im Limes sehr bei sehr unterschiedlicher Zeitkonstanten $\tau_0 \ll \tau_1$ und mit dem Parameter $\beta = C_z / (C_e + C_z)$ zu

$$\Delta E_{\text{rms}} = \sqrt{4k_B T^2 C_e} \left(\frac{1}{\beta(1-\beta)} \frac{\tau_0}{\tau_1} \right)^{1/4} \quad (3.31)$$

Aus diesem Ausdruck für die Energieauflösung (3.31) lässt sich eine Reihe wichtiger Aussagen ableiten:

- Die Energieauflösung eines magnetischen Kalorimeters ist aufgrund der thermodynamischen Energiefluktuationen zwischen den Subsystemen des Detektors auf endliche Werte beschränkt.
- Da die Energieauflösung für $C_e = C_z$, also $\beta = 1/2$ ein Minimum besitzt, folgt dass die Energieauflösung des magnetischen Kalorimeters dann besonders gut ist wenn die Wärmekapazität der Subsysteme gleich groß ist. Diese minimale Energieauflösung lässt sich ausdrücken durch

$$\Delta E_{\text{rms}} = \sqrt{4k_B T^2 C_e} \sqrt{2} \left(\frac{\tau_0}{\tau_1} \right)^{1/4} \quad (3.32)$$

- Es ist vorteilhaft, wenn der Detektor eine sehr kurze Anstiegszeit τ_0 und eine relativ große Abfallzeit τ_1 besitzt, da die instrumentelle Linienbreite $\Delta E_{\text{rms}} \propto (\tau_0/\tau_1)^{1/4}$ ist.

3.7 Magnetometer

Zum Nachweis der magnetischen Flussänderung in der Detektionsspule werden in dieser Arbeit sogenannte SQUID⁵-Magnetometer verwendet. SQUID-Magnetometer, oder kurz SQUIDs, vereinigen, mit entsprechender Betriebselektronik, sowohl eine große nutzbare Bandbreite zur Messung des Flusssignals, als auch ein niedriges intrinsisches Rauschen.

Da sich SQUIDs zur Messung von kleinsten Magnetfeldänderungen eignen, werden sie in den unterschiedlichsten Gebieten eingesetzt. Man findet SQUID-Magnetometer im medizinischen Bereich (z.B. zur Magnetokardiographie), in der Geologie (z.B. zur Suche nach neuen Rohstoffvorkommen), in der Informationsverarbeitung (Quanteninformatik) als auch in vielen anderen Bereichen. SQUID-Systeme werden heutzutage mit gut reproduzierbaren Eigenschaften in Dünnschicht-Technik hergestellt. Mit dieser Fertigungstechnik wird auch die Anpassbarkeit an unterschiedliche Anforderungen möglich gemacht.

3.7.1 Funktionsweise eines DC-SQUIDs

Ein DC-SQUID-Magnetometer ist ein supraleitendes Bauteil, das magnetischen Fluss rauscharm in ein Spannungssignal umwandelt. Es besteht aus einer supraleitenden Leiterschleife, die an zwei Stellen von sogenannten *Josephson-Kontakten* unterbrochen sind. Parallel zu den Unterbrechungen ist jeweils ein *Shunt-Widerstand* angebracht, um das sonst hysteretische Verhalten des SQUIDs zu unterdrücken.

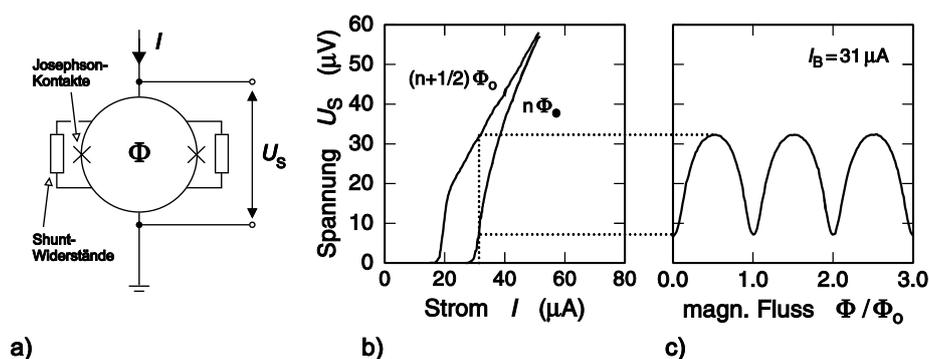


Abb. 3.8

a) Schematische Darstellung eines DC-SQUIDs. Die parallel zu den Josephson-Kontakten angeordneten Shuntwiderstände unterdrücken das hysteretische Verhalten des SQUIDs. b) Spannungs-Strom-Charakteristik für zwei verschiedene magnetische Flüsse $\Phi = n\Phi_0$ und $\Phi = (n + 1/2)\Phi_0$. c) Spannungs-Fluss-Charakteristik für den in b) markierten Betriebsstrom $I = I_B$. (Abb. nach [Wei96])

In Abb. 3.8 a) ist das beschriebene DC-SQUID schematisch dargestellt. Parallel zu den Josephson-Kontakten sind die Shunt-Widerstände angebracht. Der Betriebsstrom I_B

⁵engl. Abkürzung für Superconducting QUantum Interference Device.

fließt, in Abwesenheit von magnetischen Fluss Φ durch die Fläche des SQUID, zu gleichen Teilen durch den rechten und den linken Leiter des DC-SQUID. Wird der kritische Strom I_c überschritten, fällt eine Spannung U_s über dem SQUID ab. In Abb. 3.8 b) ist die Spannungs-Strom-Charakteristik des SQUIDs dargestellt. Bis zu einem kritischen Strom I_c fällt über dem SQUID keine Spannung ab. Der durch den Fluss Φ angeworfene Abschirmstrom kann in diesem Zustand durch das Tunneln der *Cooper*-Paare des Supraleiters durch die *Josephson*-Kontakte ohne Widerstand fließen. Oberhalb des kritischen Stromes bzw. eines kritischen Flusses steigt die Spannung über dem SQUID steil an. Dieser Bereich wird durch den dynamischen Widerstand $R_{\text{Dyn}} = \Delta U / \Delta I_B$ gekennzeichnet. Vergrößert man I_B weiter so zeigt das DC-SQUID ein ohmsches Verhalten mit der Steigung $R_{\text{Shunt}} = \Delta U / \Delta I_B$.

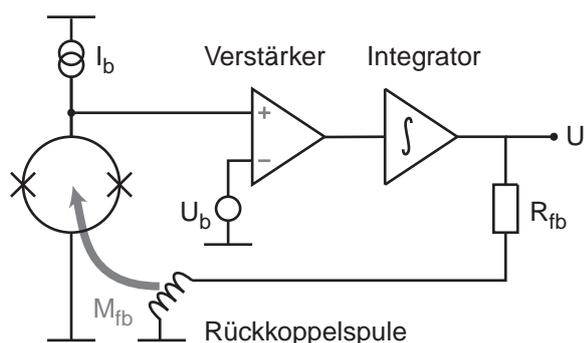
Für die beiden magnetischen Flüsse $\Phi = n\Phi_0$ und $\Phi = (n + 1/2)\Phi_0$ beobachtet man die in Abb. 3.8 dargestellten extremalen Formen der Spannungs-Fluss-Charakteristik des SQUID. Bei einem festgehaltenen Betriebsstrom I_B , wie in Abb. 3.8 b), ändert sich das Spannungssignal periodisch mit kontinuierlich zunehmenden Fluss Φ_a mit einer Periode $\Phi_0 = h/2e$, dies ist in Abb. 3.8 c) dargestellt. Wie in Abb. 3.8 zu sehen ist, ist der lineare Bereich des SQUIDs als Fluss-Spannungs-Wandler aufgrund der Periodizität der Kennlinie auf weniger als $0,25\Phi_0$ beschränkt. An der steilsten Stelle der Kennlinie führen kleine Flussänderungen in der SQUID-Schleife zu einer Spannung $\delta V = V_\Phi \delta\Phi$, wobei hier $V_\Phi = \partial V / \partial \Phi$ für den Spannung-zu-Fluss-Transferkoeffizient steht. Dieser nimmt einen Maximalwert für den Fluss zwischen den Extrempunkten in Abb. 3.8 c) bei $\Phi = (2n + 1)\Phi_0/4$ an, mit den Wert $V_\Phi \approx R/L_s$. Hierbei ist L_s die Induktivität der SQUID-Schleife.

3.7.2 Linearisierung des SQUID-Signals

Wird ein typisches DC-SQUID ohne zusätzliche Elektronik betrieben, so kann für kleine magnetische Flussänderungen der Flussbereich $\Phi_{\text{lin}} = V_{\text{pp}} / |V_\Phi| \leq \Phi_0 / \pi$, mit V_{pp} der zwischen Minimum und Maximum der Fluss-Spannung Kennlinie abfallenden Spannung, als näherungsweise linear angesehen werden. Dies ist jedoch ein relativ kleiner Bereich. Für ein magnetisches Kalorimeter kann beispielsweise das zu messende Signal mehrere Φ_0 überstreichen. Um den Arbeitsbereich des SQUIDs zu erweitern, wird in dieser Arbeit die sogenannte *Flux-Locked-Loop*⁶-Schaltung verwendet.

Für diese Schaltung wird eine zusätzliche Rückkoppelspule nahe dem SQUID benötigt. Desweiteren wird ein Arbeitspunkt gewählt, an dem die Fluss-zu-Spannung-Kennlinie möglichst steil ist. Eine Flussänderung im SQUID führt zu einem Spannungsabfall über dem SQUID, welcher durch eine elektrische Schaltung ausgewertet wird. Die Schaltung erzeugt darauffolgend soviel Rückkoppelstrom, bis der magnetische Fluss im SQUID den ursprünglichen Wert und damit den Arbeitspunkt der Fluss-zu-Spannungs-Kennlinie wieder erreicht hat. In Abb. 3.9 ist das Schaltbild eines solchen Reglers dargestellt. Die

⁶Schaltung zur Konstanthaltung (*engl.* locked) des Flusses (*engl.* flux).

**Abb. 3.9**

Schematische Darstellung einer Flux-Locked-Loop Schaltung zur Linearisierung der Fluss-Spannungskennlinie eines DC-SQUIDs.

über dem SQUID abfallende Spannung U_s wird abzüglich einer Referenzspannung U_b zuerst von einem rauscharmen Verstärker von einigen μV auf einige mV ⁷ verstärkt. Diese Spannung dient dem nachgeschalteten Regler (Integrator) als Eingangssignal. Der Regler variiert den Rückkoppel-Strom bis die Spannung am Eingang verschwindet. Die über R_{fb} abfallende Spannung ist somit proportional zum nötigen Kompensationsfluss, und kann als Ausgangssignal verwendet werden. und nimmt den Wert $U = \Phi_{fb} R_{fb} / M_{fb}$ an, wobei M_{fb} die induktive Kopplung zwischen Rückkoppelspule und SQUID ist.

Die Flux-Locked-Loop Schaltung besitzt, entgegen der Auslesung ohne Rückkopplung, einen dynamischen Flussbereich von $100\Phi_0$ und mehr [Cla04]. Der Transferkoeffizient $V_{\Phi, \text{FLL}} = R_{fb} / M_{fb}$ kann durch die Wahl des Rückkoppelwiderstandes und der Gegeninduktivität der Rückkoppelschleife des SQUIDs beeinflusst werden.

In dieser Arbeit wird zur Auslesung des Sensors ein sogenanntes Stromsensor-SQUID verwendet. Dieses besitzt neben der Rückkoppelspule eine zusätzliche, ebenfalls in Dünnschichttechnik auf das Substrat aufgebrachte, supraleitende Einkoppelspule. Die zu messende Flussänderung kann dadurch auch in Form einer Strom-Änderung in der Einkoppelschleife eingebracht werden.

3.7.3 Rauschen einer einstufigen DC-SQUID Schaltung

Obwohl SQUIDs supraleitende Bauteile sind, besitzen sie ein endliches intrinsisches Flussrauschen, das auf die dissipative Natur der Shunt-Widerstände zurückzuführen ist [Tes77]. Bei der Berechnung des Rauschens muss sowohl die zeitliche Entwicklung der Phasendifferenz als auch die parasitäre Kapazität der Tunnelbarrieren mit Hilfe von numerischen Simulationen berücksichtigt werden. Für ein nach diesen Kriterien optimiertes SQUID ergibt sich für das intrinsische Flussrauschen der Ausdruck

$$S_{\Phi, \text{SQUID}} = 16k_B T \frac{L^2}{R} \quad (3.33)$$

wobei R der Gesamtwiderstand $R = R_{\text{dyn}} + R_{\text{shunt}}$ und L die Induktivität der SQUID-Schleife ist. Eine charakteristische Vergleichsgröße für SQUIDs ist neben 3.33 auch die

⁷Verstärkungsfaktor der Elektronik dieser Arbeit:10000

Energie-Sensitivität ϵ_s die durch

$$\epsilon_s = \frac{S_{\Phi, \text{SQUID}}}{2L} \quad (3.34)$$

definiert ist.

Setzt man für die spektrale Dichte des Rauschens typische Werte, ($L \approx 150 \text{ pH}$, $R_{\text{shunt}} = 5 \Omega$), ein so erhält man bei $T = 30 \text{ mK}$ den sehr kleinen Wert $\sqrt{S_{\Phi}} = 0,09 \mu\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$. Ein solches SQUID hätte eine Energiesensitivität sehr Nahe an dem durch Quantenfluktuationen bestimmten Limit.

Im Experiment wird dieser Wert nicht beobachtet, da durch den Betriebsstrom I_B die Temperatur der Widerstände R selbst bei tiefsten Betriebstemperaturen eher im Bereich von $200\text{-}300 \text{ mK}$ ist. Der Grund hierfür ist die thermische Entkopplung der Elektronen im Widerstand und die durch den Betriebsstrom zugeführte Leistung. Der im Experiment auftretende Wert für das intrinsischen Flussrauschen des SQUID von $\sqrt{S_{\Phi}} \approx 0,27 \mu\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$ kann durch eine Temperatur der Widerstände von etwa $T = 300 \text{ mK}$ erklärt werden. Ein solches SQUID hat eine Energiesensitivität $\epsilon = 10,2 \hbar$.

Zum Gesamtrauschen der Schaltung muss neben dem SQUID auch das Rauschen der Elektronik berücksichtigt werden. Die in dieser Arbeit verwendete SQUID-Elektronik wurde für den Betrieb einer Flux-Locked-Loop Schaltung entwickelt⁸ und besitzt ein vergleichsweise kleines Eingangsspannungsrauschen $\sqrt{S_V} \approx 0,33 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$ [Ouk02]. Damit setzt sich das scheinbare Rauschen des Detektor-SQUID eines einstufigen SQUID-Systems zu

$$S_{\Phi} = S_{\Phi, \text{SQUID}} + S_{V, \text{Elektronik}} / V_{\Phi}^2 \quad (3.35)$$

zusammen. Mit dem Spannungshub eines typischen SQUIDs $V_{\Phi} \approx 200 \mu\text{V}/\Phi_0$ führt das Eingangsspannungsrauschen der SQUID-Elektronik einem Anteil am Gesamtfluss-Rauschen von etwa $S_{\Phi} = 1,65 \mu\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$. Dieser Wert ist um ein Vielfaches größer als das intrinsische Flussrauschen des SQUIDs.

3.7.4 Aufbau mit zusätzlicher zweiter SQUID-Stufe

Aus dem letzten Abschnitt und Gl. (3.35) ist ersichtlich, dass das Eingangsspannungsrauschen des Vorverstärkers der SQUID-Elektronik das Gesamtrauschen der elektronischen Komponenten des Detektors limitiert.

Um das Signal-zu-Rauschen Verhältnis der bei Raumtemperatur arbeitenden Verstärkerstufe zu verbessern, können unterschiedliche Strategien verfolgt werden. Eine Möglichkeit besteht darin, den aus Halbleiter-Komponenten aufgebauten Vorverstärker bei tiefen Temperaturen arbeiten zu lassen, die Entwicklungen auf diesem Gebiet sind sehr ermutigend (siehe z.B. [Ouk04]). Eine weitere etablierte Methode zur Unterdrückung von Vorverstärker-Rauschen ist der Einsatz eines bei tiefen Temperaturen arbeitenden

⁸Die Elektronik wurde am IPHT/Jena entwickelt und ist bei der Firma Supracon Jena kommerziell erhältlich.

Fluss-Transformators. Dabei wird durch die Rückkoppelspule ein zusätzliches sinusförmiges Flussignal auf das SQUID aufmoduliert, und die SQUID-Spannung durch den Transformator erhöht und phasensensitiv bei Raumtemperatur über ein Lock-In-Detektor gemessen. Nachteilig bei dieser Beschaltung sind die durch die Frequenz der Fluss-Modulation eingeschränkte Bandbreite.

In dieser Arbeit wurde aus diesem Grund eine andere Technik verwendet. Das Signal des, im nachfolgenden Detektor-SQUID genannten, primären SQUIDs wird wie in Abb. 3.10 dargestellt, durch ein zweites SQUID verstärkt. Abhängig vom Widerstand

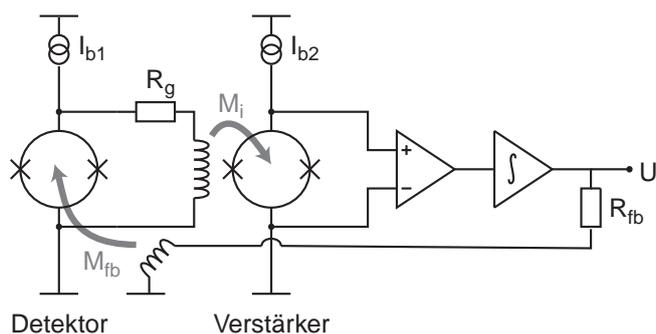


Abb. 3.10

Verstärkung des primären SQUID-Signals durch ein nachfolgendes zweites SQUID. Durch den Widerstand R_g und die Gegeninduktivität des zweiten SQUIDs M_i wird der Verstärkungsfaktor festgelegt.

R_g bewirkt eine sich ändernde Spannung über dem Detektor-SQUID eine Änderung des Stromes durch die Einkoppelspule des Verstärkersquid. Zusammen mit der Gegeninduktivität M_i zwischen der Einkoppelspule und dem sekundären SQUID bewirkt eine Flussänderung $\Delta\Phi_1$ im primären SQUID eine Flussänderung $\Delta\Phi_2 = G_\Phi \Delta\Phi_1$ im sekundären SQUID, wobei die Fluss-zu-Fluss-Verstärkung G_Φ durch

$$G_\Phi = \frac{M_i}{R_g + R_{\text{dyn}}} V_\Phi \quad (3.36)$$

angegeben werden kann. $M_{\text{dyn}} = R_{\text{dyn}}/V_\Phi$ ist dabei die intrinsische Stromempfindlichkeit des Detektor-SQUIDs und V_Φ der Transferkoeffizient des Detektor-SQUIDs am gewählten Arbeitspunkt. Mit den Werten $V_\Phi = 200\mu\text{V}/\Phi_0$ und $M_{\text{dyn}} = 200\text{pH}$ lassen sich mit der im Spannungs-Bias-Modus betriebenen Schaltung maximale Verstärkungen ($R_g \ll R_{\text{dyn}}$) im Bereich von $G \approx 10$ erreichen. Allerdings stellt die Schaltung mit der Eingangsinduktivität des Verstärker-SQUID $L_i = 300\text{nH}$ einen Tiefpass dar, der die Verstärkung oberhalb $(R_{\text{dyn}} + R_g)/2\pi L_i \approx 15\text{MHz}$, verringert.

In Abb. 3.11 ist die Gesamtkennlinie für eine Reihe von Verstärkungsfaktoren für G_Φ unter der Annahme von sinusförmige Fluss-Spannungskennlinien dargestellt. Wird R_g sehr groß gewählt (durchgezogene Kurve) so ist die Fluss-zu-Fluss-Verstärkung zwischen den beiden SQUID verhältnismäßig klein. Für den umgekehrten Fall, $G_\Phi > \pi$ [Dru04] können sich mehrere Arbeitspunkte einstellen. Die hier auftretenden zusätzlichen Arbeitspunkte sind in Abb. durch offene Kreise gekennzeichnet. Die Steigung der Kennlinie ist an diesen zusätzlichen Arbeitspunkten jedoch kleiner, was sich negativ auf das Rauschen des Gesamtsystems auswirken würde. Im Experiment wurden deshalb Fluss-zu-Fluss Verstärkungen von $G_\Phi \approx 2,7$ und je nach verwendeten

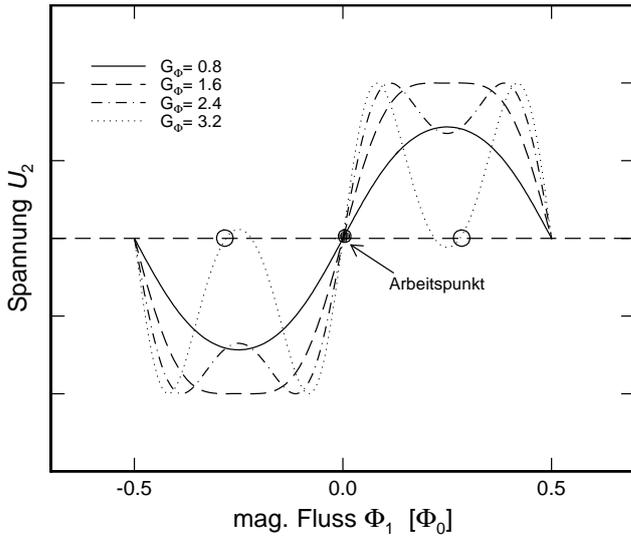


Abb. 3.11
Schematische Darstellung der Gesamtkennlinie eines zweistufigen DC-SQUID Systems für unterschiedliche Verstärkungsfaktoren G_Φ (schematisch).

SQUIDs Koppelwiderstände im Bereich von $R_g \approx 10 \Omega$ verwendet. Dies ermöglicht es den Arbeitspunkt der zweistufigen SQUID-Anordnung im Experiment eindeutig zu definieren. Das scheinbare Flussrauschen S_Φ des Detektor-SQUID setzt sich in dieser Anordnung aus einer Reihe von Beiträgen zusammen

$$S_\Phi = S_{\Phi,DS} + \frac{4k_B T R_g}{V_{\Phi,DS}^2} + \frac{S_{\Phi,VS}}{G_\Phi^2} + \frac{S_{V,Elektronik}}{V_{\Phi,VS}^2 G_\Phi} . \quad (3.37)$$

Der erste Term steht hierin für das intrinsische Flussrauschen des Detektor-SQUIDs. Der zweite Term beschreibt das resistive Nyquist-Rauschen Widerstandes R_g . Da dieses Rauschen zu tiefen Temperaturen hin abnimmt, sollte der Widerstand auf der niedrigsten Temperaturstufe des Kryostaten angebracht werden. Bei 50 mK trägt der Widerstand R_g , mit den oben angegebenen Werten mit etwa $0,19 \mu\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$ zum scheinbaren Rauschen des Detektor-SQUIDs bei. Hierbei ist allerdings, wie schon im Falle von SQUID-Shunt-Widerständen, beobachtbar, dass das Rauschniveau des Widerstands bei tiefen Temperaturen höher liegt als erwartet, da das elektronische System des Widerstandes unter Umständen wärmer als die Temperatur des Wärmebades ist. Aus (3.37) lässt sich ablesen, dass durch den Verstärkungsfaktor G_Φ der Betrag der Ausleseelektronik und des Verstärker-SQUIDs zum Gesamtrauschen deutlich reduziert wird. Das Verstärker-SQUID wird üblicherweise bei $T=2 \text{ K}$ betrieben. Mit einem Transferkoeffizient von $V_{\Phi,VS} = 400 \mu\text{V}/\Phi_0$ ergibt sich ein Beitrag des Vorverstärkers der Elektronik zum Gesamtrauschen zu $(S_{V,Elektronik})^{1/2}/V_{\Phi,VS}^2)/G_\Phi \approx 0,3 \mu\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$.

Mit der beschriebenen zweistufigen SQUID-Auslesung lässt sich der Beitrag des Verstärker-Rauschens zum scheinbaren Rauschen des Detektor-SQUID unterdrücken. Für eine weitere Verbesserung des Rauschens bieten sich sogenannte SQUID-Arrays als Verstärker-SQUID [Cla04] an, da sie einen großen Spannungshub bis in den Bereich von mV ermöglichen. Dabei nimmt das Messsignal proportional zu der Anzahl der SQUIDs N zu, das Rauschen addiert sich jedoch nur inkohärent, \sqrt{N} . Sowohl der Einfluss des

Eingangsspannungsrauschen der Elektronik als auch das intrinsische Flussrauschen des Verstärker-SQUIDs kann auf diese Weise verringert werden. SQUID-Arrays mit $N > 100$ und einer hohen Bandbreite 100 MHz wurden in der Literatur beschrieben.

3.8 Spulengeometrien

3.8.1 Zylinderförmiger Detektoraufbau

Ein magnetisches Kalorimeter besteht aus einem paramagnetischen Sensor in einem schwachen Magnetfeld. Die Magnetisierungsänderung bei einem Energieeintrag kann prinzipiell durch verschiedene Spulengeometrien ausgelesen werden. In diesem Abschnitt werden die Eigenschaften einer zylinderförmigen Geometrie zusammengefasst.

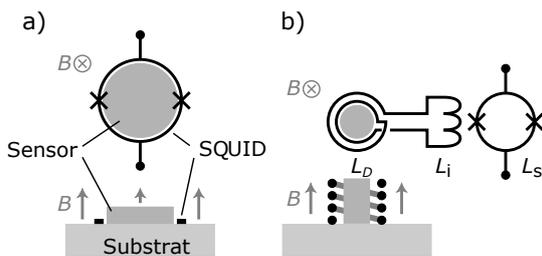


Abb. 3.12

Schematische Darstellung zwei möglicher zylinderförmiger Detektoraufbauten in Auf- und Schnittansicht.

Zwei mögliche zylinderförmige Spulengeometrien sind in Abb. 3.12 dargestellt. In beiden Fällen wird das homogene Magnetfeld durch eine äußere Spule erzeugt. In der Abbildung a) wird der Sensor direkt durch die Schleife des SQUIDs ausgelesen, und muss sich deshalb in dessen unmittelbarer Nähe befinden. Das äußere Magnetfeld durchsetzt dabei sowohl den Sensor als auch das SQUID. Dies führt bei ungeschirmten Josephson-Kontakten zu einer Verringerung des kritischen Stromes und damit zu einer Reduktion der Amplitude der Fluss-zu-Spannungskennlinie. Durch eine zusätzliche Abschirmung der Josephson-Kontakten, z.B. durch eine supraleitende Schicht, kann dieser Einfluss auf die Fluss-zu-Spannungskennlinie jedoch reduziert werden.

Ein Vorteil dieser Anordnung ist die gute magnetische Kopplung zwischen Sensor und SQUID. Bei tiefen Temperaturen macht sich jedoch die endliche Leistungsdissipation des SQUID bemerkbar, und führt dazu, dass die Temperatur auf der Chip-Oberfläche und damit auch die Temperatur des Sensors typischerweise nicht kälter als 30 mK wird. In Abb. 3.12 b) ist ein Aufbau dargestellt, bei dem der ebenfalls zylindrische Sensor von einer ebenfalls zylinderförmigen Spule umgeben ist. Hierbei ist das auslesende Strom-Sensor SQUID jedoch räumlich von dem Sensor getrennt, und die oben beschriebene parasitäre Erwärmung des Sensors tritt nicht auf. Durch den supraleitenden Fluss-transformator kann eine gute Fluss-zu-Fluss Kopplung in das SQUID erreicht werden, für magnetische Mikrokalorimeter ist die Herstellung einer solchen Spulengeometrie allerdings technisch sehr aufwendig. Zudem wird das Signal-zu-Rauschen Verhältnis, im Vergleich zu dem oben beschriebenen direkt mit einem Sensor bestückten SQUID, durch die Transformator-Kopplung um einen Faktor 2 verkleinert.

Optimierte Sensitivität

Zur Ableitung der Signalgröße eines magnetischen Kalorimeters wird typischerweise die Größe $S = \delta\Phi_s / \delta E$ eingeführt die wir hier *Sensitivität* nennen wollen. Sie beschreibt

die Änderung des magnetischen Flusses $\delta\Phi_s$ in der SQUID-Schleife für einen kleinen Energieeintrag δE in den Detektor.

Für zylinderförmige magnetische Kalorimeter wurde die Sensitivität ausführlich in [Fle03] und [Dan05] diskutiert, die dort gewonnenen Erkenntnisse sollen im Folgenden zusammengefasst werden.

Für einen Detektor, dessen Absorber eine Wärmekapazität C_{Abs} und dessen Sensor ein Volumen V und die spezifische Wärme⁹ c besitzt, nimmt die Sensitivität die Form

$$S = \frac{\delta\Phi_s}{\delta E} = \mu_0 \frac{G}{r} V \frac{\partial M}{\partial T} \frac{1}{Vc + C_{Abs}} \quad (3.38)$$

an. Die Größe $\partial M/\partial T$ beschreibt die Temperaturabhängigkeit der Magnetisierung des Sensormaterials. Der dimensionslose Parameter G beschreibt die geometrieabhängige Kopplung zwischen Sensor und Magnetometerschleife. Er hängt im Wesentlichen vom Durchmesser-zu-Höhen-Verhältnis $\xi = 2r/h$ des Sensors ab und besitzt für typische Sensor- und SQUID-Geometrien einen Wert zwischen 0,4 und 1.

Die Sensitivität ist demnach eine Funktion von 8 Parametern

$$S = S(T, C_{Abs}, g, \alpha, B, x, r, h) , \quad (3.39)$$

mit der Temperatur T , der Wärmekapazität des Absorbers C_{Abs} , dem gyromagnetischen Verhältnis g der paramagnetischen Ionen, dem Wechselwirkungsparameter α , dem Magnetfeld B , der Konzentration der paramagnetischen Ionen x und dem Radius r bzw. der Höhe h des Sensors.

Optimiert man den Detektor für eine spezielle Anwendung, wie z.B. für das ^{36}Cl - Experiment, sind einige dieser Parameter festgelegt. Zum Beispiel ist die Arbeitstemperatur durch die zur Verfügung stehenden Kühlmethode vorgegeben. Fordert die Anwendung eine bestimmte Absorberfläche und Quanteneffizienz, so ist, bei vorgegebenem Absorbermaterial, das Volumen und somit die Wärmekapazität des Absorbers C_{Abs} festgelegt. Hat man sich auch für ein Sensormaterial entschieden, so sind zusätzlich die Parameter α und g vorgegeben.

Die restlichen Parameter (B , x , r und h) können so gewählt werden, dass die Sensitivität des Detektors maximal ist. Tabelle 3.1 zeigt das Ergebnis der Optimierungsrechnung für einen Detektor der wie im Fall des ^{36}Cl -Experiments eine Wärmekapazität von $C_{Abs} = 1 \text{ nJ/K}$ besitzt. Als Sensormaterial wurde Au:Er ($g = 6,8$ und $\alpha = 5$) gewählt. Der Detektor soll bei einer Temperatur von $T = 50 \text{ mK}$ betrieben werden.

Bei der Optimierung ergibt sich durch die große Wärmekapazität des Absorber eine optimaler Radius von $r_{\text{opt}} = 262 \text{ }\mu\text{m}$. Für eine optimale Kopplung zwischen Sensor und SQUID muss auch die SQUID-Schleife einen solchen Radius besitzen. Für kreisförmige Spulen wächst die Induktivität mit $L \propto R \ln^{10}$. Die hier betrachtete Leiterschleife hätte

⁹Als spezifische Wärme hier wird die Wärmekapazität pro Volumen, $c = C_{\text{Sens}}/V$ bezeichnet.

¹⁰Für einen Ringleiter lässt sich der Ausdruck $L = \mu R [\ln(R/r) + 1/4]$ ableiten, R ist dabei der Radius des Ringes, $2r$ der Durchmesser des Drahtes.

Optimale Parameter

Beispiel für:

$T = 50 \text{ mK}, g = 6,8$

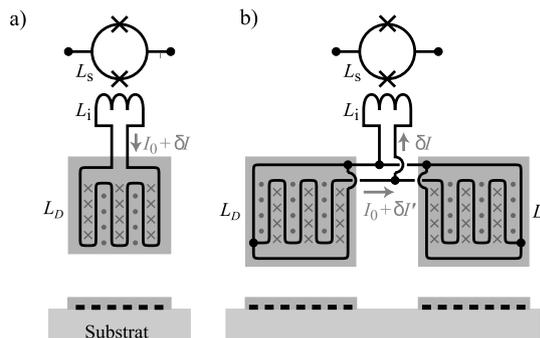
$C_{\text{Abs}} = 1 \text{ nJ/K}, \alpha = 5$

$B_{\text{opt}} =$	$1,5 \text{ T K}^{-1} \times T g^{-1}$	$\hookrightarrow 10,9 \text{ mT}$
$x_{\text{opt}} =$	$4,2 \text{ K}^{-1} \times T g^{-2} \alpha^{-1}$	$\hookrightarrow 900 \text{ ppm}$
$r_{\text{opt}} =$	$1,57 \text{ cm K}^{2/3} \text{ J}^{-1/3} \times (g^2 \alpha C_{\text{Abs}} T^{-1})^{1/3}$	$\hookrightarrow 262 \mu\text{m}$
$h_{\text{opt}} =$	$0,25 \times r_{\text{opt}}$	$\hookrightarrow 65,4 \mu\text{m}$
$S_{\text{max}} =$	$1,28 \cdot 10^{-9} (\Phi_0 / \text{eV}) \text{ J}^{1/3} \text{ K}^{1/3} \times (g \alpha^{-1} C_{\text{Abs}}^{-1} T^{-2})^{1/3}$	$\hookrightarrow 10,4 \frac{\text{m}\Phi_0}{\text{keV}}$

Tab. 3.1

Ergebnis der Optimierungsrechnung: Optimale Werte der Parameter B , x , r und h als Funktion der Temperatur T und der Absorberwärmekapazität C_{Abs} . Die rechte Spalte enthält explizite Werte für einen Detektor, der bei $T = 50 \text{ mK}$ betrieben wird und dessen Absorber eine Wärmekapazität von $C_{\text{Abs}} = 1 \text{ nJ/K}$, wie im Falle des ^{36}Cl -Experiments, besitzt. Als Sensormaterial wurde Au:Er mit $g = 6,8$ und $\alpha = 5$ angenommen.

eine Induktivität von mehr als 1 nH. Da dies nicht trivial ist, mit den heutigen Technologie SQUIDs herzustellen, die eine derart große Induktivität besitzen und deren Rauschen nahe dem Quantenlimit ist, wurde in der vorliegenden Arbeit eine alternative Geometrie gewählt, die im folgenden Abschnitt beschrieben werden soll.

3.8.2 Mäanderförmiger Detektoraufbau**Abb. 3.13**

Schematische Darstellung zweier möglicher mäanderförmiger Detektoraufbauten in Auf- und Schnittansicht.

Um im ^{36}Cl -Experiment eine hohe Quantenausbeute zu erzielen, muss ein Absorber eingesetzt werden, der aufgrund des verhältnismäßig breiten Energiespektrums (0-700 keV) ein relativ großes Volumen ($780 \mu\text{m} \times 760 \mu\text{m} \times 540 \mu\text{m}$) und ein relativ große Wärmekapazität (1 nJ/K) besitzt. Eine mögliche Sensor- und Spulengeometrie, die diese Anforderungen erfüllt, und – wie wir im nächsten Abschnitt sehen werden – sogar ein etwas verbessertes Signal-zu-Rauschen-Verhältnis ermöglicht, ist in Abb. 3.13 dargestellt. Die Aufnahmespule besteht dabei aus einer Streifenstruktur, die induktiv mit

einem SQUID-Magnetometer verbunden ist. Die Kopplung des paramagnetischen Sensors in die Aufnahmespule wird dabei durch den geringen Abstand der Streifen von dem Sensor verbessert, da ein magnetisches Moment δm umso weniger zur Flussänderung beiträgt, je weiter es vom Spulenrand entfernt ist $\delta\Phi \propto 1/r$.

Für diese Spulen-Geometrie kann das benötigte Magnetfeld durch einen eingepprägten Dauerstrom in der Struktur erzeugt werden. Für das ^{36}Cl -Experiment wurde der Ansatz Abb. 3.13 b) gewählt, da der magnetfelderzeugende Betriebsstrom I_0 nicht durch die Einkoppelspule des SQUID fließen muss, und daher, fertigungsbedingt, größere Werte annehmen kann¹¹.

Der magnetische Fluss in einem vollständig geschlossenen supraleitenden Kreis ist eine Erhaltungsgröße. Infolgedessen führt eine Änderung des magnetischen Flusses $\delta\Phi$ in der Detektionsspule zu einer Stromänderung $\delta I_i = -\Phi/(2 \cdot L_m + L_I)$ im supraleitenden Kreis aus mäanderförmiger Detektionsspule (m) und Einkoppelspule (I). Im SQUID lässt sich deshalb mit der Gegeninduktivität M_{is} die Flussänderung $\delta\Phi_S = \delta\Phi M_{is}/(2L_m + L_i) \simeq \delta\Phi \sqrt{2L_S L_i}/(L_m + L_i)$ nachweisen.

In den folgenden Abschnitten wird die Optimierung eines Detektors mit mäanderförmiger Spulengeometrie vorgestellt.

3.8.3 Geometrie eines mäanderförmigen Detektors

Abb. 3.14 zeigt einen Ausschnitt aus dem Querschnitt eines mäanderförmigen Detektoraufbaus. Skizziert sind zwei Streifen der mäanderförmigen Auslesespule die einen Mittelpunktsabstand p und eine Streifenbreite w aufweisen. Die beiden Streifen können z.B. in Dünnschichttechnologie aus einem supraleitenden Material¹² auf ein Substrat aufgebracht werden. Hier wird eine Dicke der Streifen von $0,05p$ angenommen. Als Trennschicht zwischen dem in der nächster Lage aufgebrachten Sensormaterial wird eine dünne, $0,025p$ dicke Isolationsschicht¹³ eingeschoben. Die Schicht soll elektrische Kurzschlüsse zwischen der Mäanderspule und dem metallischen Sensormaterials Au:Er verhindern, vergrößert allerdings auch deren Abstand. Dies ist bei der Berechnung des Füllfaktors in Abschnitt 3.8.6 und der Magnetfeldverteilung in Abschnitt 3.8.5 von Bedeutung.

Die paramagnetische Sensorschicht¹⁴ besitzt eine Dicke h und bedeckt die Mäanderstruktur über die gesamte Fläche A des Mäanders.

Die beiden gezeigten Streifen leiten den zur Erzeugung des für den Betrieb des Detektors benötigten Stroms I_0 , jeweils in entgegengesetzter Richtung. Der Strom erzeugt ein Multipolfeld hoher Ordnung, das in z -Richtung, d.h. senkrecht zur Substratoberfläche,

¹¹Die Einkoppelspulen handelsüblicher Strom-Sensor-SQUIDs werden in mehrlagen Dünnschicht Technik hergestellt, und haben aufgrund der Übergänge zwischen den Lagen kritische Ströme im Bereich von wenigen mA.

¹²z.B. aus Niob

¹³z.B. aus SiO_2

¹⁴z.B. aus Au:Er

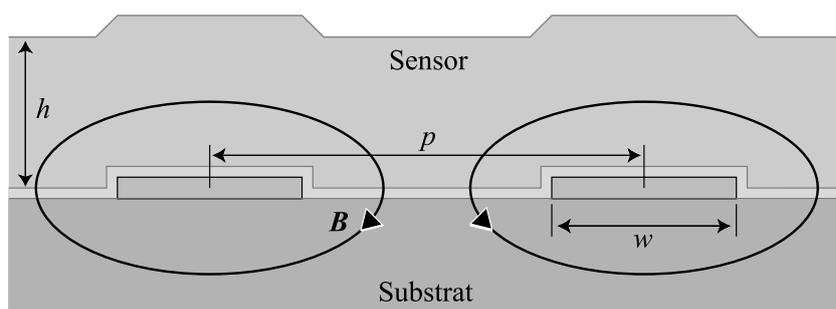


Abb. 3.14
Schematische Darstellung eines Schnittes durch einen Mäander.

schnell abfällt und parallel zur Oberfläche sowohl Richtung als auch Betrag ändert.

3.8.4 Bestimmung der Induktivität eines Mäanders

Vernachlässigt man die durch die endliche Größe des Mäanders hervorgerufenen Randeffekte, kann man die Induktivität der periodischen Struktur durch die Integration der Feldenergie $E = 1/2LI^2$ in einer Finite-Elemente-Rechnung bestimmen.

Die Berechnung von Feldverteilungen mit dem Finite-Elemente-Ansatz wird meist dann angewandt, wenn die gewählte Geometrie zu komplex ist, um die beschreibende Differentialgleichung geschlossen lösen zu können. Die Idee ist dabei die komplexe Geometrie in kleine einfache Formen, wie z.B. im 2-dimensionalen Fall Dreiecke, zu unterteilen für die jeweils eine vollständige Lösung möglich ist. Es handelt sich damit um ein Approximationsverfahren, bei dem die Lösung von einer kurzen aber komplizierten Differentialgleichung in ein Problem der linearen Algebra mit u.U. mehreren tausend einfach zu lösenden Gleichungen überführt wird. Obwohl die Zahl der Gleichungen sehr hoch sein kann, existieren Techniken die diese in sehr kurzer Zeit lösen können. Das in dieser Arbeit zur Berechnung von Magnetfeld-Verteilungen eingesetzte Programm *FEMM*¹⁵ benutzt zur Lösung den direkt aus den *Maxwell-Gleichungen* ableitbaren Ausdruck

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A}' \right) = \mathbf{J} \quad (3.40)$$

zur Lösung magnetostatischer Probleme, sowie Dreiecke zur Beschreibung der Geometrie. Hierbei ist \mathbf{A}' das magnetische Vektorfeld, μ die magnetische Permeabilität und \mathbf{J} die zeitlich konstante Stromdichte des Leiters.

