

RUPRECHT-KARLS-UNIVERSITÄT HEIDELBERG



KIRCHHOFF-INSTITUT FÜR PHYSIK

INAUGURAL-DISSERTATION

zur

Erlangung der Doktorwürde

der

Naturwissenschaftlich-Mathematischen

Gesamtfakultät

der

Ruprecht-Karls-Universität

Heidelberg

vorgelegt von

M.Sci. Talgat Daniyarov

aus Pawlodar (Kasachstan)

Tag der mündlichen Prüfung: 12.01.2005

**Metallische magnetische Kalorimeter
zum hochauflösenden Nachweis von
Röntgenquanten und hochenergetischen Molekülen**

Gutachter: Prof. Dr. Christian Enss
Prof. Dr. Heinz Horner

In der vorliegenden Arbeit wird die Entwicklung metallischer magnetischer Kalorimeter (MMC) zum hochauflösenden Nachweis von einzelnen Röntgenquanten und hochenergetischen Molekülen diskutiert. MMCs sind energiedispersive Teilchedetektoren mit hohem Auflösungsvermögen, die bei Temperaturen unter 0,1 K betrieben werden. Die von einem Teilchen im Detektor deponierte Energie führt zu einer Erhöhung seiner Temperatur und damit zu einer Änderung der Magnetisierung eines paramagnetischen Temperatursensors. Diese Magnetisierungsänderung läßt sich sehr präzise durch ein rauscharmes Magnetometer nachweisen, und dient als Maß für die eingetragene Energie.

Der Aufbau und die Funktionsweise von magnetischen Kalorimetern, sowie wichtige Rauschquellen und die erreichbare Energieauflösung dieser Detektoren werden diskutiert. Zwei Detektorprototypen werden vorgestellt und deren Eigenschaften dargelegt. Der eine Detektor eignet sich für Anwendung in der Röntgenfluoreszenzanalyse und besitzt eine instrumentelle Energieauflösung von $\Delta E_{\text{FWHM}} = 3,4 \text{ eV}$ bei einer Quanteneffizienz von über 98% für Röntgenquanten mit 6 keV. Der andere Detektor besitzt einen großflächigen Sensor und wurde für die Detektion hochenergetischer Atome und Molekülfragmente entwickelt. Der Nachweis einzelner Teilchen mit einer Energieauflösung von $\Delta E_{\text{FWHM}} = 920 \text{ eV}$ wurde demonstriert.

Metallic magnetic calorimeters for high resolution detection of single photons and energetic molecules.

This thesis describes the development of metallic magnetic calorimeters (MMC) for high resolution detection of single x-ray photons and energetic molecules. MMCs are energy dispersive particle detectors, which work at temperatures below 0.1 K. Deposition of energy in the detector causes a rise in temperature and results in a change of magnetization of a paramagnetic temperature sensor. The change in magnetization can be detected with high accuracy using a low-noise magnetometer and acts as a measure of the absorbed energy.

The setup and the principle of operation of magnetic calorimeters, as well as the major noise contributions and the achievable energy resolution of these detectors are discussed. Two prototype detectors and their performances are presented. One detector is a microcalorimeter which is well-suited for application in high resolution x-ray spectroscopy. The detector has an energy resolution of $\Delta E_{\text{FWHM}} = 3.4 \text{ eV}$ and a quantum efficiency of almost 100% for photon energies up to 6 keV. The second detector consists of a large area sensor and targets the use in the observation of atoms and molecule fragments having kinetic energies up to 100 keV. The feasibility of single particle detection with an energy resolution of $\Delta E_{\text{FWHM}} = 920 \text{ eV}$ is demonstrated.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Grundlagen magnetischer Kalorimeter	5
2.1	Detektionsprinzip	5
2.2	Thermodynamische Beschreibung	6
2.2.1	Punktantwortfunktion	8
2.2.2	Spektrum der Energiefluktuationen	9
2.2.3	Energieauflösung magnetischer Kalorimeter	10
2.2.4	Einfluss eines zusätzlichen weißen Rauschens	14
3	Physikalische Eigenschaften des Sensormaterials	17
3.1	Eigenschaften von ^{3+}Er -Ionen in Gold	17
3.2	Beschreibung wechselwirkungsfreier magnetischer Momente	18
3.3	Beschreibung wechselwirkender magnetischer Momente	22
3.3.1	Wechselwirkungen zwischen lokalisierten magnetischen Momenten	22
3.3.2	Theoretische Beschreibung verdünnter magnetischer Legierungen	24
3.4	Diskussion der physikalischen Eigenschaften	27
3.5	Magnetisches Rauschen	32
3.5.1	Magnetisches Johnson-Rauschen	32
3.5.2	Spin-Spin-Fluktuationen	33
3.6	Energierelaxation zwischen lokalisierten magnetischen Momenten und Leitungselektronen	35
4	Magnetometer	39
4.1	Funktionsweise eines dc-SQUIDs	39
4.2	Zweistufiger SQUID-Aufbau	45
4.2.1	Betrieb des zweistufigen SQUID-Magnetometers	46
4.3	Diskussion des zweistufigen SQUID-Magnetometers	47

5 Optimierung des Detektordesigns	49
5.1 Realistische Beschreibung magnetischer Kalorimeter	49
5.2 Zylinderförmige Geometrie	50
5.2.1 Optimierung der Sensitivität	51
5.2.2 Analyse der Energieauflösung	56
5.3 Großflächige Detektoren	57
5.3.1 Magnetfeldverteilung in mäanderförmigen Spulen	59
5.3.2 Wärmekapazität	62
5.3.3 Sensitivität	63
5.3.4 Diskussion der Energieauflösung	66
6 Experimentelle Entwicklung magnetischer Kalorimeter	69
6.1 Experimentelle Anordnung zur Charakterisierung magnetischer Kalorimeter .	69
6.1.1 Elektronenspin-Entmagnetisierungskryostat	69
6.1.2 Datenaufnahme	70
6.1.3 Datenauswertung	71
6.1.4 Röntgenquelle	74
6.2 Magnetisches Mikrokalorimeter	75
6.2.1 Detektoraufbau	75
6.2.2 Experimentelle Ergebnisse	76
6.2.3 Analyse der instrumentellen Auflösung	79
6.3 Großflächiger Detektor	81
6.3.1 Detektoraufbau	81
6.3.2 Experimentelle Ergebnisse	84
6.3.3 Ausblick	86
7 Zusammenfassung	89
Literaturverzeichnis	93

1. Einleitung

Die Genauigkeit und Zuverlässigkeit von wissenschaftlichen Messgeräten setzt unserer empirischen Naturerkenntnis eine Grenze. Die ständige Verbesserung dieser Geräte ist daher eng mit dem Bestreben verbunden diese Grenzen zu erweitern und neue Phänomene zu entdecken.

Die im Jahr 1895 von W.K. Röntgen [Roe96] entdeckten Röntgenstrahlen eignen sich vorzüglich zur Analyse von bestimmten physikalischen Vorgängen oder Materialien. Die sehr kurzwelligen elektromagnetischen Strahlungsquanten ($\lambda \sim 1 \text{ \AA}$) können auf unterschiedliche Weise erzeugt und nachgewiesen werden.