Bei der Berechnung des Mäanders wird angenommen, dass die supraleitenden Streifen vom Typ I sind, und damit fast vollständig diamagnetisch sind, $\chi = -0.9999$. Der sich aus den numerischen Rechnungen ergebenden Zusammenhang

$$L = \ell \mu_0 \frac{A}{p} \quad (3.41)$$

¹⁵Benutzt wurde das Programm *FEMM*, Finite Element Method Magnetics, D. C. Meeker, Version 3.0, <http://femm.foster-miller.net>

enthält den dimensionslosen Parameter ℓ der in Abb. 3.15 dargestellt ist. p ist der oben definierte Mittelpunktsabstand, A die Fläche des Mäanders.

Die Induktivität der periodischen Struktur verringert sich verständlicherweise mit der

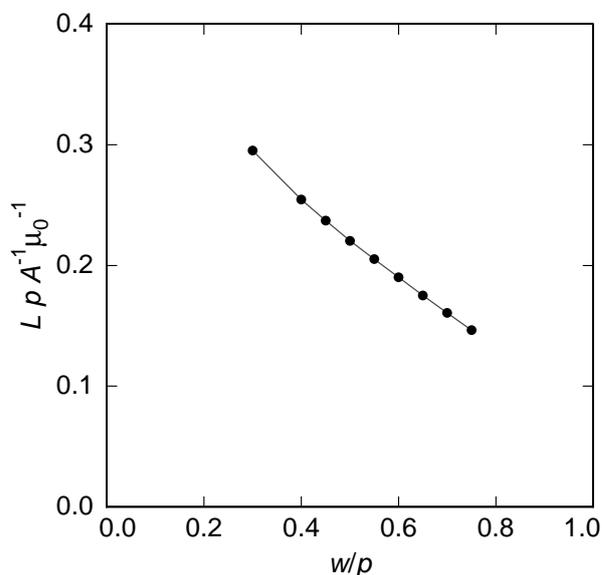


Abb. 3.15
Induktivität L als Funktion von w/p . Aufgetragen ist der dimensionslose Parameter ℓ .

Verkleinerung der Lücke ($p - w$) zwischen den Streifen. Für $w/p = 0,425$ ergibt sich ein Wert für ℓ von 0,246.

3.8.5 Vertikale Magnetfeldabhängigkeit eines Mäanders

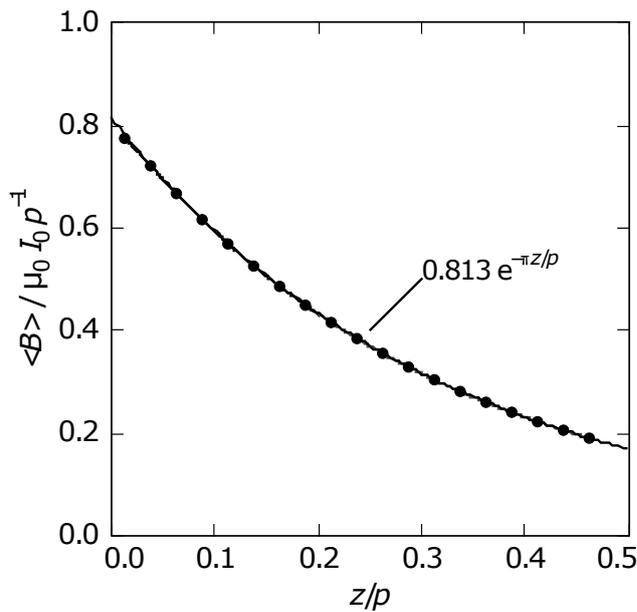
Wie die Induktivität im vorangegangenen Abschnitt kann auch die Feldverteilung der Mäander-Geometrie aus Finite-Elemente-Rechnungen bestimmt werden. Berechnet wurde der Betrag des Magnetfeldes in einer dünnen Schicht im Abstand z vom der Oberfläche des Mäanders. Das Ergebnis der Simulation ist in Abb. 3.16 (durchgezogene Linie) für einen Mäander mit $w/p = 0,425$ dargestellt. Hierbei wurde der Abstand z so definiert, dass die Oberfläche der Isolationsschicht als Nullpunkt gesetzt wurde. Das mittlere Magnetfeld $\langle B \rangle$ einer dünnen Schicht fällt als Funktion des Abstandes z exponentiell ab. Es ergibt sich aus der numerischen Simulation der Zusammenhang¹⁶

$$\langle B \rangle = 0.813 \mu_0 I_0 p e^{-\pi z/p} \quad (3.43)$$

¹⁶In guter Übereinstimmung mit dem Magnetfeld bei großen Abständen ($z \approx w$) aus der Finite-Elemente-Rechnung kann eine analytische Formel für den Betrag des Magnetfeldes in z -Richtung eines unendlich ausgedehnten Mäanders angegeben werden:

$$B(z) = -\frac{\mu_0 I_0}{2\pi w} \ln \left[1 - \frac{2}{1 + \sqrt{2} \cosh\left[\frac{\pi z}{2w}\right]} \right] \quad (3.42)$$

Bei der Ableitung wurde hierbei ein festes $w/p = 0,5$ angenommen.

**Abb. 3.16**

Betrag des mittleren Magnetfeldes in einer dünnen Schicht im Abstand z von der Oberfläche des Mäanders.

In Abb. 3.16 ist $B(z)$ aus der Finite-Elemente Rechnung dargestellt. Das Multipolfeld der Mäanders wird durch die näherungsweise exponentielle Approximation des Finite-Elemente Ergebnisses wiedergegeben.

Zusätzliche Abstände, z.B. hervorgerufen durch die Isolationschicht des SiO_2 oder eine Klebeschicht zwischen Sensorfolie und Mäander, reduzieren das den Sensor durchdringende Feld schnell. Bei der Herstellung eines Detektors ist es deshalb wichtig auf einen möglichst kleinen Abstand zwischen der mäanderförmigen Spule und dem Sensor zu achten.

Feldverteilung über der mäanderförmigen Spule

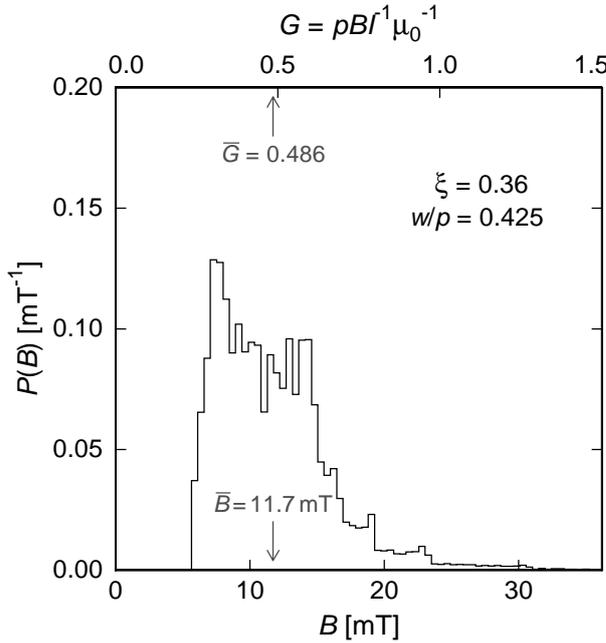
Aus den oben beschriebenen Finite-Elemente-Rechnungen lässt sich auch die Verteilung des Magnetfeldes innerhalb eines Sensors mit der reduzierten Dicke $\xi = h/p$ und Mäander-Breite w/p ableiten. Abb. 3.17 zeigt $P(B)$ für $\xi = 0,36$, $w/p = 0,425$ und ein mittleres Feld von $\bar{B} = 11,7$ mT.

Die wichtige Größe G drückt die geometrische Abhängigkeiten des Sensorsignals aus

$$\delta\Phi = \mu_0 \frac{G(\mathbf{r}/p)}{p} \delta M(\mathbf{r}) dV \quad (3.44)$$

und überführt die ortsabhängige Magnetisierungsänderung $\delta M(\vec{r}) dV$ des Volumenelements dV am Ort \vec{r} in die Flussänderung $\delta\Phi$ der Mäanderspule.

Zur Beschreibung der Beziehung zwischen dem Magnetfeld $B(\mathbf{r})$ am Ort \mathbf{r} und dem Strom I_0 in der Spule kann $G(\mathbf{r}/p)$ ebenfalls herangezogen werden, da $G(\mathbf{r}/p)$ unab-

**Abb. 3.17**

Magnetfeldverteilung $P(B)$ eines Mäanders mit $\xi = h/p = 0.36$ und $w/p = 0.425$.

hängig von der absoluten Größe der mäanderförmigen Spule ist.

$$B(\mathbf{r}) = \mu_0 \frac{G(\mathbf{r}/w)}{p} I_0 \quad (3.45)$$

Wie sich im Laufe dieses Kapitels herausstellen wird, beträgt die optimale Höhe des Sensors $h_{\text{opt}} = 0.36p$ und das optimale mittlere Magnetfeld $\bar{B}_{\text{opt}} = 11,7 \text{ mT}$. Die in Abb. 3.17 Magnetfeld und G -Faktor-Verteilung wurde für diese optimale Detektorkonfiguration berechnet. Der über das Sensorvolumen gemittelte G -Faktor beträgt in diesem Fall $G = 0.486$.

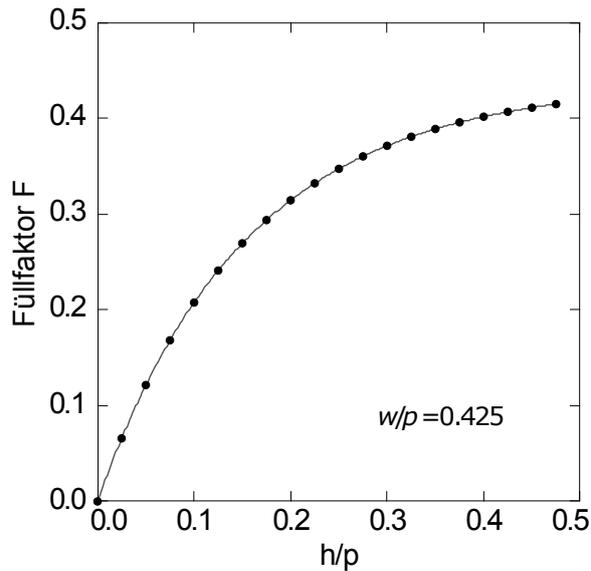
3.8.6 Füllfaktor der optimierten Mäandergeometrie

Für eine optimierte Detektorgeometrie stellt sich die Frage, welcher Anteil der gesamten magnetischen Feldenergie $W_m = \frac{1}{2} \int B^2 dV$ den Sensor durchsetzt. Es ist daher naheliegend den Füllfaktor

$$F(\xi) = \frac{\int_{V_{\text{Sensor}}} B^2 dV}{\int B^2 dV} \quad (3.46)$$

zu definieren. In Abb. 3.46 ist der Füllfaktor über $\xi = h/p$ für eine Mäandergeometrie mit $w/p = 0.425$ aufgetragen. Wie später noch gezeigt wird, besitzt der optimale Sensor eine Dicke von $h = 0,36p$. Der Füllfaktor dieser Anordnung entspricht $F = 0,392$. Dies ist sehr nahe an einem maximal erreichbaren Wert von $F = 0,5$ für eine flache Geometrie mit dem Sensor auf nur einer Seite der Auslesespule.

Eine Erhöhung des Füllfaktors auf Werte über 0.392 für einen einseitigen Sensor, könn-

**Abb. 3.18**

Füllfaktor einer optimierten Mäandergeometrie mit $w/p = 0.425$.

te durch eine zusätzliche supraleitende Schicht erreicht werden, die oberhalb des Sensors den Abfall von $B(z)$ erhöht. Dies wäre auch für einen Detektor von Vorteil, bei dem das Sensormaterial auf beiden Seiten der Mäanderspule angebracht ist.

Ein Nachteil der mäanderförmigen Detektorgeometrie ist die durch das Multipolfeld hoher Ordnung hervorgerufene breite Verteilung des Magnetfeldes $B(\mathbf{r})$. Dies führt zu einer Verbreiterung des Signalmaximums $\delta\Phi(B)/\delta E$ und dadurch zu einer Reduktion des maximalen Signals.

3.8.7 Optimierung der Mäandergeometrie

Eine Flussänderung in der mäanderförmigen Detektorspule, hervorgerufen durch einen Energieeintrag kann durch

$$\delta\Phi = \frac{\delta E}{C_{\text{abs}} + \int_V c d^3\mathbf{r}} \int_V \mu_0 \frac{G(\mathbf{r}/p)}{p} \frac{\partial M(B(\mathbf{r}), T)}{\partial T} d^3\mathbf{r}, \quad (3.47)$$

mit dem Sensorvolumen $V = A \cdot h$ dargestellt werden. Die spezifische Wärme pro Volumen wird hier durch c ausgedrückt. C_{abs} ist die Wärmekapazität eines zusätzlichen Absorbers.

Dieser Ausdruck sieht auf den ersten Blick wesentlich komplizierter aus als der für die zylinderförmige Geometrie in einem homogenen Feld aus Gleichung 3.38. Dies liegt vor allem daran, dass das Magnetfeld sehr inhomogen ist und die Kopplung zwischen den magnetischen Momenten und der Spule von deren Ort relativ zur Spule abhängen. Sowohl der Betrag des Magnetfeldes B als auch die Kopplung sind proportional zu G , welches jedoch unabhängig vom Sensorvolumen V ist. Daher ist es praktisch das Integral über das Volumen durch ein Integral über G ersetzen. Wir wollen also im Folgen-

den Mittelwerte der Form

$$\langle X \rangle_G = \int P(G, \xi, w/p) X dG , \quad (3.48)$$

mit der Verteilung $P(G, \xi, w/p)$ entsprechend Abb. 3.17 betrachten. Gleichung (3.47) lässt sich mit dieser Definition schreiben als

$$\frac{\delta\Phi}{\delta E} = \frac{V}{C_{\text{abs}} + V\langle c \rangle_G} \left\langle \mu_0 \frac{G}{p} \frac{\partial M}{\partial T} \right\rangle_G . \quad (3.49)$$

Die mittlere spezifische Wärme ergibt sich also zu $\bar{c}(\xi, w/p, I_0, T) = \langle c(G, I_0, T) \rangle_G$.

Wie schon in Abschnitt 3.8.1 gezeigt ist für eine optimierte Geometrie das Rauschen des SQUID Sensors proportional zu \sqrt{L} . Daher muss der Ausdruck

$$S = \frac{\delta\Phi/\delta E}{\sqrt{L}} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\ell}} \frac{h\sqrt{A/p}}{C_{\text{abs}} + Ah\bar{c}} \left\langle G \frac{\partial M}{\partial T} \right\rangle_G . \quad (3.50)$$

maximiert werden, um das Signal-zu-SQUID-Flussrauschen zu optimieren. Für die Optimierung der Fläche ergibt sich

$$A_{\text{opt}} = \frac{C_{\text{abs}}}{h\bar{c}} . \quad (3.51)$$

Daher kann das Signal-zu-Rauschen Verhältnis bei optimaler Sensorfläche durch

$$S = \frac{\sqrt{\mu_0}}{2\sqrt{\ell}C_{\text{abs}}} \sqrt{\xi/\bar{c}} \left\langle G \frac{\partial M}{\partial T} \right\rangle_G \quad (3.52)$$

ausgedrückt werden.

Es können also noch 9 Parameter varriert werden, um ein maximales Signal-zu-Rauschen-Verhältnis zu erzielen

$$S = S(C_a, g, \alpha, T, x, \bar{B}, A_{\text{opt}}, \xi, w/p) . \quad (3.53)$$

Die weitere Optimierungsrechnung kann nur numerisch durchgeführt werden. Hierbei wird für die Beschreibung der thermodynamischen Eigenschaften des Sensormaterials auf Daten des in Abschnitt 3.4.2 beschriebenen Algorithmus der numerischen Diagonalisierung des Hamilton-Operators (ND) zurückgegriffen.

In der Tabelle 3.2 ist das Ergebnis der Optimierungsrechnung zusammengefasst. In der letzten Spalte sind die jeweiligen optimalen Werte für einen Absorber mit 1 nJ/K bei einer Temperatur von $T = 50$ mK und einem Mittelpunktsabstand von $p = 10 \mu\text{m}$ berechnet, wie dies für den ^{36}Cl Detektor der Fall ist.

Aus der Optimierungsrechnung und der Forderung $C_{\text{abs}} = C_{\text{sens}}$ ergibt sich ein fester Zusammenhang für das Sensorvolumen $V_{\text{opt}} = Ah$. Für einen Absorber mit vorgegebener Wärmekapazität, z.B. durch die geforderte Qantenausbeute des Detektors, wird dadurch die Fläche, bei gegebenem Mittelpunktsabstand, des Mänders festgelegt.

Ist die Absorberwärmekapazität durch das Experiment bestimmt, wird durch die Rechnung auch die optimale Induktivität des Mänders zu $L_{\text{opt}} = 4,7 \cdot 10^{-13} \text{Hm}^2 \text{K}^2 \text{J}^{-1} \times$

$\langle B \rangle_{opt} =$	$1,8 \text{ T K}^{-1} \times$	Tg^{-1}	13 mT
$I_{opt} =$	$2,9 \cdot 10^6 \text{ Am}^{-1} \text{K}^{-1} \times$	$Tg^{-1}p$	0,21 A
$x_{opt} =$	$9,2 \text{ K}^{-1} \times$	$Tg^{-1}\alpha^{-1}$	2000 ppm
$\langle c \rangle_{opt} =$	$1,8 \cdot 10^6 \text{ Jm}^{-3} \text{K}^{-1} \times$	$Tg^{-1}\alpha^{-1}$	$390 \text{ Jm}^{-3} \text{K}^{-1}$
$\langle G \frac{\partial M}{\partial T} \rangle =$	$2,8 \cdot 10^5 \text{ Jm}^{-3} \text{K}^{-2} \times$	$g^{-1}\alpha^{-1}$	$8,1 \text{ mA m}^{-1} \text{K}^{-1}$
$A_{opt} =$	$1,5 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 \text{K}^2 \text{J}^{-1} \times$	$C_a g^2 \alpha T^{-1} p^{-1}$	$0,69 \text{ mm}^2$
$h_{opt} =$	$0,36 \times$	p	$3,6 \mu\text{m}$
$L_{opt} =$	$4,7 \cdot 10^{-13} \text{ Hm}^2 \text{K}^2 \text{J}^{-1} \times$	$C_a g^2 \alpha T^{-1} p^{-1}$	21,7 nH
$S_{opt} =$	$0,14 \times$	$(C_a \alpha T)^{-1/2}$	$3 \text{ m}\Phi_0 \text{keV}^{-1} L_{opt}^{-1/2}$

Tab. 3.2

Ergebnis der Optimierungsrechnung für die mäanderförmige Geometrie: Optimale Werte der Parameter B , x , r und h als Funktion der Temperatur T und der Absorberwärmekapazität C_{Abs} . Die rechte Spalte enthält explizite Werte für einen Detektor, der bei $T = 50 \text{ mK}$ betrieben wird und dessen Absorber eine Wärmekapazität von $C_{\text{Abs}} = 1 \text{ nJ/K}$, wie im Falle des ^{36}Cl -Experiments, besitzt. Als Sensormaterial wurde $\underline{\text{Au}}$ mit $g = 6,8$ und $\alpha = 5$ angenommen.

$C_a g^2 \alpha T^{-1} p^{-1}$ festgelegt, für den ^{36}Cl -Detektor führt die zu einer optimalen Induktivität von 21,7 nH. Mit dieser großen Mäanderinduktivität wird eine Flusstransformatorkopplung in ein separates SQUID-Magnetometer erleichtert, da dadurch parasitäre Induktivitäten, wie z.B. durch die Verbindungsdrähte zwischen SQUID und Mäander, eine untergeordnete Rolle spielen.

Die Optimierungsrechnung für den im Mäander eingespeisten Strom I_0 ergibt für einen Mittelpunktsabstand $p = 10 \mu\text{m}$ einen vergleichsweise großen Strom von 210 mA, der nahe an der kritischen Stromdichte von Niob ist. Um die Auswirkungen auf die optimale Sensitivität für einen verkleinerten Strom zu untersuchen wurde die Optimierungsrechnung für den Fall kleiner Ströme und 95 % der optimalen Sensitivität wiederholt.

3.8.8 Berücksichtigung kleinerer Ströme

Der Strom I_0 der im letzten Abschnitt behandelten Optimierungsrechnung für einen Mäander mit Mittelpunktsabstand $p = 10 \mu\text{m}$ nimmt für diese Struktur vergleichsweise große Werte im Bereich von 210 mA an. Um die kritische Stromdichte der Niobstruktur deutlich zu unterschreiten, wurde die Optimierungsrechnung für 95 % der Sensitivität und kleineren Strömen reevaluiert. Im Fall von 95 % der maximierten Sensitivität S berechnet sich der Strom zu

$$I_{95}/p = 2.23 \times 10^6 \text{ Am}^{-1} \text{K}^{-1} T/g \quad (3.54)$$

und dazugehörend das Magnetfeld für den 95 % Fall zu $\bar{B}_{95} = \mu_0 \bar{G}_{95} I_{95}/p$.

Mit einem Mittelpunktsabstand $p = 10 \mu\text{m}$ und bei $T = 50 \text{ mK}$ ergibt sich ein Strom $I_{95} = 164 \text{ mA}$. Dieser Strom ist damit etwa 30 % geringer als der von der optimalen Sensitivität geforderte und kann fertigungsbedingt und experimentell leichter umgesetzt

werden. Der verkleinerte Strom hat allerdings Auswirkungen auf die Optimierungsrechnung, die Veränderungen ergeben sich wie folgt.

Das Resultat für das mittlere Feld ergibt sich zu $\bar{B}_{\text{opt}} = 9.65 \text{ mT}$ ($\bar{G}_{95} = 0.468$).

Mit dem reduzierten Strom verändert sich auch der Zusammenhang für die dazu passende Konzentration einer mäanderförmigen Spulengeometrie und man erhält man folgenden Zusammenhang

$$x_{95} = 4.95 \text{ K}^{-1} \frac{T}{g^2 \alpha} . \quad (3.55)$$

Bei einer Temperatur von $T = 50 \text{ mK}$ ergibt sich dadurch die Konzentration $x_{95} = 1070 \text{ ppm}$ für $\alpha = 5$ und $g = 6.8$.

Auch die spezifische Wärme muss unter diesen veränderten Bedingungen berücksichtigt werden, im 95% Fall erhält man den Zusammenhang

$\bar{c}_{95} = 0.94 \times 10^6 \text{ J m}^{-3} \text{ K}^{-2} T / (g^2 \alpha)$ der die spezifische Wärme, verglichen mit dem Wert für den optimalen Fall, halbiert.

Zusammenfassend kann man für die mäanderförmige Geometrie feststellen, dass im Vergleich zu der in Abschnitt 3.8 beschriebenen zylinderförmigen Geometrie sogar etwas bessere Signal-zu-Rauschen-Verhältnisse möglich sind. Für die mäanderförmige Geometrie ergeben sich zudem eine Reihe von Vorteile, wie z.B. die Möglichkeit große Flächen und Wärmekapazitäten einzusetzen. Durch das Multipolfeld hoher Ordnung und die sich daraus ergebende nahezu exponentielle Abnahme des Magnetfeldes lassen sich Detektoren mit vielen Sensoren auf kleinem Raum aufbauen. Das bei zylinderförmigen Sensoren problematische induktive Übersprechen einzelner Sensoren wird dadurch unterdrückt.

3.8.9 Alternative Sensorgeometrie

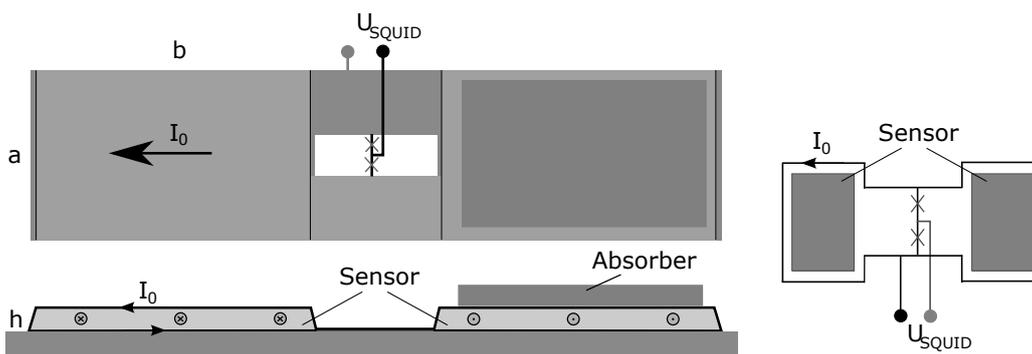


Abb. 3.19

Alternative Geometrie eines magnetischen Kalorimeters. Der Strom für das homogene Magnetfeld des Sensors wird durch eine verbundene supraleitende Lage auf und unter dem Sensor erzeugt. Durch diese Anordnung sind sehr kleine Induktivitäten möglich, z.B. für $a, b = 1000 \mu\text{m}$, $h = 3 \mu\text{m}$, $L \approx 10 \text{ pH}$.

Eine alternative Detektorgeometrie ist in Abb. 3.19 schematisch dargestellt. Der paramagnetische Sensor wird von einer supraleitenden Schicht umfasst. Durch Einspei-

sen eines Stromes I_0 kann ein homogenes Magnetfeld $B \simeq \mu_0 I_0 / a$ erzeugt werden. Das Magnetfeld B ist dabei in guter Näherung unabhängig vom Abstand der Supraleiter h . Selbst für vergleichsweise große Flächen lassen sich verhältnismäßig kleine Induktivitäten berechnen, z.B. für $a, b = 1000\mu\text{m}$, $h = 3\mu\text{m}$ ist $L \approx 10\text{ pH}$ und der Füllfaktor liegt nahe bei 1.

Die Geometrie hat einen weiteren Vorteil. Durch den breiten Leiter für I_0 können hohe Ströme in der Struktur fließen, da man nicht durch die kritische Stromdichte des Supraleiters limitiert ist. Das Einprägen des Stromes kann sowohl direkt durch einen thermischen Schalter als auch induktiv durch eine äußere Feldspule durchgeführt werden. Die technische Herausforderung der Struktur besteht in der Herstellung der paramagnetischen Sensorschicht und in den Übergängen zwischen der oberen und der unteren supraleitenden Schicht.

Für einen Absorber sind unter Umständen thermisch gut leitende Kontaktierungen durch den oberen Supraleiter nötig.

Das integrierte SQUID in der Schemazeichnung kann auch durch eine Transformator-kopplung und ein Stromsensor-SQUID ersetzt werden, allerdings erschweren die kleinen Induktivitäten eine Anpassung an ein externes SQUID. Parasitäre Induktivitäten der Verbindungsdrähte fallen damit stärker ins Gewicht.

4. Grundlagen des ^{36}Cl Experiments

In diesem Kapitel sollen die experimentellen Rahmenbedingungen des ^{36}Cl -Experiments beschrieben werden. Einführend wird dabei im folgenden Abschnitt kurz auf die Kühltechnik und den verwendeten Kryostaten eingegangen.

4.1 Erzeugung tiefer Temperaturen

Das in dieser Arbeit vorgestellte Messprinzip magnetischer Kalorimeter arbeitet im Temperaturbereich unterhalb 100 mK. Seit der Verflüssigung von Helium durch Kamerling Onnes 1908 wurden eine Vielzahl von Techniken entwickelt um unter dessen Siedetemperatur von 4,2 K abzukühlen und den in dieser Arbeit benötigten sub-Kelvin Bereich zu erreichen.

Der verwendete Kryostat benutzt die Kühltechnik der adiabatischen Entmagnetisierung paramagnetischer Salze. Die Entropie der magnetischen Momente der Salze übersteigt in Abwesenheit oder in kleinen äußeren Magnetfeldern die des abzukühlenden Objekts. Durch das Anlegen eines großen äußeren Magnetfeldes kann die Entropie der magnetischen Momente der paramagnetischen Salze verkleinert werden, und es muss dabei die Wärme

$$\Delta Q = -T_{\text{Bad}}[S(B, T_{\text{Bad}}) - S(0, T_{\text{Bad}})] \quad (4.1)$$

entstehen. Durch Kontakt mit einem äußeren Wärmereservoir, im hier beschriebenen

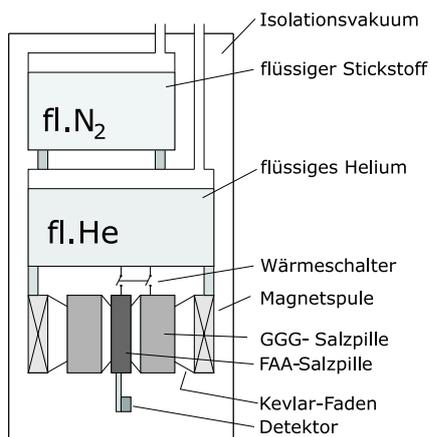


Abb. 4.1

Schematische Darstellung des in dieser Arbeit verwendeten adiabatischen Entmagnetisierungskryostats (ADR). Zur Vorkühlung auf 77 K bzw. 4,2 K werden die kryogenen Flüssigkeiten N_2 und He verwendet.

Fall dem He -Bad des Kryostaten, kann die Wärmemenge ΔQ abgegeben werden. Nachdem sich die paramagnetischen Salze wieder im thermischen Gleichgewicht mit dem Bad befinden, kann zur Erreichung tiefer Temperaturen die adiabatische Entmagnetisierung folgen. Dazu werden die paramagnetischen Salze durch einen Wärmeschalter vom He -Wärmebad getrennt und das äußere Magnetfeld langsam heruntergefahren.

Die dabei ansteigende Entropie der paramagnetischen Salze, verursacht durch Absorption von Phononen, entzieht dem umgebenden Gitter nach und nach die thermische Energie. Da durch die thermische Entkopplung der Salzpillen keine Wärme aus dem *He*-Wärmebad nachfließen kann, kühlt sich das System ab¹.

In Abbildung 4.1 ist der in dieser Arbeit verwendete adiabatische Entmagnetisierungskryostat (ADR)² schematisch abgebildet. Zur Vorkühlung des Kryostaten werden die Flüssigkeiten N_2 (Siedetemperatur 77 K) und *He* (Siedetemperatur 4,2 K) verwendet. Diese Wärmebäder sorgen auch, in Verbindung mit zusätzlichen Metall-Schilden, zur Reduktion der durch die Raumtemperatur hervorgerufenen Wärmestrahlung. Die verschiedenen Temperaturstufen des Kryostaten befinden sich zudem in einem Isolationsvakuum ($p \leq 10^{-6}$ mbar), welches den Wärmetransport zwischen den Stufen durch gasförmige Teilchen verhindert.

Die adiabatische Entmagnetisierungsstufe des Kryostaten besteht aus einem Wärmeschalter, der sich im guten thermischen Kontakt mit dem *He*-Bad befindet, sowie die zwei Salzpillen FAA und GGG³.

Beide Salzpillen erfüllen unterschiedliche Aufgaben. Da der beschriebene Kühlmechanismus nicht kontinuierlich arbeitet darstellt, sondern nach einem Abkühlvorgang nur durch einen erneuten vollständigen Abkühlzyklus ab der Temperatur des *He*-Bades zu tiefen Temperaturen gebracht werden kann⁴, muss die äußere Wärmelast auf die Experimentierplattform so weit wie möglich reduziert werden. Die GGG-Salzpille hat im Vergleich zur FAA-Salzpille, aufgrund von starken inneren Magnetfeldern, eine erheblich größere Wärmekapazität, und erreicht nach der Entmagnetisierung eine tiefste Temperatur von 200-250 mK. Mit dieser Temperatur eignet sie sich deshalb als Wärmepuffer für die FAA-Salzpille. Der größte parasitäre Energiebeitrag, neben der durch die GGG-Pille ebenfalls reduzierten Wärmestrahlung, ist durch die Wärmeleitfähigkeit der zur mechanischen Stabilisierung und thermischen Entkopplung benutzten Kevlar-Fäden gegeben. Da die Wärmeleitfähigkeit der Kevlar-Fäden zu tiefen Temperaturen hin mit T^2 abnimmt, kann durch die GGG-Salzpillen-Zwischenstufe die Wärmelast auf die FAA-Salzpille erheblich reduziert werden.

Unter diesen Voraussetzungen erreicht die FAA-Salzpille nach einem Abkühlvorgang ab einer Starttemperatur von $T = 4,2$ K und mit einem äußeren Feld von $B = 6$ T eine tiefste Temperatur von 28 mK. Eine Verringerung der tiefsten Temperatur der FAA-Pille kann durch die Reduktion der Temperatur des *He*-Bades erreicht werden. Dies ist durch Abpumpen des *He*-Bades möglich, auf diese Weise kann eine Starttemperatur von 1,5 K und eine tiefste Temperatur der FAA-Pille von etwa 22 mK erreicht werden.

¹Eine ausführlichere Beschreibung dieser und anderer Kühltechniken findet sich z.B. in [Ens00b].

²Hergestellt durch die Firma *CSP GmbH*, jetzt *VeriCold Technologies GmbH*, Ismaning.

³Hierbei handelt es sich um die paramagnetischen Dielektrika Eisen (Ferric)-Ammonium-Alaun und Gadolinium-Gallium-Granat.

⁴Ein interessanter Ansatz zum kontinuierlichen Betrieb eines ADR-Kryostaten wird in [Shi02] beschrieben.

4.2 Stabilisierung der Basis-Temperatur

Da zum Abkühlen der Salzpillen, wie oben beschrieben, das äußere Magnetfeld reduziert wurde, liegt es nahe, dass sich die Temperatur der Salzpillen adiabatisch durch das äußere Magnetfeld beeinflussen lässt.

Durch eine Variation des äußeren Magnetfeldes $I_F(t) \propto B(t)$ kann die Temperatur der mit der FAA-Salzpille verbundenen Experimentierplattform geregelt werden. Im Gegensatz zur ersten Methode wird hierbei, in erster Ordnung, der FAA-Salzpille keine zusätzliche externe Wärme zugeführt.

Zur Regelung des Kryostaten wurde ein PID-Regel-System entwickelt, das die durch eine 4-Draht-Messung⁵ ermittelten Widerstände des resistiven FAA-Thermometers auswertet, eine Temperatur und die zur Regelung benötigte Heizleistung berechnet.

Der zugeführte Wärmefluss w_m ist hierbei von der zeitlichen Ableitung des Stromes I_F durch die Magnetspule des ADR abhängig.

$$w_m = T \frac{\partial S}{\partial t} \propto \frac{\partial I_F}{\partial t}, \quad (4.2)$$

wobei ∂S die für den Wärmefluss benötigte Entropie-Änderung des Spin-Systems der FAA-Salzpille beschreibt. Während einer Temperatur-Stabilisierungsphase wird das äußere Feld nach und nach zur Kompensation der Wärmelast reduziert. Kurzzeitige Schwankungen der stabilisierten Experimentierplattform-Temperatur können durch schnelle Änderung des Stromes I_F ausgeglichen werden.

Während der später diskutierten Messungen wurde typischerweise auf eine Arbeitstemperatur von $T = 30$ mK eingeregelt, die Standzeit des Kryostaten betrug bei dieser Temperatur etwa 48 Stunden.

Die Schwankung der Experimentierplattform-Temperatur kann zu einem zusätzlichen verbreiternden Beitrag zur Energieauflösung des Detektors führen.

Für eine stabilisierte Temperatur von $T = 30$ mK konnte eine Temperaturschwankung von $\delta T_{\text{rms}} \leq 5 \mu\text{K}$ erreicht werden. Dies entspricht einer relativen Temperatureauflösung⁶ $\delta T/T = 0,2 \times 10^{-3}$.

4.3 Herstellung der Detektor-Komponenten

Das in dieser Arbeit vorgestellte Experiment untersucht das β -Spektrum des Isotops ^{36}Cl , welches Elektronen im Energiebereich von 0 bis 709,6 keV emittiert. Auf die Quantenausbeute des Absorbers wird in Abschnitt 5.11 detailliert eingegangen, an dieser Stelle soll die Herstellung des Absorbers im Vordergrund stehen.

Der verwendete Absorber wurde aus Gold hergestellt, da Gold durch die große Kernladungszahl eine gute Absorptionseffizienz besitzt. Bei tiefen Temperaturen führt die

⁵Es wurde die kommerziell erhältliche 4-Draht Messbrücke AVS 47 der Firma *Picowatt electronica* verwendet.

⁶Die Temperatureauflösung wurde durch Spannungs-Spitzen auf dem Temperatursignal limitiert, die vermutlich durch die Messbrücke verursacht wurden.

gute thermische Leitfähigkeit zudem zu einer schnellen Signalanstiegszeit. Neben der Quanteneffizienz des Materials ist zur vollständigen Absorption notwendig, den gesamten Raumwinkel von 4π um die Quelle herum abzudecken.

Der Aufbau des Absorbers entstand in Zusammenarbeit mit E. Leblanc und M. Loidl des *Laboratoire National Henry Becquerel* Saclay, Frankreich. Das radioaktive Präparat wurde dort in flüssiger Form auf eine Gold-Folie der Dicke $400\mu\text{m}$ aufgebracht und das Wasser der Lösung verdampft. Da die Größe der entstehenden Kristallite Einfluss auf die Signalform haben kann⁷, wurde durch das Verfahren des Vakuumgefrieretrockens auf einen möglichst homogenen Film mit vergleichsweise kleinen Kristalliten geachtet. Der Film wurde nachfolgend optisch untersucht und eine Kristallgröße im Bereich von Mikrometern bestätigt. Darauffolgend wurde die Gold-Folie gefaltet und durch Walzen

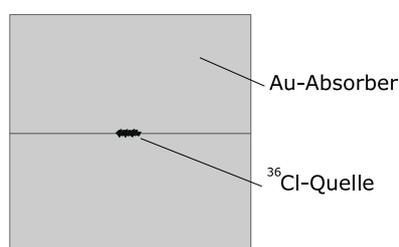


Abb. 4.2

Schnittbild des 4π Gold Absorbers mit den Kantenlängen ($780 \times 760 \times 540 \mu\text{m}^3$). Zwischen die Goldfolien wurde die ^{36}Cl -Quelle eingebracht und thermisch verschweißt.

auf eine Dicke von jeweils $270 \mu\text{m}$ gebracht. Um einen guten thermischen Kontakt und mechanische Stabilität zu gewährleisten, wurde die Folie im in einem Ofen abschließend bei 400°C unter Druck durch thermische Diffusion verschweisst.

4.4 Entwicklung der mäanderförmigen Auslesespule

4.4.1 Design der mäanderförmigen Struktur

Unter Berücksichtigung der in Abschnitt 3.8.3 beschriebenen Optimierung wurde das Layout des mäanderförmigen Detektor-Chips entworfen, und einige weitere Randbedingungen berücksichtigt. Durch die Möglichkeit, kommerzielle DC-SQUID-Sensoren zu verwenden, wurde entschieden eine durch einen supraleitenden Fluss-Transformator gekoppelte Auslesung der mäanderförmigen Spule zu entwickeln. Hierbei befindet sich der Detektor mit der mäanderförmigen Spule auf einem separaten Chip, der durch supraleitende Drähte mit einem Stromsensor-SQUID verbunden ist. Dies entspricht der Anordnung in Abb. 3.13 b).

Für die Induktivität der mäanderförmigen Spule erhält man mit dem Mittelpunktsabstand $p = 10 \mu\text{m}$ aus Gleichung (3.41) eine Induktivität von $L_m = 18,8 \text{ nH}$.

⁷In [Joh56] und [Fel52] wird der Einfluss der NaCl -Kristallgröße auf die Form und des Endpunktes der ^{36}Cl -Spektren untersucht. Starke Abweichungen wurde vorallem bei großen Kristalliten beobachtet, die mit der ansteigenden Austrittsarbeit erklärt wurden. Aufgrund der unterschiedlichen Detektions-Konzepte *Geiger-Müller Zähler* ([Fel52]) und *Kristall-Szintillations Zähler* ([Joh56]) sind diese Erkenntnisse nur begrenzt auf den in dieser Arbeit verwendeten thermischen Detektor übertragbar. Die in einem dielektrischen Kristall deponierte Energie eines β -Teilchens kann über Phononen an den Gold-Absorber abgegeben werden.

4.4.2 Herstellung der mäanderförmigen Struktur

Für die oben beschriebene mäanderförmige-Struktur wurde in Zusammenarbeit mit T. Wolf im Reinraum des Institutes ein 4-Lagen Fertigungsprozess entwickelt.

In Abb. 4.4 ist die Abfolge der Schritte schematisch dargestellt. Die Mäander-Struktur wurde als ein drei-Masken Prozess geplant.

Im ersten Prozessschritt wird durch das Kathodenzerstäubungsverfahren⁹ eine 400 nm-dicke Niob-Schicht ein das Silizium-Substrat aufgebracht.

Nach dem ersten photo-lithografischen Schritt (in der Abb. die Schritte (2),(3),(4)), wird der so Mäander durch ein nasschemisches Ätzverfahren¹⁰ strukturiert (Schritt (5)). Damit ist die grundlegende mäanderförmige Struktur hergestellt.

Im nachfolgenden Arbeitsschritt werden die Kontaktflächen für die Zuleitungen des Mäanders mit Photo-Lack abgedeckt und die Niob-Struktur durch ein Anodisier-Verfahren¹¹ an der Oberfläche elektrisch hochohmig oxidiert (Schritt (10)). Um den Mäander vor Verkratzen und ähnlichen mechanischen Beschädigungen zu schützen wird im folgenden Schritt (11) SiO_2 aufgebracht¹². Die Schichtdicke dieser Lage hat einen reduzierenden Einfluss auf die erreichbare magnetische Kopplungsstärke des paramagnetischen Sensors, aus diesem Grund wurde mit 250 nm eine vergleichsweise dünne Schicht aufgetragen. In den abschließenden Schritten wurde der Heizer und die Gold-Thermalisierungsbahnen, nach den entsprechenden lithografischen Schritten, durch Sputtern aufgebracht. Als Haftgrund unter dem Goldfilm (200 nm) wurde eine dünne Schicht Kupfer (50 nm) aufgebracht, da Kupfer im Gegensatz zu Gold auf dem SiO_2 -Film eine hinreichend gute Haftung besitzt und ebenfalls nicht supraleitend wird. Eine supraleitende Schicht, wie z.B. durch das sonst häufig verwendete Material Titan ($T_c = 0,4\text{ K}$), würde an dieser Stelle das Magnetfeld des Mäanders abschwächen und zu einem extremen Signalverlust des Detektors führen.

⁹Auch als *Sputter*-Verfahren bekannt. Das Kathodenzerstäubungsverfahren ist eine etablierte Technik zur Herstellung von dünnen Filmen. Durch Streuung eines Gas-Plasmas an einem Material wird dieses an der Oberfläche zerstäubt. Die entstandenen freien Materialatome bzw. Moleküle können daraufhin an einem Substrat abgeschieden werden.

¹⁰Mit einer Lösung aus 1 Teil HF , 6 Teilen HNO_3 und 10 Teilen Wasser

¹¹Das Substrat wird mit einer oxidierenden Flüssigkeit aus *Amonium Pentaborat* (39g), *Wasser* (190ml) und *Ethylene Glycol* (280ml) bedeckt. Durch Anlegen einer Spannung zwischen dem metallischen Niob-Mäander und einer Platinelektrode in der Flüssigkeit wird die Anode (Mäander) oxidiert, die Oberfläche der Struktur wandelt sich in Nb_2O_5 um. Die angelegte Spannung lässt einen Strom fließen, bis der durch diese isolierende Schicht entstehende Übergangswiderstand dies unterdrückt. Es konnten Übergangswiderstände von $R \approx 35\text{ k}\Omega$ hergestellt werden. Die entstehenden Nb_2O_5 Schicht ist abhängig von der angelegten Spannung zwischen 30-50 nm dick.

¹²Hierbei wurde wieder das Kathodenzerstäubungsverfahren benutzt, jedoch nicht wie im vorherigen Fall mit einer angelegten Gleichspannung, sondern aufgrund des dielektrischen SiO_2 -Materials mit einer Hochfrequenz-Wechselspannung.

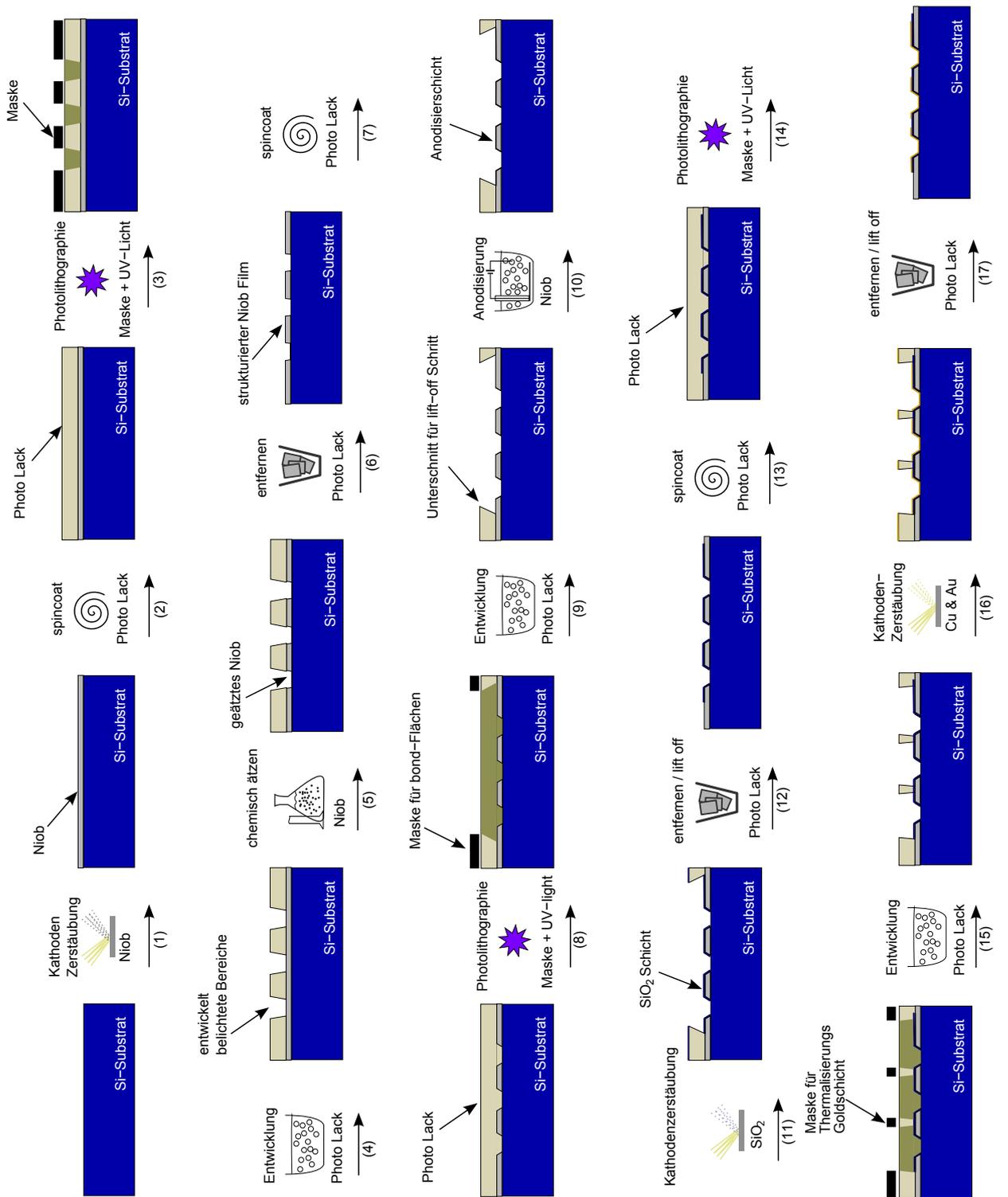


Abb. 4.4

Prozessschritte bei der Herstellung der supraleitenden Mäander-Struktur.

4.4.3 Dünnschicht Fertigungsergebnisse

Jedes hergestellte und mit einer Wafer-Säge ausgeschnittene Bauteil wurde optisch untersucht, und fehlerhafte wurden Bauteile aussortiert. Dabei wurde eine Ausbeute von etwa 8 brauchbaren und zirka 4 fehlerfreien Bauteilen pro Wafer (32 mögliche Bauteile) festgestellt. Die Niob-Leiterbahnen der hergestellten Mäander besitzt eine Gesamtlänge

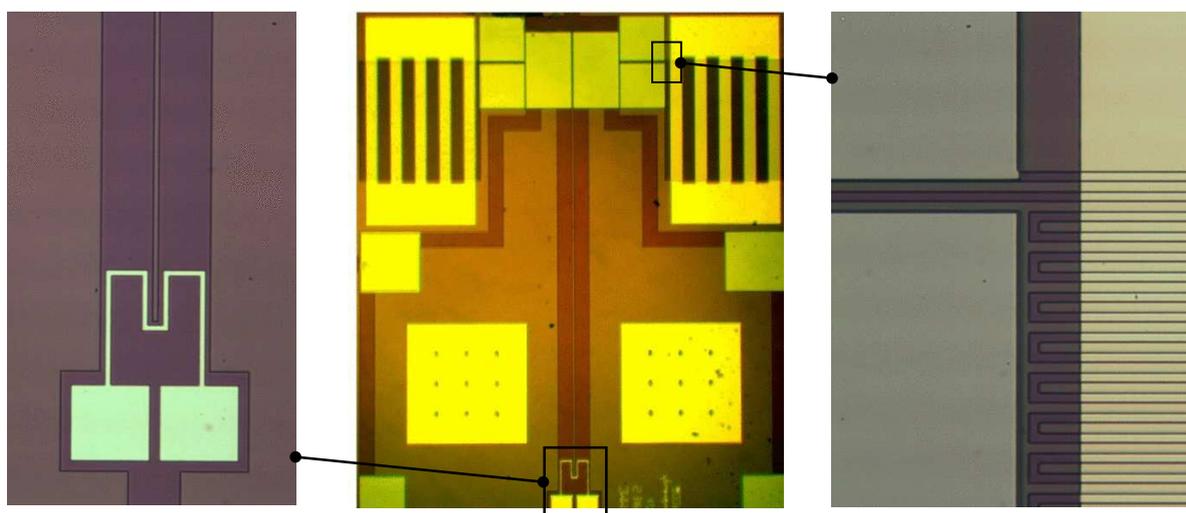


Abb. 4.5

Bild eines in Dünnschicht-Technik hergestellten Bauteils zur Auslesung eines paramagnetischen Sensors. Hervorgehoben sind der resistive thermische Heizer (links) und die $w = 4,5 \mu\text{m}$ breite Streifenstruktur des Mäanders (rechts).

von etwa 13 cm bei einer Streifenbreite von $4,5 \mu\text{m}$. Ein Mäander-Bauteil ist nur brauchbar, wenn über der gesamten Strecke keine Beschädigung des Streifens auftritt, da die supraleitende Struktur für den eingepprägten Dauerstrom geschlossen sein muss. Beschädigungen oder Verengungen verringern den maximalen Strom der in die Struktur eingepragt werden kann.

Aus diesem Grund wurden für die Qualität der hergestellten Bauteile die folgenden Rahmenbedingungen beachtet.

Die Fertigung wurde in der staubfreien Umgebung des Reinraumes durchgeführt. Da jegliche Partikel auf dem Film oder einer Lackschicht, die Qualität des Filmes bzw. der Struktur herabsetzt.

Die lithografisch strukturierte Lack-Schicht ist durch das Spin-Coat-Verfahren¹³ außen etwas dünner. Beim Nassätzschritt des Niob-Mäanders wurden aus diesem Grund vor allem in den inneren Bereichen des Wafers gute Ergebnisse erzielt. Zudem hängt die Qualität des Ätzschrittes von verschiedenen Eigenschaften der Ätzlösung, wie z.B. der Temperatur, und der Qualität der Niobschicht ab.

¹³Der Wafer wird auf einen Drehteller montiert, und Lack in flüssiger Form aufgebracht. Durch die Beschleunigung auf etwa $\sim 3000 \text{ rpm}$ verteilt sich der Lack von innen nach außen auf dem Substrat. *engl.* spin: drehen, coat: anstreichen.

In Abb. 4.5 ist ein hergestellter Mäander-Chip dargestellt. Der Heizer, hervorgehoben im linken Bild, besitzt eine Streifenbreite von $10\ \mu\text{m}$ und wurde in einem Schritt mit vertikalen, zur Thermalisierung des Absorbers vorgesehenen Streifenstruktur aus Gold über dem Mäander aufgebracht. Bei tiefen Temperaturen besitzt der Heizer einen ohmschen Widerstand von etwa $20\ \Omega$. Die Thermalisierungsflächen besitzen vertikale Aussparungen, die durch den Strom im Mäander angeworfene Wirbelströme bzw. Johnson-Rauschen unterdrücken sollen.

Auf der rechten Seite in Abb. 4.5 ist ein Teilstück des gefertigten Mäanders dargestellt. Der Mittelpunktsabstand zweier Mäanderstreifen beträgt $p = 10\ \mu\text{m}$, die Streifenbreite $w = 4,3\ \mu\text{m}$. Für den Mäander wurde ein kritischer Strom von $60\ \text{mA}$ gemessen, dies entspricht einer Stromdichte von $j = 3,5 \times 10^6\ \text{A}/\text{cm}^2$.¹⁴

4.5 Herstellung des Au:Er Sensors

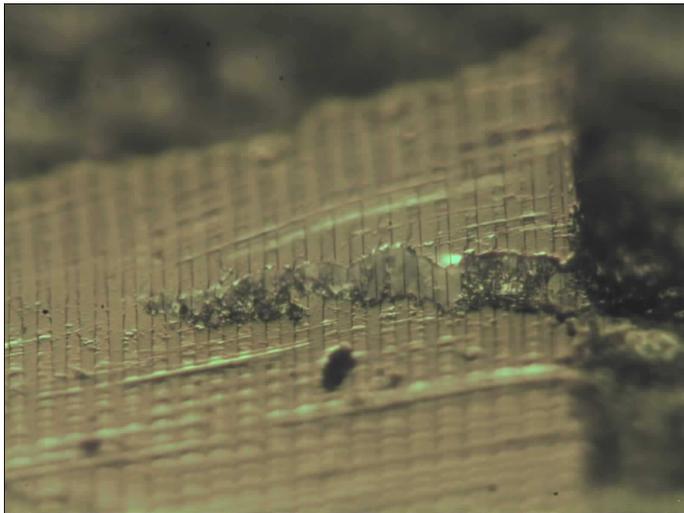
Das Sensormaterial wurde, wie in [Ens00a] beschrieben, aus hochreinem (5N) Gold und isotopenreinem Erbium mit einem Lichtbogenofen hergestellt. Aus einer Au:Er Probe mit einer Konzentration von $900\ \text{ppm}$ wurde durch mechanisches Walzen eine Folie der Dicke $3,3\ \mu\text{m}$ angefertigt, und die Dicke über Dichte, Fläche und Masse bestimmt. Die die zur Grundfläche des Mäanders passende Sensorfläche von $780 \times 780\ \mu\text{m}^2$ wurde mit einer Rasierklinge zugeschnitten.

4.6 Aufpressen der Sensorfolie auf die mäanderformige Struktur

Zwischen das Substrat und die Au:Er-Folie wurde eine geringe Menge des Epoxid-Harzes *Stycast 1266* eingebracht und die Folie mit einer Handhebelpresse auf den Mäander aufgedrückt. Das Mithilfe eines Mikroskopes aufgenommene Bild 4.6 illustriert das Ergebnis eines Pressversuches, bei dem eine Au:Er-Folie mit der Mäander-Struktur verbunden worden war. Die die streifenförmigen Abdrücke wurden durch den Mäander hervorgerufen und sind etwa $w = 4,5\ \mu\text{m}$ Breit und $400\ \text{nm}$ tief. Der sichtbare Riss in der Folie entstand beim Aufpressen der Folie durch Scherkräfte.

Nach dem Aufpressen des Sensors wurde der Absorber auf ähnliche Weise mit einer dünnen *Stycast 1266* Schicht auf den Sensor geklebt. In diesem Arbeitsschritt wurde ein wesentlich geringerer Druck benutzt.

¹⁴Dieser Wert ist unter anderem auch von der Geometrie der Streifen abhängig. Für wesentlich dünnere Schichten $\sim 20\ \text{nm}$ finden sich in der Literatur Stromdichten für Niob von $j = 30 \times 10^6\ \text{A}/\text{cm}^2$ z.B. in [Ill05].

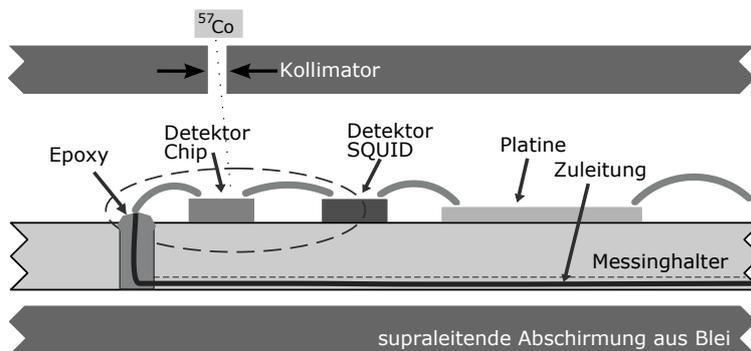
**Abb. 4.6**

Reliefartiger Abdruck der Mäanderstruktur auf der Unterseite eines Au:Er -Sensors nach dem Aufpressen des Au:Er -Sensors auf den Mäander. Die Breite der sichtbaren Streifen ist $w = 4,5 \mu\text{m}$ bei einer Tiefe von 400 nm . Der sichtbare Riss in der Folie entstand durch Scherkräfte beim Aufpressen auf den Mäander.

4.7 Detektoraufbau

Der Detektor wurde auf einem Messing-Halter aufgebaut. Das Material Messing¹⁵ stellt einen guten Kompromiss zwischen Wärmeleitfähigkeit und kleinem Johnson-Rauschen (Abschnitt 3.5.1) aufgrund der mäßigen elektrischen Leitfähigkeit dar.

In Abb.4.7 ist eine schematische Seitenansicht der verwendeten Detektor-Komponenten

**Abb. 4.7**

Schematische Seitenansicht des Detektoraufbaus. Die supraleitenden Zuleitungsdrähte sind in Epoxid-Kleber eingegossen. Die Drahtenden wurden poliert und durch Al -Bonddrähte mit dem Detektor-Chip verbunden.

dargestellt.

Die Zuleitungsdrähte für den Feldstrom I_0 und den Heizer I_H des Detektors sind von unten durch den Messing-Halter geführt und mit einem Epoxid-Harz¹⁶ vergossen. Diese Technik ermöglicht es, mit den eingeklebten, abgeschnittenen und polierten Drahtenden ($\varnothing 50 - 100 \mu\text{m}$), über Al -Bonddrähte eine supraleitende Verbindung zum Detektor herzustellen. Vom He -Bad an durchgehend supraleitende Drähte sind erforderlich, da sonst heizende Übergangswiderstände auftreten können. Die eingeklebten Niob-Drähte führen zudem zu einem kompakten Aufbau, da auf eine Zwischenplatine verzichtet werden kann. Die Bond-Verbindungsdrähte sind in Abb. 4.8 auf der linken Seite erkennbar.

¹⁵Legierung aus Kupfer (63%) und Zinn (37%).

¹⁶Stycast 2850 FT hergestellt durch Emerson & Cuming.

Auf der rechten Seite wurde das-Detektor SQUID¹⁷ befestigt¹⁸.

Da sich auf dem SQUID-Chips die Kontaktflächen für die Einkoppelspule und die Zugänge zu den SQUID- und Rückkoppelleitungen auf der gleichen Seite befinden, wurde das SQUID um 45 Grad gedreht, um eine möglichst kleine parasitäre Induktivität der Bonddrähte zwischen Mäanderchip und SQUID-Chip zu erzeugen.

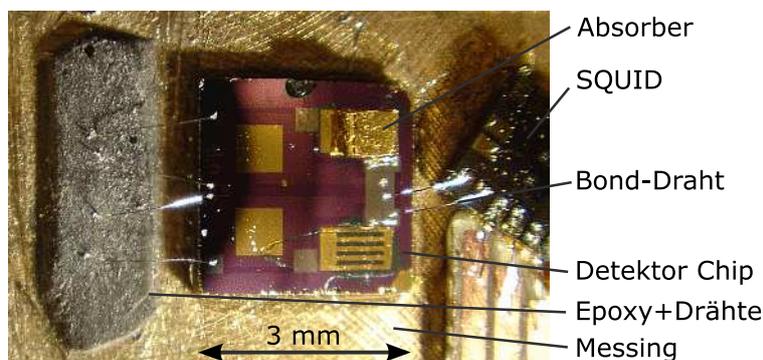


Abb. 4.8

Aufansicht des in Abb. 4.7 gestrichelt eingezeichneten Bereiches. Detektorspule und Einkoppelspule des Strom-Sensor SQUID sind durch Al-Bond-Drähte verbunden. Durch Drehen des SQUID konnte dieser Abstand minimiert werden. Die thermalisierenden Au-Bond-Drähte sind durch den Absorber verdeckt.

Die sich unter der Sensor-Schicht befindende Gold-Schicht wurde durch Gold-Drähte direkt mit dem Messinghalter verbunden.

Zur Kalibrierung des Detektors wurde eine ⁵⁷Co-Quelle oberhalb eines einem Kollimatorlochs der supraleitenden Abschirmung aus Blei positioniert.

4.8 Verkabelung und Datenaufnahme

In Abb. 4.9 ist das Verkabelungsschema des experimentellen Aufbaus schematisch dargestellt.

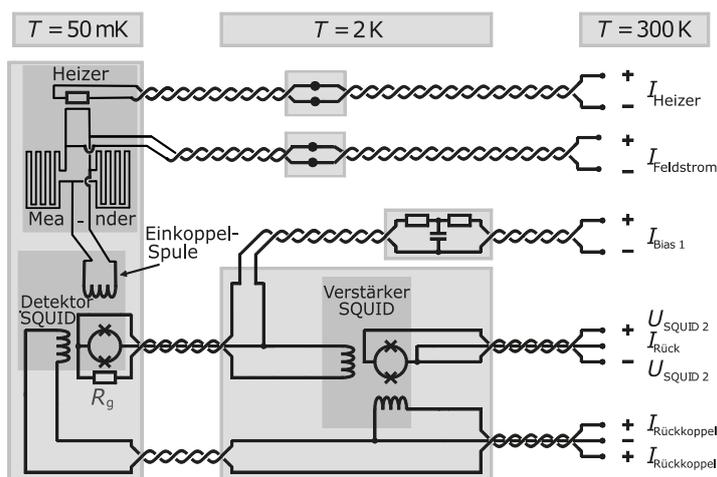


Abb. 4.9

Verkabelungsschema für den ³⁶Cl Detektor. Die Zuleitungsdrähte sind zwischen 300 K und 2 K (gepumptes He-Bad) an mehreren Stellen thermisch abgefangen. Der mäanderförmige Detektor wird von einem SQUID bei tiefen Temperaturen (50 mK) ausgelesen. Ein zweites SQUID bei T = 2 K verstärkt dieses Signal rauscharm für die sich bei Raumtemperatur befindende SQUID-Elektronik.

Das Detektor-SQUID befindet sich in unmittelbarer Nähe zu der mäanderförmigen

¹⁷Typ VC1A, Hergestellt durch das IPHT in Jena

¹⁸ Es wurde der Kleber GE 7031 Varnish benutzt.

Spule auf dem Halter des Experiments. Eine sich bei Raumtemperatur befindende Elektronik¹⁹ versorgt über verseilte Drähte das SQUID mit dem Betriebsstrom I_{Bias1} . Diese Leitungen werden durch vakuumdichte-Steckverbinder mit der Elektronik verbunden. Da für die SQUID-Leitungen niederohmige Cu-Drähte von Raumtemperatur bis zur He-Bad Temperatur benötigt werden, müssen diese aufgrund ihrer guten Wärmeleitfähigkeit mehrfach auf Zwischenstufen thermisch abgefangen werden. Dafür werden die verseilten Cu-Leitungen aus den zur elektrischen Schirmung umhüllenden Edelstahl und CuNi-Kapillaren in eine geschlossene Kupfer-Ankopplung überführt. Diese thermischen Ankopplungen befinden sich bei 77 K, 20 K und bei He-Temperatur. In Abb.4.9 sind diese thermischen Ankopplungen exemplarisch bei 2 K (gepumptes He-Bad) für die Zuleitungen des Mäander-Heizers und des Mäander-Feldstromes dargestellt.

Zwischen Detektor-SQUID und Verstärker-SQUID werden verseilte supraleitende NiTi Drähte verwendet, die in eine Matrix aus CuNi ($\varnothing 50 \mu\text{m}$) eingebettet sind. Supraleitende Drähte bieten sich hier an, da so die Wärmelast auf die Experimentierplattform vermindert werden kann. Desweiteren werden alle Drähte zur Experimentierplattform an der GGG-Salzpille ($T = 200 - 300 \text{ mK}$) thermisch abgefangen.

Der Kopplungswiderstand zwischen Detektor und Verstärker SQUIDs, also bei $T = 2 \text{ K}$ wurde aufgeteilt, 24Ω befanden sich auf der Experimentierplattform und weitere 24Ω auf der Platine des Verstärker-SQUID. Das durch R_g verursachte Stromrauschen fällt zu tiefen Temperaturen mit \sqrt{T} , sodass bei $T_{\text{FAA}} = 50 \text{ mK}$ und $T_{\text{He-Bad}} = 1,8 \text{ K}$ die Widerstände mit $\sqrt{S_\Phi} = 0,9 \mu\Phi_0 / \sqrt{\text{Hz}}$ zum Rauschen beitragen.

Die SQUID-Elektronik wird, entkoppelt vom Hausnetz, durch eine batteriebetriebene Gleichspannungsstromquelle versorgt, um den störenden Einfluss des 50 Hz Wechselspannungssignals zu minimieren. Zusätzliche Filter²⁰ in der Signalkette erlauben es den Frequenzbereich durch Hochpassfilter und Tiefpassfilter über einen breiten Bereich von 0,03 Hz bis 1 Mhz einzustellen. Das Spannungs-Signal wird zur Datenaufnahme über einen Hochfrequenzfilter und durch Koaxial-Kabel aus der Abschirmkammer geführt. Für die Speicherung und Analyse der Daten wurde ein Computer mit einer Oszilloskop-Karte²¹ eingesetzt.

4.9 Zusammenfassung der experimentellen Vorbereitungen

In diesem Abschnitt sollen die experimentellen Rahmenbedingungen des ^{36}Cl -Experiments zusammengefasst und mit der optimalen Konfiguration verglichen werden. Die Wärmekapazität des Absorbers wurde bei der Entwicklung der mäanderförmigen Auslesespule mit 500 pJ/K bei einer Temperatur von 50 mK angenommen dies entspricht einem würfelförmigen Absorber aus Gold mit einer Kantenlänge von $0,5 \text{ mm}$. Fertigungsbedingt vergrößerte sich das Absorbervolumen auf $V_{\text{abs}} = (780 \times 760 \times 540) \mu\text{m}^3$, und dadurch auf etwa die doppelte Wärmekapazität, d.h. 1 nJ/K bei $T = 50 \text{ mK}$.

¹⁹Hergestellt durch die Firma Supracon, Jena

²⁰Es wurden rauscharmen Filter SRS 560 der Firma Stanford Research verwendet.

²¹CompuScope SAC-8012-A/PCI Gage Applied Technologies, Canada

Parameter	Realisierung	Optimaler Fall
Sensorhöhe h	$3,3\mu\text{m}$	$0,36p \Rightarrow p = 10\mu\text{m}$
Mäanderbreite w/p	0,425	0,425
Mäanderhöhe h_m	400nm	
Feldstrom I_0	60mA (I_c)	210mA
Abstand Sensor	$>0.5\mu\text{m}$	0
Sensorfläche A	$780 \times 780\mu\text{m}^2 = 0,61\text{mm}^2$	$0,69\text{mm}^2$
Er^{3+} Konzentration x	900ppm	2000ppm ($x_{95} = 1070\text{ppm}$)
Mäander Induktivität L_m	19nH	25,2nH
SQUID Eingangsinduktivität L_i	4,5nH	12,6nH
parasitäre Drahtinduktivität L_d	$\approx 2\text{nH}$	

Tab. 4.1

Vergleich der Parameter des optimalen Falles und des realisierten ^{36}Cl -Experiment. Hierbei sind $T = 50\text{mK}$, $C_{\text{abs}} = 1\text{ nJ/K}$, $\alpha = 5$ und $\tilde{g} = 6,8$ festgehalten.

Die optimalen Parameter für die materialspezifischen Eigenschaften des Sensors, Wechselwirkungsparameter $\alpha = 5$, Landefaktor $g = 6,8$ und einer Arbeitstemperatur von $T = 50\text{mK}$ wurden für den optimalen Fall mit einer Wärmekapazität von 500 nJ/K in der Tabelle 4.1 zusammengefasst.

Der Mäander wurde mit einem Mittelpunktsabstand von $p = 10\mu\text{m}$ und einer Streifenbreite von $4,3\mu\text{m}$ hergestellt. Mit $p = 10\mu\text{m}$ ergibt sich eine optimale Sensordicke von $3,6\mu\text{m}$, herstellungsbedingt ergab sich für die im Experiment benutzte Au:Er -Folie eine Dicke von $3,3\mu\text{m}$, dies ist etwa 10 % kleiner als der optimale Wert. Aufgrund der Verfügbarkeit wurde die Er^{3+} -Konzentration von 900 ppm in dem Experiment gewählt, für den optimalen Fall wären dies 2000 ppm. Wie gezeigt wurde liegt die Er^{3+} -Konzentration für den 95 % Fall der maximalen Sensitivität bedingt durch den verkleinerten Strom bei 1070 ppm und ist damit nur etwa 20 % höher als die benutzte Konzentration. Der kritische Strom der mäanderförmigen Struktur wurde nach der Herstellung, und ohne Sensor und Absorber zu 60 mA gemessen. Dies ist etwa um einen Faktor 3 unterhalb des Stromes für den 95 % Fall ($I_{95} = 164\text{mA}$).

Bezugnehmend auf die Grundfläche des Absorbers wurde ein quadratischer Mäander mit einer Kantenlänge von $780 \times 780\mu\text{m}^2$ realisiert. Mit $A = 0,61\mu\text{m}^2$ ist die Fläche um etwa 13 % kleiner als die optimale Fläche für eine Wärmekapazität von 1 nJ/K .

In der Optimierung der mäanderförmigen Spulengeometrie wurde ein Abstand zwischen Sensor und Spule von 250 nm (Dicke der SiO_2 Isolationschicht) angenommen. Im Experiment muss zusätzlich noch die Dicke des zur Thermalisierung aufgetragenen Goldfilmes 250 nm und die Epoxid-Harzschicht $>250\text{ nm}$ berücksichtigt werden. Dies führt zu einem zusätzlichen Signalverlust, auf den in Abschnitt 5.4.4 näher eingegangen wird.

Im zweistufigen Aufbau der SQUID-Auslesung wurde ein Strom-Sensor-SQUID eingesetzt (Typ VC1A), das eine Eingangsinduktivität von $L_i = 4,5\text{ nH}$ etwa einen Faktor 2 kleiner als die Induktivität eines optimal angepassten SQUID von $L_i = L_m/2 = 9,5\text{ nH}$

ist. Dies führt zu einer weiteren Reduktion des Flusssignals im SQUID um etwa 30 %. Zusätzlich erhöhen die Bond-Draht-Verbindungen ($\varnothing 25\mu\text{m}$, Länge 1,2mm) zwischen Mäander und Strom-Sensor-SQUID die parasitäre Induktivität um etwa $\approx 2\text{ nH}$.

4.10 Ausblick

Sowohl aus technologischer als auch aus physikalischer Sicht wäre ein mit Dünnschichtverfahren aufgewachsener paramagnetischer Sensor-Film wünschenswert. Mit einem solchen paramagnetischen Film können die Abstände zwischen Sensor und Detektionsspule auf ein Minimum reduziert werden. Erste Erfolge auf diesem Gebiet sind in Abb.4.10 dargestellt. Der Au:Er-Film²² wurde mit einem kommerziellen SQUID-

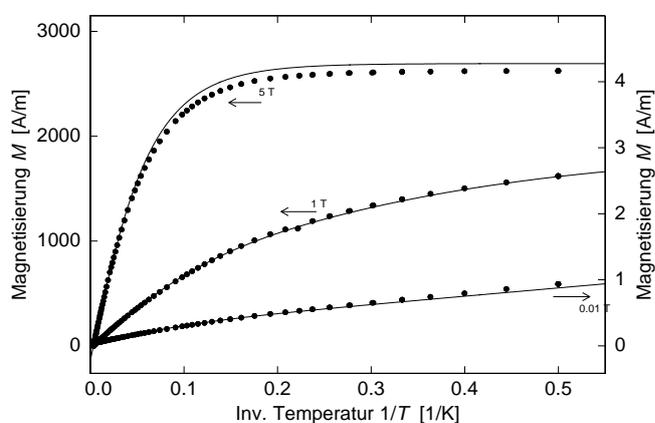


Abb. 4.10

Magnetisierung eines gesputterten Au:Er Filmes bei drei Magnetfeldern 5T, 1T und 10mT (rechte Ordinate). Die Theoriekurven (durchgezogene Linien) wurden im Bereich hoher Temperaturen ($T > 100\text{ K}$) an die experimentellen Daten (Punkte) angepasst. Es ergibt sich dadurch eine Er^{3+} Konzentration von $x = 750\text{ ppm}$ in guter Übereinstimmung mit der Ausgangskonzentration von $x = 800\text{ ppm}$.

Magnetometer²³ bei drei verschiedenen Magnetfeldern 5T, 1T und 10mT über einen Temperaturbereich von 2-350 K gemessen. Die Daten wurden im Hochtemperaturbereich mit theoretische Rechnungen (siehe Kapitel 3.4) verglichen und dadurch die Konzentration ermittelt.

Verglichen mit der Konzentration des Ausgangsmaterials $x = 800\text{ ppm}$ ergeben sich die, nach dem Abzug des temperaturunabhängigen diamagnetischen Offsets ($\chi_{\text{dia}}(\text{Au}) = 3,45 \times 10^{-5}$), bestimmten Konzentration zu $x = 750\text{ ppm}$. Damit wird die Konzentration des Ausgangsmaterial bis auf eine Abweichung von ca. 7% wiedergegeben. Für den Bereich unterhalb von $T = 2\text{ K}$ liegen noch keine Daten zur Magnetisierung vor. Unter der Annahme, dass die Eigenschaften des Filmes auch bei tiefen Temperaturen erhalten bleiben, wird die Sensorherstellung erheblich vereinfacht. Der Sensor kann auf diese Weise einer mit größeren Genauigkeit (Dicke und Fläche) hergestellt werden. Zudem eröffnen sich mit aufgedampften beziehungsweise aufgesputterten Au:Er-Filmen neue Ansätze für alternative Detektor-Geometrien, wie dies bereits in Abschnitt 3.8.9 erwähnt wurde.

²²Der Au:Er-Film mit einer Dicke von etwa $2\mu\text{m}$ wurde durch das DC-Magnetron-Sputterverfahren auf eine Saphirscheibe aufgebracht.

²³Typ MPMS der Firma *Quantum Design*, USA

5. Experimentelle Ergebnisse

5.1 Thermalisierungsverhalten des ^{36}Cl -Detektors

Im Folgenden werden die Eigenschaften des Detektors für das ^{36}Cl -Experiments durch den Vergleich verschiedener gemessener Spektren behandelt. Die Datenaufnahme unterscheidet sich hierbei systematisch von dem in Abschnitt 5.5 beschriebenen Verfahren.

Als Triggerkriterium wurde das Überschreiten eines festen (Spannungs-) Schwellwertes verwendet und so Pulse identifiziert und aufgezeichnet. Das Spektrum umfasst durch seine Aufnahmezeit begrenzt und aufgrund des gewählten Schwellwertes etwa 35000 Ereignisse, die für eine Analyse des Detektors und eine qualitative Auswertung des Spektrums bereits ausreichend sind. In Abschnitt 5.5 wird ein umfangreicheres Spektrum behandelt und auf die physikalischen Eigenschaften des ^{36}Cl - β -Zerfalls eingegangen.

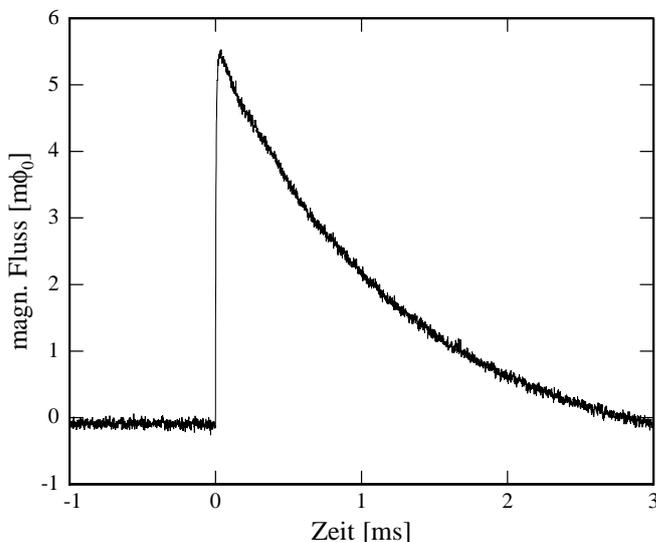


Abb. 5.1

Pulsantwort eines ^{36}Cl - β -Zerfalls bei einer Temperatur der Experiment-Plattform von 29 mK. Die Abfallszeit ist durch die Verwendung eines Hochpassfilters auf 1,3 ms verkürzt.

In Abb. 5.1 ist die Signalantwort des Detektors auf einen β -Zerfalls dargestellt. Aufgetragen ist die magnetische Flußänderung in Einheiten von Φ_0 über einen Aufnahmezeitraum von 4 ms.

Der Signalanstieg und Signalabfall mit den Konstanten τ_0 und τ_1 kann durch zwei Exponentialfunktionen

$$\Phi(t) = A \left(\underbrace{-e^{-t/\tau_0}}_{\text{Anstieg}} + \underbrace{e^{-t/\tau_1}}_{\text{Abfall}} \right) + c \quad (5.1)$$

angenähert werden. Die Konstante c beinhaltet den willkürlichen Offset des Fluss-signals. Durch die Methode der Minimierung der kleinsten Abweichungs-Quadrate kann die Funktion an die experimentellen Pulse angepasst und τ_0 und τ_1 ermittelt werden.

5.2 Signalanstiegszeit τ_0

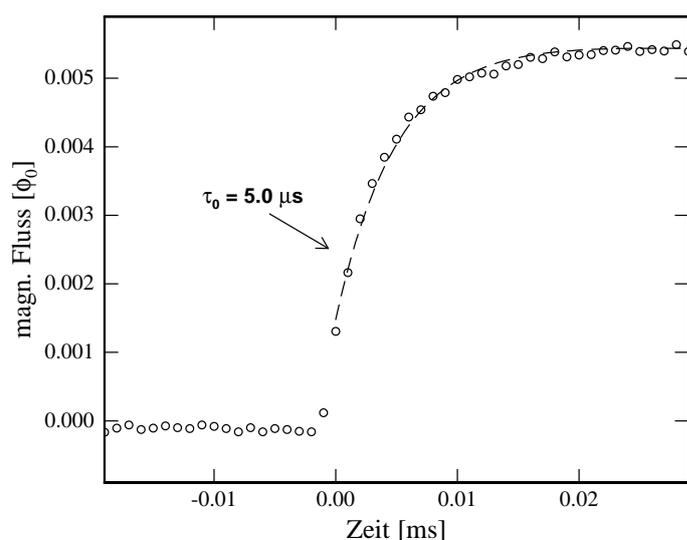


Abb. 5.2
Anstiegszeit τ_0 des magnetischen Fluss-Signals.

Für den Signalanstieg ist der zeitliche Verlauf des Wärmeflusses aus dem Absorber in das Spin-System des paramagnetischen Sensors entscheidend. Hierbei gilt es vier Bereiche zu unterscheiden, die diffusive Ausbreitung der Wärme im Absorber, die Wärmeleitfähigkeit zwischen Sensor und Absorber, die Kopplung des Elektronen-Systems an das Spin-System im Sensor, und die Signalfolgegeschwindigkeit der Auslese-Elektronik. Desweiteren könnte die Signalfolgegeschwindigkeit der Rückkoppel-elektronik und Tiefpassfilter in der Signalkette den Signalanstieg verlangsamen, hiervon wurde allerdings nur zu Anti-Alias Zwecken¹ und weit oberhalb der für den Signalanstieg relevanten Frequenzen gebrauch gemacht. Für die in diesem Abschnitt betrachteten Pulse wurde ein Hochpassfilter eingesetzt, der die Abfallszeit auf 1,3 ms begrenzt. Für die Auswertung der Anstiegszeit ist dies aber nicht von Bedeutung, da mit dem Hochpassfilter nur Frequenzen unterhalb von 100 Hz aus dem Frequenzspektrum entfernt wurden.

Die Kopplung zwischen elektronischem System und Spin-System des Au:Er-Sensors ist durch die Korringa-Beziehung $\tau_{se}T = K$ mit $K = 7 * 10^{-9} \text{ sK}$ gegeben. Dies bedeutet, dass z.B. bei einer Temperatur von 50 mK die deponierte Energie vom elektronischen System von in weniger als 10^{-6} s in das Spin-System übergehen kann [Ens00a]. Dieser

¹Verfahren um das Auftreten von höheren Harmonischen über der halben Aufzeichnungsfrequenz zu unterdrücken.

Prozess kann demnach nicht zur Erklärung des Signalanstiegs herangezogen werden. Auf die in dieser Arbeit verwendete zweistufige SQUID-Anordnung und Ausleseelektronik wurde in Kapitel 3.7 ausführlich eingegangen. Die zu erwartende Signalfolge-Geschwindigkeit kann für den verwendeten Aufbau einen Wert von maximal $5 \text{ M}\Phi_0/\text{s}$ annehmen [Fle03]. Nimmt man eine realistische Signalfolge-Geschwindigkeit von etwa $1 \text{ M}\Phi_0/\text{s}$ an, so können bei einer maximalen Signalgröße des Detektors von etwa $1/10 \Phi_0$ Signale bis zu einer Anstiegszeit von $0,1 \mu\text{s}$ verfolgt werden. Zusätzlich muss die zur Verfügung stehenden Signal-Bandbreite der Elektronik von $1,3 \text{ MHz}$ berücksichtigt werden. Dies erlaubt eine Signalverfolgung im Zeitbereich von $\approx 1 \times 10^{-6} \text{ s}$, und ist damit deutlich schneller als die gemessene Signalanstiegszeit.