Die üblicherweise zum Nachweis der Röntgenstrahlung eingesetzten Detektoren, wie Kristallspektrometer und Ionisationsdetektoren, weisen einige Nachteile auf, die ihre Anwendung unter bestimmten experimentellen Bedingungen in Frage stellen. So besitzen die Kristallspektrometer zwar eine ausgezeichnete Energieauflösung ($\sim 0,3 \text{ eV}$ bei 6 keV), haben jedoch eine geringe Quanteneffizienz und sind außerdem aufgrund ihres zugrundeliegenden physikalischen Prinzips auf einen sehr kleinen Raumwinkel beschränkt. Dagegen lassen sich mit Ionisationsdetektoren aus hochreinem Ge oder Si:Li eine hohe Quanteneffizienz erreichen und ein größerer Raumwinkel abdecken. Darüber hinaus zeichnen sich diese Detektoren durch eine gute Skalierbarkeit aus. Die Energieauflösung dieser Detektoren beträgt jedoch typischerweise nur 150 eV bei 6 keV .

Die Entwicklung neuer Detektorkonzepte wird durch den Wunsch motiviert, die Vorteile der beiden konventionellen Methoden — gute Energieauflösung (10 eV), hohe Quanteneffizienz (100%) und Skalierbarkeit (bis zu 10^3 Detektoren) — in einem Gerät zu vereinen.

Ein Weg solche Detektoren zu realisieren ist die Anwendung des kalorimetrischen Teilchennachweises bei tiefen Temperaturen, wie er bereits 1935 von F. Simons vorgeschlagen wurde [Sim35]. Hierbei liegen die Vorteile des Abkühlens bei einer Verringerung der Wärmekapazität des Kalorimeters und damit einer Erhöhung der Empfindlichkeit für Energieeinträge, sowie in der Reduktion des thermischen Rauschens. Die Arbeit von Simons und ein anderer Artikel zu diesem Thema aus dem Jahr 1939 [Goe39] waren ihrer Zeit jedoch voraus, denn es dauerte bis Anfang der 80er Jahre, bis die Entwicklung von gekühlten Kalorimetern zur Teilchendetektion ernsthaft verfolgt wurde.

Zu diesem Zeitpunkt waren wichtige Voraussetzungen erfüllt, die die Entwicklung der Kryodetektoren ermöglichten. Zum einen standen dank des enormen technischen Fortschritts leistungsfähige Geräte zur Erzeugung tiefer Temperaturen zur Verfügung. Zum anderen verlangten neue Experimente in Teilchenphysik und Astronomie ein Auflösungsvermögen in der Energie, das mit den konventionellen Detektoren nicht erreicht werden konnte. Die ermutigenden Ergebnisse der ersten Arbeiten zur Entwicklung der Tieftemperaturdetektoren [Kur80, McC84] stimulierten weitere Forschungen in dieser Richtung. Dies führte unter Anderem dazu, dass im Jahr 1987 ein erster Workshop (LTD-1¹) in der

¹LTD - Low Temperature Detectors, Tieftemperaturdetektoren

Nähe von München stattfand, auf dem die astrophysikalischen Anwendungen der Kryodetektoren wie z.B. der Nachweis von Neutrinos und dunkler Materie diskutiert wurden.

Im Laufe der Zeit wurden verschiedene Konzepte zum kalorimetrischen Nachweis von Teilchen bei tiefen Temperaturen entwickelt. Sie zeichnen sich alle durch ein exzellentes Auflösungsvermögen in einem breiten Energiebereich aus, was sie für eine Vielzahl von physikalischen Anwendungen interessant macht.

In Experimenten zur Suche nach dunkler Materie mit Hilfe der Kryodetektoren versucht man den Rückstoß eines Kerns aufgrund der Streuung mit einem WIMP² nachweisen. Dabei besteht die Herausforderung in der Diskriminierung der durch radioaktiven Hintergrund bedingten γ - und β -Ereignisse. Dies geschieht, indem man gleichzeitig Messungen des Wärmeeintrags und der Szintillation (CRESST, CRESST II und ROSEBUD) bzw. des Wärmeeintrages und der Ionisation (EDELWEISS und CDMS, CDMS II) durchführt.

Tieftemperatur-Kalorimeter werden auch in Experimenten zur direkten Messung des Absolutwertes der Neutrino-Masse eingesetzt. In Experimenten wie z.B. der Messung des β -Endpunkts von ¹⁸⁷Re (CUORICINO, CUORE) oder der Suche nach dem neutrinolosen doppelten β -Zerfall in ¹³⁰Te werden die radioaktiven Quellen direkt in den Detektor eingebaut, so dass die deponierte Energie ohne Verluste durch angeregte Atomar- und Molekularzustände der Umgebung gemessen werden kann.

Eine weitere wichtige Anwendung von Tieftemperatur-Teilchendetektoren findet man auf dem Gebiet von Röntgenastronomie. Viele Objekte im Weltall emittieren Röntgenstrahlung oder können durch Absorption in diesem Energiebereich beobachtet werden, so dass die jeweiligen Messungen Informationen über deren Zusammensetzung, thermodynamischen Zustand, die dynamischen Prozesse und die Rotverschiebung liefern. Die Kryodetektoren kombinieren erfolgreich die hohe Energieauflösung der dispersiven Spektrometer zusammen mit der räumlichen Abbildungsfähigkeit von Röntgenkameras. Auf dieser Eigenschaft basieren künftige Missionen wie Constellation-X, NeXT und XEUS.

Die Einzelheiten der oben erwähnten Experimente, sowie eine Vielzahl weiterer, interessanter Anwendungen findet man in Übersichtsartikeln wie z.B. [Sad96] und [Twe96], oder in den Proceedings der letzten internationalen Tieftemperatur-Detektor-Tagungen LTD-9 und LTD-10 [LTD02][LTD04].

Das in dieser Arbeit diskutierte Detektionsprinzip der magnetischen Kalorimeter geht auf M. Bühler und E. Umlauf zurück [Büh88]. Sie nutzten die Magnetisierung eines paramagnetischen Dielektrikums zur Messung der Temperatur eines kalorimetrischen Detektors. Die durchgeführten Messungen versprachen eine ausgezeichnete Energieauflösung. Jedoch waren die Thermalisierungszeiten ($\tau > 50$ ms) wegen der schwachen Spin-Gitter-Kopplung für viele Anwendungen zu lang. Das Problem der langen Signalzeiten lässt sich jedoch beheben, indem man zu paramagnetisch dotierten Metallen übergeht [Ban93] [Ban97]. In diesen Materialien sorgt die Wechselwirkung zwischen den lokalisierten magnetischen Momenten und den Elektronen des Leitungsbandes für Relaxationszeiten, die selbst bei Temperaturen von einigen Millikelvin noch im Bereich weniger Mikrosekunden liegen. In den hier vorgestellten Experimenten wurde eine Legierung aus Gold und dem

²WIMP - Weak Interacting Massive Particle, Schwach Wechselwirkende Massive Teilchen

Seltenerdmetall Erbium (Au:Er) als Sensormaterial eingesetzt.

In Kapitel 2 werden die Grundlagen magnetischer Kalorimetrie mit Hilfe eines idealisierten thermodynamischen Modells diskutiert, das auf einer Reihe allgemeiner Annahmen basiert. Dabei stellt sich heraus, dass die Energieauflösung durch thermodynamische Energiefluktuationen zwischen den Subsystemen des Detektors auf fundamentale Weise limitiert ist. Es lässt sich zeigen, dass mit magnetischen Kalorimetern Röntgendetektoren für Energien bis 10 keV unter realistischen Annahmen bei einer Arbeitstemperatur von 50 mK mit einer Energieauflösung von unter 2 eV möglich sind. Zum Schluss dieses Kapitels wird eine Erweiterung des thermodynamischen Modells diskutiert, in der weißes Rauschen berücksichtigt wird, das im Experiment häufig zusätzlich auftritt.