Zur Beschreibung der Wärmeleitung des Detektors kann ein einfaches Modell heran-

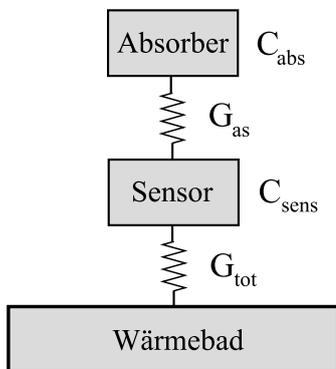


Abb. 5.3

Einfaches Modell zur Thermalisierung des Detektors.

gezogen werden. Wie in Abb. 5.3 dargestellt ist der Absorber mit der Wärmekapazität C_{abs} an den Sensor mit der Wärmekapazität C_{sens} über die Wärmeleitfähigkeit G_{as} gekoppelt. Eine zweite Kopplung G_{tot} verbindet den Sensor mit dem Wärmebad.

Die Wärmekapazität des Sensor soll im Folgenden vergleichbar mit der des Absorbers ($C_{\text{abs}} \approx C_{\text{sens}}$) sein. Der metallische Absorber besitzt bei 50 mK eine Wärmekapazität von $C_{\text{abs}} = 1,0 \text{ nJ/K}$. Nimmt man wie in (5.1) einen exponentiellen Verlauf des Signalanstiegs an, so ergibt sich für τ_0 eine komplizierte Funktion die im Fall ($C_{\text{abs}} \approx C_{\text{sens}}$) näherungsweise durch

$$\tau_0 \simeq \frac{C_{\text{abs}}}{2G_{\text{as}}} \quad (5.2)$$

beschrieben werden kann. Die charakteristische Zeitkonstante des Systems ist, analog zu einer elektrischen Schaltung, durch das Verhältnis der (Wärme-)Kapazität C_{abs} und der (Wärme-)Leitfähigkeit gegeben. Für die Wärmeleitfähigkeit G_{as} muss die Klebeschicht zwischen Sensor und Absorber berücksichtigt werden. Diese wurde mit dem bei tiefen Temperaturen gut charakterisierten Zweikomponenten-Epoxid-Harz *Stycast 1266* verklebt. In [Arm78] wird für den temperaturabhängigen Wärmeleitfähigkeitskoeffizienten $\kappa(T)$ bei 50 mK ein Wert von $1,3 \times 10^{-4} \text{ W}/(\text{m K})$ angegeben. Zusammen mit der Kontaktfläche $A = 760 \mu\text{m} \times 780 \mu\text{m} = 593 \times 10^{-9} \text{ m}^2$ und der Klebeschichtdicke

von $l = 0,5\mu\text{m}$ ergibt sich über

$$G_{\text{as}} = \frac{A}{l} \kappa(T) \quad (5.3)$$

eine Wärmeleitfähigkeit von $G_{\text{as}} = 154\mu\text{W/K}$ ($G_1 = 56\mu\text{W/K}$ bei $T=30\text{ mK}$) und dadurch $\tau_0 = 5,1\mu\text{s}$ bzw. $\tau_0 = 5,4\mu\text{s}$ bei $T=30\text{ mK}$.

Die Klebeschichtdicke konnte nicht direkt gemessen werden, die angegebene Dicke wurde durch Vergleich mit ähnlichen Klebefilmauftragungen abgeschätzt. Zudem kann nicht davon ausgegangen werden, dass die Filmdicke homogen zwischen Sensor und Absorber aufgetragen ist. Desweiteren kann nicht ausgeschlossen werden, dass Sensor und Absorber stellenweise metallischen Kontakt haben. Diese Flächen müssen aber, aufgrund der Anstiegszeit, klein im Vergleich zur Gesamtfläche sein.

5.3 Temperaturabhängigkeit der Relaxationszeit des Detektors

5.3.1 Vergleich der Relaxationszeit τ_1 bei verschiedenen Temperaturen

In Abb. 5.4 sind verschiedene Pulsantworten des ^{36}Cl -Detektors für Wärmebadtemperaturen T zwischen 29 mK und 120 mK dargestellt. Die Signale wurden jeweils mit vergleichsweise langen Zeitfenstern von 80 ms und in Abwesenheit von Hochpass- und Tiefpass-Filtern aufgenommen. Diese Vorgehensweise ermöglicht es die Thermalisierungszeit τ_1 in Abhängigkeit von der Temperatur zu bestimmen. Hierfür wurde bei 5

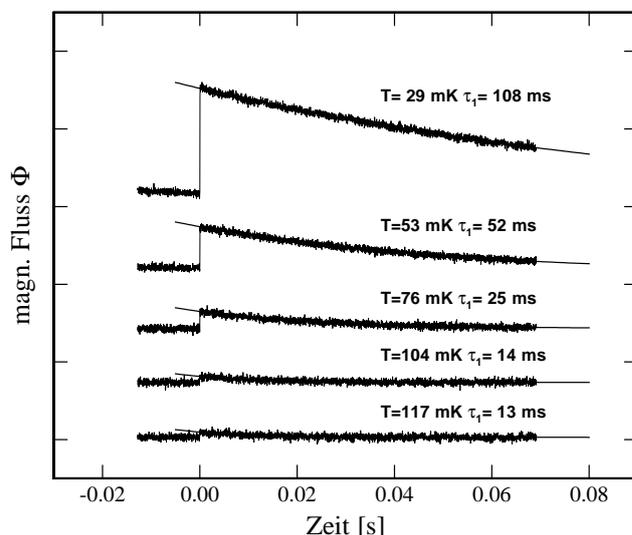


Abb. 5.4
Vergleich der Thermalisierungszeit τ_1 von Pulsen bei verschiedenen Wärmebadtemperaturen T .

verschiedenen Temperaturen stets ein kurzes Spektrum aufgenommen, und Pulse ausgewählt die sich im oberen Drittel des jeweiligen β -Spektrums befinden. Es werden dadurch zwar nicht exakt gleiche Energieeinträge untersucht, für die Abfallszeit τ_1 ist dies aber von untergeordneter Bedeutung. In der Abbildung sind die Relaxationszeiten der Pulse angegeben. τ_1 streut bei Temperaturen unter $\tau_1 = 53\text{ mK}$ innerhalb eines

Datensatzes für verschiedene Pulse um etwa $\pm 1\text{ms}$ und oberhalb von 53mK um etwa $\pm 2\text{ms}$. Dies ist auf das unterschiedliche Signal-zu-Rauschen Verhältnis zurückzuführen.

5.3.2 Wärmekapazität des Silizium-Substrates

Für die Thermalisierungszeit τ_1 ist das einfache Modell des vorangegangenen Abschnittes nicht mehr ausreichend. Es stellt sich die Frage, inwieweit das Silizium-Substrat des Detektors als Wärmebad angesehen werden kann.

Die phononische Wärmekapazität C_{ph} des dielektrischen Silizium-Substrates berechnet sich nach der Debye-Theorie zu

$$C_{\text{ph,mol}} = \frac{12\pi^4}{5} N k_B \left(\frac{T}{\Theta_D} \right)^3 \quad (5.4)$$

mit dem Substratvolumen $V_{\text{Si}} = 3,5 \times 3,0 \times 0,375 \text{ mm}^3 = 3,94 \times 10^{-9} \text{ m}^3$ und der Debye-Temperatur $\Theta_D = 645 \text{ K}$ für Silizium [Ens00b] bei 50mK zu $C_{\text{ph}} = 3 \times 10^{-13} \text{ J/K}$. Damit ist die Wärmekapazität des Substrates etwa vier Größenordnungen kleiner als die Wärmekapazität des Detektors von $C = 1,15 \times 10^{-9} \text{ J/K}$ und kann somit nicht als Wärmebad herangezogen werden.

5.3.3 Thermalisierungsschema für die Relaxationszeit τ_1

In Abb. 5.5 ist das vereinfachende Ersatzschaltbild für die Berechnung der Wärmeleitfähigkeit zwischen dem Sensor und dem Wärmereservoir abgebildet. Letzteres ist im Aufbau durch den hinreichend großen und aus Messing bestehenden Experimenthalter realisiert. Zwei Thermalisierungszweige werden berücksichtigt. Ausgehend von hinreichend guter Kopplung (siehe vorherigen Abschnitt) zwischen Sensor und dem auf dem Substrat aufgetragenen Goldfilm, kann die deponierte Energie in Form von Wärme über elektronische Wärmeleitung und im zweiten Zweig, über das Substrat, phononisch thermalisieren.

5.3.4 Elektronischer Thermalisierungszweig

Die spezifische Wärmeleitfähigkeit des Goldfilmes lässt sich über das Wiedemann-Franz-Gesetz

$$\kappa_{\text{el}}(T) = \frac{\pi^2}{3} \left(\frac{k_B}{e} \right)^2 T \sigma_{\text{el}} \quad (5.5)$$

bestimmen. Hierbei ist e die Elementarladung und σ_{el} die spezifische elektrische Leitfähigkeit des Metalls. Da der Heizer des supraleitenden Wärmeschalters im gleichen Prozessschritt auf das Substrat aufgebracht wurde, kann σ_{el} aus dessen Länge, Breite, Dicke und Widerstand bestimmt werden. Mit $R_{\text{Hz}} = 20 \text{ } \Omega$, gemessen bei $4,2\text{K}$,

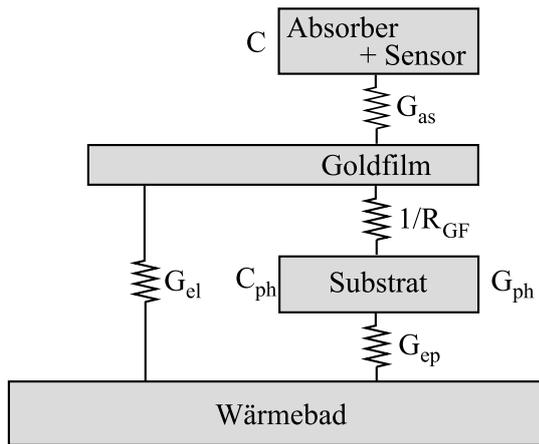


Abb. 5.5
Ersatzschaltbild für die Thermalisierungszeit τ_1 .

und $d_{\text{Au}} = 250 \text{ nm}$ erhält man $1/\sigma_{\text{el}} = 5,81 \times 10^{-8} \text{ } \Omega\text{m}$. Obwohl der spezifische elektrische Widerstand von Gold im Allgemeinen von der Temperatur abhängt, kann dieser für den aufgetragenen Goldfilm unterhalb von 10 K in guter Näherung als konstant betrachtet werden. In diesem Temperaturbereich ist die Streuung der Elektronen an Defekten und Verunreinigungen für die elektrische Leitfähigkeit verantwortlich. Der durch ein Dünnschicht-Verfahren² aufgewachsene Goldfilm ist nur von begrenzter Qualität und damit reich an Korngrenzen und weiteren Gitterdefekten. Der angegebene Wert für $1/\sigma_{\text{el}}$ ist etwa dreimal größer als der spezifische Widerstand von massiven Goldproben bei Raumtemperatur. Bei 50 mK erhält man für die spezifische elektrische Wärmeleitfähigkeit des Goldfilmes einen Wert $\kappa_{\text{el}} = 0,021 \text{ W/(m K)}$.

Die Wärmeleitfähigkeit des elektronischen Thermalisierungszweiges ergibt sich mit der Querschnittsfläche A_{el} und der effektiven Länge l_{el} des Goldfilmes zu $G_{\text{el}}(T) = \frac{A_{\text{el}}}{l_{\text{el}}} \kappa_{\text{el}}(T)$. Werte für G_{el} bei verschiedenen Temperaturen können Tabelle 5.6 entnommen werden.

Der zusätzlich auftretende Wärmewiderstand der Gold-Verbindungsdrähte zwischen Goldfilm und Wärmebad wurde hier vernachlässigt, da dieser etwa drei Größenordnungen unter dem Wärmewiderstand des Goldfilmes liegt.

5.3.5 Phononischer Thermalisierungszweig

Für die Thermalisierung über das Substrat werden im Folgenden drei Komponenten berücksichtigt, die Wärmeleitfähigkeit des Substrates G_{ph} , der Grenzflächenwiderstand (auch *Kapitza-Widerstand* genannt) R_{GF} , zwischen Substrat und Goldfilm und die Wärmeleitfähigkeit G_{ep} des Epoxid-Harzes zwischen Substrat und Wärmebad. Für die Gesamtwärmeleitfähigkeit der aufeinanderfolgenden Wärmewiderstände gilt

$$G_{\text{ph,ges}} = \left(\frac{1}{G_{\text{ph}}} + R_{\text{GF}} + \frac{1}{G_{\text{ep}}} \right)^{-1} \quad (5.6)$$

²Für das Aufwachsen des Gold-Filmes wurde das Kathodenzerstäubungsverfahren (Sputtern) verwendet.

Die spezifische Wärmeleitfähigkeit dielektrischer Kristalle ist im Bereich tiefer Temperaturen, in dem sogenannten *Casimir-Bereich*, durch

$$\kappa_{\text{ph}} = \frac{1}{3} C_V v d \propto T^3 \quad (5.7)$$

gegeben. Die Probendicke d ist dabei begrenzend für die mittlere freie Weglänge und die spezifische Wärmeleitfähigkeit ist dadurch proportional zur spezifischen Wärme des Kristalls. Die Oberflächenbeschaffenheit, rau oder poliert, spielt hier ebenfalls eine Rolle. Die hier verwendeten experimentellen Daten zur Wärmeleitfähigkeit wurden aus [Ens00b] (Seite 132,rau) entnommen.

Für κ_{ph} ergibt sich bei 50 mK einen Wert von $\kappa_{\text{ph}} = 120 \times 10^{-6} \text{ W}/(\text{m K})$ und mit der Grundfläche des Sensors $A = 6 \times 10^{-7} \text{ m}^2$ und der Substratdicke $d = 0,375 \text{ mm}$ eine Wärmeleitfähigkeit von $G_{\text{ph}} \approx 0,2 \mu\text{W}/\text{K}$.

5.3.6 Thermischer Grenzflächenwiderstand R_{GF}

An der Kontaktfläche zwischen Goldfilm und des Silizium-Substrat kommt es zu einem zusätzlichen Wärmewiderstand. Als Ursache kann der durch unterschiedliche Ausbreitungsgeschwindigkeiten (Schallgeschwindigkeiten) der Phononen in den beiden Materialien auftretende akustische Impedanzsprung herangezogen werden. Berücksichtigt man zusätzlich das *Snelliussche Brechungsgesetz* kann gezeigt werden, dass der Grenzflächenwiderstand

$$R_{\text{GF}} \propto \frac{\rho_1 v_1^3}{\rho_2 v_2} \frac{1}{T^3} \quad (5.8)$$

proportional zu T^{-3} anwächst. Hierbei bezeichnet der Index '1' die Schallgeschwindigkeit und Dichte des Materials mit der höheren Schallgeschwindigkeit. Der Grenzflächenwiderstand zwischen Gold und Silizium unterscheidet sich von den übrigen betrachteten Kontakten des Detektors durch den großen Unterschied der Schallgeschwindigkeiten beider Materialien.

In der Literatur wird für Silizium $v_s = 8420 \text{ m/s}$ und $\rho_s = 2,329 \text{ g/cm}^3$ angegeben, für Gold findet man $v_g = 3240 \text{ m/s}$ bzw. $\rho_g = 19,320 \text{ g/cm}^3$.

Für reale Grenzflächen muss die Polarisation der Phononen (longitudinal und transversal) berücksichtigt werden. Die sich ergebenden komplizierten Gleichungen können durch numerische Verfahren gelöst werden. In [Swa89] wird für den Grenzflächenwiderstand R_{GF} zwischen Gold und Silizium nach dem *Acoustic Mismatch Model*³ (AMM) folgende berechnete Temperaturabhängigkeit angegeben

$$R_{\text{GF}} = \frac{1,58 \times 10^{-3} \text{ K}}{T^3 A_{\text{GF}}} \frac{\text{K}}{\text{W}}. \quad (5.9)$$

Hierbei ist $A_{\text{GF}} = 3,12 \times 10^{-7} \text{ m}^2$ die Grenzfläche zwischen Goldfilm und Silizium-Substrat. Bei einer Temperatur von 50 mK ergibt sich $1/R_{\text{GF}} = 24,7 \times 10^{-9} \text{ W/K}$.

³*acoustic mismatch* engl. akustische Fehlanpassung

Bemerkung: Die mit dem AMM berechneten theoretischen Werte weichen laut [Swa89] unter Umständen mit einem Faktor 2 von den experimentellen Daten ab. Die angegebenen Werte sind deshalb und durch die Vernachlässigung der SiO₂ bzw. Niob-Lage mit einer gewissen Unsicherheit behaftet.

5.3.7 Wärmeleitfähigkeit der Epoxid-Klebeverbindung

Der thermische Kontakt zwischen Silizium-Substrat und Messing-Wärmebad wird durch den Epoxid-Harz *Stycast 1266* vermittelt. Das Harz zeigt bei tiefen Temperaturen ein für dielektrische Gläser typisches T^2 -Verhalten in der spezifischen Wärmeleitfähigkeit. Wie schon in Abschnitt 5.2 wird die experimentelle Parametrisierung (nach [Arm78])

$$\kappa_{\text{ep}} = 4,9 \times 10^{-2} T^{1,98} \left[\frac{\text{W}}{\text{m K}} \right] \quad (5.10)$$

zur Berechnung der Wärmeleitfähigkeit benutzt. Mit der Grundfläche des Substrates $A_S = 3,0 \times 3,5 \text{ mm}^2$ und einer abgeschätzten Dicke von $d = 20 \mu\text{m}$ ergibt sich bei 50 mK Badtemperatur ein Wert von

$$G_{\text{ep}} = 6,83 \times 10^{-5} \frac{\text{W}}{\text{K}} . \quad (5.11)$$

Mit diesem Wert ist G_{ep} deutlich größer als die beiden anderen phononischen Beiträge und spielt deshalb eine untergeordnete Rolle.

5.3.8 Vergleich der Wärmeleitfähigkeiten

In Tabelle 5.6 sind die berechneten Werte für die Wärmeleitfähigkeiten der gemessenen Wärmeleitfähigkeit $G_{\text{exp}} = C_{\text{ges}} / \tau_{2,\text{exp}}$ gegenübergestellt. Die Gesamtwärmekapazität C_{ges} ist dabei die Summe aus der Wärmekapazität C_{Abs} des Absorbers und C_{Sens} des Sensors. C_{Sens} wurde für einen Feldstrom $I_F = 18 \text{ mA}$ im Mäander berechnet.

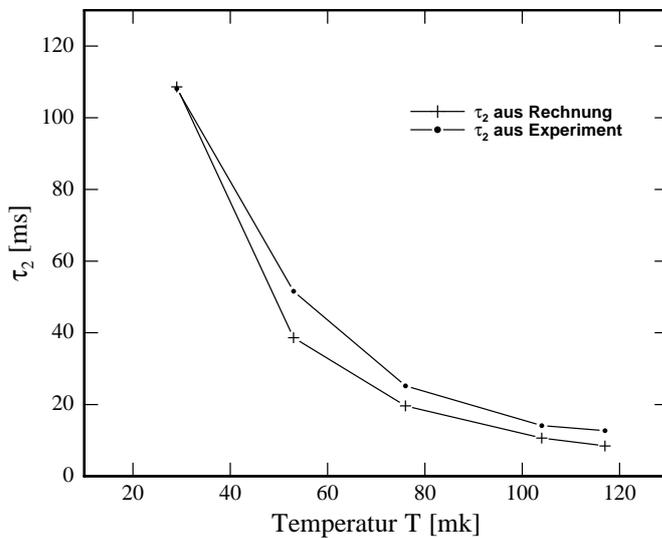
Bei sehr tiefen Temperaturen (um 30 mK) fließt etwa die Hälfte der deponierten Energie eines ³⁶Cl -Zerfalls über den elektronischen Thermalisierungszweig zum Wärmebad ab. Mit zunehmender Temperatur wird dieser Anteil im Vergleich zum phononischen Zweig kleiner.

Im phononischen Thermalisierungszweig wird die Wärmeleitfähigkeit im gesamten Temperaturbereich durch das Auftreten des Übergangswiderstandes R_{GF} an der Grenzfläche zwischen dem aufgesputterten Goldfilm und dem Substrat begrenzt. Zusätzlich auftretende Grenzflächenwiderstände, z.B. zwischen der Niob-Struktur und der elektrisch isolierenden SiO₂-Schicht wurden vernachlässigt, könnten aber die tendenziell zu große berechnete Gesamtwärmeleitfähigkeit erklären. Die hohen Wärmeleitfähigkeiten G_{ph} und G_{ep} spielen bei der Limitierung der Thermalisierung der deponierten Energie zum Wärmebad hin nur eine untergeordnete Rolle.

Temperatur [K]	G_{exp}	G_{ges}	G_{el}	$G_{\text{ph,ges}}$	$1/R_{\text{GF}}$	G_{ph}	G_{ep}	C
0,029	7,2	7,2	2,9	4,2	4,8	36		0,8
0,053	23	31	5,3	26	29	224		1,2
0,076	66	84	7,6	77	87	669	$> 10^5$	1,7
0,104	156	207	10	197	222	1773		2,2
0,117	194	292	12	280	316	2479		2,5

Tab. 5.6

Wärmeleitfähigkeiten zur Thermalisierung τ_1 des Detektors in nW/K. Die Werte der Gesamtwärmeleitfähigkeit $C_{\text{ges}} = C_{\text{Abs}} + C_{\text{Sens}}$ sind in nJ/K. Die angegebenen experimentellen Werte G_{exp} wurden durch $G_{\text{exp}} = C_{\text{ges}}/\tau_{2,\text{exp}}$ ermittelt. Der Grenzflächenwiderstand R_{GF} zwischen dem Goldfilm und dem Silizium-Substrat begrenzt die Wärmeleitfähigkeit im phononischen Thermalisierungszweig.

**Abb. 5.7**

Thermalisierungszeiten τ_1 in Abhängigkeit der Temperatur. Die Experimentellen Daten stammen aus Abb. 5.4. Zur Berechnung der τ_1 wurden die Werte aus Tabelle 5.6 verwendet.

5.3.9 Thermalisierungszeit τ_1 : Experiment und Rechnung

In Abb. 5.7 wird das Ergebnis der Rechnung der vorangegangenen Abschnitte den experimentell ermittelten Daten gegenübergestellt. Obwohl das herangezogene Modell der Thermalisierungswege nur eine grobe Näherung darstellt, wird der prinzipielle Verlauf von τ_1 korrekt wiedergegeben. Den größten Einfluss auf τ_1 hat der Verlauf des Grenzflächenwiderstandes R_{GF} , dessen Absolutwerte allerdings durch das herangezogene *Acoustic Mismatch Model* fehlerbehaftet sein können.

5.4 Magnetisierung des Sensors

Durch Einfrieren eines Dauerstromes I_0 in der Mäanderstruktur wird ein ortsabhängiges Magnetfeld $B(\vec{r})$ erzeugt, das den paramagnetischen Au:Er-Sensor durchdringt.

$$\Phi_M(T) = \frac{\mu_0 V_{\text{Sens}}}{p} \langle G M(B(I), T) \rangle_G . \quad (5.12)$$

Für den messbaren Fluss in dem Detektor-SQUID muss zusätzlich die Kopplung zwischen Mäander und SQUID berücksichtigt werden

$$K = \frac{M_{\text{is}}}{L_M + 2(L_i + L_{\text{Draht}})} \quad (5.13)$$

Hierbei ist $M_{\text{is}} = 0,35 \text{ nH}$ die Gegeninduktivität zwischen der Einkoppelspule des

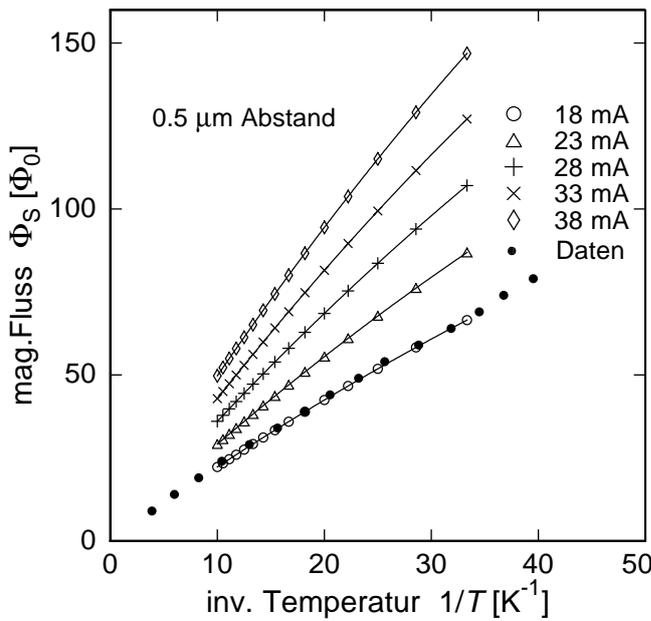


Abb. 5.8

Theoretische und experimentell ermittelte magnetischer Fluss Φ_S in Einheiten von Φ_0 aufgetragen über $1/T$. Die Magnetfeldverteilung im Sensor wurde mit einem zusätzlichen angenommenen Abstand von $0,5 \mu\text{m}$ über dem Mäander berechnet.

SQUIDs mit der Induktivität $L_i = 4,5 \text{ nH}$ und dem SQUID. L_M ist die Induktivität der mäanderförmigen Spule die sich aus

$$L_M = \frac{\ell \mu_0 A_M}{p} \quad (5.14)$$

ergibt. Mit $\ell(w/p = 0,425) = 0,246$ erhält man den Wert $L_M = 18,3 \text{ nH}$. Die Drahtinduktivität wurde durch Finite-Elemente Simulationen $L_{\text{Draht}} \approx 2 \text{ nH}$ abgeschätzt. Das im SQUID gemessene temperaturabhängige Fluss-Signal ergibt sich dann zu

$$\Phi_S(T) = \frac{M_{\text{is}}}{L_M + 2(L_i + L_{\text{Draht}})} \frac{\mu_0 V_{\text{Sens}}}{p \Phi_0} \langle G M(B(I), T) \rangle_G . \quad (5.15)$$

Durch die dissipationsfreie Einprägung des Betriebstromes I_0 in den supraleitenden Stromkreis des mäanderförmigen Spulenpaares ist es nicht möglich, den finalen Strom direkt zu messen.

In Abb. 5.8 ist der gemessene Fluss Φ_S theoretischen berechneten Werten für verschiedene Ströme I_0 gegenübergestellt. Das in Abschnitt 3.4 beschriebene $\Phi_S \propto M \propto 1/T$ Verhalten für schwach wechselwirkende Spinsysteme wird durch die experimentellen Daten gut wiedergegeben. Aus den Magnetisierungsdaten ergibt sich durch Vergleich mit den theoretischen Daten ein Feldstrom I_0 von 18 mA.

Der angestrebten Feldstrom von 60 mA wird damit unterschritten. Da der verwendete Mäander ein Prototyp aus eigener Herstellung ist, sollen in den folgenden Abschnitten mögliche Ursachen für diesen kleinen Strom diskutiert werden.

5.4.1 Kritischer Strom

Wie in Kapitel 4.7 ausgeführt, wurde die Au:Er-Sensorfolie mit einer Erbium Konzentration 900 ppm durch Aufpressen auf die in Dünnschicht-Technik hergestellte Mäanderstruktur aufgebracht. Dieses Verfahren ermöglicht es, die separat hergestellten und charakterisierten Au:Er-Sensorfolie möglichst nahe an die Struktur zu bringen. Auf die mit Mäanderstruktur mit einer Strukturbreite von etwa $5 \mu\text{m}$ kann sich der hohe Stress durch den Anpressdruck allerdings nachteilig auswirken.

Eine wichtige Größe bei der Charakterisierung des Mäanders ist die kritische Stromdichte j_c der stromführenden supraleitenden Struktur bei einer Temperatur T . Die kritische Stromdichte eines Supraleiters hängt von unterschiedlichen materialspezifischen thermodynamischen Eigenschaften wie z.B. dem kritischen Feld B_c und der *London-sche*-Eindringtiefe λ sowie von der Temperatur ab. Für die Magnetfelderzeugung in der mäanderförmigen Struktur wird der absolute kritischen Strom einer Struktur benötigt, den man durch $I_c = j_c A_{SL}$, wobei A_{SL} ist die Querschnittsfläche des Leiters ist. Übersteigt der Betriebstrom I_0 lokal die kritische Stromdichte so bricht die Supraleitung an dieser Stelle zusammen und die Struktur dissipiert lokal Energie. Kann die entstehende Wärme abgeführt werden bevor sich auch andere Teile des Leiters über die Sprungtemperatur T_c des Supraleiters, bzw. die kritische Stromdichte j_c erhöhen, bleibt der Verlust der Supraleitung lokal begrenzt. Für die stromführende Struktur bedeutet dies jedoch, dass der kritische Strom auf den Wert des lokalen kritischen Strom herabgesenkt wurde.

Wird die Querschnittsfläche des Leiters eingeengt oder entstehen feine Haar-Risse, führt dies zu einer Reduktion des kritischen Stromes. Nach dem Aufpressen der Sensorfolie auf das den Mäander tragende Silizium-Substrat ist die stromführende Struktur verdeckt, und kann nicht mehr mit optischen Mitteln untersucht werden.

Im supraleitenden Zustand, kann versucht werden die lokalen Dissipationen durch die damit verbundene Temperaturerhöhung sichtbar zu machen. Wechselt der Leiter lokal vom supraleitenden in den ohmschen Zustand, so wird die Leistung $P = RI^2$ dissipiert. R ist dabei der Widerstand des normalleitenden Abschnittes.

Für grobe Einschnürungen der Struktur steigt die Temperatur damit schnell an, große Bereiche des Mäanders werden normalleitend. Ist R jedoch sehr klein, z.B. durch einen Haar-Riss, kann die Temperaturerhöhung auch bei größeren eingespeisten Strömen unbemerkt bleiben, begrenzt jedoch trotzdem den maximalen supraleitenden Strom I_c .

5.4.2 Einprägen des Feldstromes I_0 durch einen thermischen Schalter

Im vorangegangenen Abschnitt wurde der Einfluss von Verengungen und Beschädigungen des supraleitenden Mäanders auf den kritischen Strom behandelt. Die kritische Stromdichte und damit auch der kritische Strom hängt allerdings auch von der Arbeitstemperatur des Mäanders ab.

Zum Einprägen des Stromes in die Mäanderstruktur in Abb. 4.3 muss der geschlossene supraleitende Kreis an einer Stelle in den normalleitenden (ohmschen) Zustand übergehen, der Strom in den Kreis eingebracht und die normalleitende Stelle wieder supraleitend geschlossen werden. Dies wird durch die Verwendung eines thermischen Schalters erreicht, der die Struktur lokal über $T_{c,\text{Niob}} = 9,25 \text{ K}$ erwärmt. Inwieweit sich dabei das gesamte Substrat erwärmt, soll im folgenden untersucht werden.

In Abb. 5.9 ist der thermische Verlauf des seitlichen Querschnittes des Silizium-Substrates und der Epoxid-Klebeschicht⁴ bei einer konstanten Heizertemperatur $T_H = 9,25 \text{ K}$ dargestellt. Zur Berechnung der Daten wurde die Finite Elemente Simulationssoftware *Mirage*⁵ verwendet. Mit diesem Programmpaket ist es möglich thermische stationäre Zustände in 2-dimensionalen Geometrien zu simulieren.

Gelöst werden muss die aus dem Gauss'schen Gesetz und $F = -\kappa(T)\nabla T$ ableitbaren Differentialgleichung

$$-\nabla \cdot (\kappa(T)\nabla T) = Q, \quad (5.16)$$

wobei Q der Volumenwärmestrom, $\kappa(t)$ die spezifische Wärmeleitfähigkeit, F ist die Wärmeflussdichte und T die ortsabhängige Temperatur ist⁶.

Da sowohl die Wärmeleitfähigkeit des Silizium-Substrates als auch die Epoxid-Klebeschicht abhängig von der Temperatur sind, wurden für $\kappa(T)$ experimentell ermittelte Daten aus [Pob96] und [Ens00b] eingesetzt.

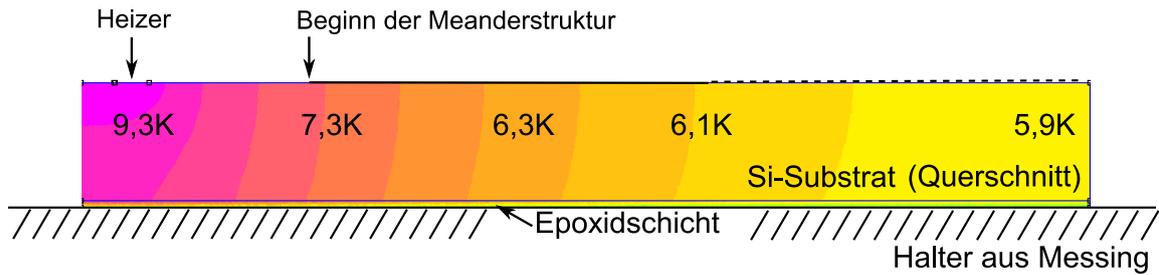
Das Ergebnis der Simulation ist in Abb. 5.9 dargestellt. Am linken Ende befindet sich der Heizer, dessen Temperatur auf 9,25 K (supraleitende Sprungtemperatur von Niob) festgehalten ist. Der vertikale Strich, 900 μm rechts vom Heizer entfernt, kennzeichnet den Abstand zur stromführende Mäanderstruktur. Die Temperatur an dieser Stelle des Substrates ist entscheidend für den kritischen Strom der supraleitenden Struktur. Hierauf wird im nächsten Abschnitt eingegangen.

Unterhalb des Silizium-Substrates befindet sich die Epoxid-Harzschiicht, die in der Si-

⁴*Stycast 1266*, hergestellt durch Emerson & Cuming

⁵*Mirage* entwickelt von D.C. Meeker, Version 1,0, <http://femm.foster-miller.net>

⁶Zu näheren Angaben zu Finite-Elemente Rechnungen wird auf Abschnitt 3.8.4 verwiesen.

**Abb. 5.9**

Querschnitt einer thermischen Finite-Elemente Simulation zum Thermalisierungsvorgang während dem Aufprägen des Betriebsstroms I_0 . Die verschiedenen Temperaturwerte sind farblich hervorgehoben: violett entspricht der Temperatur des Heizers (9 K), im hell gelben Bereich ist die Temperatur des Substrates niedriger.

mulation zwischen 0 und 30 μm variiert wurde. Die Temperaturverteilung ist in einer Falsch-Farben Kodierung dargestellt, violett beschreibt hierbei warme, gelb kältere Bereiche. Die Wärmeleitfähigkeit der supraleitenden Struktur wurde vernachlässigt, sie sollte aufgrund der kleinen bzw. dicken Strukturbreiten keine Rolle spielen. Die Fläche bzw. Länge des Heizwiderstandes wurde in der Simulation berücksichtigt, da sie einen großen Einfluss auf den Verlauf der Temperaturverteilung des Substrates hat.

5.4.3 Temperaturabhängigkeit des kritischen Stroms I_c

Wird ein Supraleiter 1. Art in ein äußeres Magnetfeld eingebracht, so werden Abschirmströme innerhalb des Supraleiters angeworfen. Für die Abnahme des Magnetfeldes $B(x)$, lässt sich der Zusammenhang $B(x) = B_0 \exp(-x/\lambda_L)$ ableiten. B_0 ist dabei das äußere Magnetfeld und λ_L die Londonsche Eindringtiefe. Da die Dichte der Abschirmströme proportional zum äusseren Feld ist kann durch die linearen Beziehung $B_0 = \mu_0 \lambda_L j_0$ ausgedrückt werden.

Die Eindringtiefe ist von der Temperatur abhängig, mit steigender Temperatur wird auch λ_L größer. Oberhalb T_c dringt das Magnetfeld dann vollständig ein. Für $\lambda_L(T)$ findet man den Ausdruck $\lambda_L(T) = \lambda_L(0) / \sqrt{1 - (T/T_c)^4}$. Für Supraleiter 1. Art wird der Temperaturverlauf des kritischen Feldes durch

$$B_c(T) = B_c(0) \left[1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^2 \right] \quad (5.17)$$

beschrieben. B_c ist dabei die äußere Magnetfeldstärke, die zum Zusammenbrechen der Supraleitung innerhalb eines Leiters führt.

Der benötigte Ausdruck für die Temperaturabhängigkeit des kritischen Betriebstromes $I_c(T)$ kann mit Hilfe der oben angegebenen Zusammenhänge für supraleitende Filme näherungsweise durch $I_c(T) \simeq I_c(0)(1 - (T/T_c)^2)^{3/2}$ beschrieben werden [Bar62]⁷.

⁷In [Bar62] wird eine umfangreiche Theorie zu kritischen Feldern und Strömen vorgestellt. Dabei wird für die Temperaturabhängigkeit des kritischen Stromes zum Vergleich mit experimentellen Daten die angegebene Näherung abgeleitet.

In Abb. 5.10 ist $I_c(T)/I_c(0)$ in Abhängigkeit vom Abstand zum Heizer aufgetragen. Die vertikale gepunktete Linie markiert den Abstand der stromführenden supraleitenden Mäanderstruktur. Es sind vier Simulationen dargestellt, variiert wurde die Dicke d der

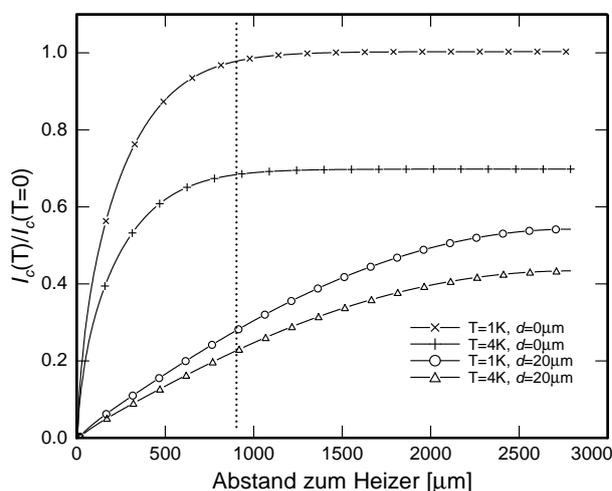


Abb. 5.10
Temperaturabhängiger kritischer Strom I_c während eines Heizvorganges zum Einprägen des Betriebstromes I_0 . Aufgetragen ist die relative Änderung des kritischen Stromes $I_c(T)/I_c(T=0)$ gegen den Abstand zum Heizer. Die vertikale gepunktete Linie markiert den Abstand zum stromführenden Mäander.

Epoxidschicht und die Temperatur des Experimentierhalters T .

Die beiden oberen Kurven beschreiben den Verlauf des kritischen Stromes ohne Berücksichtigung der Klebeschicht. Schon nach wenigen hundert μm erreicht das Substrat die Badtemperatur und damit den maximal möglichen kritischen Strom I_c .

Wird die Epoxidschicht berücksichtigt, dargestellt ist hier eine realistische Dicke von $d = 20 \mu\text{m}$, verändert sich die Situation. Die in diesem Temperaturbereich begrenzende Wärmeleitfähigkeit des Epoxid-Klebers kann die beim Heizer entstandene Wärme nicht lokal abführen. Für den kritischen Strom bedeutet dies, dass nur ein kleiner Teil des bei tiefen Temperaturen möglichen kritischen Stromes $I_c(0)$ in die Mäanderstruktur eingespeist werden kann. Ist die Badtemperatur niedriger, hier ein Vergleich zwischen 4 K und 1 K, führt dies auch, wie erwartet, zu einem höheren kritischen Strom.

Für den im Experiment in der Mäanderstruktur eingefrorenen Betriebstrom I_0 bedeutet dies, dass durch das Heizen des Substrates der maximal mögliche Strom auf etwa 30 % des Wertes bei tiefen Temperaturen gesunken ist.

Obwohl die hier durchgeführte thermische Finite-Elemente Rechnung nur in 2 Dimensionen simuliert wurde, und es für thermische Problemstellungen in 3-D meist nicht oder nur schwer möglich ist geeignete Symmetrieachsen für eine 2-D Simulation zu finden, kann das oben angeführte Ergebnis die Situation in guter Näherung beschreiben. Der Heizer wurde in der Abschätzung über die Tiefe des Substrates ($100 \mu\text{m}$) erweitert, und führt damit zu einer etwas pessimistischen Temperaturverteilung im Querschnitt.

In der Simulation wurden zudem der Grenzflächenwiderstand nicht berücksichtigt. Diese und andere Effekte sollten allerdings in dem betrachteten Temperaturbereich nur von untergeordneter Bedeutung sein.

5.4.4 Einfluss eines zusätzlichem Sensorabstandes

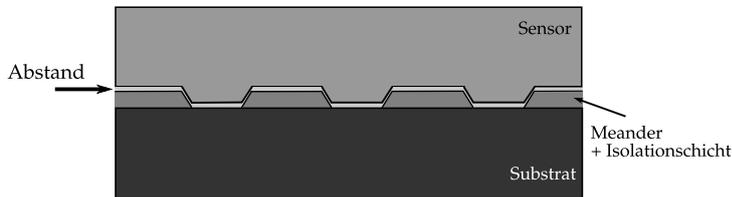


Abb. 5.11

Seitliche Schnittdarstellung einer mäanderförmigen Auslesespule mit Sensor. Zwischen Sensor und Auslesespule ist ein zusätzlicher Abstand angedeutet.

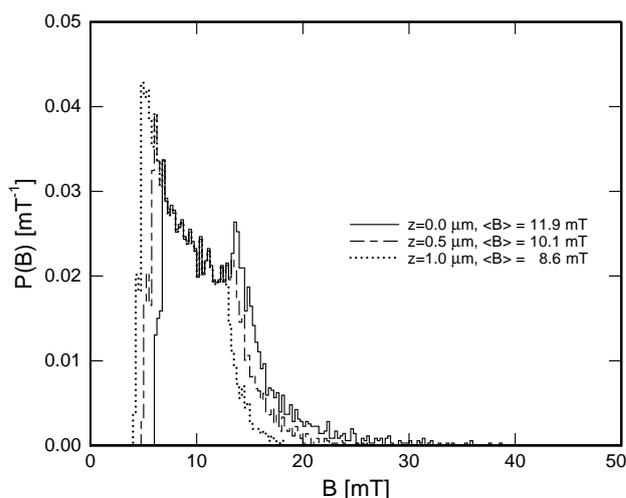
Die mäanderförmige Spulengeometrie erzeugt, wenn sie von einem Strom I_0 durchflossen wird, ein stark inhomogenes magnetisches Multipolfeld hoher Ordnung. Dies führt dazu, dass das Magnetfeld B vertikal zur Substratoberfläche nahezu exponentiell abfällt. Für die in Abb. 3.14 beschriebene optimale Mäandergeometrie wurde daher angenommen, dass der Sensor direkt oberhalb der Isolationschicht mit der Dicke $d = 0,25 \mu\text{m}$ aufgebracht wurde und somit einen sehr geringen Abstand zum Mäander hat.

Im Experiment wurde die Au:Er-Sensorfolie deshalb mit einer mechanischen Presse und kleinen Mengen eines Epoxid-Harz auf das Substrat aufgepresst und verklebt. Da die so hergestellten Mäander-Sensor Anordnung einen großen Stress auf das Substrat und die Niob-Struktur ausübten, wurde versucht den Druck auf ein Minimum zu reduzieren. Für den hier verwendeten Detektor bedeutet dies, dass zwischen Sensor und Mäander ein zusätzlicher, auch durch die Epoxid-Harz hervorgerufener, Abstand möglich ist.

Abb. 5.11 illustriert die Situation. Zwischen Sensor und Mäander ist zur Isolationschicht ein zusätzlicher Abstand in z -Richtung hervorgehoben. Im folgenden soll der Einfluss dieses Abstandes auf die Magnetfeldverteilung im Sensor diskutiert werden. Die Magnetfeldverteilung kann durch Finite-Elemente Rechnungen⁸ simuliert werden. Hierbei wurde die Geometrie des auch im Experiment verwendeten *optimalen* Mäanders verwendet, es gilt $w/p = 0,425$ und $\zeta = h/p = 0,36$. In Abbildung 5.12 ist die Magnetfeldverteilung im Sensor für drei verschiedene Abstände z zum Mäander dargestellt. Die Magnetfeldverteilung mit dem Abstand $z = 0$ führt zu einem mittleren Feld von $11,9 \text{ mT}$ und entspricht der *optimalen* Magnetfeldverteilung von Abschnitt 3.8.4. Wird der Sensor von der mäanderförmigen Auslesespule weiter entfernt, so verändert sich das Profil der Magnetfeldverteilung. Immer mehr Teile des Sensors werden von kleinen Magnetfeldern durchsetzt, und auch das mittlere Feld des Sensors verringert sich. Bei einem Abstand von $z = 1,0 \mu\text{m}$ hat sich das mittlere Feld auf einen Wert von $8,8 \text{ mT}$, im Vergleich zum optimalen Wert, um 35% reduziert.

Sehr kleinen Abstände könnten z.B. durch Aufdampfen bzw. Aufputtern der Au:Er-Sensorfolie erreicht werden. Durch den Anstieg unterhalb von $1 \mu\text{m}$ ist es für ein großes Feld innerhalb des Sensors und der daraus resultierenden (im Falle optimierter sonstiger Parameter) vergrößerten Signalgröße bzw. Magnetisierung wichtig den Sensor

⁸Siehe Abschnitt 3.8.4

**Abb. 5.12**

Magnetfeldverteilung für verschiedenen Abstände z der Sensorfolie von der Substratoberfläche. Dargestellt wurden Verteilungen für die Abstände $z = 0; 0,5; 1,0 \mu\text{m}$.

möglichst nahe an den stromführenden Mäander zu bringen. In der hier durchgeführten Simulation wird allerdings die *London-Eindringtiefe*, die für Niob bei tiefen Temperaturen einen Wert von 40 nm annimmt, vernachlässigt. Für sehr kleinen Abstände im Bereich von ~ 100 nm muss diese für eine korrekte Berechnung der Magnetfeldverteilung mit einbezogen werden.

5.5 Das ^{36}Cl β -Spektrum

Im folgenden Abschnitt werden die experimentellen und theoretischen Eigenschaften des ^{36}Cl β -Spektrums untersucht, wobei mit einer Einführung in die theoretischen Grundlagen begonnen wird.

5.5.1 Einleitung

Das Isotop ^{36}Cl zerfällt zu 98,1 % durch β^- -Zerfall in den Grundzustand von ^{36}Ar . In einem zweiten Zerfallskanal wird der ^{36}Cl -Kern durch Elektronen Einfang (1,9%) [Dre55] und β^+ -Zerfall (0,0015%) [Pie67] in den Grundzustand von ^{36}S umgewandelt. Beim Zerfall durch Elektronen Einfang wird im Kern eine Energie von 1142 keV umgesetzt, durch Auffüllen der unvollständigen K -Schale des entstandenen ^{36}S Atoms entstehen die Röntgenlinien $K_\alpha = 2,3$ keV und $K_\beta = 2,5$ keV. Eine Zusammenstellung der Eigenschaften findet sich in [Che02]. Da für die Form des Spektrums der β^- -Zerfall entscheidend ist, werden die beiden anderen Zerfälle im folgenden vernachlässigt.

Die β^- Kernumwandlung kann im Falle von ^{36}Cl folgendermaßen beschrieben werden: Eines der 17 Kern-Neutronen (N) zerfällt und es entstehen ein Proton (P), ein Elektron (e^-) und ein Elektron-Antineutrino (ν_e). In Abb. 5.13 ist das Zerfallschema im Quark-Bild dargestellt. Ein d -Quark wandelt sich durch die Emission eines W^- -Bosons in ein u -Quark um. Das W^- -Bosons zerfällt anschließend in das Leptonpaar e^- und ν_e . Dieses Verhalten wird unter dem Begriff geladener semi-leptonischer schwacher Strom

zusammengefasst⁹, weil hierbei die Leptonen e^- und ν_e sowie die Quarks d und u beteiligt sind.

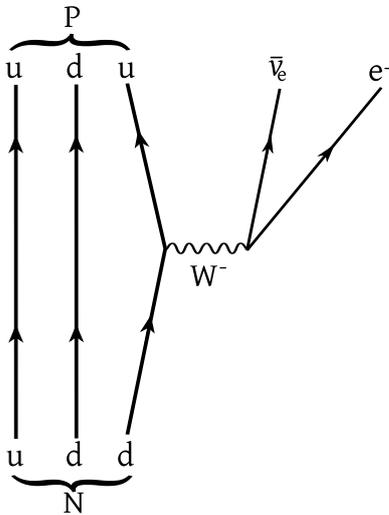


Abb. 5.13

Feynman-Diagramm des β -Zerfalls. Durch Austausch eines W -Bosons wird die schwache Wechselwirkung vermittelt.

Der erste theoretische Ansatz zur Erklärung des β Zerfalls wurde 1934 von E. Fermi vorgestellt. Fermi ging analog zur punktförmigen elektromagnetischen Wechselwirkung von geladenen Stömen aus. Obwohl der mit der Glashow-Weinberg-Theorie oben beschriebene Zerfall des Neutrons über die Vermittlung des Feldquants W^- mit den Leptonen e^- und ν_e allgemein akzeptiert ist, liefert der Ansatz nach Fermi nach wie vor eine gute Beschreibung des β -Zerfalls. Die von Fermi geforderte Punktförmigkeit der Wechselwirkung ist durch die große Masse des W^- -Bosons ($m_{W^-} \sim 80 \text{ GeV}$) vor allem bei niederenergetischen Vorgängen gut erfüllt, da dadurch die Reichweite des Austausches auf etwa $1/1000 \text{ fm}$ begrenzt wird¹⁰. Wie in der Kernphysik üblich sollen in diesem Abschnitt sogenannte *Natürliche Einheiten* benutzt werden, d.h. \hbar , c und m_e werden *eins* gesetzt.

In der folgenden theoretischen Beschreibung des β -Zerfalls soll Fermis Ansatz in der relativistischen Form skizziert werden¹¹.

Die Hamiltonfunktion des β -Zerfalls

$$H = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \bar{\psi}_e(x) \gamma^\mu \psi_\nu(x) \cdot \bar{\psi}_P(x) \gamma_\mu \psi_N(x) \quad (5.18)$$

kann in zwei Teile separiert werden¹², in eine hadronische Strom-Stromdichte

$$h(x) = \bar{\psi}_P(x) \cdot \gamma_\mu \cdot \psi_N(x) \quad (5.19)$$

⁹z.B. bei [Pov99]

¹⁰ $1 \text{ fm} = 10^{-15} \text{ m}$

¹¹Eine detailliertere Beschreibung des β -Zerfalls würde den Rahmen dieser Arbeit sprengen. Eine ausführliche Ausarbeitung der Theorie findet sich z.B. in [Beh82]

¹²Durch hinzufügen von hermite'schen konjugierten Termen wird gewährleistet, dass 5.18 hermite'sch ist, bzw. kann der β^+ -Zerfall beschrieben werden [Gro89]

der durch die Erzeugung $\bar{\psi}_p$ des Protons und die Vernichtung ψ_N des Neutrons entsteht, sowie eine leptonische Stromdichte

$$l(x) = \bar{\psi}_e(x) \cdot \gamma^\mu \cdot \psi_\nu(x) \quad (5.20)$$

bei dem ein Elektron erzeugt $\bar{\psi}_e$ und ein Elektron Neutrino vernichtet ψ_ν , bzw. ein Elektron Antineutrino erzeugt wird. Diese Ströme bzw. Stromdichten erhält man, wenn man in Abb.5.13 die Quarks zu den entsprechenden Nukleonen zusammenfasst und durch Weglassen des Austauschbosons die Kopplung des leptonischen Stromes zum hadronischen Strom punktförmig erscheinen lässt.

Die Fermi-Kopplungskonstante G_F der schwachen Wechselwirkung wurde auf den namensgebenden kleinen Wert von $G_F/(\hbar c)^3 = 1,16637(1)10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$ gemessen. Die 4×4 Matrizen γ^μ sind die 4 bekannten Dirac'schen γ -Matrizen.

Die Struktur der Wechselwirkung 5.18 die durch das Produkt $\gamma^\mu \gamma_\mu$ bestimmt ist, wird als *Vektor-Vektor Kopplung* bezeichnet. Neben den vektoriellen Stromdichten der Form $\bar{\psi}_2 \gamma^\mu \psi_1$, wie sie Fermi annahm, kommen aber weitere Typen von Stromdichten in Betracht. Da die Dirac-Matrizen vier Komponenten besitzen, ergeben sich die bilinearen Kombinationen die zu den Stromdichten *Skalar* (S): $\bar{\psi}_2 \psi_1$, *Vektor* (V): $\bar{\psi}_2 \gamma^\mu \psi_1$, *Tensor* (T): $\bar{\psi}_2 \gamma^\mu \gamma_\nu \psi_1$, *Pseudoskalar* (P): $\bar{\psi}_2 \gamma_5 \psi_1$ und *Axialvektor* (A): $\bar{\psi}_2 \gamma_5 \gamma^\mu \psi_1$, wobei $\gamma_5 = i\gamma_0 \gamma_1 \gamma_2 \gamma_3$ ist.

Zwei Stromdichten können nun mit 5.18 zu einer Wechselwirkung der Strom-Strom-Struktur kombiniert werden. Dabei ist zu beachten, dass die Hamiltonfunktion skalar oder pseudoskalar sein muss. Dies beschränkt die möglichen Wechselwirkungsstrukturen auf Linearkombinationen der Produkte SS, VV, TT, AA, PS und VA. Die Paritätsverletzung der schwachen Wechselwirkung [Wu57] erfordert einen pseudoskalaren Hamilton-Operator damit $HP = -PH$ ($P = \text{Paritätsoperator}$ ¹³) erfüllt sein kann. Dies ist nur bei den beiden zuletzt genannten Strukturen PS und VA erfüllt [Gro89].

Eine pseudoskalare Messgröße ist durch das Skalarprodukt des Kernspins \vec{s}_K und des Elektronenimpuls \vec{p}_e gegeben¹⁴. Während der Impuls vektoriell ist, besitzen Drehimpulse axialvektoriellen Charakter, d.h. sie wechseln das Vorzeichen bei einer Paritätstransformation nicht. Aus diesem Grund wird der schwache Wechselwirkung eine V-A Struktur zugeordnet¹⁵.

¹³Der Paritätsoperator P beschreibt das Verhalten eines Operators unter einer Punktspiegelung am Ursprung.

¹⁴Definiert durch das Skalarprodukt $h = \vec{s}_K \vec{p}_e / (|\vec{s}_K| |\vec{p}_e|)$, wird meist von der Erhaltung der *Helizität* gesprochen.

¹⁵Das (-) kommt durch die A und V zugeordneten Kopplungskonstanten g_A und g_V zustande. Es gilt $g_A/g_V = -1,25$.

5.5.2 Übergangswahrscheinlichkeit des β -Zerfalls

Durch Auswertung der Dirac-Gleichung, bzw. durch Anwendung Fermis goldener Regel ergibt sich für die Übergangswahrscheinlichkeit $N(W_e)$ des β -Zerfalls die Form

$$N(W_e)dW = \frac{1}{2\pi^3} |M_H|^2 F(Z, W_e) W_e p_e (W_0 - W_e)^2 dW \quad (5.21)$$

Hierbei ist W_e , p_e die Energie und der Impuls des emittierten Elektrons, W_0 die maximal Energie des Überganges, $(W_0 - W_e)$ die Energie des entstehenden (Anti-)Neutrinos, M_H das Kern-Übergangsmatrixelement und $F(Z, W_e)$ die sogenannte Fermi-Coulomb-Funktion.

Auf die Form und weiteren Eigenschaften der Übergangswahrscheinlichkeit wird später in diesem Kapitel eingegangen, zuerst soll das Kernmatrixelement von ^{36}Cl beschrieben werden. Dieses ist aufgrund des *zweifach verbotenen non-unique* Übergang nicht wie bei *erlaubten* Übergängen konstant, sondern von der Energie des Elektrons W_e abhängig.

Kernübergangsmatrixelement von ^{36}Cl

β -Übergänge können wie in Tabelle 5.14 klassifiziert werden (nach [Beh82], S. 446).

Typ	$ J_i - J_f $	$\pi_i \pi_f$	$\log(ft)$	'unique'
Erlaubt	0,1	+1	3	-
1.Verboten	0,1	-1	6-9	nein
1.Verboten	2	-1	7,7-9,2	ja
2.Verboten	2	+1	11-13	nein

Tab. 5.14

Klassifizierung einiger β -Zerfalls. Die $\log(ft)$ -Werte sind [MK02] entnommen.

Erlaubte Zerfälle ändern den Gesamt-Drehimpuls der beteiligten Teilchen $|J_i - J_f|$ höchstens um 1, wobei die Parität sich allerdings nicht ändert. Der $(\log) ft$ -Wert in Tab. 5.14 drückt eine reduzierte Halbwertszeit aus, die durch

$$ft = T_{1/2} \cdot f(W_e, Z) = \frac{2\pi^3 \ln(2)}{G_F C(W_e)} \quad (5.22)$$

gegeben ist. $f(W_e, Z)$ ist die *integrierte Fermifunktion*, $C(W_e)$ der mittlere Formfaktor des Kernübergangs (s.u.) [Beh82]. Verbotene Übergänge sind stark unterdrückt, ihre Halbwerts-Zeiten umfassen einen großen Bereich. Um trotzdem eine einfache Größe vergleichen zu können, wird üblicherweise der dekadische Logarithmus des ft -Wertes angegeben. Wie in Tab. 5.14 zu sehen ist, hängt der Zusatz *unique* sowohl von der etwaigen Änderung der Parität $\pi_i \pi_f$ als auch von der Änderung des Gesamtdrehimpulses ab¹⁶.

Für den β^- -Zerfall des ^{36}Cl ändert sich der Gesamt-Drehimpuls in den Grundzustand

¹⁶Sowohl für den ft -Wert als auch für den Zusatz 'unique' gibt es unterschiedliche Definitionen. Aus Konsistenzgründen wurde durchgehend die jeweilige Definition aus [Beh82] verwendet.

von ^{36}Ar um 2, die Parität des Anfangs und Endzustand ist jedoch identisch. Daher spricht man bei ^{36}Cl von einem *zweifach verbotenen non-unique* Übergang, mit einer sich daraus ergebenden gemessenen Halbwertszeit $T_{1/2}$ von $3,01 \cdot 10^5$ Jahren [Che02].

Für *erlaubte* Übergänge spielen bei der Berechnung des Kernmatrixelement M_H wie oben beschrieben nur der axial A und vektoriell V Anteil eine Rolle. Führt man die Rechnung durch, erhält man fda für die Übergangswahrscheinlichkeit des β -Zerfalls benötigte Quadrat des gemittelten Übergangsmatrixelements

$$|M_H|^2 = g_V^2 M_F^2 + g_A^2 M_{GT}^2 \quad (5.23)$$

mit dem konstanten Fermi- M_F und Gamov-Teller-Matrixelement M_{GT} . Für die zugeordneten Kopplungskonstanten g_A und g_V konnte das Verhältnis $g_A/g_V = -1,25$ ermittelt werden. Das Matrixelement $|M_H|^2$ erlaubter Zerfälle ist somit konstant, d.h. nicht von der Energie des Zerfalls abhängig.

Für *verbotene* Übergänge kann im Allgemeinen nicht mehr von einem konstanten Übergangsmatrixelement ausgegangen werden. Aus diesem Grund wird anstatt $|M_H|^2$ meist der energieabhängige Formfaktor $C(W_e)$ als Bezeichner für das Kernübergangsmatrixelement benutzt.

Durch die stark unterdrückten Kern-Matrixelemente (mit V und A Anteil) von verbotenen Übergängen höherer Ordnung wie z.B. von ^{36}Cl kann es zu dem sogenannten *cancellation*-Effekt¹⁷ kommen. Ist bei erlaubten Übergängen die V-A Wechselwirkungsstruktur dominant, heben sich bei ^{36}Cl diese zum Teil weg und die zuvor vernachlässigten Wechselwirkungen SS, VV, TT und PS müssen mit berücksichtigt werden.

In einer Arbeit von Sadler und Behrens [Sad93] wurden die Kerneigenschaften von ^{36}Cl bezüglich des β -Zerfalls untersucht. Die Rechnungen sind teilweise sehr aufwendig, sodass hier auf Details verzichtet wird und nur die Ergebnisse zusammengefasst werden. Für die Berechnung des Kern-Matrixelements wurden sogenannte Formfaktor-Koeffizienten (FFK) für die V, A, S, T-Beimischungen zum Gesamt-Kern-Matrixelement berechnet. In Tab. 5.15 sind die berechneten FFK zusammengefasst.

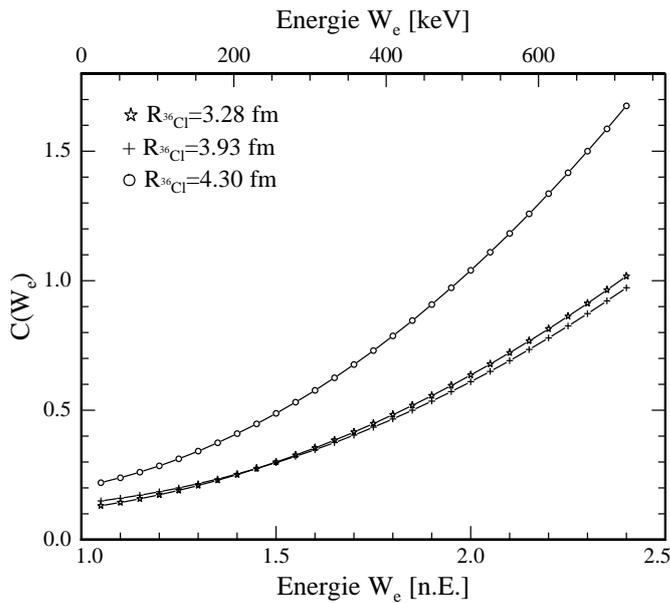
^VFFK	^AFFK	^TFFK	^PFFK	^SFFK
$\sim 0,44$	$\sim 0,009$	$\sim 0,08$	sehr klein	$\sim 0,44$

Tab. 5.15
Formfaktor-Koeffizienten des
 ^{36}Cl Kern-Matrix Elementes.

Die FFK der A-, P- und T-Anteile sind viel kleiner als der V- und S-Anteil und wurden daher bei der Berechnung von $C(W_e)$ vernachlässigt. Hier zeigt sich auch der *cancellation*-Effekt d.h. es kann nicht mehr von einer V-A-Wechselwirkung des β -Zerfalls wie bei erlaubten Fall ausgegangen werden.

Zusätzlich zu den Form-Faktor Koeffizienten spielt auch der Kern-Ladungsradius von

¹⁷engl. cancellation: Annullierung, Aufhebung

**Abb. 5.16**

Berechnete Formfaktoren $C(W_e)$ für den β -Zerfall von ^{36}Cl aus [Sad92] und [Sad93]. Für alle drei Kurven ist eine deutliche Energieabhängigkeit des Formfaktors erkennbar. Es wurde jeweils der Kernladungsradius variiert. Die Kurve des Kernladungsradius $R = 4,30$ fm wurde hinzugenommen um den Einfluß großer Radien auf $C(W_e)$ darzustellen.

^{36}Cl bei der Berechnung von $C(W_e)$ eine Rolle. In Abb. 5.16 sind berechnete Formfaktoren $C(W_e)$ des ^{36}Cl Kernübergangs dargestellt. Die Kurven wurden für drei verschiedene Kernladungsradien berechnet [Sad93]. Dies ist nötig, da keine experimentell bestimmten Kernladungsradien für ^{36}Cl verfügbar sind. Die Abszisse ist in Einheiten der Elektronenmasse, d.h. wie in der Kernphysik üblich in *natürlichen* Einheiten, angegeben.

Neuere Hartree-Fock Berechnungen für ^{36}Cl und andere Kerne weisen darauf hin, dass der Kernladungsradius $R_{^{36}\text{Cl}}$ zwischen 3,2 fm und 3,5 fm betragen sollte. In Tab. 5.17 werden einige veröffentlichte experimentelle und berechnete Daten verglichen. In [Sad93] wurde der experimentell bestimmte Kernladungsradius von ^{36}S benutzt, der dem aus heutiger Sicht wahrscheinlichsten berechneten Wert (3,3 fm) sehr nahe kommt.

Publikation	^{35}Cl	^{36}S	^{36}Cl	^{37}Cl	^{36}Ar	Bemerkung
[Ang04]	3,3652	3,2982	-	3,3840	3,3902	exp. Daten
[Gor01]	3,328	3,302	3,338	3,346	3,376	berechnet
[de 87]	3,388	3,278*	-	3,384	3,327	exp. Daten

Tab. 5.17

Mittleren Kernladungsradien $\sqrt{\langle R^2 \rangle}$ für einige Kerne um $A=36$. Alle angegebenen Werte sind in fm. Der mit (*) bezeichnete Wert wurde in [Sad93] benutzt.

Da der Kernladungsradius von ^{36}Cl vermutlich zwischen dem zugehörigen Radius der beiden unteren Kurven in Abb. 5.16 liegt, kann davon ausgegangen werden, dass diese den generellen Verlauf des berechneten Formfaktors innerhalb von kleinen Abweichungen wiedergeben.

5.5.3 Radialwellenfunktion des β -Zerfalls von ^{36}Cl

Der β -Zerfalls kann durch die Radialwellenfunktion des leptonischen Anteils in guter Näherung beschrieben werden. Lässt man in 5.21 das Übergangsmatrixelement $|M|^2$ und die Fermi-Funktion $F(Z, W_e)$ weg, und betrachtet nur die Faktoren $W_e p_e W_\nu^2$, die den Phasenraum beschreiben, so ergibt sich der prinzipielle Verlauf des Spektrums eines β -Zerfalls. In Abb. 5.18 ist die Form des Spektrums wiedergegeben. Im niederener-

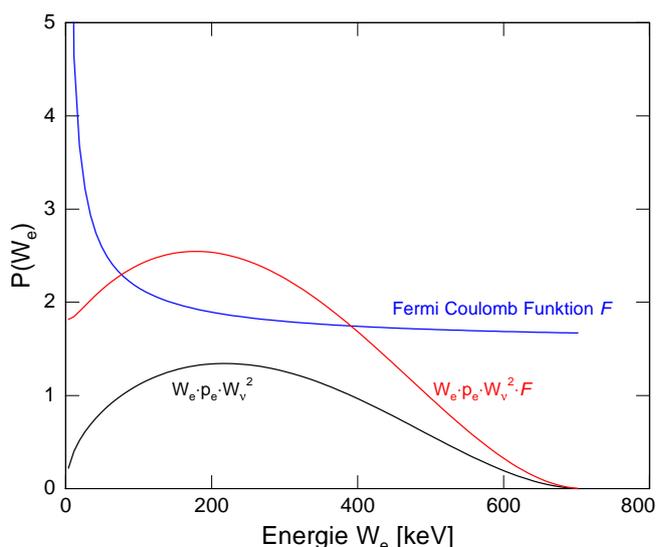


Abb. 5.18

Kinematik des β -Zerfalls von ^{36}Cl . Das statistische Spektrum $W_e p_e W_\nu^2$ gibt die generelle Form des Spektrums wieder. Die Störung des entweichenden e^- durch das Coulomb-Feld wird durch die Fermi-Funktion $F(Z, W_e)$ berücksichtigt.

getischen Bereich steigt das Spektrum im Wesentlichen durch das Produkt $W_e p_e$ an. Für Energien nahe der Maximalenergie wird der Abfall vorwiegend durch den kleiner werdenden Phasenraum des Neutrinos entsprechend $W_\nu^2 = (W_0 - W_e)^2$ bestimmt. Hierbei wurde die Masse des Neutrinos $m_\nu = 0$ gesetzt, da diese im Vergleich zur hohen Endpunktsenergie vernachlässigbar ist¹⁸.

Die Wechselwirkung des Elektrons mit dem Coulomb-Feld wird durch die Einbeziehung der Fermi-Coulomb-Funktion berücksichtigt. Das Elektron muss beim β^- -Zerfall, da es nach der Emission der Coulombanziehung durch den Kern unterliegt, mit größerer Energie verglichen mit W_e emittiert werden. Die Coulombwechselwirkung vergrößert dadurch den Phasenraumfaktor und somit auch die Intensität bei kleinen e^- Energien. Quantitativ ist diese Phasenraumkorrektur durch $F(Z, E_e) = |\Phi(0)_{\text{mit}} / \Phi(0)_{\text{ohne}}|^2$ gegeben, also durch das Verhältnis Quadrat der Radialwellenfunktionen am Kernort, einmal mit Berücksichtigung der Coulombwechselwirkung für einen ausgedehnten Kern, einmal ohne. Näherungsweise lässt sich im nicht-relativistischen Fall die Formel

$$F(Z, W_e) = \frac{2\pi\eta}{1 - e^{-2\pi\eta}} \quad (5.24)$$

¹⁸Aktueller oberer Wert für die Masse des Elektron-Neutrino $m_\nu < 0,2 \text{ eV}$ [Ott06]

mit

$$\eta = -\frac{Ze^2}{v_e} \quad (5.25)$$

und der Geschwindigkeit des Elektrons v_e angeben. Für mittelschwere Kerne und relativistische Elektronen, wie im Fall von ^{36}Cl , stellt 5.24 allerdings keine gute Näherung dar. Für die Berechnung der korrekten Fermi-Funktion wurde im Rahmen dieser Arbeit die Elektron-Radialwellenfunktion (ERWF) durch stückweise stetige numerische Integration der Dirac-Gleichung ermittelt. Dies geschah unter Zuhilfenahme und eines von W.Bühning entwickelten ALGOL Computercodes für IBM-Mainframes der 1960er Jahre, der, um auf modernen Rechner-Architekturen lauffähig zu sein, in die Programmiersprache C++ reimplementiert wurde. Die Funktionsweise des Programms ist z.B. in [Büh63] veröffentlicht, im folgenden soll deshalb nur kurz darauf eingegangen werden.

Gesucht wird die Lösung der zwei gekoppelten Dirac-Differential-Gleichungen

$$f' - \frac{K-1}{r}f(r) + [E - V(r)]g(r) = 0 \quad (5.26)$$

$$g' - \frac{K+1}{r}g(r) - [2m + E - V(r)]f(r) = 0. \quad (5.27)$$

Hierbei ist $V(r)$ das Coulomb-Potential einer Kernladung, K die durch $K = -(l+1) = -(j+1/2)$ für $j = l+1/2$ bzw. $K = l = j+1/2$ für $j = l-1/2$ definierte gesamt Drehimpulsquantenzahl ist. j und l sind die üblichen Quantenzahlen für Gesamtdrehimpuls bzw. Drehimpuls. Die kinetische Energie E berechnet sich zu $W_e - m$ also $W_e - 1$ in den verwendeten natürlichen Einheiten.

Für das Potential $V(r)$ werden drei Bereiche definiert,

- $V(r)$ im Kern: Für den Radiusbereich $0 < r < R_K$ wird eine konstante Ladungsverteilung angenommen, d.h. $\rho = -3\alpha Z/R_K^3$.
- $V(r)$ in einem Zwischenbereich $R_K < r < (\approx 1500 - 2000)R_K$: Hier wird das Potential $V(r)$ abweichend von einem reinen Coulomb-Potential $V(r) = -\alpha(Z - \tilde{Z})/r$ (\tilde{Z} =Ladung des Tochterkerns) durch den Zusatz $-\alpha\tilde{Z}/r \sum a_n \exp(-\beta_n r)$ modifiziert. Diese Erweiterung des Potentials hat folgende Ursache: Ein Elektron, das den Kern verlassen hat, 'spürt' die Coulomb-Anziehungskraft des Kernes, der durch den Zerfall im Vergleich zur Elektronenwolke einfach positiv geladen ist. Die Elektronenwolke selbst schirmt aber das Potential des Kernes teilweise ab, die Abschirmung nimmt zu, je weiter das Elektron sich vom Kern entfernt hat. Die Summe $\sum a_n \exp(-\beta_n r)$ drückt die Form der Elektronenwolke durch eine Reihe von numerisch oder experimentell ermittelten Exponentialfunktionen mit der jeweiligen Amplitude a_n und dem Abschwächungs-Faktor β_n aus. Für die hier durchgeführten Berechnungen wurden die Experimentellen Parameter von [Bya56] bzw. numerische Hartree-Fock Parameter aus [Bon63] verglichen. Durch die von

0 bis 709,6 keV vergleichsweise hohe Energiespanne des ^{36}Cl -Zerfalls konnte allerdings kein nennenswerter Unterschied im Ergebnis der Rechnung zwischen den beiden Parametersätzen festgestellt werden.

- $V(r)$ im äußeren Bereich ($\approx 1500 - 2000)R_K < r < \infty$: Hier wird ein reines Coulomb-Potential $V(r) = -\alpha(Z - \tilde{Z})/r$ angenommen. Dieser Bereich kann meist wegen der geringen Größe der elektrischen Wechselwirkung zwischen dem Kern und entweichendem Elektron für β -Zerfälle mit hoher Endpunktsenergie vernachlässigt werden.

Das Ergebnis der Rechnung ist in Abb. 5.18 durch die Fermi-Coulomb-Funktion dargestellt. Für kleine Elektronenenergien wird durch die elektrische Wechselwirkung des Kerns mit dem entweichenden Elektron das β -Spektrum stark zu kleinen Energien verschoben. Bei sehr kleinen Energien divergiert $F(Z, W_e)$. Die Modifikation des Phasenraumfaktors $W_e p_e W_\nu^2$ bei Elektronen Energien nahe dem Endpunkt ist aber vergleichsweise klein, da diese Elektronen im Fall von ^{36}Cl eine relativ zur Coulomb-Wechselwirkung große kinetische Energie besitzen. In [Beh69] sind u.a. Werte der Fermi-Coulomb-Funktion berechnet und tabelliert worden. Allerdings wurde aufgrund der 1969 nicht zu Verfügung stehenden Rechenkapazität von Großrechnern nur ungeschirmte Potentiale ausführlich numerisch integriert. Für das geschirmte Potential von ^{36}Cl (Tochterkern: $Z = 18$) wurden daher nur einige Richtwerte (5) berechnet. Das im Rahmen dieser Arbeit entwickelte C++ Programm berechnet das gesamte geschirmte Spektrum, die tabellierten Werte können jedoch als Test des Algorithmus herangezogen werden. Die Rechengenauigkeit der in [Beh69] verwendeten IBM-Mainframes betrug 10 Stellen, d.h. es können etwa 7 Stellen verglichen werden. Im Rahmen dieser Genauigkeit stimmen die Werte der neuen Rechnung, vor allem für die umfangreichen tabellierten ungeschirmten Daten überein¹⁹.

Ein zweiter Test des Algorithmus konnte durch die Berechnung des Spektrums von ^{187}Re durchgeführt werden. Für diesen β -Strahler wurde 1995 das Spektrum mit dem alten ALGOL-Programm mit ebenfalls 10 Stellen Genauigkeit berechnet. Durch Vergleich der noch elektronisch verfügbaren Daten mit dem Ergebnis des Programmes dieser Arbeit dieses Zerfalls konnte dessen Funktionstüchtigkeit erfolgreich überprüft und bestätigt werden. In [Gal00] sind die Daten der Rechnung von 1995 für ein Experiment zur Bestimmung der Neutrinomasse veröffentlicht.

In Abb. 5.18 ist das kinematische Gesamt-Spektrum $N(W_e) = W_e p_e W_\nu^2 F(Z, W_e)$ bestehend aus dem statistischen Anteil $W_e p_e W_\nu^2$ und der Fermi-Coulomb $F(Z, W_e)$ dargestellt. Die Zerfallskonstante $G_F/2\pi^3$ wurde Übersichtlichkeit halber weggelassen. Bedingt durch die großen Werte von $F(Z, W_e)$ im Bereich kleiner Energien startet das

¹⁹Der für das Tabellenwerk verwendete Computer Algorithmus basiert auf dem auch hier verwendeten ALGOL-Programm von W. Bühring, allerdings wurde er stark modifiziert und in die Computersprache Fortran übersetzt.

Gesamt-Spektrum mit einem endlichen Wert, auch wenn das wie oben beschrieben etwas kontra-intuitiv erscheint.

5.5.4 Korrekturen zum theoretischen Spektrum

Allgemeine Strahlungskorrekturen

Der nukleare β -Zerfall wird von Coulomb-Wechselwirkungen begleitet, die unter dem Begriff *allgemeine Strahlungskorrekturen* zusammengefasst werden können. Dabei handelt es sich um elektromagnetische Prozesse in die das Proton bzw. das Elektron involviert sind. Es werden zwei Klassen unterschieden, sogenannte *äußere* Korrekturen welche unabhängig von den Details der starken bzw. schwachen Wechselwirkung sind und *innere* Korrekturen. [Sir67]. Innere Korrekturen führen zu einer Renormalisierung der Kopplungskonstanten, verändern die Form des Spektrums im Gegensatz zu den äußeren aber nicht. Deshalb wird hier auf die Berechnung der inneren Strahlungskorrekturen verzichtet.

Die Modifikation des Formfaktors $C(W_e)$ durch äußere Strahlungskorrekturen $\delta_S(W_e, Z)$ können in der Form

$$C_S(W_e) = C(W_e)[1 + \delta_S(W_e, Z)] \quad (5.28)$$

geschrieben werden [Beh82]. Hierbei kann $\delta_S(W_e, Z)$ als die Summe von Termen der Größenordnung α , $Z\alpha^2$ und $Z^2\alpha^3$, mit der Feinstrukturkonstante $\alpha = 1/137$, geschrieben werden.

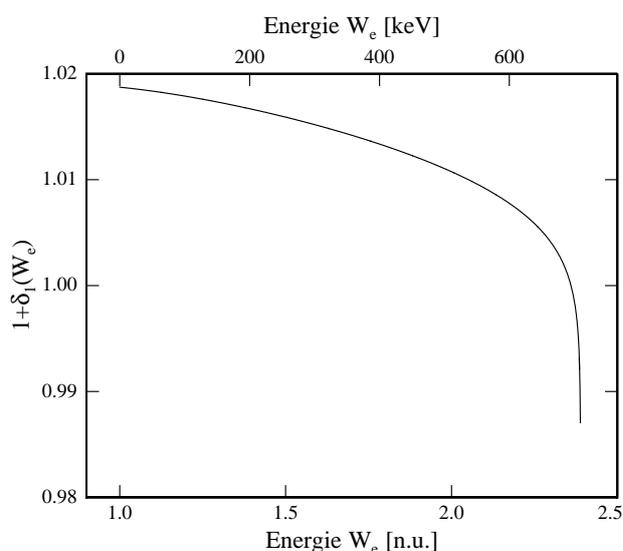
Für die Ordnung α d.h. für $\delta_1(W_e)$ gibt Sirlin [Sir67] die Abhängigkeit

$$\delta_1(W_e) = \frac{\alpha}{2\pi} \left\{ 3 \log m_p - \frac{3}{4} + 4 \left(\frac{\text{arctanh}\beta}{\beta} - 1 \right) \cdot \left(\frac{W_0 - W_e}{3W_e} - \frac{3}{2} + \log[2(W_0 - W_e)] \right) + \frac{4}{\beta} L \left(\frac{2\beta}{1 + \beta} \right) + \frac{1}{\beta} \text{arctanh}\beta \left[2(1 + \beta^2) + \frac{(W_0 - W_e)^2}{6W_e^2} - 4 \text{arctanh}\beta \right] \right\}. \quad (5.29)$$

Hierbei ist W_0 die Endpunktsenergie des Spektrums, m_p die Masse des Protons, $\beta = p_e/W_e$ das Verhältnis der Elektronengeschwindigkeit zur Lichtgeschwindigkeit und $L(x)$ die Spence-Funktion.

In Abb. 5.19 ist $1 + \delta_1(W_e)$ für ^{36}Cl dargestellt. Die Korrektur der ersten Ordnung der äußeren Strahlung beträgt über den vollen Energiebereich etwa $\pm 2\%$. Der Bereich nahe dem Endpunkt, oberhalb von 650 keV, wird dabei hauptsächlich zu kleineren Übergangsraten hin verändert. Unterhalb davon wird das Spektrum insgesamt um etwa 2% angehoben.

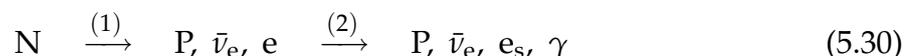
Höhere Ordnungen der äußeren Strahlungskorrekturen wurden nicht berücksichtigt, diese nur eine Modifikation des Spektrums um weniger als 0,1% bewirken.

**Abb. 5.19**

Allgemeine Strahlungskorrekturen zum β -Zerfall von ^{36}Cl . (nach [Beh82]). Es wurden sogenannte äußere Korrekturen der Ordnung α berücksichtigt.

Innere Bremsstrahlung

Jedes vom Kern emittierte Elektron kann durch seine erfahrene Beschleunigung kontinuierliche *innere Bremsstrahlung* (IB) abstrahlen und damit ein Teil seiner Energie verlieren. Den stattfindenden Prozess kann man schematisch in zwei Teile unterteilen



Der Übergang (1) ist der oben beschriebene β -Zerfall. Darauf folgend (2) wird ein Photon durch die beschleunigte Bewegung des Elektrons emittiert. Die Coulomb-Wechselwirkung zwischen Kern und Elektron kann hierbei als Störung dieses Prozesses angesehen werden, ist aber für den prinzipiellen Vorgang nicht entscheidend. Wichtig ist, dass eine Ladung (die des Elektrons) beschleunigt wird und die Energie des Elektrons durch elektromagnetische Strahlung vermindert wird.

Die erste Beschreibung der internen Bremsstrahlung geht auf Knipp und Uhlenbeck [Kni36] bzw. unabhängig davon Bloch [Blo36] zurück. Da beide Beschreibungen zum gleichen Ergebnis kommen werden diese in der Literatur unter der *KUB*-Theorie zusammengefasst. Chang und Falkoff [Cha49] überprüften 1949 diese Theorie in Hinblick auf verbotene Übergänge mit ähnlichem Ergebnis. Der Vergleich von experimentellen Daten für das interne Bremsstrahlungsspektrum ^{36}Cl z.B. durch [Rao88] oder [Bas91] zeigt eine gute Übereinstimmung mit beiden Theorien. Aus diesem Grund wird im folgenden für das Spektrum von ^{36}Cl die wesentlich leichter zugängliche KUB-Theorie verwendet.

Bei der Verwendung eines kalorimetrischen Messprinzips zur Bestimmung eines β -Spektrums, wie es in dieser Arbeit durch magnetische Kalorimeter geschieht, muss interne Bremsstrahlung berücksichtigt werden, da sie zumindest teilweise absorbiert werden kann. Hierbei ist es wichtig, dass die Absorption des Elektrons und des Photons *gleichzeitig* passieren, d.h. das wesentlich langsamere thermische Sensor-Signal kann

nicht zwischen beiden Absorptionsprozessen unterscheiden. Das gemessene Sensorsignal repräsentiert also die Summe aus der Energie des absorbierten Photons und des Elektrons.