Kapitel 3 beschäftigt sich mit den als Sensormaterial eingesetzten paramagnetischen Au:Er-Legierungen, deren Eigenschaften durch die magnetischen Er-Ionen bestimmt werden. Aufgrund der starken Wechselwirkung der magnetischen Ionen miteinander muss diese in einer realistischen Beschreibung dieser Legierungen berücksichtigt werden. Dies hat zur Folge, dass wichtige Eigenschaften wie Wärmekapazität und Magnetisierung einer in dieser Arbeit ausführlich diskutierten Skalierung unterliegen und nur im Rahmen einer numerischen Simulationsrechnung gut wiedergegeben werden können.

Zweiter wichtiger Bestandteil magnetischer Kalorimeter ist ein empfindliches Magnetometer, das in Kapitel 4 vorgestellt wird. Als Magnetometer wurde in dieser Arbeit ein System aus zwei dc-SQUIDs³ verwendet. Das erste SQUID wird zur Detektion des Signals in Form einer Flussänderung eingesetzt und befindet sich typischerweise bei einer Temperatur von etwa 50 mK. Das Ausgangssignal des ersten SQUIDs wird mit Hilfe des zweiten SQUIDs ($T = 2\text{ K}$) verstärkt und an die SQUID-Elektronik bei Zimmertemperatur weitergeleitet. Diese Anordnung ermöglicht eine schnelle und rauscharme Auslesung der Detektorsignale bei geringer Leistungsdissipation auf den Detektor-SQUID-Chip.

Kapitel 5 beschäftigt sich mit der Analyse zweier Detektorkonzepte, die in dieser Arbeit realisiert wurden. Zuerst wird ein magnetisches Mikrokalorimeter betrachtet, dessen wesentliches Merkmal darin besteht, dass der paramagnetische Sensor in Form eines Zylinders direkt in der SQUID-Schleife positioniert wird. Die Analyse des Rauschen in dieser Geometrie ergibt, dass eine Energieauflösung von rund 2 eV damit erreichbar ist. Danach wird ein großflächiges magnetisches Kalorimeter vorgestellt, das sich zur Detektion massiver Teilchen mit Energien zwischen 1 keV und 100 keV eignet. Es wird gezeigt, dass es mit dem vorgestellten Detektor möglich ist, eine Energieauflösung von etwa 60 eV zu erreichen. Die beiden Detektoren weisen eine Nachweiseffizienz von nahezu 100% auf und können Zählraten von 100 bis 1000 Ereignissen pro Sekunde ohne Verlust in der Genauigkeit bewältigen.

Kapitel 6 befasst sich mit den experimentellen Realisierungen der beiden Detektorkonzepte. Der Detektorprototyp eines magnetischen Mikrokalorimeters zur hochauflösenden Röntgenspektroskopie wird bei einer Temperatur von $T = 30\text{ mK}$ betrieben und besitzt zwei Röntgenabsorber aus Gold, deren Fläche jeweils $150\text{ }\mu\text{m} \times 150\text{ }\mu\text{m}$ beträgt. Die Dicke der Absorber ist $5\text{ }\mu\text{m}$. Dies entspricht einer Quanteneffizienz von über 98% für Röntgen-

³**SQUID** - Superconductive Quantum Interference Device

energien bis 6 keV. Messungen der K_α -Linie von Mangan (^{55}Mn) ergaben, dass die instrumentelle Linienbreite bei Röntgenenergien bis zu 6 keV einen Wert von $\Delta E_{\text{FWHM}} = 3,4 \text{ eV}$ besitzt. Das erreichte Auflösungsvermögen von $E/\Delta E_{\text{FWHM}} \simeq 1700$ kann zur Zeit nur durch den Einsatz von Kristallspektrometern übertroffen werden.

Der Detektorprototyp eines großflächigen magnetischen Kalorimeters besteht aus einer etwa $2,75 \text{ mm} \times 2,75 \text{ mm} \times 4,5 \mu\text{m}$ großen Au:Er-Folie und einer supraleitenden, mäanderförmigen Feldspule. Die letzte wird sowohl zur Erzeugung des Magnetfeldes als auch zur Detektion der Flussänderung verwendet. Dieser Detektor weist eine Energieauflösung $\Delta E_{\text{FWHM}} = 920 \text{ keV}$ bei 5,9 keV bei einer Zählrate von 35 Ereignissen pro Sekunde auf. Diese Energieauflösung liegt zwar deutlich unter dem anhand unserer Diskussion aus Kapitel 5 erwarteten Wert, kann jedoch mit hoher Wahrscheinlichkeit in weiteren Experimenten deutlich gesteigert werden.

2. Grundlagen magnetischer Kalorimeter

2.1 Detektionsprinzip

Die Funktionsweise eines magnetischen Kalorimeters soll anhand der Abbildung 2.1 erläutert werden.

Der Detektor besteht aus einem Absorber und einem paramagnetischen Sensor, die in gutem thermischen Kontakt miteinander stehen. Das ganze System ist schwach mit einem Wärmereservoir der Temperatur T verbunden.

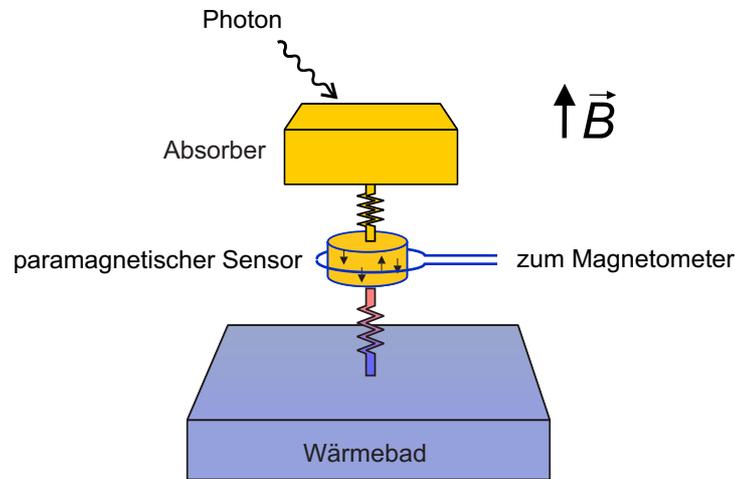


Abb. 2.1: Schematische Darstellung eines magnetischen Kalorimeters.

Der Sensor befindet sich in einem schwachen äußeren Magnetfeld B und besitzt daher eine temperaturabhängige Magnetisierung $M(T, B)$. Misst man die Magnetisierung des Sensormaterials mit einem rauscharmen Magnetometer, so kann der Sensor als ein empfindliches Thermometer betrachtet werden.

Deponiert ein Röntgenquant seine Energie im Absorber, so führt dieser Energieeintrag E zu einer Temperaturerhöhung

$$\Delta T = \frac{E}{C_{\text{tot}}} , \quad (2.1)$$

wobei die Größe C_{tot} die Wärmekapazität des Absorbers und des Temperatursensors darstellt.