Aus diesem Grund erscheint es nicht sinnvoll, ein Photonen-Spektrum zu berechnen und dies zum theoretischen Elektron-Spektrum hinzuzufügen. Vielmehr muss für jede Elektronen-Energie die Wahrscheinlichkeit für eine Photonenemission mit der Energie W_γ berechnet werden. Hinzu kommt, dass der verwendete Absorber eine von der Photonen Energie abhängige Absorptionseffizienz hat.

Für die Energie eines emittierten Elektrons gilt

$$W_s = W_e - W_\gamma \quad (5.31)$$

d.h. das im Absorber deponierte Elektron verliert nach einem internen Bremsstrahlungsvorgang ein Teil seiner ursprünglichen kinetischen Energie. Das entstandene Photon repräsentiert dabei den elektromagnetischen Energieverlust.

Nach der *KUB*-Theorie lässt sich die Wahrscheinlichkeit $\Phi(W_e, W_\gamma)$ für eine Photonenemission mit der Energie W_γ nach folgender Formel berechnen:

$$\Phi(W_e, W_\gamma) = \frac{\alpha p_e}{\pi p_e W_\gamma} \left[\frac{W_e^2 + W_s^2}{W_e p_s} \ln(W_s + p_s) - 2 \right] \quad (5.32)$$

Hierbei sind W_e , $p_e = \sqrt{W_e^2 - 1}$ und W_s , $p_s = \sqrt{(W_e - W_\gamma)^2 - 1}$ die Energien bzw. Impulse des Elektrons vor und nach der Emission eines Photons mit der Energie W_γ .

In Abb. 5.20 ist die Emissionswahrscheinlichkeit für ein Photon der Energie W_γ für

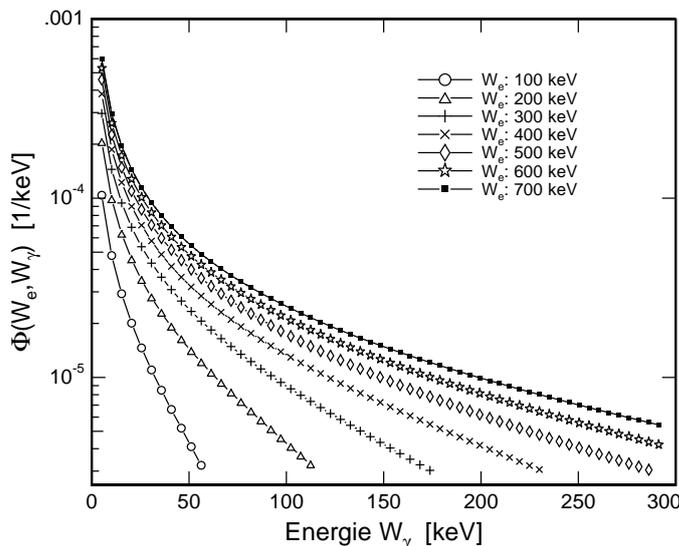


Abb. 5.20

Mit der *KUP*-Theorie berechnete Wahrscheinlichkeit für ein Elektron mit der Energie W_e durch innere Bremsstrahlung beim β -Zerfall ein Photon der Energie W_γ zu emittieren. Exemplarisch wurden Kurven sieben für Elektronenenergien aus dem Bereich des ^{36}Cl -Energiespektrums angegeben. Für hohe Elektronenenergien nimmt die Wahrscheinlichkeit ein Photon mit auszusenden einen Wert von etwa 2 % an.

sieben verschiedene Elektronenenergien W_e des ^{36}Cl Spektrums dargestellt.

Um den Einfluss der internen Bremsstrahlung auf das ^{36}Cl -Spektrum zu bestimmen, bietet sich die Monte-Carlo Methode an. Für verschiedene β -Zerfälle, jedoch nicht ^{36}Cl , wurde dies in [Cen04] durchgeführt. Hier ist zu beachten, dass die Geometrie bzw.

verwendeten Absorber-Materialien des Detektors eine entscheidende Rolle spielt. Aus diesem Grund können Simulationen aus der Literatur nicht direkt auf einen 'neuen' Detektor übertragen werden.

Das in dieser Arbeit verwendete Monte-Carlo Software Paket *PENELOPE*, unterstützt in der verwendeten aktuellen Version interne Bremsstrahlungsprozesse nicht. Um dennoch den abschätzen zu können, in welchem Umfang Bremsstrahlungsprozesse für das ^{36}Cl - β -Spektrum berücksichtigt werden müssen, wird wie folgt vorgegangen.

Die Wahrscheinlichkeit, dass für eine Elektronenenergie ein Bremsstrahlungsprozess auftritt ist durch

$$P_{\text{IB}}(W_e) = \int_0^{W_e} \Phi(W_e, W_\gamma) dW_\gamma \quad (5.33)$$

gegeben. Für Elektronenenergien im Bereich des Endpunktes des ^{36}Cl -Spektrums liegt die Wahrscheinlichkeit $P_{\text{IB}}(W_e)$ bei etwa 2 %.

Für die Wahrscheinlichkeit, dass ein internes Bremsstrahlungsphoton auftritt und im Absorber gestoppt wird lässt sich durch

$$P_{\text{IB,Abs}}(W_e) = \int_0^{W_e} \Phi(W_e, W_\gamma) \alpha(W_\gamma) dW_\gamma \quad (5.34)$$

berechnen. Hierbei ist $P_{\text{Theo}}(W_e)$ ist die Übergangswahrscheinlichkeit des theoretischen ^{36}Cl - β -Zerfalls aus Abschnitt 5.5.3 ohne Berücksichtigung interner Bremsstrahlung. Für die Wahrscheinlichkeit, dass ein Elektron W_s erzeugt wird, ergibt sich $P_{\text{IB}}(W_s) = P_{\text{Theo}}(W_e)(1 - P_{\text{IB}}(W_e))$. Die Funktion $\alpha(W_\gamma)$ drückt die Wahrscheinlichkeit aus, dass ein Photon mit der Energie W_γ im Absorber des ^{36}Cl -Experiments absorbiert wird. Die

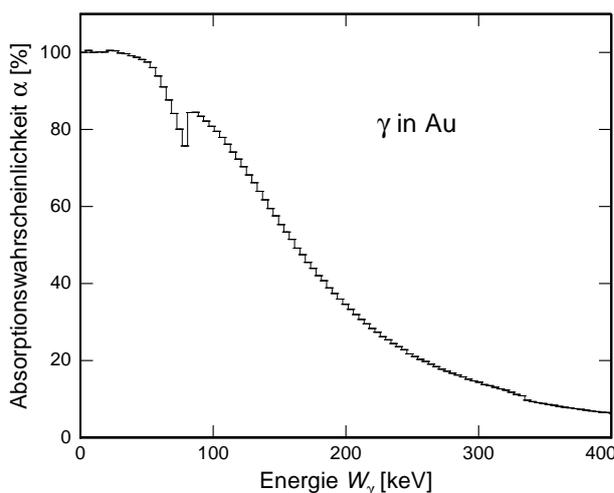


Abb. 5.21

Absorptionswahrscheinlichkeit für ein Photon der Energie W_γ in dem in Abb. 5.34 beschriebenen Absorber für das ^{36}Cl -Experiment. Die Daten wurden durch eine Monte-Carlo Simulation analog der in Kapitel 5.11 beschriebenen ermittelt.

in Abb. 5.21 dargestellten Daten für $\alpha(W_\gamma)$ wurden mit der in Abschnitt 5.11 beschriebenen Monte-Carlo Methode ermittelt, mit dem Unterschied, dass in diesem Fall Photonen anstatt Elektronen als primäre Teilchen eingesetzt wurden. Als Geometrie wurde

das in Abb. 5.34 beschriebene größere Zylinder-Paar benutzt. Der statistische Fehler ist ebenfalls in das Diagramm eingezeichnet, allerdings sind durch die Simulation von 40 Mio. Ereignis-Schauern die statistischen Unsicherheiten sehr klein. Um die Statistik der Ereignis-Schauer jedoch im relevanten Bereich groß zu halten wurde nur bis zu einem Energiebereich von 400 keV simuliert da nach Abb. 5.20 nur sehr wenige Photonen oberhalb dieser Energie zu erwarten sind.

Für γ -Energien unterhalb von 50 keV ist die Absorptionseffizienz nahezu 100 %. Im dargestellten Energiebereich ist die Absorption über den Photoeffekt die dominante Wechselwirkung. Dieser zeigt um eine *K-Absorptionskante* bei 80-90 keV ein Minimum, das sich auch in der Absorptionswahrscheinlichkeit in Abb. 5.21 bei dieser Energie wiederfindet. Die weitere Abnahme der Absorptionsausbeute ist eng mit der Abnahme des Wirkungsquerschnittes der Photoabsorption für höhere Energien verknüpft. Die Wahr-

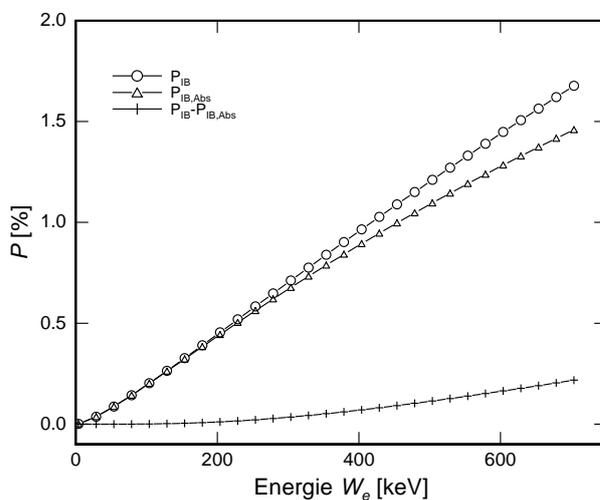


Abb. 5.22

Wahrscheinlichkeit, dass durch interne Bremsstrahlung entstandene Photonen ihre Energie nicht (+) im Au-Absorber deponieren.

scheinlichkeit, dass ein aus interner Bremsstrahlung entstandenes Photon nicht im Absorber gestoppt wird, kann durch $P_{IB} - P_{IB,Abs}$ abgeschätzt werden. In Abb. 5.22 ist $P_{IB} - P_{IB,Abs}$ dargestellt. Für kleine Elektronenenergien ist kein Energieverlust im Absorber zu erwarten. Mit zunehmender Energie der Elektronen steigt die Wahrscheinlichkeit für ein durch Bremsstrahlung nicht absorbiertes Photon, bis auf einen Wert von $\approx 0,2\%$ an. Die kleine maximale Wahrscheinlichkeit pro keV ein Photon nicht zu stoppen ist vor allem auf das Absorptionsvermögen des Absorbers im Bereich kleiner Photonenergien zurückzuführen. Würden in diesem Bereich nur etwa 10 % der Photonen gestoppt, z.B. weil der Absorber für die Absorption von Elektronen ausgelegt wurde, erhöht sich die Wahrscheinlichkeit für nicht gestoppte Photonen auf etwa $2 \times 10^{-5} \text{ 1/keV}$.

Diese Abschätzung legt es nahe, dass der Prozess der internen Bremsstrahlung für das gemessene ^{36}Cl β -Spektrum durch die kleine Wahrscheinlichkeit für nicht absorbierte Photonen vernachlässigbar ist, vorallem deshalb weil im Bereich hoher Energien auch die Übergangswahrscheinlichkeit des ^{36}Cl β -Zerfalls ebenfalls klein wird.

5.6 Gemessenes Spektrum mit hoher Teilchenstatistik

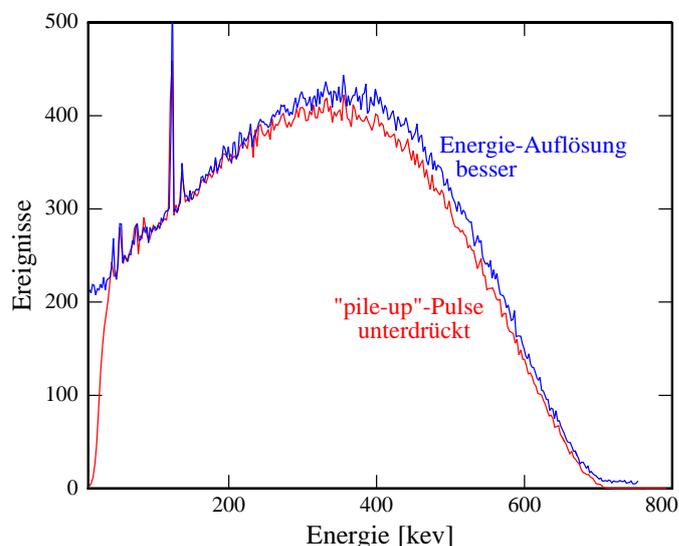


Abb. 5.23
Vergleich zweier Auswertemethoden für das gemessene Spektrums.

In Abb. 5.23 ist das Ergebnis einer Messung des ^{36}Cl -Detektors dargestellt. Es wurden 750.000 Zerfälle in 12 Stunden Messzeit aufgenommen. Dies entspricht einer mittleren Rate von 17 Pulsen pro Sekunde. Die Daten wurden ohne die Verwendung eines Triggers aufgenommen, d.h. es wurden Analog-Digital Wandler mit 16 Bit Auflösung bei einer Abtastrate-Rate von 3,1 MS/s²⁰ kontinuierlich das Messsignal aufgezeichnet. Das gesamte entstandene Datenvolumen beträgt dabei 250 GByte²¹. Die Analyse der gemessenen Daten wird bei dieser Aufnahmetechnik nicht während der Messung durchgeführt, sondern erst nach deren Abschluss. Die Analyse der in Abb. 5.23 gezeigten Spektren wurde durch die Datenanalyse-Gruppe des LNHB/Saclay²² durchgeführt.

Die unmodifizierte Speicherung des Messsignals ermöglicht es, die Daten auf verschiedene Weise auszuwerten. Für das ^{36}Cl -Spektrum wurde eine Auswerte-Methode verwendet, die auf die genaue Identifizierung und Zuordnung der einzelnen Pulse Wert legt, und eine zweite bei der die Energie-Auflösung des Spektrums im Vordergrund steht.

Die Ergebnisse beider Methoden sind in Abb.5.23 gegenübergestellt. Da die dargestellten Histogramme unterschiedliche Kanal-Breiten benutzten, die obere Auftragung hat eine Kanal-Breite von 269 eV, die untere 637 eV, wurden die Spektren durch Multiplikation mit einem konstanten Faktor bei 240 keV aufeinander skaliert. Zusätzlich dazu wurde, um den Verlauf des Spektrums klarer darzustellen, über vier benachbarte Kanäle gemittelt.

²⁰MS/s: Mega-Samples/Sekunde

²¹GByte: $1,074 \cdot 10^9$ Byte

²²Laboratoire National Henri Becquerel französische Standardisierungsbehörde für Radioaktivität und Dosimetrie

Durch die Bestimmung der Halbwertsbreite der ungemittelten ^{57}Co Linie bei 122,060 keV konnte die Energie-Auflösung der oberen, blauen Auswerte-Methode auf etwa 700 eV, die untere, rote auf etwa 1,7 keV bestimmt werden.

In Abb. 5.24 ist das kombinierte Spektrum aus beiden Auswerte-Methoden dargestellt. Die Spektren wurden bei 240 keV zusammengefügt, um die Vorteile beider Methoden zu kombinieren. Im Energiebereich unterhalb von 200 keV sind dem β -Spektrum

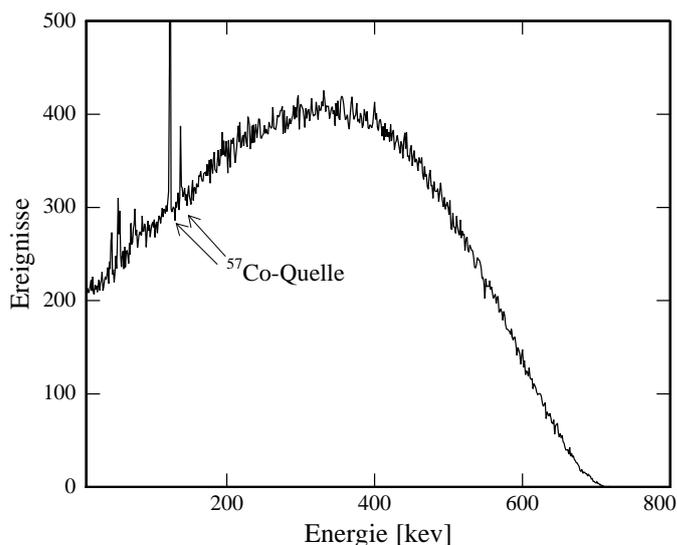


Abb. 5.24

Aus beiden Auswertemethoden aus Abb. 5.23 durch zusammenfügen bei 240 keV kombiniertes Spektrum.

weitere diskrete Linien, hervorgerufen durch die ^{57}Co -Quelle, überlagert. ^{57}Co wandelt sich durch Elektronen-Einfang (EC) in ^{57}Fe um. Der dabei entstandene angeregte Zustand des ^{57}Fe geht durch Emission der γ -Quanten der Energien 136,473 keV, 122,060 keV und 14,413 keV in den Grundzustand über.

Zusätzlich zu diesen diskreten Linien sind weitere im Spektrum enthalten, in Tabelle 5.25 sind wichtigsten aufgelistet.

Element	Au	Au	Au	Au	Pb	Pb	^{57}Co	^{57}Co
Übergang	$K\beta_2$	$K\alpha_1$	$K\beta_3$	$K\alpha_2$	$K\alpha_1$	$K\beta_3$	(*)	(*)
Typ	Escape	Escape	Escape	Escape	Flrz.	Flrz.	EC	EC
^{57}Co Energie	122,06	122,06	136,47	136,47				
Energie [keV]	41,86	53,26	58,90	69,49	74,97	84,45	122,06	136,47

Tab. 5.25

Identifizierte diskrete Energie-Linien des gemessenen Spektrums. Nach [Des03] und [Che04]. Die Fluoreszenz-Linien (Flrz.) werden durch die ^{57}Co -Quelle und dem Blei-Absorber hervorgerufen. Die mit (*) bezeichneten ^{57}Co -Linien stammen aus einer externen, zur Kalibrierung des β -Spektrums eingesetzten, γ -Quelle.

Die als Gold-Escape²³ bezeichneten Linien entstehen durch die ^{57}Co -Quelle. Nach

²³Escape, engl. Entkommen

einem Streuprozess eines ^{57}Co γ -Quants mit einem Elektron aus der z.B. K-Schale (Photoeffekt) besitzt das Elektron die Energie $E_e = E_{\text{Co}} - E_K$, die es aber nach wenigen μm durch Stöße²⁴ wieder an das umgebende Material abgibt. Wird das durch den Photoeffekt erzeugte γ -Quant *nicht* in dem umgebenden Material gestoppt²⁵ wird nur die Energie des Elektrons deponiert und erscheint dadurch als separate Linie.

Die Escape-Linien ergeben sich demnach aus den diskreten Energieniveaus der Au -Atome und der beiden Energien der ^{57}Co -Quelle.

Für die Fluoreszenz-Linien des Blei ist auch die ^{57}Co -Quelle verantwortlich. Die diskreten Linien entstehen durch Streuung der externen ^{57}Co Quelle an Elektronen aus den atomaren K-Schalen des Blei-Kollimatormaterial. Werden die Elektronen aus dem Atom herausgeschlagen sorgt das folgende Auffüllen der K-Schale durch Elektronen höherer Schalen für charakteristische Fluoreszenzstrahlung²⁶.

Alle angegebenen Energiewerte wurden [Des03] bzw. [Che04] entnommen.

5.7 Gemessenes Spektrum mit niedriger Teilchenstatistik

Neben dem gemessenen Spektrum des letzten Abschnittes wurden zur Analyse des der vorkommenden Ereignisse weitere kürzere Spektren aufgenommen, aus denen auch die untersuchten Pulse des Abschnittes 5.2 stammen. Diese Datenaufnahmen wurden nicht kontinuierlich durchgeführt, sondern es wurde ein Schwellwert (Trigger) gesetzt und einzelne Pulse aufgenommen. Nach Abschnitt 5.3 ist die natürliche Thermalisierungszeit τ_1 bei der Arbeitstemperatur $T=29\text{ mK}$ $\tau_1=108\text{ ms}$. Dadurch kommt es, bei einer Aktivität von 17 Zerfällen/s, zu Pulsaufnahmen, bei denen mehr als ein Puls in einem Zeitfenster gespeichert wird. Bei der Aufnahme wurde deshalb durch die Verwendung eines Hochpassfilters die Pulslänge künstlich verkürzt. Dies erleichtert die Identifizierung der Amplitude der Pulse, verhindert aber aufeinander sitzende Pulse nicht. Zur Bestimmung der Pulshöhe wird folgendes einfaches Verfahren benutzt. Zuerst muss ein oder mehrere Referenz Puls(e) aus dem aufgenommenen Datensatz bestimmt werden. Werden mehrere Pulse ausgewählt, werden diese zum Referenz-Puls gemittelt. Im zweiten Schritt wird jeder aufgenommene Puls mit dem Referenz-Puls verglichen. Die Amplitude des Pulses erhält man aus dem Faktor, der benötigt wird um Puls und Referenz-Puls durch die Minimierung ihrer Abweichungsquadrat (χ^2) deckungsgleich zu überlagern. Der Referenz-Puls hat somit die Amplitude 1, alle anderen Pulse Amplitudenwerte relativ dazu.

Dieses Verfahren zur Bestimmung der Amplitude funktioniert gut, wenn die Pulse in ihrer Form sehr ähnlich sind, d.h. nach dem richtigen Skalieren die χ^2 -Werte klein sind.

²⁴Siehe Abschnitt 5.11

²⁵Für die Absorptionswahrscheinlichkeit in Gold siehe Abb.5.21. Allerdings wird dort die Quantenausbeute der Absorbergeometrie von *innen* nach *außen* bestimmt. Für obigen Prozess ist dies nicht notwendigerweise der Fall, und kann wesentlich kleiner sein.

²⁶Es können auch Pb -Energieniveaus höherer Ordnung an dem Prozess beteiligt sein, die entstehenden Fluoreszenz-Linien besitzen allerdings nur Energien im Bereich von 1 keV.

In Abb. 5.26 sind zwei Pulse dargestellt, die typische Abweichungen von der idealen

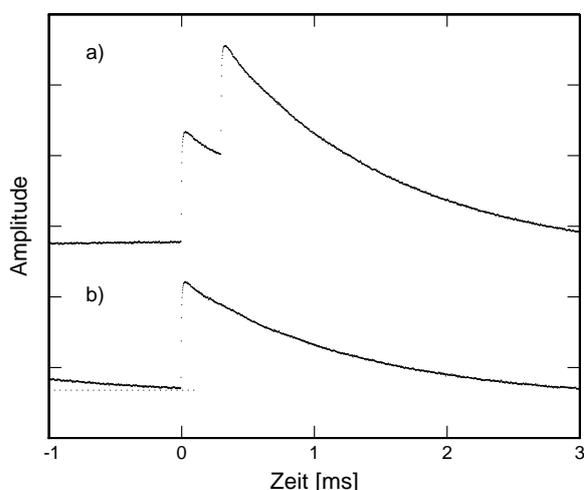


Abb. 5.26

Pulse mit Abweichungen vom Musterpuls. a) Zwei Zerfälle erfolgen zeitlich zu dicht aufeinander. Beide Pulse werden verworfen. b) Puls hat eine schwach abfallende Basislinie. Pulstyp wird im Spektrum berücksichtigt.

Pulsform aufweisen. Der überwiegend häufigste Grund für sehr große Abweichungen vom Referenz-Puls ist der in Abb. 5.26 a) dargestellte Fall. Zwei Zerfälle ereignen in zeitlich zu kurzer Abfolge und werden als ein Puls identifiziert. Dieser Typ wird im allgemeinen pileup-Puls²⁷ bezeichnet und ist über Energie-Bereich verteilt. Da zwei oder mehrere Zerfälle bei diesen Pulsen beteiligt sind liefert die oben beschriebene Amplitudenabschätzung systematisch zu große Werte. Im Experiment wurden etwa 8 % dieser Mehrfachpulse identifiziert und aus dem in Abb.5.27 gezeigten roten Spektrum entfernt.

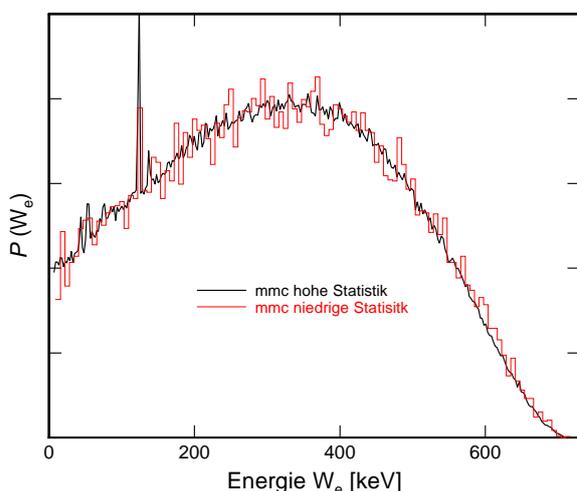


Abb. 5.27

Vergleich zweier ^{36}Cl -Spektren mit unterschiedlicher Statistik. Das schwarze Spektrum umfasst etwa 750000 Pulse und wurde ohne Trigger aufgenommen. Das zweite, rote Spektrum wurden die Pulse jeweils in einem kurzen Zeitfenster aufgenommen. Dieses Spektrum enthält etwa 26000 Pulse.

Der in Abb. 5.26 b) gezeigte Pulstyp weist nur eine kleine Abweichung vom Referenzpuls auf, die hauptsächlich durch die lange Relaxationszeit des vorherigen Pulses stammt. Die Amplitudenabschätzung führt bei diesen Pulsen zu einem relativ kleinen Fehler, zumal in der Messung vergleichsweise kurze Aufnahmezeitfenster benutzt

²⁷pileup engl. aufhäufen

wurden.

In Abb. 5.27 sind die beiden aufgenommenen Spektren gegenübergestellt. Das Spektrum mit der niedrigen Statistik ist dabei rot hervorgehoben. Beide Spektren geben gleichen grundlegenden Verlauf wieder. Aufgrund der kleinen Anzahl der Pulse ist bei dem getriggerten Spektrum die statistische Schwankung wesentlich höher. Im Energiebereich über 400 keV übersteigt die Häufigkeitsverteilung des zweiten, getriggerten Spektrums systematisch die des ersten. Dies kann auf den Pulstyp b) in Abb. 5.26 zurückgeführt werden. Der kleine pile-up in der Basistemperatur dieser Pulse kann mit einem verbesserten Algorithmus zu Datenauswertung, wie z.B. der bei der Auswertung des ersten Spektrums verwendete, für die Bestimmung der Amplitude berücksichtigt werden.

Obwohl beide Spektren mit unterschiedlichen Methoden aufgezeichnet wurden, geben sie, vor allem bei niedrigen Elektronen Energien, in guter Näherung den gleichen Verlauf des ^{36}Cl -Spektrums wieder.

5.8 Vergleich der Pulshöhe mit theoretischen Daten

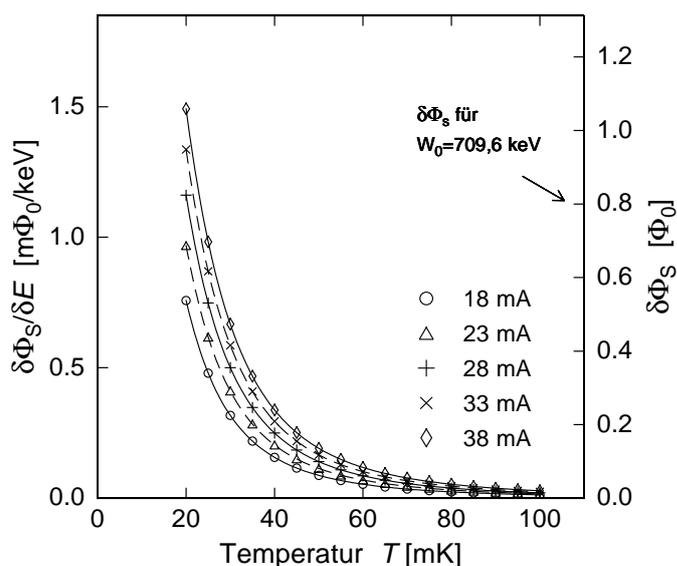
In diesem Abschnitt sollen die gemessenen Pulshöhen mit dem erwarteten theoretischen Werten verglichen werden. Für ein β -Spektrum ist dies durch den kontinuierlichen Charakter der Energieverteilung nur durch die Analyse eines *vollständigen* Spektrums möglich. Das im vorigen Abschnitt untersuchte Spektrum erfüllt diese Anforderung, d.h. es kann z.B. anhand des Endpunktes die Pulshöhe mit der Energie verglichen werden.

Die in Abschnitt 5.3 benutzten Pulse verschiedener Temperaturen stammen aus Spektren die dieses Kriterium nicht erfüllen, d.h. die Statistik ist in diesen Spektren sehr gering. In Abschnitt 3.8.6 wurde abgeleitet, dass die Signalhöhe $\delta\Phi/\delta E$ in einer mäanderförmigen Spule über den Ausdruck

$$\frac{\delta\Phi}{\delta E} = \frac{V_{\text{sens}}}{C_{\text{abs}} + V_{\text{sens}}\langle c \rangle} \left\langle \mu_0 \frac{G}{\rho} \frac{\partial M}{\partial T} \right\rangle \quad (5.35)$$

berechnet werden kann. In Abb. ist die theoretische Signalhöhe in Abhängigkeit von der Temperatur T für einen Strom $I_0 = 18 \text{ mA}$ aufgetragen. Für die Berechnung der spezifischen Wärme c_{sens} wurde ein Strom von $I_0 = 18 \text{ mA}$ verwendet. Für eine Endpunktenergie von ungefähr 710 keV erhält man aus der Rechnung bei 30 mK eine Flussänderung von $225 \text{ m}\Phi_0$ im SQUID. Im experimentellen Spektrum besaßen Pulse nahe dem Endpunkt eine Amplitude von $155 \text{ m}\Phi_0$.

In [Sch00] und [Ens00a] wurde gezeigt, dass die Relaxation des Kalorimetersignals durch zwei Zeitkonstanten (τ'_1 und τ'_2) beschrieben werden muss. Dabei beschreibt τ'_2 den Wärmefluss vom Detektor zum Wärmebad des Experimentierhalters und τ'_1 den zeitlichen Verlauf eines Wärmeanteils in die Kerne der Gold-Matrix, die aufgrund ihres Quadrupolmoments im elektrischen Feldgradienten der um die Er^{3+} -Ionen und eine Aufspaltung ihrer Energieniveaus erfahren. Zu tiefen Temperaturen hin beobachtet

**Abb. 5.28**

Signalhöhe des Detektors für ein Mäanderstrom $I_0 = 18\text{mA}$. Der Strom wurde aus der Magnetisierungsmessung Abb. 5.8 entnommen.

man eine ansteigende Wärmekapazität [Her00]. Dies führt zu einer zusätzlichen 'Spitze' im Anstieg des Pulses, welche auch in anderen Experimenten mit magnetischen Kalorimetern beobachtet wurde.

Die zusätzliche Zeitkonstante τ_1' konnte im ^{36}Cl -Experiment nicht beobachtet werden. Durch die in [Sch00] angegebene Magnetfeldabhängigkeit der Zeitkonstante τ_1' lässt für das hier diskutierte Experiment verwendete Magnetfeld eine Zeitkonstante von etwa $\tau_1' \approx 70\mu\text{s}$ abschätzen.

Da anzunehmen ist, dass diese zusätzliche Wärmekapazität auch in dem ^{36}Cl -Detektor-Aufbau existiert, muss folgende Situation berücksichtigt werden. Nach einem Energieeintrag im Absorber erhalten sowohl das Spin-System als auch die Gold-Kerne auf etwa der gleichen Zeitskala ihre Anteile aus der insgesamt deponierten Energie. Der Wärmeeintrag in das Spin-System führt zu einer Magnetisierungsänderung bzw. zu einem Signalanstieg. Dieser ist jedoch um den Wärmeanteil den das System der Gold-Kerne aufnimmt reduziert. Für kleine Felder kann durch die in [Sch00] angegebenen Daten eine Reduktion der Signalthöhe um etwa $\approx 20\%$ abgeschätzt werden und die erwartete Signalthöhe verringert sich daher auf etwa $180\text{m}\Phi_0$.

Der Sensor wurde aus einer Folie ($d = 3,3\mu\text{m}$) ausgeschnitten, und auf dem Mäander positioniert. Beim Aufpressen besteht die Möglichkeit, dass der Sensor relativ zum mäanderförmigen Struktur verschoben wurde. Ein solcher Versatz macht sich sowohl durch die effektiv reduzierte Anzahl der magnetischen Momente als auch, und dies ist viel wichtiger durch eine erhöhte parasitäre Wärmekapazität bemerkbar. Spins, die sich außerhalb inhomogenen Magnetfeldes befinden, tragen nicht zum Signal bei, durch die Wechselwirkungen untereinander (Dipol-Dipol und RKKY) besitzen sie aber eine endliche und nennenswerte Wärmekapazität. Eine Verschiebung von wenigen $10\mu\text{m}$ der Au:Er-Sensorfolie ausserhalb des Mäanders erhöht die parasitäre Wärmekapazität nicht unerheblich, da jedoch die Gesamtwärmekapazität mit Absorber betrachtet werden muss, reduziert sich die erwartete Signalgröße im Prozent-Bereich.

5.9 Rauschen des Detektorssignals

Das Flussrauschen des Detektors konnte bei Arbeitstemperaturen unterhalb von 100 mK aufgrund der vergleichsweise hohen Zerfallsrate der Quelle nur bei Frequenzen oberhalb von 1 kHz verlässlich gemessen werden. Aus diesem Grund soll das Rauschen im Folgenden anhand eines gemessenen Rauschspektrums diskutiert werden, das bei verhältnismäßig hohen Temperaturen von $T = 500$ mK aufgezeichnet wurde. In diesem Temperaturbereich sind die Detektorsignale noch sehr klein und stören eine Rauschmessung nahezu nicht. Das scheinbare Rauschen des magnetischen Flusses im Detektor-SQUID setzt sich aus einer Reihe von Beiträgen zusammen:

$$S_{\Phi} = S_{\Phi,DS} + \frac{M_1^2 4k_B [T_{FAA} R_{g,FAA} + T_{He} R_{g,He}] + S_{\Phi,VS}}{(R_g + R_{dyn})^2 G_{\Phi}^2} + \frac{S_{V,Elect.}}{V_{\Phi,VS}^2} + K \cdot S_{\Phi,MJ} \quad (5.36)$$

Die Rauschbeiträge der SQUIDs unterteilen sich in das intrinsische Flussrauschen des Detektor-SQUIDs mit $\sqrt{S_{\Phi,DS}} = 0,35 \mu\Phi_0 / \sqrt{\text{Hz}}$ bei $T=500$ mK, und das des Verstärker-SQUIDs $\sqrt{S_{\Phi,VS}} \approx 2 \mu\Phi_0 / \sqrt{\text{Hz}}$ bei $T=4,2$ K.

Im induktiven Kopplungsstromkreis zwischen Detektor-SQUID und Verstärker-SQUID befindet sich ein Kopplungswiderstand $R_g = 48 \Omega$ der im Experiment aufgeteilt wurde, $R_{g,He} = 24 \Omega$ befinden sich auf He-Bad Temperatur $T = 4,2$ K, $R_{g,FAA} = 24 \Omega$ auf der mit FAA-Temperaturstufe verbundenen Experimentierplattform. Dies ist in (5.36) berücksichtigt, separat betrachtet trägt der Widerstand durch sein elektrisches Nyquist-Rauschen damit zum Gesamtrauschen mit $1,6 \mu\Phi_0 / \sqrt{\text{Hz}}$ bei.

Durch den Verstärkungsfaktor $G_{\Phi} = 2,5$ reduziert sich der Rauschbeitrag des Kopplungswiderstandes und des Verstärker-SQUIDs auf etwa $1 \mu\Phi_0 / \sqrt{\text{Hz}}$.

Der Einfluss des Eingangsspannungsrauschens des Verstärkers der Elektronik kann aus der Steigung der Gesamt-Kennlinie des zweistufigen SQUID-Aufbaus ermittelt werden. Aus Abb. 5.29 kann für die Steigung am Arbeitspunkt ein Wert von $478 \mu\text{V} / \Phi_0$ ab-

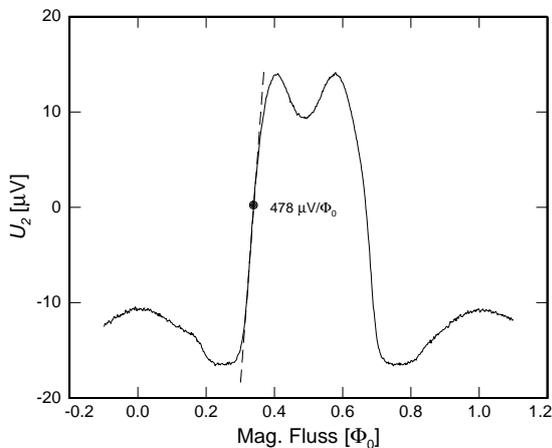


Abb. 5.29

Gesamtkennlinie des zweistufigen SQUID-Aufbaus für das ^{36}Cl -Experiment bestehend aus einem VC1A Detektor-SQUID und einem CCBlue-SQUID als Verstärker. Der Kopplungswiderstand R_g zwischen den SQUID beträgt 48Ω . Die Steigung der Kennlinie am Arbeitspunkt kann zu $478 \mu\text{V} / \Phi_0$ bestimmt werden.

gelesen werden. Mit dem Spannungsrauschen des Verstärkers der Elektronik $0,33 \text{ nV} / \sqrt{\text{Hz}}$

ergibt sich ein Wert von $0,69 \mu\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$. Das magnetische Johnson-Rauschen des Sensors $\sqrt{S_{\Phi, \text{MJ}}}$ kann, wie in Abschnitt 3.5.1 beschrieben, und unter zusätzlicher Berücksichtigung der induktiven Kopplung der mäanderförmigen Spule und des Detektor-SQUIDs $K = \delta\Phi_s/\delta\Phi_m = 0,011$ zu einem Beitrag von $0,38 \mu\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$ berechnet werden. Für das frequenzunabhängige scheinbare Gesamtrauschen des Detektor-SQUID ergibt sich damit ein Wert $\sqrt{S_{\Phi}} = 1,37 \mu\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$.

In Abb. 5.30 ist ein aufgenommenes Rauschspektrum dargestellt. Der Detektor-Chip

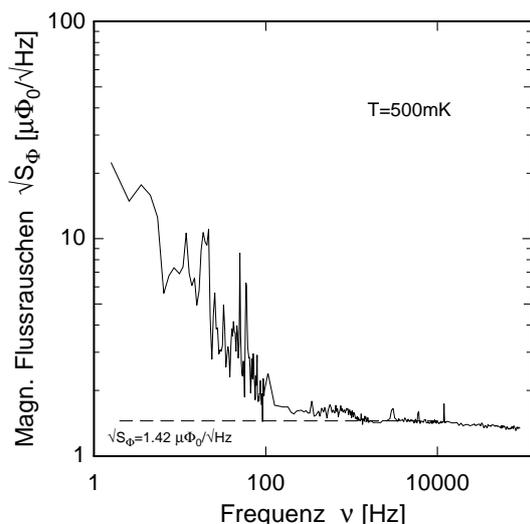


Abb. 5.30

Spektrale Dichte des magnetischen Flussrauschens des Detektor-SQUID bei 500 mK.

und das zugehörige SQUID befindet sich dabei bei einer Temperatur von $T = 500 \text{ mK}$, das Verstärker-SQUID bei $T = 4,2 \text{ K}$. Das frequenzunabhängige weiße Rauschen bei etwa 5 kHz beträgt $1,42 \mu\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$, in guter Übereinstimmung mit dem oben abgeleiteten Wert. Da jedoch der Detektor im Experiment bei Temperaturen unterhalb von $T = 50 \text{ mK}$ und das Verstärker-SQUID bei etwa $T = 2 \text{ K}$ betrieben wurde, kann hierfür ein verringertes weißes Rauschenniveau von $1,3 \mu\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$ berechnet werden.

Das Rauschspektrum zeigt für Frequenzen kleiner als $\nu = 150 \text{ Hz}$ einen Anstieg, der zu niedrigen Frequenzen hin mit $\sqrt{S_{\Phi}} \propto 1/\sqrt{\nu}$ zunimmt. Bei $\nu = 1 \text{ Hz}$ wird dabei ein Wert von etwa $15 \mu\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$ erreicht.

In der Vergangenheit wurden bei zylinderförmigen magnetischen Kalorimetern mit dem Sensormaterial Au:Er ein bisher ungeklärter Anstieg des magnetischen Flussrauschens mit etwa $\sqrt{S_{\Phi}} \propto 1/\sqrt{\nu}$ beobachtet, z.B. in [Dan05]. Dieser niederfrequente Rauschbeitrag kann bei $\nu = 1 \text{ Hz}$ mehrere $10 \mu\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$ betragen, und wurde als weitestgehend unabhängig von der Temperatur beobachtet. Als mögliche Ursachen werden intrinsische Spin-Fluktuationen des Sensormaterials angeführt, da experimentelle Daten zu verschiedenen Volumina und Konzentrationen des Sensors dies nahelegen. Ein Rauschbeitrag, hervorgerufen durch dieses intrinsische magnetische Rauschen des Sensors, kann in die mäanderförmige Spule einkoppeln, und erzeugt durch die induktive Kopplung der Spule in das Detektor-SQUID ein Flussrauschen mit niederfrequentem Anstieg. Das Flussrauschen des Sensors ist dabei durch die induktive Kopplung

der mäanderförmigen Spule mit dem Detektor-SQUID um den Kopplungsfaktor K reduziert.