Diese im Allgemeinen geringfügige Erwärmung des Kalorimeters hat ihrerseits eine Magnetisierungsänderung des Sensormaterials und damit auch eine Änderung des magnetischen Flusses Φ in der Detektionsspule des Magnetometers zur Folge:

$$\Delta \Phi \sim \Delta M \cong \frac{\partial M}{\partial T} \Delta T \cong \frac{\partial M}{\partial T} \frac{E}{C_{\text{tot}}} . \quad (2.2)$$

Ist der Energieeintrag verhältnismäßig klein, d.h. $\Delta T/T \ll 1$, so ist das am Ausgang des Magnetometers gemessene Signal proportional zu der Energie des absorbierten Photons. Damit ist die Grundlage zur energiedispersiven Teilchendetektion durch magnetische Kalorimeter gelegt.

Bereits ohne längere Rechnung können wir annehmen, dass die thermodynamischen Fluktuationen eines kanonischen Ensembles

$$\Delta E = \sqrt{C_{\text{tot}} k_B T^2} \quad (2.3)$$

die Energieskala definieren, auf der die erreichbare Energieauflösung magnetischer Kalorimeter limitiert ist. Man erkennt, dass die Energieauflösung rapide mit sinkender Temperatur ansteigt, d.h. ΔE wird kleiner. Dazu trägt nicht nur ihre direkte Temperaturabhängigkeit, sondern auch die gleichzeitige Abnahme von C_{tot} ($\propto T$ für elektronische und $\propto T^3$ für phononische Freiheitsgrade) bei. Diese starke Temperaturabhängigkeit der Energieauflösung nutzt man aus, indem man das magnetische Kalorimeter typischerweise bei Temperaturen von 10 mK bis 100 mK betreibt. Dieser Temperaturbereich ist mit Hilfe moderner Kühlmethoden mit vertretbarem Aufwand zugänglich.

Neben einer guten Energieauflösung müssen magnetische Kalorimeter meist eine Reihe weiterer Anforderungen erfüllen. *Große Detektionsfläche* und *hohe Quanteneffizienz* lassen sich prinzipiell durch einen großflächigen Absorber aus einem Material mit hoher Kernladungszahl wie z.B. reinem Gold erreichen. *Eine hohe Zählrate* verlangt eine schnelle Thermalisierungszeit zwischen Absorber und Sensor, die durch den Einsatz paramagnetisch dotierter Metalle erreicht werden kann. In diesen Materialien sorgt die Wechselwirkung zwischen den lokalisierten magnetischen Momenten und den Elektronen des Leitungsbandes für kurze Relaxationszeiten, die selbst bei Temperaturen von wenigen Millikelvin noch im Bereich weniger Mikrosekunden liegen.

Im nun folgenden Abschnitt formulieren wir ein Modell zur thermodynamischen Beschreibung magnetischer Kalorimeter. Trotz sehr allgemeiner Annahmen, die diesem Modell zu Grunde liegen, erlaubt es uns, die Dynamik des System sowohl im Gleichgewicht als auch im Nichtgleichgewicht richtig wiederzugeben. In der daran anschließenden Diskussion werden wir zeigen, dass die mit magnetischen Kalorimeter erreichbare Energieauflösung deutlich unter dem Wert der thermischen Fluktuationen aus Gleichung 2.3 liegen kann.

2.2 Thermodynamische Beschreibung

Im weiteren Verlauf der Diskussion betrachten wir ein magnetisches Kalorimeter, dessen Absorber aus einem Metall geeigneter Dicke und dessen Sensor aus einer paramagnetischen metallischen Legierung besteht.

Der thermische Kontakt zwischen dem Absorber und dem Sensor kann experimentell so gut hergestellt werden, dass wir die Leitungselektronen der beiden als *ein System* betrachten können. Dieses System besitzt dann eine wohldefinierte Temperatur T_e und Wärmekapazität C_e , solange wir die physikalischen Prozesse betrachten, die mindestens

um eine Größenordnung langsamer sind als die Thermalisierungszeit durch thermische Diffusion. Auf dieser Zeitskala ist das System der lokalisierten magnetischen Momenten, das auch Zeeman-System genannt wird, typischerweise von dem System der Leitungselektronen thermisch entkoppelt und kann durch eigene Temperatur T_z und Wärmekapazität C_z beschrieben werden, die über die Besetzungszahl definiert sind¹. Der Energieinhalt $E_z(t)$ des Zeeman-Systems kann dabei sehr präzise gemessen werden, da er proportional zum magnetischen Fluss im Magnetometer ist: $E_z(t) = -m(t) \cdot B \propto \Phi(t)$.

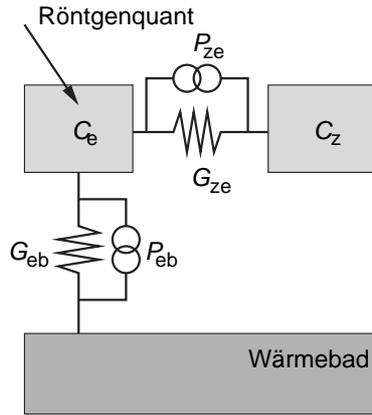


Abb. 2.2: Modell eines magnetischen Kalorimeters.

Die Unterteilung des Detektors in zwei Systeme ist schematisch in Abbildung 2.2 dargestellt. Das System der Elektronen ist sowohl mit dem Zeeman-System als auch mit einem Wärmereservoir thermisch verbunden, das sich bei einer konstanten Temperatur T befindet. Die Wärmeleitfähigkeiten G_{ze} und G_{eb} berücksichtigen das Auftreten eines ausgleichenden Wärmeflusses im Fall einer Temperaturdifferenz und sind für die Dissipation im System verantwortlich.

In der Regel ist die thermische Kopplung zwischen den beiden Systemen größer als die Kopplung ans Wärmereservoir, und es gilt für das Verhältnis der beiden Wärmeleitfähigkeiten, $\eta = G_{eb}/G_{ze}$, die Beziehung:

$$\eta \ll 1 .$$

Neben G_{ze} und G_{eb} sind in Abbildung 2.2 die beiden stochastischen Terme P_{ze} und P_{eb} mit eingezeichnet, die die Fluktuationen der Wärme durch die thermischen Kopplungen beschreiben. Ihre spektrale Dichten sind über das Fluktuation-Dissipation-Theorem mit G_{ze} und G_{eb} verbunden:

$$S_{P_{ze}}(\omega) = 4k_B T^2 G_{ze} \quad (2.4)$$

$$S_{P_{eb}}(\omega) = 4k_B T^2 G_{eb} . \quad (2.5)$$

Anhand der in Abbildung 2.2 gezeigten Ersatzschaltung läßt sich ein System aus zwei Differentialgleichungen aufstellen, welches die Energieerhaltung im Elektronen- und Zeeman-

¹Die auf dieser Art definierten Größen T_z und C_z gelten auch in Abwesenheit der Spin-Spin-Wechselwirkung.

Systeme beschreibt. Sie nehmen die Form an:

$$C_z \dot{T}_z = -(T_z - T_e)G_{ze} + P_{ze}(t) \quad (2.6)$$

$$C_e \dot{T}_e = -(T_e - T_z)G_{ze} - (T_e - T)G_{eb} - P_{ze}(t) + P_{eb}(t) \quad (2.7)$$

Da die Wärmeleitfähigkeiten G_{ze} und G_{eb} normalerweise eine starke Temperaturabhängigkeit aufweisen, gelten die Gleichungen 2.6 und 2.7 nur bei kleinen Abweichungen aus dem Gleichgewicht, d.h. also nur für Temperaturdifferenzen, die viel kleiner sind als die Badtemperatur T .

Die folgenden beiden Abschnitte werden zeigen, dass es anhand dieser beiden Gleichungen möglich ist, die Punktantwortfunktion und die spektrale Dichte des Rauschen zu analysieren und damit Rückschlüsse über die maximal mögliche Energieauflösung zu ziehen.

2.2.1 Punktantwortfunktion

Punktantwortfunktion eines Detektors $p(t)$ definiert man als eine zeitliche Entwicklung seines Signals bei einer Störung in Form der $\delta(t)$ -Funktion. Um $p(t)$ anhand der Gleichungen 2.6 und 2.7 zu berechnen, werden zuerst die Terme P_{ze} und P_{eb} , die das Rauschen beschreiben, vernachlässigt und der Nullpunkt der Temperturskala so definiert, dass in Abwesenheit des Signals $T = T_e = T_z = 0$ gilt. Der Bequemlichkeit halber transformiert man die beiden Gleichungen in den Frequenzraum, so dass sie die folgende Form annehmen:

$$i\omega C_z \tilde{T}_z = -(\tilde{T}_z - \tilde{T}_e)G_{ze} \quad (2.8)$$

$$i\omega C_e \tilde{T}_e = -(\tilde{T}_e - \tilde{T}_z)G_{ze} - \tilde{T}_e G_{eb} + 1 \quad (2.9)$$

wobei hier \tilde{T}_z und \tilde{T}_e die Fourier-Transformierten des zeitlichen Verlaufs der Temperaturen T_z und T_e sind. Nach einer Reihe algebraischer Umformungen erhält man anschließend

$$\tilde{p}(\omega) = C_z \tilde{T}_z = \frac{C_z/G_{eb}}{(1 + i\omega\tau_0)(1 + i\omega\tau_1)} \quad (2.10)$$

Um die Form der Punktantwortfunktion in Gleichung 2.10 zu vereinfachen, haben wir die charakteristischen Zeitkonstanten des Systems $\tau_{0/1}$ definiert:

$$\tau_{0/1} = \frac{1}{2} \frac{C_e G_{ze} + C_z (G_{ze} + G_{eb})}{G_{ze} G_{eb}} \mp \sqrt{\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{C_e G_{ze} + C_z (G_{ze} + G_{eb})}{G_{ze} G_{eb}} \right)^2 - \frac{C_z C_e}{G_{ze} G_{eb}}}, \quad (2.11)$$

die sich im Fall $\eta = G_{ze}/G_{eb} \ll 1$ in folgender Form darstellen lassen:

$$\tau_0 \cong \frac{1}{G_{ze}} \frac{C_e C_z}{C_e + C_z} + O(\eta) \quad (2.12)$$

$$\tau_1 \cong \frac{1}{G_{eb}} (C_e + C_z) + O(\eta). \quad (2.13)$$

Die Punktantwortfunktion des Detektors im Zeitraum $p(t)$, d.h. die Signalform, die bei einer $\delta(t)$ -förmigen Energiedeposition im System der Elektronen beobachtet wird, erhalten wir durch Rücktransformation der Gleichung 2.10:

$$p(t) = \frac{C_z/G_{\text{eb}}}{\tau_1 - \tau_0} \cdot (e^{-t/\tau_1} - e^{-t/\tau_0}) \quad (2.14)$$

Wie erwartet, besteht die Antwort des Systems aus zwei Anteilen, einem raschen Anstieg und einem langsameren Abfall, wobei τ_0 der Relaxation zwischen Elektronen- und Zeeman-System und τ_1 der Relaxation zwischen Gesamtdetektor und Wärmebad zugeordnet werden können. Die physikalische Interpretation von τ_0 und τ_1 legt auch nahe, die schwer zu messenden Größen G_{ze} und G_{eb} in den weiteren Rechnungen durch die charakteristischen Zeitkonstanten τ_0 und τ_1 zu ersetzen.

Der Vorfaktor in Gleichung 2.14 beschreibt den Teil der deponierten Energie, der in das Zeeman-System gelangt und somit auch detektiert werden kann. Seine Entwicklung bis auf die Terme der Ordnung $O(\eta)$ ergibt:

$$\frac{C_z/G_{\text{eb}}}{\tau_1 - \tau_0} = \frac{C_z}{C_z + C_e} + O(\eta)$$

Dieser Teil ist proportional zum relativen Anteil des Zeeman-Systems an der Gesamtwärmekapazität des Detektors,

$$\beta = \frac{C_z}{C_z + C_e}.$$

Der Absolutbetrag der Punktantwortfunktion aus Gleichung 2.10 beschreibt die Verteilung der deponierten Energie auf den Frequenzraum und wird als Responsivität $R(\omega)$ bezeichnet. Aus Gleichung 2.10 gewinnt man für die Responsivität die folgende Form

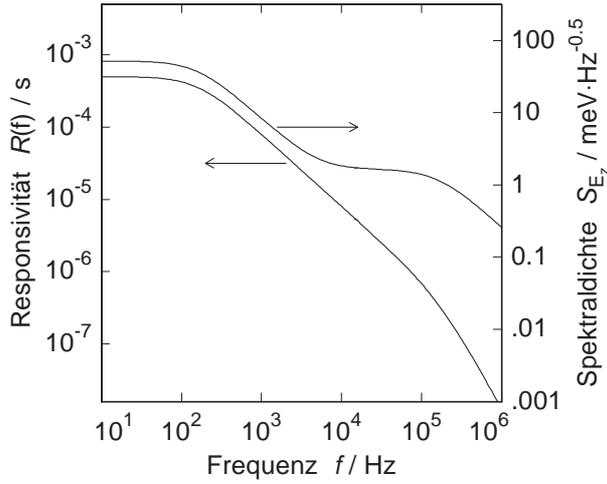
$$R(\omega) = \frac{C_z/G_{\text{eb}}}{\sqrt{(1 + \omega^2\tau_0^2)(1 + \omega^2\tau_1^2)}} \quad (2.15)$$

Für ein typisches magnetisches Kalorimeter mit den Parametern $C_z = C_e = 1 \text{ pJ/K}$, $T = 50 \text{ mK}$, $\tau_0 = 1 \mu\text{s}$ und $\tau_1 = 1 \text{ ms}$ ist sie in Abbildung 2.3 dargestellt. Sie ist bei kleinen Frequenzen konstant, fällt oberhalb der Frequenz $\omega_1 = 1/\tau_1$ proportional zu ω^{-1} und verschwindet oberhalb der Frequenz $\omega_0 = 1/\tau_0$ mit ω^{-2} .