Ein weiterer Beitrag zum niederfrequenten Flussrauschen im Detektor-SQUID kann dem SQUID selbst zugeordnet werden. Dieses Verhalten eines SQUIDs ist in der Literatur wohlbekannt und wird Fluktuationen des kritischen Stromes in den Josephson-Kontakten und dem ständigen Ortswechsel von Flussschläuchen in der Niob-Struktur des SQUIDs zugeordnet.

Da die mäanderförmige Spulengeometrie ebenfalls aus Niob besteht, ist ein Rauschbeitrag durch zeitlich nicht lokalisierte Flussschläuche ebenfalls denkbar. Durch gezielte Zugabe von Verunreinigungen, wie z.B. Zinn oder Titan zum Niob-Ausgangsmaterial wäre es möglich diesen Beitrag zu reduzieren. Bewegliche Flussschläuche können an diesen Verunreinigungen 'angeheftet' und die durch die Fluktuation der Flussschläuche hervorgerufene Flussschwankungen vermindert werden.

5.10 Energieauflösung des Spektrums mit hoher Statistik

Anhand der Halbwertsbreite²⁸ der ^{57}Co -122 keV-Linie kann die instrumentelle Energieauflösung ΔE_{FWHM} des Detektors bestimmt werden. Für eine zuverlässige Ermittlung der Halbwertsbreite müssen ausreichend viele Ereignisse in der Linie enthalten sein. Aus diesem Grund wird im Folgenden das Spektrum mit der hohen Gesamtstatistik von etwa 750.000 Ereignissen benutzt. Das Spektrum wurde dabei mit zwei verschiedenen Analysevarianten untersucht.

Im Rahmen der Auswertung des Spektrums lag bei der ersten Methode das Gewicht auf der erzielbaren Energieauflösung des Detektors. Mit diesem Verfahren wurde eine Halbwertsbreite der ^{57}Co -Linie von etwa $\Delta E_{\text{FWHM}} = 750$ eV bestimmt. Bei der zweiten Analysevariante wird auf das genaue identifizieren der Pulse Wert gelegt, die Energieauflösung des Spektrums spielt dabei eine untergeordnete Rolle. Für diese Methode lässt sich eine Halbwertsbreite von $\Delta E_{\text{FWHM}} = 1,7$ keV bestimmen.

Geht man vom thermodynamischen Limit (siehe Abschnitt 3.6.2)

$$\Delta E_{\text{rms}} = \sqrt{4k_{\text{B}}T^2C_{\text{abs}}} \left(\frac{1}{\beta(1-\beta)} \frac{\tau_0}{\tau_1} \right)^{1/4} \quad (5.37)$$

aus, erhält man bei der Arbeitstemperatur des aufgenommenen Spektrums $T \simeq 30$ mK, den Zeitkonstanten im Anstieg $\tau_0 \simeq 5$ μs und Thermalisierung $\tau_1 \simeq 108$ ms, der Absorberwärmekapazität $C_{\text{abs}} = 0,6$ nJ/K und der relativen Wärmekapazität des Sensors $\beta = C_{\text{sens}}/(C_{\text{sens}} + C_{\text{abs}}) = 0,2$ die Schwankungsbreite $\Delta E = 10,3$ eV. Dies stellt die maximal mit diesem Detektor erzielbare Energieauflösung dar.

²⁸Im Folgenden wird die englische Abkürzung *FWHM*, (Full Width Half Maximum) für Halbwertsbreite benutzt.

Beitrag Einheit	T mK	τ_0 μs	τ_1 ms	C_{abs} nJ/K	C_{sens} pJ/K	$\sqrt{S_{\Phi}}$ $\mu\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$	$\sqrt{S_{\Phi,1/f}} _{1\text{Hz}}$ $\mu\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$	$\delta\Phi/\delta E$ m Φ_0/keV	ΔE_{FWHM} eV
	30	5	110	0,6	200	0	0	0,22	10,3
	30	5	110	0,6	200	1	0	0,22	56,8
	30	5	110	0,6	200	1	10	0,22	166
	30	5	110	0,6	200	1	15	0,22	227
	30	5	110	0,6	200	1,4	0	0,22	69,1
	30	5	110	0,6	200	1,4	10	0,22	180
	30	5	110	0,6	200	1,4	15	0,22	244
	50	5	50	1,2	130	1,4	15	0,07	768
	50	5	50	1,2	130	1,4	15	0,21	260
	30	5	110	0,6	200	1,4	0	0,7	36,4
	30	5	110	0,6	200	1,4	15	0,7	78,2
	30	5	1	0,6	200	1	10	0,7	149

Tab. 5.31

Energieauflösung des ^{36}Cl -Detektors unter verschiedenen Bedingungen. Die Pulshöhe $\delta\Phi/\delta E = 0,22 \text{ m}\Phi_0/\text{keV}$ entspricht dem experimentellen Wert am Endpunkt des Spektrums. Mit einer realistisch vergrößerten Pulshöhe von $0,5\Phi_0$ am Endpunkt des Spektrums ($\delta\Phi/\delta E = 0,7 \text{ m}\Phi_0/\text{keV}$), z.B. durch einen erhöhten Feldstrom von 50 mA , kann unter sonst gleichbleibenden Bedingungen ein relatives Auflösungsvermögen $E/\Delta E = 9100$ erzielt werden.

Aus einem Verfahren zur Analyse des Signal-zu-Rauschen-Verhältnisses, welches in [Fle03] näher beschrieben ist, lässt sich aus der Pulshöhe und -form, der Arbeitstemperatur und den verschiedenen Rauschbeiträgen die erwartete Energieauflösung ΔE_{FWHM} berechnen. An dieser Stelle wird auf eine Beschreibung der Rechnung verzichtet, und es werden nur die Ergebnisse, zusammengefasst in Tabelle 5.31, für den ^{36}Cl -Detektor diskutiert.

Vernachlässigt man sowohl das weisse Rauschen $\sqrt{S_{\Phi}}$ als auch den niederfrequenten Anstieg, in der Tabelle mit $\sqrt{S_{\Phi,1/f}}|_{1\text{Hz}}$ bezeichnet, so wird erwartungsgemäss die Energieauflösung des thermodynamischen Limits wiedergegeben. Nimmt man den weissen Rauschbeitrag $\sqrt{S_{\Phi}} = 1,4\mu\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$ aus dem hier diskutierten Experiments hinzu, so ergibt sich eine Energieauflösung von $69,1 \text{ eV}$, und durch weitere Hinzunahme des niederfrequenten Rauschens mit $\sqrt{S_{\Phi}}|_{1\text{Hz}} = 15\mu\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$ eine Energieauflösung von 244 eV . Aus der Tabelle geht hervor, dass für den Detektor bei $T=30 \text{ mK}$ das niederfrequente Rauschen einen großen Einfluss auf die Energieauflösung ausübt. Dies liegt vor allem daran, dass in diesem Frequenzbereich sich auch ein großer Teil der spektralen Leistungsdichte des Detektorsignals befinden.

Im hier diskutierten Experiment litt die Energieauflösung vor allem unter der verhältnismässig kleinen Signalgröße $\delta\Phi/\delta E$, die etwa um ein Faktor 3 unter dem vorgesehenen Wert von etwa $\delta\Phi/\delta E = 0,7 \text{ m}\Phi_0/\text{keV}$ lag. Mit einem Detektor der bis auf die Signalgröße die gleichen Eigenschaften besitzt wie der ^{36}Cl -Detektor, kann durch einen vergrößerten Feldstrom, von z.B. $I_0 = 50 \text{ mA}$, am Endpunkt des Spektrums eine

Flusssignalgröße von etwa $0,5\Phi_0$ erzeugt werden. Ein solcher Detektor hätte bei einer Temperatur von $T = 30 \text{ mK}$ eine Energieauflösung von $78,2 \text{ eV}$. Dies entspricht einem relativen Auflösungsvermögen $E/\Delta E > 9000$.

Wird auf eine große Zählrate Wert gelegt, z.B. für Spektren mit hoher Statistik, kann mit einer Thermalisierungszeit von $\tau_1 = 1 \text{ ms}$ in einem ähnlichen Detektor mit leicht verbesserten Rauschen eine Energieauflösung von unter 150 eV erzielt werden (letzte Zeile in Tab. 5.31). Die schnellere Thermalisierung kann über zusätzliche Gold-Bahnen auf dem Substrat erreicht werden, das relative Auflösungsvermögen wäre hier etwa $E/\Delta E = 4800$.

Erhöht man die Arbeitstemperatur wird dies von der Abnahme der Signalgröße (siehe Abb. 5.28) begleitet, da sowohl die Wärmekapazität des Absorbers zunimmt als auch die Magnetisierungsänderung pro Energieeintrag reduziert wird. Die Energieauflösung des Detektors verschlechtert sich bei sonst unverändertem Detektor auf über 700 eV (Zeile 8 in Tab. 5.31). Mit einem Feldstrom von 50 mA wäre bei sonst unveränderter Situation eine ähnliche Energieauflösung wie bei kleineren Flussänderungen und bei $T = 30 \text{ mK}$ möglich. Bei $T = 50 \text{ mK}$ verkürzt sich die Thermalisierungszeit τ_1 auf etwa 50 ms . Dies wirkt sich zwar, wie in Tab. 5.31 zu sehen ist negativ auf die prinzipiell erreichbare Energieauflösung aus, kann in einem realen Experiment mit hoher Zählrate aber auch von Vorteil sein, da dadurch die Wahrscheinlichkeit für pile-up-Pulse verringert. Im folgenden Abschnitt wird der Einfluss dieses Puls-Types auf die Energieauflösung näher betrachtet.

Ein Anteil zur Energieauflösung des gemessenen Spektrums wird durch die Schwankung der Detektor-Temperatur aufgrund von Energieeinträgen durch β -Zerfälle hervorgerufen. Folgen zwei Zerfälle in kurzer Zeit aufeinander, wie in Abb. 5.32 darge-

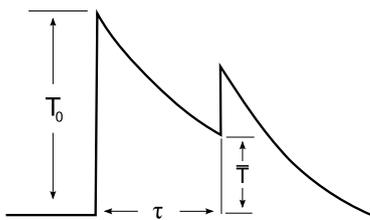


Abb. 5.32

Zwei β -Zerfälle in kurzer Folge. Der mittlere Abstand der Pulse τ ist durch die Zerfallskonstante der ^{36}Cl -Quelle gegeben.

stellt, so wird die Basistemperatur des Absorbers für den zweiten Puls durch den ersten Puls beeinflusst. Hierbei ist es notwendig die Nichtlinearität des Detektors γ zu berücksichtigen, die durch $\Delta(\delta\Phi/\delta E)/(\delta\Phi/\delta E) = \gamma \Delta T_0/T_0$ definiert ist. Aus Abb. 5.28 lässt sich bei $T = 27 \text{ mK}$ für γ ein Wert von $\gamma = -2,2$ ablesen.

Zwei voneinander unabhängige Schwankungsursachen können betrachtet werden. Zum einen variiert die Zeit zwischen zwei Zerfällen um den Mittelwert $\tau = 1/\lambda$ der Zerfallskonstanten λ . Zum anderen ist durch die breite Verteilung der absorbierten Zerfallsenergie im β -Spektrum die Temperaturänderung des ersten Pulses T_0 im Absorber ebenfalls nicht konstant.

Zuerst soll der Einfluss der zeitlichen Schwankung auf die Basistemperatur des zweiten Pulses betrachtet werden. Die Varianz ΔT^2 der Temperaturschwankung lässt sich

durch

$$\Delta T^2 = \frac{\int_0^\infty (T - \bar{T})^2 e^{-t/\tau} dt}{\int_0^\infty e^{-t/\tau} dt} = T_0^2 \frac{\tau^2 \tau_1}{(\tau + \tau_1)^2 (2\tau + \tau_1)} \quad (5.38)$$

berechnen, wobei $\bar{T} = T_0 \tau_1 / (\tau_1 + \tau)$ die mittlere Basistemperatur des zweiten Pulses für einen mittleren Energieeintrag des β -Spektrums ist.

Nimmt man näherungsweise für das gemessene β -Spektrum eine Normalverteilung an, so schwankt die Zerfallsenergie um das Häufigkeitsmaximum 350 keV mit etwa 180 keV.

Für einen mittleren Energieeintrag erwärmt sich der Absorber $T_0 = \delta E / C_{\text{abs}} = 93 \mu\text{K}$ wobei eine Absorber-Wärmekapazität von $C_{\text{abs}} = 600 \text{ pJ/K}$ angenommen wurde. Die Zerfallsrate der Quelle von 17 Pulsen pro Sekunde führt mit der Relaxationszeit von $\tau_1 \approx 110 \text{ ms}$ zu einer Verbreiterung der ^{57}Co -Linie $\Delta E_{\text{FWHM}} \approx 2,35 |\gamma| \Delta T / T E_{\text{Co}}$ im Bereich der gemessenen Energieauflösung des Detektors.

In dieser Näherung wurde jedoch vernachlässigt, dass auch der erste Puls im Experiment keine wohldefinierte Basistemperatur besitzt, sondern durch den Energieeintrag des vorherigen Zerfalles ebenfalls eine Schwankung besitzt. Zudem wurden im Spektrum mehrere Zerfälle pro Thermalisierungszeit τ_1 beobachtet.

Die Temperaturschwankung des Experimenthalters von etwa $T_{\text{rms}} \approx 5 \mu\text{K}$ spielt mit einem Breitrag von etwa $\Delta E_{\text{FWHM}} \approx 50 \text{ eV}$ eine untergeordnete Rolle. Zusammenfassend lassen sich folgende Punkte anführen:

- Die Energieauflösung des ^{36}Cl -Detektors ist durch die Schwankung der Absorbertemperatur bedingt durch die relativ hohe Aktivität von 17 Zerfällen/s und durch die lange Thermalisierungszeit τ_1 verbreitert.
- Mit der erreichten Energieauflösung von 750 eV besitzt der entwickelte Detektor im Vergleich zu konventionellen Detektoren eine bessere Energieauflösung, die durch eine optimierte Thermalisierung auf unter $\Delta E_{\text{FWHM}} < 100 \text{ eV}$ gesteigert werden kann.
- Die Stabilisierung der Bad-Temperatur $\Delta T_{\text{Bad}} / T_{\text{Bad}}$ hat im hier betrachteten Fall nur einen sekundären Einfluss auf die Energieauflösung des Detektors. Für ein ohne Hochpass-Filter aufgenommenes Spektrum, kann versucht werden, der Basistemperatur vor einem Energieeintrag mit der Pulshöhe zu korrelieren. Auf diesem Weg kann trotz langer Thermalisierungszeiten und hoher Raten eine Verbesserung der Energieauflösung erzielt werden.
- Eine Verbesserung der Energieauflösung kann durch die in Abschnitt 5.3 gezeigte schnellere Thermalisierung des Detektors bei höheren Temperaturen erreicht werden. Für höhere Temperaturen muss allerdings die Signalgröße bzw. das Rauschen des Detektors berücksichtigt werden. Eine kürzere Thermalisierungszeit kann

bei tiefen Temperaturen z.B. durch die Verringerung des thermischen Widerstandes der zusätzlichen thermalisierenden Gold-Schicht des Detektors erreicht werden.

5.11 Simulation des ^{36}Cl -Emissionsspektrums im Gold-Absorber

Einleitung

Das β -Spektrum von ^{36}Cl überstreicht einen Energiebereich von 0 bis etwa 710 keV. Um ein korrektes Spektrum im Experiment zu messen muss jedes der in den Absorber eingeschossenen Elektronen gestoppt werden, d.h. es muß seine gesamte Energie im Absorber deponieren. Würde man z.B. durch eine zu kleine Dimensionierung des Absorbers nicht alle Elektronen stoppen, so würden diese auch im Spektrum fehlen, und dies würde nicht die wahre Quell-Energie-Verteilung wiedergeben.

In dieser Arbeit soll der Ausdruck *Quantenausbeute* wie folgt verwendet werden. Die *Quantenausbeute*, oder *Quanteneffizienz* ist der prozentuale Anteil der Elektronen einer vorgegebenen Energie, die ihre gesamte Energie im Absorber deponieren.

Da die Bestimmung der Quantenausbeute für eine Absorber / Quellen Kombination experimentell schwer zugänglich ist, wurde versucht diese Eigenschaft des Detektors durch numerische Simulationen zu ermitteln. Da die Trajektorien der in den Absorber eingeschossenen Elektronen sehr unterschiedlich sein können, wurde das Verfahren der Monte-Carlo-Simulation verwendet. Hierbei handelt es sich um ein statistisches Verfahren, das eine hohe Anzahl von Zufallsexperimenten simuliert, um dadurch eine Aussage über die Wahrscheinlichkeit verschiedener Prozesse zu bekommen.

In dieser Arbeit wurde das Monte-Carlo-Software-Paket *PENELOPE*²⁹ [Sal03] verwendet, da es neben der Verfügbarkeit³⁰ eine große Anzahl experimenteller Daten und theoretischer Zusammenhänge zur Simulation berücksichtigt. Desweiteren lässt das Programm die Definition verschiedener Geometrien und Materialien zu, so dass diese Eigenschaften bei der Simulation des ^{36}Cl -Detektors berücksichtigt werden können.

Wechselwirkung schneller Elektronen mit Materie

In diesem Abschnitt sollen ein kurzer Überblick über die Wechselwirkungsmechanismen von schnellen Elektronen bis 1 MeV Energie in Gold ($Z=79$) gegeben werden, die in der hier durchgeführten Monte-Carlo-Simulation berücksichtigt werden. Im wesentlichen handelt es sich dabei um drei Prozesse: *elastische Stöße*, *inelastische Stöße* und *Bremsstrahlung*.

- *Elastische Stöße* können über einen breiten Energiebereich als Streuung eines Projektils mit dem elektrostatischen Feld der Zielatome beschrieben werden (Mott

²⁹Es wurde die aktuelle Version *PENELOPE2005 NEA-1525/10* benutzt

³⁰Zugriff über <http://www.nea.fr/abs/html/nea-1525.html>

und Massey, 1965). Die Ladungsverteilung der Atome besteht aus einer Kernladung und der Ladung der Elektronenwolke. Zur Berechnung des differentiellen Wirkungsquerschnittes (DWQ) für die Kollision muss die Dirac-Gleichung gelöst werden, da Elektronen im oberen Energiebereich als hoch relativistisch angesehen werden müssen. Elastische Stöße übertragen einen Impuls vom Elektron auf das in unserem Fall streuende Gold Atom, d.h. die Bahn des Elektrons wird durch den Streuprozess stark geändert. Da die Masse des Atoms jedoch sehr groß im Vergleich zur Elektronmasse ($m_e(1\text{MeV}) \approx 2m_e(0)$; $m_{\text{Au}} \approx 182\text{GeV}$) ist der Energieübertrag (im Bereich von wenigen meV) klein, und wird in der Simulation vernachlässigt.

- *Inelastische Stöße* sind der dominante Prozess für schnelle Elektronen bis 1 MeV um ihre Energie im Medium zu verlieren. Sie produzieren auf ihrem Weg dabei z.B. elektronische Anregungen und lokale Ionisierungen. Die Quantentheorie für diese Prozesse wurde erstmalig von Bethe (1930,1932) im Hinblick auf Stöße von geladenen Teilchen mit individuellen Atomen und Molekülen formuliert. Aus diesen Arbeiten stammt die bekannte *Bethe-Bloch*-Gleichung (für Elektron)

$$\frac{dE}{dx} = -\frac{Ze^4 N_A}{8\pi\epsilon_0^2 m_e v^2 M_A} \ln\left(\frac{m_e v^2 E_{\text{kin}}}{\bar{I}(1-\beta^2)}\right) + f(\beta) \quad (5.39)$$

Sie beschreibt den Energieverlust dE/dx (Bremsvermögen) eines Elektrons der Energie E_{kin} und Geschwindigkeit v pro Längeneinheit beim durchqueren eines Gebietes mit Atomen der Ordnungszahl Z , dem Molvolumen M_A und der mittleren Ionisationsenergie \bar{I} der Target-Atome. Zusätzlich muss noch eine relativistische Korrektur $f(\beta)$ mit $\beta = v/c$ berücksichtigt werden.

Fano (1963) erweiterte diese Theorie um die Beschreibung der inelastischen Stöße der Teilchen durch kondensierte Materie. Eine detaillierte Beschreibung dieser komplexen Theorie würde den Rahmen dieses Abschnittes sprengen, deshalb wird z.B. auf [Sal03] verwiesen.

Näherungsweise kann der Festkörper in einem 'halb-klassischen' Bild als dielektrisches Medium angesehen werden, welches durch das elektrische Feld des Elektrons polarisiert wird. Das durchfliegende Elektron sieht dadurch ein induziertes elektrisches Feld, das es abbremst.

Zur Klasse der elastischen Stöße zählen auch sogenannte harte inelastische Kollisionen sowie die Ionisierung der inneren Atomshalen durch eingeschossenen Elektronen. Auch diese Effekte werden der Simulation berücksichtigt.

- *Bremsstrahlung*. Durch das elektrostatische Feld der Atome in einem Absorber werden vorbeifliegende Elektronen beschleunigt und emittieren dadurch Bremsstrahlung. Jeder Bremsstrahlungsvorgang erzeugt ein Photon dessen Energie im Bereich bis zur kinetischen Energie des Elektrons sein kann. Dieser Vorgang wurde von Bethe und Heitler erstmalig 1934 formuliert. In der Simulation wird der

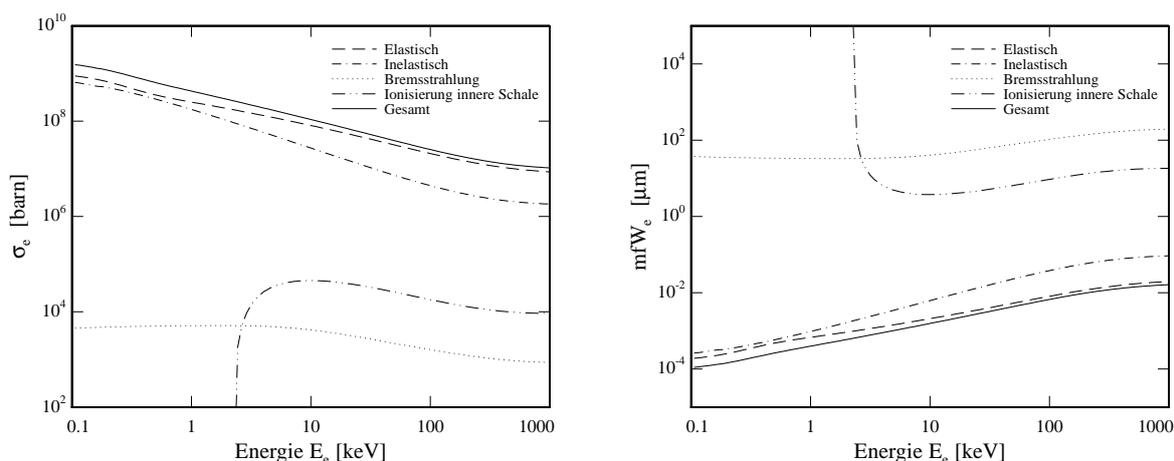


Abb. 5.33: Wirkungsquerschnitt und mittlere freie Weglänge für verschiedene Abschwächungsprozesse von Elektronen mit der Energie E_e in einem Gold Absorber. Inelastische Stoßprozesse, zu denen u.a. auch die Ionisierung der inneren Schalen gehört, sind dominant für den Energieverlust eines Elektrons bis 1000 keV.

differenzielle Energieverlust, die resultierende Richtung des Elektrons und die Richtung bzw. Energie des Photons berechnet.

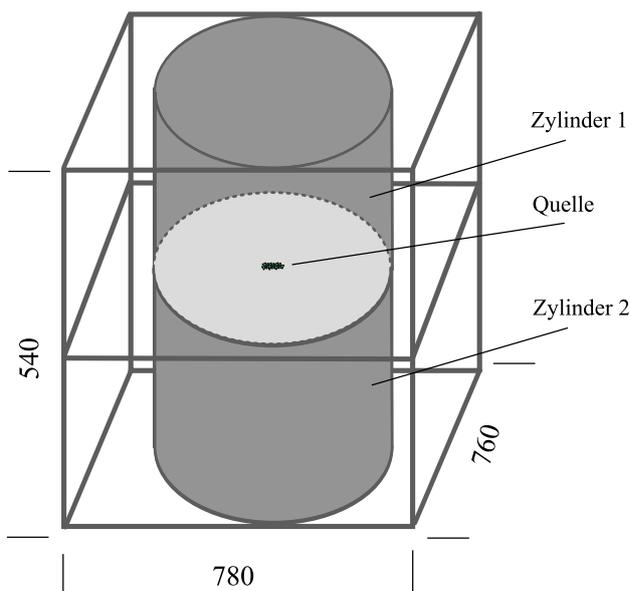
In Abbildung 5.33 ist der Wirkungsquerschnitt und die mittlere freie Weglänge eines Elektrons in Gold für kinetische Energien von 0,1 keV bis 1 MeV dargestellt. Energieverlust durch inelastische Prozesse in die Elektronen der äußeren Schalen bzw. Leitungselektronen ist dominant. Diese Prozesse sind etwa drei Größenordnungen häufiger als Bremsstrahlung oder die ebenfalls inelastische Ionisierung der inneren Schalen. Für letztere ist eine minimal Schalen-Ionisierungsenergie von etwa 2 keV nötig, da unterhalb dieser Energie nur besetzte Zustände zu Verfügung stehen sonst nur in einen besetzten Zustand angehoben werden würde.

Der aufgetragene Wirkungsquerschnitt wird üblicherweise durch $\sigma_{el} = \dot{N} / (F \cdot N_{el})$ definiert, wobei \dot{N} die Zahl der Reaktionen pro Zeiteinheit, F der Teilchenfluss und N_{el} die Anzahl der Streuzentren ist. Ein *barn* entspricht einer Fläche von 10^{-28} m^2 . Die mittlere freie Weglänge ergibt sich dann zu $1 / (\sigma_{el} \cdot \rho_N)$, mit ρ_N der Zahl der Atome pro Volumen.

Eingeschossene β -Teilchen werden bis zu einer kinetischen Energie von 1 MeV auf den ersten Mikrometern gestoppt. Deshalb ist zu erwarten dass, aufgrund der Geometrie des Absorbers ($780 \times 760 \times 540 \mu\text{m}$) alle Elektronen ihre Primärenergie abgeben können.

Geometrie

Die Simulation wurde mit dem Programm *pencil* aus dem Software-Paket *PENELOPE* durchgeführt. Das Programm erlaubt die Beschreibung des Absorbers und der Quelle

**Abb. 5.34**

Skizze der simulierten zylinderförmigen Absorber. Alle Dimensionsangaben sind in μm . Die Quelle befindet sich zentrisch zwischen den Absorber-Zylinder aus Gold und strahlt Elektronen im gesamten 4π -Raumwinkel ab.

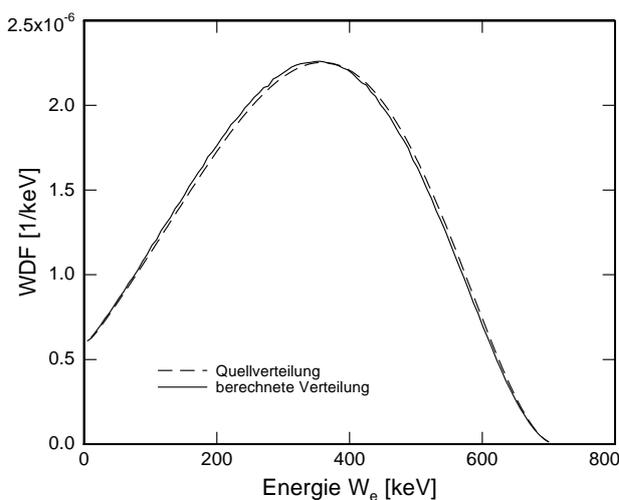
in Zylindernform, das heißt es muss die reale Geometrie durch einer Folge von Zylindern angenähert werden. In Abbildung 5.34 ist die in der Simulation verwendete Zylinderanordnung dargestellt. *Zylinder 1* und *Zylinder 2* sind unterhalb bzw. oberhalb der Quelle so platziert, dass sie vollständig umschlossen wird. Die Quelle wird punktförmig im Zentrum zwischen den Absorber-Zylindern angenommen. Dies entspricht in guter Näherung der experimentellen Quelle, siehe dazu Kapitel 4.7. Die Zylinder besitzen jeweils einen Radius von $380 \mu\text{m}$ und eine Höhe von $270 \mu\text{m}$.

Der Absorber im realen Experiment war annähernd quaderförmig mit den äußeren Abmessungen $540 \times 780 \times 760 \mu\text{m}$. In der Simulation wird, wie in der Abbildung deutlich zu erkennen ist, nicht das volle Absorbervolumen ausgenutzt. Auf diesen Punkt wird in der Zusammenfassung am Ende dieses Abschnittes noch einmal eingegangen. Die Berechnung der Simulation mit zwei unterschiedliche Geometrien lässt es zu Absorptionseffekte an den Ränder abzuschätzen.

Die Definition der Quelle lässt es zu einen Abstrahlwinkel anzugeben. In beiden Geometrien wurde eine Abstrahlung in den gesamten Raumwinkel von 4π angenommen, da dies auch im Experiment der Fall ist.

Ergebnisse

Abb. 5.35 zeigt das Ergebnis einer Simulation unter Verwendung der oben beschriebenen Absorberkombination. Aufgetragen ist die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion (WDF) über ein Energiebereich von 0 keV bis 709 keV . Es wurden 3×10^7 Schauer, in insgesamt 4 Durchläufen mit jeweils neuen Startbedingungen für den Zufallsgenerator, simuliert. Zur Berücksichtigung des kontinuierlichen Spektrums der β -Quelle ^{36}Cl wurde das in Abschnitt 5.5.3 berechnete theoretische Spektrum als Quellspektrum eingesetzt. Dies bedeutet, dass eingeschossene Elektronen, deren Pfad durch die Simulation verfolgt wird, haben eine Initialenergie die näherungsweise der Verteilung des

**Abb. 5.35**

Simulation des Spektrums mit realer Quellverteilung. Aufgetragen ist die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion (WDF) der absorbierten Energie der Teilchen über ihrer Energie. Die Geometrie wurde durch zwei Zylinder mit einem Radius $380\ \mu\text{m}$ und Höhe $270\ \mu\text{m}$ angenähert.

realen Spektrums entspricht. Da der statistische Fehler von der absoluten Anzahl der Ereignisse pro Kanal abhängig ist kann nicht für das ganze Spektrum ein einheitlicher statistischer Fehler angegeben werden, in Bereich zwischen 120-380 keV liegt er jedoch im Bereich von etwa 1 %.

Der Vergleich mit dem Quellspektrum in Abb. 5.35 zeigt eine gute qualitative Übereinstimmung mit dem simulierten Spektrum. Allerdings ist eine Verschiebung im Energiebereich um das Maximum relativ zu Quellspektrum deutlich und außerhalb der Fehlergrenzen sichtbar.

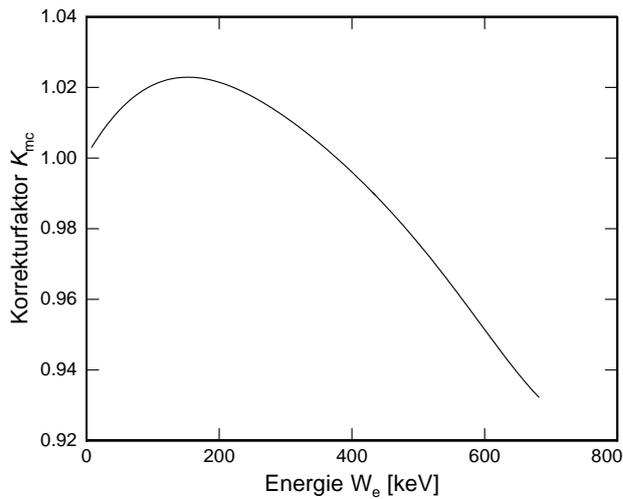
Der Grund für diesen Verlauf des berechneten Spektrums ist in Abb. 5.37 zu hervorhoben. Emittierte Elektronen aus der ^{36}Cl -Quelle erzeugen bis zu ihrer Absorption u.a. Photonen, die teilweise nicht im Absorber gestoppt werden. Die verbleibende und deponierte Energie des Schauers führt somit zu der Erhöhung im Häufigkeitsspektrum bei niedrigeren Primärenergien.

Aus dem Verhältnis des Quellspektrums und des berechneten Spektrums in Abb. 5.35 lässt sich, da die Abweichungen der Spektren von einander relativ klein sind, ein Korrekturfaktor K_{mc} für das experimentelle Spektrum ableiten. In Abb. 5.36 ist K_{mc} dargestellt. Bei Elektronenenergien unterhalb von 350 keV ist die Wahrscheinlichkeit ein Energieeintrag zu messen um bis zu 2 % erhöht. Für darüberliegende Elektronenenergien nimmt die Wahrscheinlichkeit für Energieeinträge dagegen bis auf 96 % ab. Dieser Korrekturfaktor wurde in den nachfolgenden Spektren berücksichtigt.

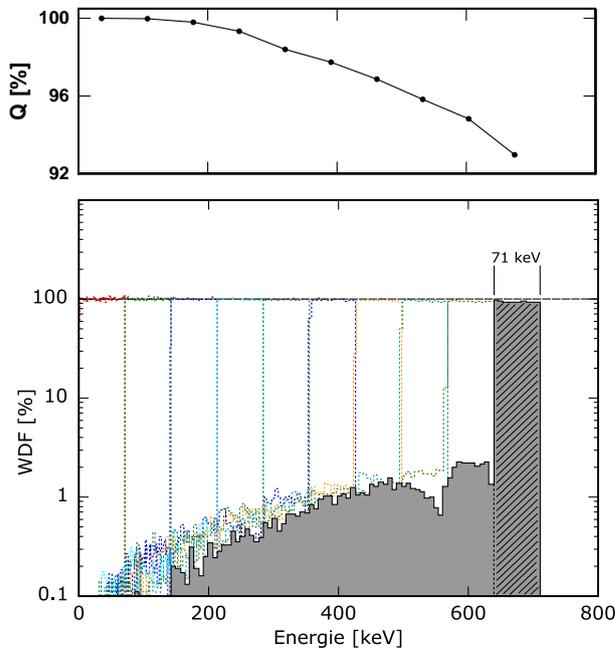
Beiträge zum simulierten Spektrum

Um die Frage aufzuklären, warum es eine Verschiebung des Maximums in mittleren Teil des berechneten Spektrums in Abb. 5.35 gibt wurden eine Reihe Simulationen berechnet.

Dafür wurde das Spektrum in 10 Energiebereiche unterteilt, für die jeweils ein konstantes Einzelspektrum mit einer Breite von 71 keV berechnet wurde. In Abb. 5.37 ist

**Abb. 5.36**

Korrekturfaktor des für das ^{36}Cl -Spektrum. Aus den der Verteilung der Wahrscheinlichkeiten in Abb. 5.35 für das Quell- und das berechnete Spektrum lässt sich für das gemessene Spektrum durch das Verhältnis der beiden Verteilungen der dargestellte Korrekturfaktor K_{mc} ableiten.

**Abb. 5.37**

Oben: Energieabhängigkeit der Quantenausbeute des Detektors. Im Energiebereich unterhalb des Endpunktes wird in etwa 93% der Fälle die vollständige Energie des primären Teilchens deponiert. **Unten:** Verteilung der Beiträge aus verschiedenen Quell-Energiebereichen. Hervorgehoben ist der Beitrag zu niedrigeren Energien von 639 keV bis 710 keV.

das Ergebnis der Rechnungen übereinandergelegt. Die Wahrscheinlichkeitsdichte der absorbierten Energie wurde, um kleine Wahrscheinlichkeiten hervorzuheben, logarithmisch aufgetragen. Grau hervorgehoben ist die Rechnung der letzten 71 keV des Quell-Spektrums. Kleine Beiträge aus hohen Energiebereichen werden bei niedrigen Energien der Wahrscheinlichkeitsdichte hinzugefügt. Dieser Effekt ist in Abb. 5.37 deutlich durch die graue Fläche unterhalb von 649 keV sichtbar.

Ein Elektron deponiert durch verschiedene Prozesse seine Energie im Absorber, und zwar mit sehr hoher Wahrscheinlichkeit in dem Energiebereich seiner primären Energie. Aus dieser Feststellung lässt sich eine Aussage über die Quantenausbeute des Detektors ableiten. Die Differenz der schraffierten Fläche in Abb. 5.37 (unten) zu 100% stellt die Wahrscheinlichkeit dar, bei der ein Teil der primären Elektronenenergie verlo-

ren geht. Damit besitzt der Absorber im letzten Energiebereich bis 710 keV eine Quantenausbeute von etwa 93 %. Die Quantenausbeute der jeweiligen Energiebereiche von 0 bis 710 keV ist in Abb. 5.37 (oben) aufgetragen. Für Elektronenenergie bis 350 keV besitzt der Detektor eine Quantenausbeute von 98 %, die sich bis zur Endpunktsenergie von ^{36}Cl auf etwa 93 % vermindert.

5.12 Vergleich experimenteller Spektren mit theoretischen Daten

Aufgrund der wesentlich höheren Statistik (ca. 760 000 Pulse) und dem auf Pileup-Pulse optimierten Auswerteverfahren der Datenanalysegruppe des LNHB wird hier, und im Folgenden nur das Spektrum mit der hohen Statistik (Abschnitt 5.6) mit den theoretischen Spektren bzw. den experimentellen Daten von Reich(1967) [Sad93] verglichen.

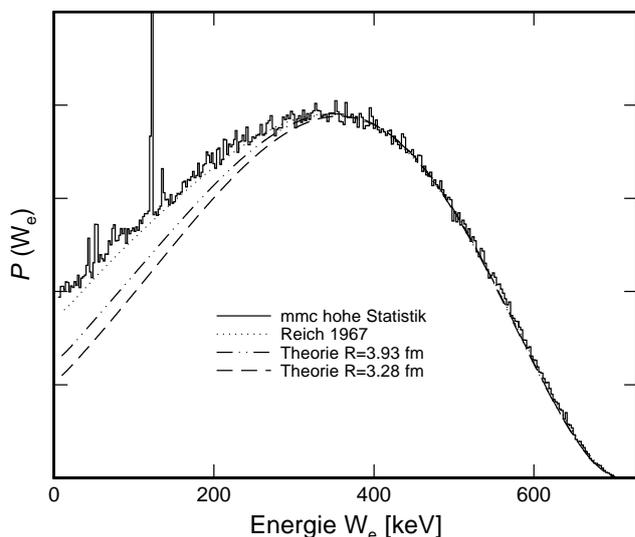


Abb. 5.38

Vergleich von ^{36}Cl - β -Spektren. Die durchgezogene schwarze Linie stellt das Spektrum dar, das mit dem Detektor dieser Arbeit gemessen wurden. Zum Vergleich sind die Daten von Reich (Punkte)[Sad93] und theoretische Daten (Strich-Punkt bzw. Strich-Strich) für zwei mögliche ^{36}Cl -Kernradien aufgetragen.

In Abb. 5.38 ist der Verlauf einer Messung von Reich und Schüpferling als gepunktete Linie aufgetragen. Die Daten entstammen der theoretischen Arbeit von Sadler und Behrens [Sad93], die den experimentellen Formfaktor $C(W_e)$ ihrem theoretisch berechneten gegenübergestellt haben. Die in den Abschnitten 5.5.4 und 5.11 diskutierte Korrekturen wurden dabei, bis auf interne Bremsstrahlung, berücksichtigt.

Für die Messung von Reich wurde der verwendete 4π -Si(Li) Halbleiterdetektor mit verschiedenen γ und β -Quellen auf seine Linearität hin untersucht bzw. kalibriert. Zusätzlich dazu wurde der Detektor laut H. Behrens [Beh06] für alle Messungen mit β -Quellen mit verbotenen Übergang mit einer Quelle mit einem erlaubtem β -Übergang kalibriert. Dies ist wichtig, da Halbleiterdetektoren im Allgemeinen eine energieabhängige Detektionseffizienz besitzen. Da für erlaubte Übergänge das Kernmatrixelement energieunabhängig ist, ist dies eine hilfreiche und notwendige Methode zur Korrektur der Detektionseffizienz.

Aus diesem Grund ist die sehr gute Übereinstimmung zwischen der Messung von Reich *et al.* und der in Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Messung nicht verwunderlich.

Bei Energien unterhalb 140 keV weichen die beiden Spektren dennoch von einander ab. Mehrere Gründe können hierfür angeführt werden. Zum einen ist durch den Einsatz der ^{57}Co -Eichquelle das Spektrum durch diskrete Linien angehoben. Wie in 5.6 beschrieben, können dadurch eine Vielzahl von Linien entstehen, dies ist vor allem im Bereich um 70 keV der Fall.

Zum zweiten ist plausibel anzunehmen, dass bei niedrigen Energien die Detektionseffizienz des Reich'schen Halbleiterdetektor mit einem vergrößerten Fehler behaftet ist. Zusätzlich dazu kann auch das Zusammenfügen des Spektrums mit hoher Statistik bei 240 keV zu einer kleinen, den statistischen Schwankungen unterworfenen, Abweichung führen.

Die beiden Theorie-Kurven stimmen im Hochenergiebereich oberhalb 400 keV verhältnismässig gut mit den experimentellen Daten überein. In diesem Bereich ist der kinematische Anteil der Theorie-Kurven dominant für den Verlauf des Spektrums und der Formfaktor spielt nur eine untergeordnete Rolle. Die Abweichungen im niederenergetischen Bereich unterhalb 400 keV geben deshalb einen Hinweis auf die Übereinstimmungen der Formfaktoren. Aufgetragen sind die theoretischen Rechnungen für zwei Kernladungsradien, wobei wie in 5.17 ausgeführt, die untere Kurve mit $R=3,28$ fm den plausiblen Wert für den Kernradius darstellt.