2.2.2 Spektrum der Energiefluktuationen

Auf ähnliche Weise lässt sich die spektrale Dichte der Energiefluktuationen S_{Ez} aus Gleichungen 2.5 bis 2.7 berechnen. Zuerst werden die Gleichungen 2.6 und 2.7 für die kleinen Abweichungen der beiden Systeme aus dem Gleichgewicht δT_e und δT_z umgeschrieben, in den Frequenzraum transformiert und, anschließend, nach $\delta T_z(\omega)$ algebraisch aufgelöst. Im letzten Schritt mittelt man $|\delta T_z(\omega)|^2$ über die Zeit. Dabei fallen alle Kreuzprodukte von P_{ze} und P_{eb} aufgrund ihrer zeitlichen Unabhängigkeit voneinander weg. Somit ergibt sich für S_{Ez} folgende Beziehung:

$$S_{Ez}(\omega) = k_B C_z T^2 \left(\alpha_0 \frac{4\tau_0}{1 + \omega^2\tau_0^2} + \alpha_1 \frac{4\tau_1}{1 + \omega^2\tau_1^2} \right), \quad (2.16)$$

**Abb. 2.3:**

Responsivität $R(f)$ (linke Achse) und spektrale Dichte des Rauschens $\sqrt{S_{Ez}}(f)$ eines magnetischen Kalorimeters mit $C_e = C_z = 1 \text{ pJ/K}$, $T = 50 \text{ mK}$, $\tau_0 = 1 \text{ } \mu\text{s}$ und $\tau_1 = 1 \text{ ms}$.

wobei die dimensionslosen Grössen α_0 und α_1 die folgende Normierungsbedingung

$$\alpha_0 + \alpha_1 = 1 \quad (2.17)$$

erfüllen. Sie sind komplizierte Funktionen der Zeitkonstanten und Wärmekapazitäten und können im Grenzfall $C_e \cong C_z$ und $\tau_0 \ll \tau_1$ durch die Beziehungen

$$\alpha_0 = 1 - \beta \quad (2.18)$$

$$\alpha_1 = \beta \quad (2.19)$$

ausgedrückt werden. Das Spektrum der Energiefluktuationen, $\sqrt{S_{Ez}}(\omega)$, setzt sich also aus zwei stufenförmigen Anteilen zusammen, deren Plateaus durch die Werte $\sqrt{4k_B C_z T^2 \alpha_1 \tau_1}$ für die niederfrequente Stufe und $\sqrt{4k_B C_z T^2 \alpha_0 \tau_0}$ für die hochfrequente Stufe gegeben sind. Das Integral über die Größe $S_{Ez}(\omega)$ ergibt, wie erwartet, den Wert der Energiefluktuationen des Zeeman-Systems

$$\int_0^\infty S_{Ez}(\omega) \cdot \frac{d\omega}{2\pi} = k_B C_z T^2 \quad (2.20)$$

Die spektrale Dichte der Energiefluktuationen eines Detektors mit $C_z = C_e = 1 \text{ pJ/K}$ ist in Abbildung 2.3 dargestellt. Wie bereits für die Punktantwortfunktion wurden hier eine Arbeitstemperatur von $T = 50 \text{ mK}$ und charakteristische Zeiten von $\tau_0 = 1 \text{ } \mu\text{s}$ und $\tau_1 = 1 \text{ ms}$ angenommen.

2.2.3 Energieauflösung magnetischer Kalorimeter

Anhand der Punktantwortfunktion und der spektralen Dichte der Energiefluktuationen, die in den letzten Abschnitten ermittelt wurden, können wir nun die Energieauflösung magnetischer Kalorimeter im Rahmen unseres Modells berechnen. Dazu betrachtet man zuerst die zum-Rauschen-äquivalente-Leistung² $NEP(\omega)$. Sie ist als die Leistung einer auf

² NEP ist die Abkürzung des englischen Begriffs *Noise Equivalent Power*

den Detektor fallenden harmonischen Störung mit Frequenz ω definiert, die das gleiche Ausgangssignal wie das Detektorrauschen bei dieser Frequenz erzeugt. Mathematisch wird $NEP(\omega)$ als Verhältnis aus der spektralen Dichte des Rauschen und der Responsivität berechnet.

Aufgrund ihrer Definition kann $NEP(\omega)$ zur quantitativen Abschätzung des Einflusses vom Rauschen auf die erreichbare Energieauflösung ΔE verwendet werden [Mos84]. ΔE ist eng mit der häufig verwendeten Halbwertsbreite (Full Width at Half Maximum) ΔE_{FWHM} verbunden: $\Delta E_{\text{FWHM}} \simeq 2,35\Delta E$. Unter Annahme des Optimalen Filterns, auf dessen Einzelheiten wir noch in einem späteren Kapitel eingehen, lautet der Zusammenhang zwischen $NEP(\omega)$ und ΔE :

$$\Delta E = \left(\int_0^\infty \frac{4}{NEP^2(\omega)} \cdot \frac{d\omega}{2\pi} \right)^{-1/2}. \quad (2.21)$$

Der physikalische Inhalt dieser Beziehung kann intuitiv folgendermaßen erklärt werden: Je kleiner die zum-Rauschen-äquivalente-Leistung $NEP(\omega)$ ist, und je größer der Frequenzbereich ist, in dem sie klein ist, desto besser ist die Energieauflösung des Detektors.

Wir berechnen $NEP^2(\omega)$, indem wir die spektrale Dichte der Energiefluktuationen aus Gleichung 2.16 durch das Quadrat der Responsivität aus Gleichung 2.15 dividieren. Daraus ergibt sich folgende Beziehung:

$$NEP^2(\omega) = S_{\text{Ez}}(\omega)/R^2(\omega) = NEP^2(0) \left(1 + \omega^2/\omega_{\text{eff}}^2 \right), \quad (2.22)$$

wobei wir hier das niederfrequente Plateau

$$NEP^2(0) = 4k_{\text{B}}T^2G_{\text{ze}} \left(\frac{G_{\text{eb}}}{G_{\text{ze}}} + \frac{G_{\text{eb}}^2}{G_{\text{ze}}^2} \right) \quad (2.23)$$

und die effektiv nutzbare Bandbreite

$$\omega_{\text{eff}} = \frac{1}{\tau_{\text{eff}}} = \frac{\sqrt{G_{\text{eb}}/G_{\text{ze}} + (G_{\text{eb}}/G_{\text{ze}})^2}}{C_{\text{e}}/G_{\text{ze}}}. \quad (2.24)$$

eingeführt haben. Während bei kleinen Frequenzen $NEP^2(\omega)$ fast konstant bleibt, steigt sie bei den Frequenzen $\omega \geq \omega_{\text{eff}}$ proportional zu ω^2 an. Anders ausgedrückt, heißt dies, dass oberhalb ω_{eff} kein nutzbares Signal übertragen wird, was die Bedeutung der effektiven Bandbreite erklärt.

Um die Energieauflösung abzuschätzen, setzen wir nun $NEP(\omega)$ in die Gleichung 2.21 ein und erhalten:

$$\Delta E = NEP(0)\sqrt{\tau_{\text{eff}}} = \sqrt{4k_{\text{B}}C_{\text{e}}T^2} \sqrt[4]{\frac{G_{\text{eb}}}{G_{\text{ze}}} + \frac{G_{\text{eb}}^2}{G_{\text{ze}}^2}}. \quad (2.25)$$

Diese Beziehung ist im Rahmen des vorgestellten Modells exakt, d.h., sie gilt für beliebige Werte G_{ze} , G_{eb} , C_{e} und C_{z} . Die Energieauflösung ist demnach proportional zu den Energiefluktuationen eines kanonischen Ensembles $\sqrt{k_{\text{B}}C_{\text{e}}T^2}$ und dem Verhältnis $(G_{\text{eb}}/G_{\text{ze}})^{1/4}$.

Die Gleichung 2.25 stellt das Hauptergebnis dieses Kapitels dar und sagt eine *endliche* Energieauflösung ΔE für magnetische Kalorimeter voraus, die auf die Existenz endlicher Relaxationszeiten zwischen den physikalischen Systemen des Detektors zurückgeführt werden kann.

Für den physikalisch relevanten Fall $\eta \ll 1$ nimmt die Energieauflösung mit Hilfe von Gleichungen 2.12 und 2.13 die folgende Form an:

$$\Delta E = \sqrt{4C_e k_B T^2} \left(\frac{1}{\beta(1-\beta)} \frac{\tau_0}{\tau_1} \right)^{1/4}. \quad (2.26)$$

Diese Gleichung benutzen wir, um eine Vorstellung für die Größe der erwarteten Energieauflösung für einen typischen Detektor zur Detektion weicher Röntgenstrahlung zu bekommen [Fle03]. Der Detektor wird bei einer Temperatur von 50 mK betrieben und besitzt einen Röntgenabsorber aus Gold mit den Abmessungen $250 \times 250 \times 5 \mu\text{m}^3$. Die Wärmekapazität des Absorbers beträgt 1,1 pJ/K. Der paramagnetische Sensor des Detektors besteht aus dem Material Au:Er, ist zylinderförmig und hat eine Er-Konzentration von 900 ppm, einen Radius von $25 \mu\text{m}$ und eine Höhe von $6,5 \mu\text{m}$. Die Wärmekapazität des Sensors ist doppelt so groß wie die des Absorbers. Dies entspricht in der obigen Diskussion dem Fall $C_e/C_z \simeq 2$. Für die Zeitkonstanten nehmen wir hier die Werte $\tau_0 = 1 \mu\text{s}$ und $\tau_1 = 1 \text{ms}$ an. Mit Hilfe von Gleichung 2.26 erhält man für die instrumentelle Linienbreite dieses Detektors den Wert $\Delta E_{\text{FWHM}} = 1,5 \text{eV}$. Dieser Wert ist um zwei Größenordnungen besser als die Energieauflösung von heute üblichen Germanium-Ionisationsdetektoren und halb so groß wie der Wert der Standardabweichung thermischer Fluktuationen, die durch Gleichung 2.3 gegeben ist. Aufgrund der Thermalisierungszeit von $\tau_1 = 1 \text{ms}$ sollten mit diesem Detektor Zählraten bis zu etwa 100s^{-1} erreichbar sein, ohne die Energieauflösung zu beeinträchtigen.

In der Rest des Abschnittes wollen wir uns mit einer Reihe wichtiger Aussagen beschäftigen, die sich anhand der Gleichung 2.26 ableiten lassen.

Zuerst merkt man, dass die Variation dreier Parameter in Gleichung 2.26, nämlich T , τ_1 und C_e , durch experimentelle Bedingungen limitiert ist. Die Betriebstemperatur T ist zum Beispiel durch die zu Verfügung stehenden Kühlmethoden vorgegeben. Die Wärmekapazität der Elektronen-System C_e ist im Wesentlichen durch den Beitrag der Absorber gegeben. Dieser wird jedoch durch erforderliche Detektionsfläche und Quanteneffizienz festgelegt, die geometrische Form des Absorbers (Fläche und Dicke) definieren. Die Thermalisierungszeit zwischen dem Detektor und Wärmebad τ_1 ist invers proportional zur erreichbaren Zählrate des Detektors. Da in den typischen Anwendungen der Kryodetektoren Zählraten von 100 bis 1000s^{-1} erforderlich sind, bleibt τ_1 auf die Werte zwischen $100 \mu\text{s}$ und 1ms eingeschränkt.

Die Relaxationszeit zwischen Elektronen- und Zeeman-Systemen τ_0 und die Wärmekapazität der Zeeman-System C_z , die ebenso in Gleichung 2.26 eingehen, hängen von den physikalischen Eigenschaften der als Sensor eingesetzten paramagnetischen Legierung unter den erwünschten Betriebsbedingungen (Temperatur, äußeres Magnetfeld) ab und müssen daher für jedes Material einzeln betrachtet werden. Einige Aussagen lassen sich jedoch ohne Verlust der Allgemeinheit formulieren.

Man erkennt, zum Beispiel, dass in den verdünnten Legierungen τ_0 proportional zur Konzentration der magnetischen Momente n ist. Je höher die Anzahl der magnetischen Momente, desto schneller erfolgt ihr Energieaustausch mit System der Leitungselektronen. Da die Wärmekapazität C_z ebenso proportional zu n ist (vergleiche Gleichung 3.6), kann man für die Beziehung zwischen den beiden aufschreiben: $\tau_0 \propto C_z \propto (1 - \beta)/\beta$, wobei wir hier auf Definition von $\beta = C_z/(C_z + C_e)$ zurückgegriffen haben. Setzt man diesen Ausdruck in Gleichung 2.26, so bekommt man, dass $\Delta E \propto \beta^{-1/2}$ ist, d.h. die maximale Energieauflösung entspricht dem Fall $\beta = 1$.

Die Lage des Optimums ($\beta = 1$) kann jedoch aus folgenden Gründen angefochten werden. Zum einen wird für $\beta \rightarrow 1$ die beobachtete Anstiegszeit τ_0 klein, und mit ihr auch der Plateauwert der hochfrequenten Stufe der spektralen Dichte des Rauschens. Das Sinken dieses Plateauwertes ist dabei eine notwendige Voraussetzung für die Steigerung der Energieauflösung. Allerdings wird der Wert des Rauschens sehr schnell so klein, dass das intrinsische Flussrauschen des Magnetometers unterschritten wird. Man kann zeigen, dass eine weitere Erhöhung von β unter diesen Umständen dann zu einer schlechteren Energieauflösung führt. Zum anderen wird die Relaxationszeit τ_0 im Limes $\beta \rightarrow 1$ vergleichbar mit der Thermalisierungszeit der Leitungselektronen durch thermische Diffusion. Es wird daher eine der Voraussetzungen dieser Optimierungsrechnung, die von der homogenen Verteilung der Temperatur im Elektronen- und Zeeman-Systemen ausgeht, verletzt. Auch wenn die Berechnungen im Fall $\beta \rightarrow 1$ nicht mehr exakt stimmen, so gibt dennoch Beziehung 2.26 einen Hinweis, wie sich die Energieauflösung dabei verhält: Mit steigendem Wert von β durchläuft die Energieauflösung ein Minimum, und wächst im Limes $\beta \rightarrow 1$ wieder an.

Somit ist klar, dass die in diesem Kapitel vorgestellte thermodynamische Beschreibung eines magnetischen Kalorimeters das Verhalten des magnetischen Kalorimeters im Limes kleiner Konzentrationen der magnetischen Momente gut wiedergibt. Der genaue Bereich dieser Konzentrationen wird durch die Bedingung bestimmt, dass das äußere Magnetfeld, das für die Magnetisierung des Sensors verantwortlich ist, viel größer sein sollte als das innere Magnetfeld, das durch die Nachbarmomente erzeugt wird. Will man diese Einschränkung bezüglich der Konzentration der magnetischen Momente überwinden, so muß die thermodynamische Beschreibung in mehreren Aspekten erweitert werden.

Zum einen muß die starke Spin-Spin-Korrelation bei hohen Konzentrationen berücksichtigt werden. Diese Aufgabe stellt sich als nicht trivial dar. Während der Einfluss der Wechselwirkung auf die Wärmekapazität und Magnetisierung durch numerische Berechnungen, die im Kapitel 3 vorgestellt werden, ausreichend genau beschrieben werden kann, ist ihre Auswirkung auf dynamische Eigenschaften des System wie Relaxationszeiten und Rauschen weitgehend unbekannt.