Anhand der in Abb. 5.28 dargestellten nichtlinearen Abhängigkeit zwischen der Arbeitstemperatur T_0 und dem Flussignal $(\delta\Phi/\delta E)\Delta E$ des Detektors, stellt sich die Frage, inwieweit die Temperaturänderung hervorgerufen durch die Energieeinträge der Quelle Abweichungen von der Linearität des Detektors verursachen. Die Temperaturerhöhung ΔT des Detektors ergibt sich durch $\Delta T = \Delta E / C_{\text{tot}}$, mit ΔE der Zerfallsenergie und C_{abs} der Wärmekapazität des Absorbers. Am Endpunkt des ^{36}Cl -Spektrums führt dies mit $C_{\text{tot}} \simeq 0,8$ nJ/K und $W_0 = 709,6$ keV zu einer Temperaturerhöhung von etwa $\Delta T \simeq 140$ μK .

Für eine Arbeitstemperatur $T_0 = 27$ mK und Steigung $\gamma = -2,2$ der $(\delta\Phi/\delta E)$ -Kennlinie aus Abb. 5.28 lässt sich mit $\Delta\Phi = |\gamma|(\Delta T/T_0)(\delta\Phi/\delta E) W_0$ eine Abweichung von der Linearität von 5×10^{-3} abschätzen.

Bestimmung des Endpunktes W_0 des ^{36}Cl -Spektrums

Um die Linearität, oder die Abweichung von dieser experimentell zu bestimmen, werden mindestens zwei Datenpunkte im Spektrum benötigt, deren Energiewerte unabhängig bestimmt worden und die energetisch möglichst weit voneinander entfernt sind.

Im Falle des hier behandelten ^{36}Cl -Spektrums kann die genau bestimmte Eichlinie der ^{57}Co -Quelle ($122,06079 \pm 0,00012$) keV [Che04] und der Endpunkt des Spektrums W_0 herangezogen werden.

Beim β -Zerfall von ^{36}Cl in ^{36}Ar wird, unter Vernachlässigung der Neutrinomasse (<1 eV), am Endpunkt die Energie des Massendefektes des Zerfalls $Q = m(^{36}\text{Cl}) - m(^{36}\text{Ar})$ frei³¹. Beide Massen können massenspektrometrisch unabhängig voneinander bestimmt werden. Für $Q = W_0$ ergibt sich $(709,682 \pm 0,076)$ keV [Aud03]³².

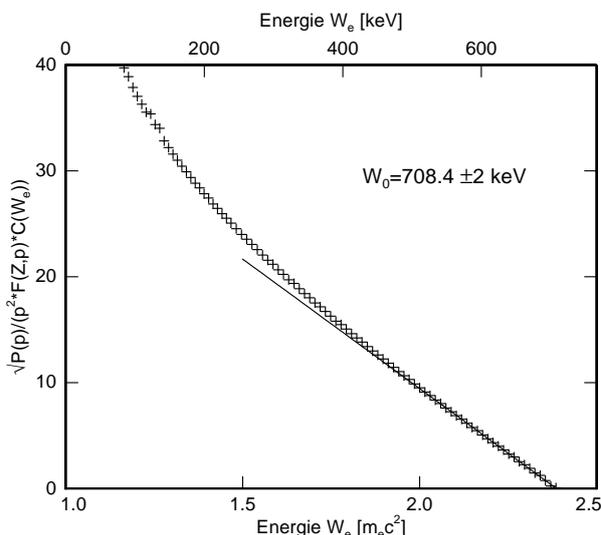


Abb. 5.39

Fermi-Kurie Auftragung der Messdaten. Der für verbotene Zerfälle benötigte Formfaktor $C(W_e)$ wurde in Abschnitt 5.13 für das ^{36}Cl -Spektrum ermittelt.

Die Bestimmung des Endpunktes des ^{36}Cl -Spektrums erfolgt anhand einer sogenannten *Fermi-Kurie*-Auftragung.

Für die Übergangswahrscheinlichkeit $P(W_e)$ des Kern- β -Zerfalls für verbotene Übergänge gilt unter Vernachlässigung der Konstanten

$$P(W_e) \propto p^2 F(Z, W_e) C(W_e) (Q - W_e)^2 \quad (5.40)$$

mit p dem Impuls des Elektrons, $F(Z, W_e)$ der Fermi-Funktion und Q die Endpunktsenergie des β -Spektrums. Löst man nach $(Q - W_e)$ auf so ergibt sich am Endpunkt

$$\sqrt{\frac{P(W_e)}{p^2 F(Z, W_e) C(W_e)}} \propto Q - W_e = 0 \quad (5.41)$$

d.h. es gilt $Q = W_e$. Für erlaubte Übergänge kann der Formfaktor $C(W_e)$ weggelassen werden.

In Abb. 5.39 ist das gemessene Spektrum mit der hohen Statistik in der *Fermi-Kurie* Form aufgetragen. Es wurden wieder, wie in der Kernphysik üblich, natürliche Einheiten verwendet, d.h. es findet die Ersetzung $W_e \rightarrow W_e/m_e + m_e$ statt.

Da die theoretischen Rechnungen zu $C(W_e)$ größere Abweichungen zeigen wurden der

³¹Der Rückstoß des entstandenen ^{36}Ar Atoms von maximal $W_R \simeq 18$ eV ist im Spektrum enthalten.

³²In [Che02] findet sich $Q = (708,6 \pm 0,3)$ keV. Dieser Wert entstammt einer 8 Jahre alten Evaluation. Die Daten zu [Che02] werden laut V.P. Chechev [Che06] in naher Zukunft re-evaluiert. Der obige Wert $Q = (709,682 \pm 0,076)$ keV wurde bestätigt.

experimentell ermittelte Formfaktor, der im folgenden Abschnitt 5.13 behandelt wird, benutzt.

Die Auftragung linearisiert das Spektrum im Bereich hoher Energien, durch lineare Interpolation kann deshalb der Endpunkt unter Berücksichtigung eines breiten Energiebereiches bestimmt werden. Für das ^{36}Cl -Spektrum erhält man eine Endpunktenergie von $W_0 = 708,4 \text{ keV}$ mit einem sich aus der Energieauflösung des Detektors ergebenden Fehler von $\pm 2 \text{ keV}$.

An der ^{57}Co -Eichlinie wurde die Energieauflösung des Detektors auf etwa 750 eV bestimmt. Zusätzlich dazu ist die Bestimmung des Formfaktors vorallem nahe des Endpunktes fehlerbehaftet. Mit den oben angegebenen Werten kann eine Abweichung von der Linearität am Endpunkt durch das Verhältnis

$$\frac{Q - W(^{55}\text{Co})}{W_0(\text{exp}) - W(^{55}\text{Co})} \quad (5.42)$$

auf unter $0,5 \%$ abgeschätzt werden.

Bemerkung: Das hier benutzte Verfahren zur Bestimmung des β -Endpunktes ist für erlaubte Übergänge weit verbreitet und etabliert. Für verbotene Übergänge mit einem energieabhängigen $C(W_e)$, insbesondere für Übergänge dessen theoretischer Formfaktor nicht mit ausreichender Genauigkeit bestimmt wurde wie z.B. ^{36}Cl , können die so erhaltenen Daten nur unter Vorbehalt verwendet werden. Die Ursache hierfür ist der experimentelle Formfaktor, zu dessen Ermittlung die Kenntnis des Endpunktes W_0 vorausgesetzt wird.

5.13 Formfaktor des ^{36}Cl Kern- β -Zerfalls

Aus dem experimentellen ^{36}Cl -Spektrum $P_{\text{exp}}(W_e)$ kann der Formfaktor durch

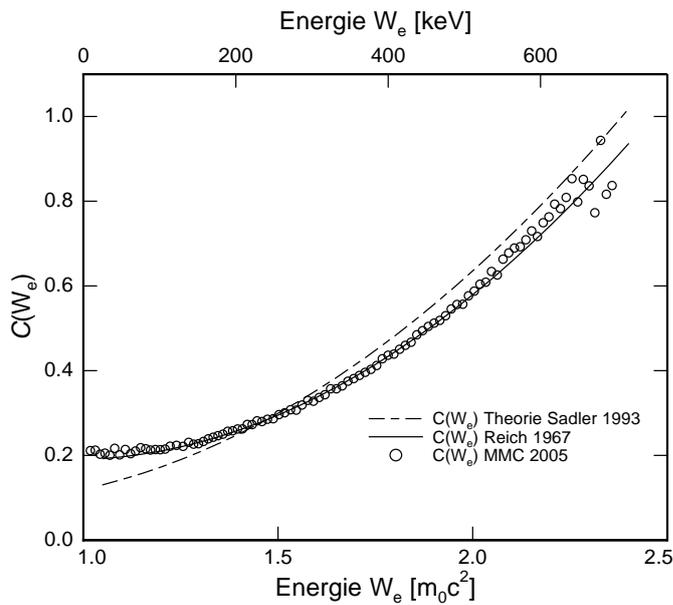
$$C_{\text{exp}}(W_e) \simeq \frac{P_{\text{exp}}(W_e)}{F(Z, W_e) W_e p_e (W_0 - W_e)^2} \quad (5.43)$$

ermittelt werden, wobei W_e , p_e die Energie und der Impuls des emittierten Elektrons, W_0 die Endpunktenergie des Spektrums, $(W_0 - W_e)$ die Energie des Neutrinos und $F(Z, W_e)$ die Fermi-Coulomb-Funktion ist (vgl. Abschnitt 5.5.2).

Für das experimentelle ^{36}Cl -Spektrum wurde der Korrekturfaktor aus der Monte-Carlo-Simulation aus Abschnitt 5.11 berücksichtigt.

In Abb. 5.40 sind die Formfaktoren für das Kernmatrixelement des ^{36}Cl -Zerfalls dargestellt. Hier wurden, wie in der Kernphysik üblich, *natürliche Einheiten* verwendet, die obere Achse zeigt, zum Vergleich, die Energie in Einheiten von keV. Die Daten für den theoretischen Formfaktor ($R=3,28 \text{ fm}$) und experimentellen (Reich, 1967) entstammen der Arbeit von Sadler *et al.* [Sad93].

Die Methode (5.43) wird typischerweise zur Bestimmung experimenteller Formfaktoren herangezogen, führt allerdings in der Nähe des Endpunktes zu einer großen sta-

**Abb. 5.40**

Formfaktoren des ^{36}Cl Kern- β -Zerfalls. Der experimentelle Formfaktor der Messung dieser Arbeit (MMC) bestätigt den experimentellen Formfaktor der Messung von Reich et al. [Sad93].

tistischen Unsicherheit. In diesem Bereich sind sowohl die berechneten Werte als auch die Statistik des gemessenen Spektrums klein. Die Abweichungen von $C(W_e)$ des experimentellen Formfaktors dieser Arbeit oberhalb 500 keV sind damit proportional zu der experimentellen statistischen Schwankung am Endpunkt des gemessenen Spektrums.

Für die auffällige Abweichung des theoretischen Formfaktors im Bereich niedriger Energien von dem experimentellen ist dies jedoch nicht von Belang. Hier stimmen beide experimentellen Formfaktoren (Reich und MMC) in guter Näherung überein. Beide Formfaktoren nehmen bis 500 keV eine sehr ähnliche Form bzw. Krümmung an.

Bemerkung: Angesichts der prinzipiellen Schwierigkeiten bei der Berechnung der ^{36}Cl -Kernmatrixelemente durch Sadler *et al.* sind die Unterschiede zwischen den theoretischen Formfaktoren von [Sad93] und den experimentell ermittelten trotzdem als eher klein einzuschätzen. Allerdings haben sich in den letzten Jahren neue Erkenntnisse zur Berechnung von Kern-Übergangsmatrixelementen ergeben, die eine re-Evaluation der theoretischen Rechnungen wünschenswert machen.

6. Zusammenfassung und Ausblick

In den vergangenen Jahren hat die Entwicklung bedienerfreundlicher Kühlmethoden bis in den milli-Kelvin Bereich große Fortschritte erzielt, die es ermöglichen die Vorteile dieses Temperaturbereiches auch in alltäglichen Anwendungen zu nutzen.

Die Entwicklung des in dieser Arbeit vorgestellten Detektors ist ein weiterer Schritt in die Richtung allgemein zugänglicher hochauflösender Mehrzweck-Detektoren die bei solchen tiefen Temperaturen arbeiten. Das verwendete Messprinzip der magnetischen Kalorimeter kann für die Detektion einer Vielzahl verschiedener Teilchentypen genutzt werden. Im Rahmen dieser Arbeit lag der Schwerpunkt auf dem Nachweis von β -Teilchen im Energiebereich bis 1 MeV.

Zu diesem Zweck wurde ein magnetisches Kalorimeter mit einer flachen Geometrie entwickelt, bei dem der paramagnetische Sensor über eine mäanderförmige Spule von einem DC-SQUID Magnetometer ausgelesen wird. Im Unterschied zu früheren magnetischen Kalorimetern wird das für den Detektor benötigte Magnetfeld nicht durch eine externe Feldspule erzeugt, sondern kann durch das Einspeisen eines Stromes in den geschlossenen supraleitenden Kreis in die auch zur Auslesung verwendete mäanderförmigen Struktur selbst erzeugt werden. Für diesen Zweck wurde ein thermischer Schalter entwickelt, der die Supraleitung des geschlossenen Kreises für einen kurzen Zeitraum unterbricht. Nach Einspeisung des Feldstromes kann der widerstandsfreie Kreis geschlossen werden. Der so präparierte Dauerstrom erzeugt das konstante, jedoch stark inhomogene, Magnetfeld für den paramagnetischen Au:Er-Sensor. Da die mäanderförmige Struktur ein Multipol hoher Ordnung darstellt, fällt das Magnetfeld nahezu exponentiell mit dem Abstand zum Mäander ab. Der Sensor muss aus diesem Grund in unmittelbarer Nähe zu der mäanderförmigen Struktur platziert werden. Aus der nahezu exponentiellen Reduktion des Magnetfeldes mit dem Abstand ergeben sich einige wichtige Anwendungsbereiche.

Versucht man viele solcher Sensoren gleichzeitig und in unmittelbarer Nähe auszulesen, z.B. zur Vergrößerung der Detektorfläche für schwache interstellare Röntgenquellen, so unterdrückt der schnelle exponentielle Abfall des Magnetfeldes ein Übersprechen einzelner Sensoren. Als ein weiteres Beispiel wird die Verwendung von großen supraleitenden, und damit Magnetfeld verdrängenden Absorbern mit kleiner Wärmekapazität durch eine mäanderförmigen Spulengeometrie begünstigt. Das Magnetfeld bleibt lokal im Sensor und eine zusätzliche parasitäre Erhöhung der Wärmekapazität des Absorbers durch das Feld wird vermieden.

In Abschnitt 3.8.3 wurde eine Optimierung der Detektorgeometrie vorgestellt, die zeigt, dass sich mit einer mäanderförmigen Spulengeometrie prinzipiell sogar etwas bessere Signal-zu-Rauschen-Verhältnisse zu der ausführlich untersuchten Zylindergeometrie erreichen lassen.

Vor dem Hintergrund dieser Ergebnisse wurde eine mäanderförmige Spulengeometrie

für die Messung an ^{36}Cl numerisch optimiert und für die Herstellung des Detektorprototyps nötigen 4-Lagen Dünnschichtprozess im Reinraum des Institutes entwickelt.

Beim Zerfall des Isotops ^{36}Cl werden Elektronen bis zu einer kinetischen Energie von 709,6 keV frei. Um auch Elektronen nahe des Endpunktes mit einer hohen Detektionseffizienz nachzuweisen, wird ein vergleichsweise großer Absorber in umschließender 4π -Geometrie benötigt. Für das vorgestellte Experiment wurde dieser in Zusammenarbeit mit E. Leblanc und M.Loidl des LNHB/Saclay dimensioniert und hergestellt.

Aufgrund der hohen Wärmeleitfähigkeit bei tiefen Temperaturen, der großen Kernladungszahl und der guten Verarbeitbarkeit fiel die Wahl dabei auf einen großen Quader aus Gold der die ^{36}Cl -Quelle vollständig umschließt. Durch die Wärmekapazität des benötigten Absorbers und die durchgeführte Optimierungsrechnung werden die Parameter des paramagnetischen Au:Er-Sensors festgelegt. Die paramagnetische, etwa $3\mu\text{m}$ dicke, Au:Er-Folie und der ^{36}Cl -Absorber wurden, um eine gute Kopplung zu erlangen, unter Druck mit dem Substrat verbunden.

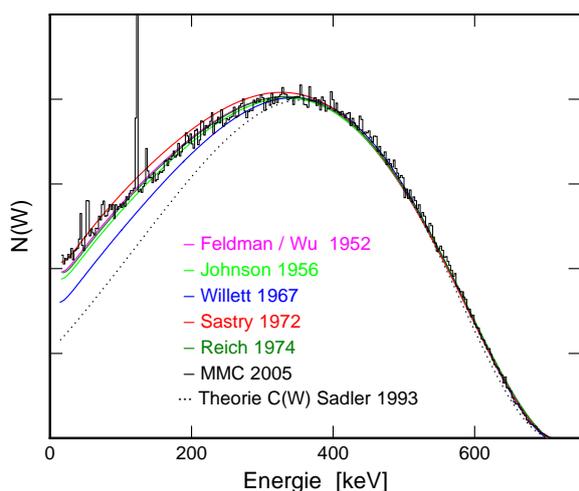


Abb. 6.1

Vergleich der ^{36}Cl -Spektren aus der Literatur, dieser Arbeit und theoretischen Rechnungen basierend auf dem Formfaktor $C(W)$ von Sadler, 1993. Die Spektren gemessen von Feldman, Johnson und Reich wurden durch die Messung dieser Arbeit (MMC 2005) in guter Näherung bestätigt. Die Abweichungen des aktuellen Spektrums unterhalb von 100 keV von diesen Spektren werden durch die zusätzlichen Energieeinträge der ^{57}Co -Eichquelle verursacht. Das theoretische Spektrum zeigt unterhalb ≈ 300 keV deutliche Abweichungen von den experimentellen Daten.

Abb. 6.1 zeigt das kontinuierliche β -Spektrum der ^{36}Cl -Quelle, aufgenommen dem in dieser Arbeit diskutierten magnetischen Kalorimeter (MMC). Ebenfalls dargestellt sind unterschiedliche ^{36}Cl -Spektren aus der Literatur, und einer theoretischen Rechnung. Die Daten aus der Literatur wurden aufgrund von Abweichungen der Energie am Endpunkt auf den durch Massenspektrometrie unabhängig bestimmbar Wert $W_0=709,6$ keV korrigiert. Durch die diskrete Linie bei 122 keV, hervorgerufen durch eine externe ^{57}Co -Kalibrierquelle, und der mit hoher Genauigkeit bekannten Endpunktenergie lässt sich die Abweichung des linearen Zusammenhangs zwischen Signalhöhe des Detektors und Energie der deponierten Elektronen ableiten. Die bestimmte Nichtlinearität unterhalb von 0,5% ist im Vergleich zu konventionellen β -Spektrometer ein bemerkenswerter Vorteil, da dadurch aufwendige und ebenfalls mit Fehlern behaftete Korrekturen der Linearität vermieden werden können.

Das in dieser Arbeit gemessene β -Spektrum zeigt in seiner Form eine gute Übereinstim-

mung mit den Endpunkt-korrigierten Spektren der Veröffentlichungen von *Feldman et al.*(1952), *Johnson et al.*(1958) und *Reich et al.*(1974).

Die Besonderheit des ^{36}Cl -Zerfalls liegt in einem *zweifach-verbotenen*, 'non-unique' Kernübergang, der sich durch eine lange Halbwertszeit ($t_{1/2} \simeq 3 \times 10^5$ Jahre) und ein energieabhängiges Kernübergangsmatrixelement bemerkbar macht. Die Daten der Veröffentlichung von Reich wurden als Grundlage für die theoretischen Arbeit von *Sadler und Behrens* (1993) benutzt, um dadurch den sogenannten *Formfaktor* des Zerfalls mit ihren Rechnungen vergleichen zu können. In der vorliegenden Arbeit wurden unter der Zusammenarbeit mit W. Bühring die Berechnung der ERWF¹ numerisch durchgeführt, die es ermöglicht den Formfaktor aus dem experimentellen ^{36}Cl -Spektrum zu bestimmen. Die theoretische Kurve in Abb. 6.1 setzt sich aus der Lösung der ERWF und dem in [Sad93] angegebenen theoretischen Formfaktor zusammen. Die Formfaktoren der Arbeit von Reich und dieser Arbeit wurden mit der theoretischen Rechnung verglichen, wobei sich eine gute Übereinstimmungen der experimentellen Formfaktoren ergibt. Der berechnete Formfaktor zeigt hierbei signifikante Abweichungen zu den beiden experimentellen Formfaktoren.

Durch numerische Simulationen mit der Monte-Carlo-Methode (Abschnitt 5.11) konnte die Quantenausbeute des Detektors bezüglich der Primärenergie der Elektronen bestimmt werden. Die Quantenausbeute des Detektors wurde dabei mit einer Elektronenenergie bis etwa 350 keV auf 98 % und am Endpunkt auf etwa 93 % bestimmt. Die Rechnungen erlauben es zusätzlich einen Korrekturfaktor zu definieren, der den Energieverlust berücksichtigt. In gezeigten Spektrum ist diese Korrektur enthalten.

Der im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Detektor-Prototyp weist im Experiment eine Energieauflösung von 750 eV auf. Der Anteil, der auf das Signal-zu-Rauschen-Verhältnis zurückzuführen ist, beträgt etwa 244 eV, und ist vorrangig durch den niederfrequenten Rauschbeitrag des Flusssignals limitiert. Ein weiterer wesentlicher Anteil wird auch durch Pile-up-Prozesse bestimmt, die als zusätzliche Variation der Basistemperatur des Absorbers aufgefasst werden können. Verbesserungen der Thermalisierung des Absorbers können durch zusätzliche Gold-Bahnen auf dem Substrat des Detektors realisiert werden. Durch Optimieren der Signalgröße, z.B. durch Erhöhen des Feldstroms in der supraleitenden Mäanderstruktur von experimentellen 18 mA auf 50 mA, kann der Signal-zu-Rauschen-Anteil der Energieauflösung auf etwa $\Delta E_{\text{FWHM}} = 78$ eV verbessert werden. Damit wird ein relatives Auflösungsvermögen des Detektorprotoys $E/\Delta E$ am Endpunkt von 9000 ermöglicht.

Verbesserungen des Detektors können vor allem durch die Sputterdeposition von Au:Er-Filmen erreicht werden, hier wurden im Rahmen der Arbeit bereits erste Erfolge erzielt. Supraleitende Absorber, verbesserte bzw. mäanderförmige SQUID-Systeme und optimierte Wärmeschalter für hohe Dauerströme geben weiteren Spielraum für die Weiterentwicklung des Detektors.

Für das ^{36}Cl -Spektrum konnte gezeigt werden, dass der Detektor eine gute Quantenausbeute und Linearitätszahl besitzt und dass es als unabhängige Messung zuverlässig-

¹engl. Elecron Radial Wave Function

ge Aussagen über die Form des Spektrums zulässt. Ein neues Projekt zur Analyse von radioaktiven Quellen, soll therapeutisch eingesetzte β -Emitter auf langlebige Verunreinigungen untersuchen. Hierbei wird, in Zusammenarbeit mit E. Leblanc/Saclay, nach dem Vorbild des ^{36}Cl -Detektorprototyp, ein Detektor mit ähnlichen Eigenschaften entwickelt. Ein Schwerpunkt bei diesen Messungen liegt vor allem in einer erforderlichen hohen Quantenausbeute und Zählrate. Aus den Eigenschaften des ^{36}Cl -Detektors kann abgeleitet werden, dass selbst bei einer Thermalisierungszeit von 1 ms, und damit einer möglichen Zählrate von bis zu 1 kHz, ein relatives Auflösungsvermögen von $E/\Delta E = 5000$ realisierbar ist.

Literaturverzeichnis

- [Abr70] A. Abragam und B. Bleaney, *Electron Paramagnetic Resonance of Transition Metals*, Clarendon Press, Oxford, 1970.
- [AF05] C. Enss A. Fleischmann und G.M. Seidel, *Metallic Magnetic Calorimeters*, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 2005.
- [Ang04] I. Angeli, Atomic data and nuclear data tables 87 (2004), *At. Data Nucl. Data Tables*, **87**(2004), 36 – 52, 2004.
- [Ara66] S. Arajs und G.R. Dunmyre, A search for low-temperature anomalies in the electrical resistivity of dilute gold-erbium film, *J. Less Com. Met.*, **10**, 220, 1966.
- [Arm78] G. Armstrong, A. S. Greenberg, und J. R. Sites, Very low temperature thermal conductivity and optical properties of stycast 1266 epoxy, *Review of Scientific Instruments*, **49**(3), 345–347, 1978.
- [Aud03] G. Audi, O. Bersillon, J. Blachot, und A.H. Wapstra, The nubase evaluation of nuclear and decay properties, *Nucl. Phys. A*, **729**(3), 2003.
- [Bar62] John Bardeen, Critical fields and currents in superconductors, *Rev. Mod. Phys.*, **34**(4), 667–681, 1962.
- [Bas91] A.M. Basha, E.I. Khalil, M. Hussein, H.S. Ragab, und S. El-Konsol, Internal bremsstrahlung accompanying non-unique second-forbidden beta-decay of ^{36}Cl , *Zeitschrift für Physik A*, **338**, 2–6, 1991.
- [Beh69] H. Behrens und J. Jänecke, *Numerische Tabellen für Beta-Zerfall und Elektroneneinfang*, volume Band 4 of *Zahlenwerte und Funktionen aus Naturwissenschaften und Technik. Neue Serie. Gruppe I: Kernphysik und Kerntechnik.*, Landolt-Börnstein, 1969.
- [Beh82] Heinrich Behrens und Wolfgang Bühring, *Electron Radial Wave Functions and Nuclear Beta-decay*, International Series of Monographs on Physics 67, Oxford University Press, 1982.
- [Beh06] H. Behrens, Private Mitteilung, 2006.
- [Blo36] F. Bloch, On the continuous gamma-radiation accompanying the beta-decay, *Physical Review*, **50**, 272, 1936.

- [Bon63] R.A. Bonham und T.G. Strand, Analytical expressions for electrostatic potentials of neutral thomas-fermi atoms and for the corresponding atomic scattering factor for x rays and electrons, *The Journal of Chemical Physics*, **39**(9), 2200, 1963.
- [Büh63] W. Bühring, Beta decay theorie using exact elektron radial wave functions, *Nuclear Physics*, **40**, 472–488, 1963.
- [Bya56] W. Byatt, Analytical representation of hartree potentials and elektron scattering, *Physical Review*, **104**(5), 1956.
- [Cen04] A. Cengiz und E. Almaz, Internal bremsstrahlung spectra of beta- particle emitters using the monte carlo method, *Radiation Physics and Chemistry*, **70**, 661–668, 2004.
- [Cha14] J. Chadwick, Intensitätsverteilung im magnetischen Spektrum der b-Strahlen von Radium B + C, *Verhandl. Dtsch. phys. Ges.*, **16**(383), 1914.
- [Cha49] C.S.W. Chang und D.L. Falkoff, On the continous gamma -radiation accompanying the beta-decay of nuclei, *Physical Review*, **76**(3), 1949.
- [Che02] V. P. Chechev, *36Cl: Evaluation of decay data*, volume 4 of *Table de Radionucleides - CEA*, BNM CEA/LNHB, 2002.
- [Che04] V. P. Chechev und N.K. Kuzmenko, *57Co: Evaluation of decay data*, volume 4 of *Table de Radionucleides - CEA*, BNM CEA/LNHB, 2004.
- [Che06] V. P. Chechev, Private Mitteilung, 2006.
- [Cla04] J. Clarke und A.I. Braginski, *The Squid Handbook: Fundamentals and Technology*, John Wiley & Sons, 2004.
- [Dan05] T. Daniyarov, *Metallische magnetische Kalorimeter zum hochauflösenden Nachweis von Röntgenquanten und hochenergetischen Molekülen.*, Dissertation, Kirchhoff-Institut für Physik, Universität Heidelberg, 2005.
- [de 87] H. de Vries, C. W. de Jager, und C. de Vries, Nuclear Charge-Density-Distribution Parameters from Electron Scattering, *Atomic Data and Nuclear Data Tables*, **36**, 495–+, 1987.
- [Des03] Richard D. Deslattes, Jr. Ernest G. Kessler, P. Indelicato, L. de Billy, E. Lindroth, und J. Anton, X-ray transition energies: new approach to a comprehensive evaluation, *Reviews of Modern Physics*, **75**(1), 35, 2003.
- [Dre55] R. Drever und A. Mjolk, K-capture in the decay of chlorine 36, *Phil.Mag.*, **46**, 1337, 1955.
- [Dru04] D. Drung und M. Mück, in J. Clarke und A.I. Braginski (Ed.), *The Squid Handbook: Fundamentals and Technology*, John Wiley & Sons, 2004.

- [Ens00a] C. Enss, A. Fleischmann, K. Horst, J. Schönefeld, J. Sollner, J.S. Adams, Y.H. Huang, Y.H. Kim, und G.M. Seidel, Metallic Magnetic Calorimeters for Particle Detection, *J. Low Temp. Phys.*, **121**(3/4), 137–176, 2000.
- [Ens00b] Christian Enss und Siegfried Hunklinger, *Tieftemperaturphysik*, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 2000.
- [Fel52] L. Feldman und C. S. Wu, Investigation of the beta-spectra of be^{10} , k^{40} , tc^{99} , and cl^{36} , *Phys. Rev.*, **87**(6), 1091–1099, 1952.
- [Fle98] A. Fleischmann, *Hochauflösendes magnetisches Kalorimeter zur Detektion von einzelnen Röntgenquanten*, Diplomarbeit, Institut für Angewandte Physik, Universität Heidelberg, 1998.
- [Fle00] A. Fleischmann, J. Schönefeld, J. Sollner, C. Enss, J. Adams, S.R. Bandler, und G.M. Seidel, Low temperature properties of erbium in gold, *J. Low Temp. Phys.*, **108**, 7, 2000.
- [Fle03] A. Fleischmann, *Magnetische Mikrok calorimeter: Hochauflösende Röntgenspektroskopie mit energiedispersiven Detektoren*, Dissertation, Kirchhoff-Institut für Physik, Universität Heidelberg, 2003.
- [Gal00] M. Galeazzi, F. Fontanelli, F. Gatti, und S. Vitale, End-point energy and half-life of the ^{187}re β decay, *Phys. Rev. C*, **63**(1), 014302, 2000.
- [Gor01] S. Goriely, Atomic data and nuclear data tables 77, 311381 (2001), *At. Data Nucl. Data Tables*, **77**(2), 2001.
- [Gro89] K. Grotz und H. V. Klapdor, *Die schwache Wechselwirkung in Kern-, Teilchen- und Astrophysik*, Teubner Studienbücher, Teubner, 1989.
- [Hah92] W. Hahn, M. Loewenhaupt, und B. Frick, Crystal field excitations in dilute rare earth noble metal alloys, *Physica B*, **180 & 181**, 176–178, 1992.
- [Her00] T. Herrmannsdörfer, R. König, und C. Enss, Properties of Er-doped Au at ultralow temperatures, *Physica B*, **284-288**, 1698–1699, 2000.
- [Ill05] K. Ill'in, M. Siegel, A. Semenov, A. Engel, und H.-W. Hübers, Critical current of nb and nbn thin-film structures: The cross-section dependence, *Physica Status Solidi (c)*, **2**(5), 1680 – 1687, 2005.
- [Joh56] R. G. Johnson, O. E. Johnson, und L. M. Langer, Beta spectrum of cl^{36} , *Phys. Rev.*, **102**(4), 1142–1148, 1956.
- [Kas56] T. Kasuya, A Theory of Metallic Ferro- and Antiferromagnetism on Zener's Model, *Progr. Theor. Phys.*, **16**(1), 45, 1956.

- [Kni36] J.K. Knipp und G.E. Uhlenbeck, Emission of gamma radiation during the beta decay of nuclei, *Physica*, **III**(6), 1936.
- [MK02] Theo Mayer-Kuckuk, *Kernphysik*, Teubner Studienbücher Physik, Teubner, 7 edition, 2002.
- [Ott06] E.W. Otten, J. Bonn, und Ch. Weinheimer, The q-value of tritium beta-decay and the neutrino mass, *International Journal of Mass Spectrometry*, **251 Issues 2-3**, 173–178, 2006.
- [Ouk02] N. Oukhanski, R. Stolz, V. Zakosarenko, und H.-G. Meyer, Low-drift broadband directly coupled dc squid read-out electronics, *Physica C*, **368**, 166–170, 2002.
- [Ouk04] N. Oukhanski und H.-G. Meyer, Low noise temperature phemt readout for quantum devices, *Proceedings of Sixth European Workshop on Low Temperature Electronics (WOLTE-6)*, European Space & Technology Centre, Noordwijk/The Netherlands, 2004.
- [Pie67] William R. Pierson, Positron emission from ^{36}Cl , *Physical Review*, **159**(4), 158, 1967.
- [Pob96] F. Pobell, *Matter and Methods at Low Temperatures*, Springer-Verlag, Heidelberg, 1996.
- [Pov99] Povh, Rith, Scholz, und Zetsche, *Teilchen und Kerne*, Springer, 1999.
- [Rao88] C.R. Rao und K.N. Murty, Internal bremsstrahlung from ^{14}C and ^{36}Cl , *Z. Phys. A*, **331**, 401–407, 1988.
- [Rud54] M. A. Ruderman und C. Kittel, Indirect Exchange Coupling of Nuclear Magnetic Moments by Conduction Electrons, *Phys. Rev.*, **96**(1), 99–102, 1954.
- [Sad92] R. Sadler, *Verbotene Beta-Zerfälle und Abweichungen vom Standard Modell der schwachen Wechselwirkung*, Dissertation, Universität Stuttgart, 1992.
- [Sad93] R. Sadler und H. Behrens, Second-forbidden beta-decay and the effect of (v+a)- and s-interaction admixtures: ^{36}Cl , *Zeitschrift für Physik A Hadrons and Nuclei*, **346**(1), 25 – 33, 1993.
- [Sal03] Francesc Salvat, José M. Fernández-Varea, und Josep Sempau, *PENELOPE, A Code System for Monte Carlo Simulation of Electron and Photon Transport*, Organisation for Economic Co-operation and Development, training course, oecd/nea edition, 2003, Proceedings of a Workshop.
- [Sch00] J. Schönefeld, *Entwicklung eines mikrostrukturierten magnetischen Tieftemperatur-Kalorimeters zum hochauflösenden Nachweis von einzelnen Röntgenquanten*, Dissertation, Kirchhoff-Institut für Physik, Universität Heidelberg, 2000.

- [She73] G. K. Shenoy, J. Stöhr, und G. M. Kalvius, Mössbauer studies of dilute au:er alloys: Observation of hyperfine structure of ground and excited levels, *Solid State Comm.*, **13**, 909–913, 1973.
- [Shi02] P. J. Shirron, E. R. Canavan, M. J. DiPirro, M. Jackson, J. Panek, und J. G. Tuttle, A continuous low-temperature magnetic refrigerator, volume 605, 379–382, AIP, 2002.
- [Sie97] L. Siebert, *Detektion einzelner Röntgenquanten mit einem neuartigen magnetischen Kalorimeter*, Diplomarbeit, Institut für Angewandte Physik, Universität Heidelberg, 1997.
- [Sir67] A. Sirlin, General properties of the electromagnetic corrections to the beta decay of a physical nucleon, *Physical Review*, **164**(5), 164, 1967.
- [Sjö75] M. E. Sjöstrand und G. Seidel, Hyperfine resonance properties of Er^{3+} in Au, *Phys. Rev. B*, **11**(9), 3292–3297, 1975.
- [Swa89] E. T. Swartz und R. O. Pohl, Thermal boundary resistance, *Rev. Mod. Phys.*, **61**(3), 605–668, 1989.
- [Tao71] L.J. Tao et al., Hyperfine Splitting of Er and Yb Resonance in Au: A Separation between the Atomic and Covalent Contributions to the Exchange Integral, *Phys. Rev. B*, **4**(1), 5–9, 1971.
- [Tes77] C.D. Tesche und J. Clarke, DC SQUID: noise and optimization, *J. Low Temp. Phys.*, **29**(3-4), 301, 1977.
- [Wal77] L.R. Walker und R.E. Walstedt, *Phys. Rev. Lett.*, **38**, 514, 1977.
- [Wal80] L.R. Walker und R.E. Walstedt, Computer model of metallic spin-glasses, *Phys. Rev. B.*, **22**, 3816, 1980.
- [Wei96] H. Weinstock, *SQUID Sensors: Fundamentals, Fabrication and Applications*, Kluwer Academic Publishers, Niederlande, 1996.
- [Wil69] G. Williams und L.L. Hirst, Crystal-Field Effects in Solid Solutions of Rare Earths in Noble Metals, *Phys. Rev.*, **185**(2), 407–414, 1969.
- [Wu57] C. S. Wu, E. Ambler, R. W. Hayward, D. D. Hoppes, und R. P. Hudson, Experimental test of parity conservation in beta decay, *Phys. Rev.*, **105**(4), 1413–1415, 1957.
- [Yos57] K. Yosida, Magnetic Properties of Cu-Mn Alloys, *Phys. Rev.*, **106**(5), 893–898, 1957.

8. Danksagung

Ich möchte mich bei allen Bedanken, die auf vielfältige Weise zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben, ein besonderer Dank gilt

Prof. Christian Enss und *Prof. Sigfried Hunklinger* für die freundliche Aufnahme in ihre Arbeitsgruppe und die von ihnen zur Verfügung gestellten experimentellen Möglichkeiten.

Andreas Fleischmann für seinen großen physikalischen Ideenreichtum und für die akribische Unterstützung bei der Vollendung dieser Arbeit. Auch bei Deinem neuen Arbeitsbereich 'komplexe Systeme' wünsche ich Dir viel Klarsicht.

Markus Linck für seine wertvolle Arbeit und der guten Atmosphäre im Labor, auch wenn's mal nicht so klappte. Viel Erfolg beim Abschließen Deiner Arbeit.

Andreas Burck, *Talgat Daniyrov* und *Tim Scarbrough* für die Einsicht, dass die Detektorentwicklung nicht nur aus Signal und Rauschen besteht, und dass eine Mittelung in vielen Bereichen mehr Klarheit bringt. Eure Grundsteinlegungen bei den 'Mäandern' ebneten den Weg zum ^{36}Cl -Detektor.

Elvire Leblanc und *Martin Loidl* für die gute und freundschaftliche Zusammenarbeit bei der Fertigung der Quellen für das ^{36}Cl - und ^{55}Fe -Experiment.

Loredana Gastaldo und *Daniel Haug* für die schöne Zeit und die fruchtbaren Diskussionen über die Themengrenzen unseres Arbeitsbereiches hinaus.

Thomas Wolf für die unermüdlichen Anstrengungen bei der Weiterentwicklung der Dünnschichtprozesse und die Einführung in Bücher wie 'Kaspar Hauser' während der Wartezeiten im Reinraum.

Bei allen aktuellen und ehemaligen Mitgliedern der Arbeitsgruppe *Astrid Netsch*, *Hsin-Yi Hao*, *Sabine Wolf*, *Catherine Fischer*, *Masomeh Baszrafsan*, *Stefanie Riegel*, *Kathrin Reinhold*, *Gudrun Fickenscher*, *Marc Layer*, *Marek Bartkowiak*, *Andreas Reiser*, *Andreas Rost*, *J.P. Porst*, *Sören Schäfer* *Gernot Kasper*, *Manfred von Schickfuß* für die angenehme Arbeitsatmosphäre, das gemeinsame Mittagessen und den Gesprächen zwischen den Türen. Mit Euch waren die Frühjahrstagungen immer eine Reise wert.

Robert Weis, für die Einblicke in die Welt seiner Computer und Netzwerke. Als Mitglied der ein-Kaffee-geht-noch-Gemeinde war er immer bereit von den erstaunlichen Neu-

heiten im Kosmos binärer Zustände zu berichten.

Prof. Wolfgang Bühring für die ausführliche Einführung in die Theorie der Elektronradialwellenfunktionen und für die Unterstützung bei der Implementierung seiner Algorithmen.

Den Mitarbeitern der elektronischen Werkstatt *Herr Weidner* und *Herr Frauenfeld*, die auch aufwendige Projekte mit hoher Qualität und ohne zu zögern umsetzen.

Den Mitarbeitern der mechanischen Werkstatt und der Heliumverflüssigung, im Besonderen *Herr Spiegel* und *Herr Bätzner*, mit deren Hilfe viele 'experimentelle' Aufbauten zu Experimenten wurden.

Bei *Prof. George Seidel* und den Kollegen im Labor 022 für ihre überaus freundliche Aufnahme in ihre Arbeitsgruppe.

Bei den Entwicklern verschiedener quelloffener Projekte, die es ermöglicht haben, dass diese Arbeit fast ausschließlich mit freier Software erstellt werden konnte.

Zu guter Letzt bei meiner Freundin *Silke*, die die letzten Wochen mit viel Geduld mitgetragen hat, sowie bei meinen Freunden und meiner Familie für ihren immer präsenten Beistand.

Das Gleiche lässt uns in Ruhe, aber der Widerspruch ist es, der uns produktiv macht.

J. W. von Goethe