Zum anderen gingen wir in den bisherigen Überlegungen von einem perfekten Thermometer aus, das instantan und rauschfrei die Temperatur des Zeeman-Systems mißt. Wie wir im Kapitel 4 sehen werden, besitzen SQUID-Magnetometer, die zur Auslesung der Detektoren verwendet werden, ein Rauschen, dessen Niveau mit dem der thermischen Fluktuationen vergleichbar ist.

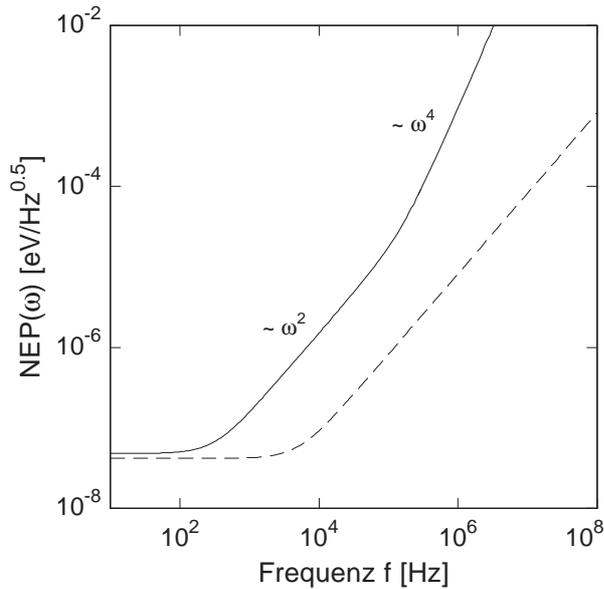


Abb. 2.4: Die zum-Rauschen-äquivalente-Leistung $NEP(\omega)$ für den Beispieldetektor zur Detektion weicher Röntgenstrahlung. Das zusätzliche Rauschen beträgt $\sqrt{S_{E,zus}} = 30 \text{ meV}/\sqrt{\text{Hz}}$. Man kann die Frequenzbereiche unterscheiden, in denen die NEP -Form proportional zu ω^2 bzw. ω^4 ist. Gestrichelt ist die NEP -Form für den Fall $S_{E,zus} = 0$ dargestellt.

2.2.4 Einfluss eines zusätzlichen weißen Rauschens

Zum Abschluss dieses Kapitels wollen wir auf die Frage eingehen, in wie weit die maximal erreichbare Energieauflösung eines magnetischen Kalorimeters, die durch Gleichungen 2.25 und 2.26 gegeben ist, durch die Existenz eines zusätzlichen Rauschens beeinflusst wird. Solch ein Rauschen, das zum Beispiel von der SQUID-Elektronik hervorgerufen werden kann, stellt im Vergleich zu den thermischen Fluktuationen keine *fundamentale* Grenze für die Energieauflösung des Detektors dar und kann theoretisch durch eine geschickte experimentelle Anordnung komplett beseitigt werden. Dies ist jedoch typischerweise mit einem großen Aufwand verbunden. In derzeitigen Detektorprototypen sind die thermischen Fluktuationen von der gleichen Größenordnung wie das zusätzliche Rauschen.

Um den Einfluss eines zusätzlichen Rauschens auf die Energieauflösung zu charakterisieren, nehmen wir an, dass seine spektrale Dichte eine sogenannte „weiße“ Form besitzt. Das bedeutet, dass die Energie des Rauschens pro Frequenzintervall unabhängig von der Frequenz ist und einen Wert $S_{E,zus}$ hat. Diesen Wert müssen wir zum thermischen Rauschen S_{Ez} in Gleichung 2.16 addieren. Die Responsivität des Systems $R(\omega)$ ist dagegen unabhängig vom Rauschen und ändert ihre Form nicht.

Die unter diesen Umständen erwartete Form von $NEP^2(\omega)$ ist in Abbildung 2.4 für den oben vorgestellten Detektor zur Detektion weicher Röntgenstrahlung eingezeichnet, wobei wir dort von einem zusätzlichen Rauschen von $\sqrt{S_{E,zus}} = 30 \text{ meV}/\sqrt{\text{Hz}}$ ausgingen. Während $NEP^2(\omega)$ bis zu den Frequenzen $\omega \leq 1/\tau_1$ noch unabhängig von der Frequenz ist, treten die Terme $\propto \omega^2$ bei Frequenzen $1/\tau_1 \leq \omega \leq 1/\tau_0$ und $\propto \omega^4$ bei Frequenzen $1/\tau_0 \leq \omega$ auf. Obwohl eine numerische Integration dieser $NEP^2(\omega)$ -Form keinerlei Problem darstellt, können wir die für fast alle relevanten Fälle geltende Beziehung $\tau_0/\tau_1 \ll 1$ verwenden, um die Energieauflösung in einer analytischen Form auszudrücken. Die Beziehung $\tau_0/\tau_1 \ll 1$ ermöglicht uns, den ω^4 -Term in NEP zu vernachlässigen, was die weiteren Rechnungen deutlich vereinfacht.

Die Kombination aus Gesamttrauschen und Responsivität wird anschließend integriert und ergibt gemäß Gleichung 2.21 für die Energieauflösung ΔE den folgenden Ausdruck:

$$\Delta E = \sqrt[4]{\tau_1^2 (NEP_0^2(0) + NEP_{\text{zus}}^2) (NEP_1^2(0) + NEP_{\text{zus}}^2)} \quad (2.27)$$

wobei hier $NEP_0^2(0) = 4\alpha_0\tau_0G_{\text{eb}}^2k_{\text{B}}T^2/C_z$ und $NEP_1^2(0) = 4\alpha_1\tau_1G_{\text{eb}}^2k_{\text{B}}T^2/C_z$ und $NEP_{\text{zus}}^2 = S_{\text{E,zus}} \cdot (G_{\text{eb}}/C_z)^2$ sind. Bemerkenswert ist es, dass nur dc-Werte ($\omega = 0$) der jeweiligen NEP -Beiträgen in Gleichung 2.27 eingehen.

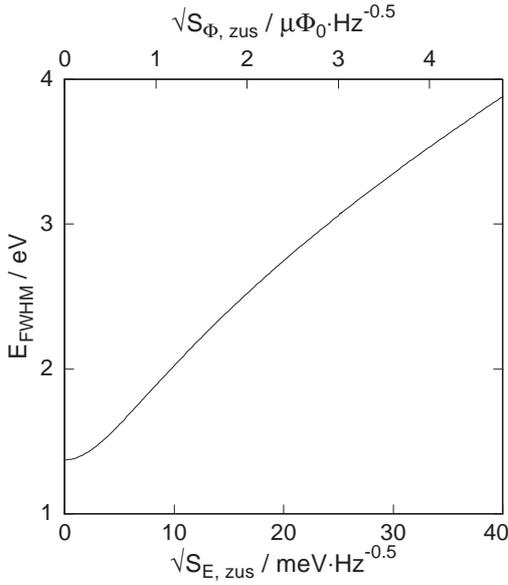


Abb. 2.5: Energieauflösung des Beispieldetektors als Funktion des zusätzlichen Rauschens $\sqrt{S_{\text{E,zus}}}$. Im Fall des kleinen Rauschens entspricht sie dem thermodynamischen Limes gemäß Gleichung 2.26. Im Gegenfall $\sqrt{S_{\text{E,zus}}} \rightarrow \infty$ steigt die Energieauflösung proportional zum Rauschen gemäß Gleichung 2.28.

Der Verlauf der Energieauflösung des im vorherigen Abschnitt diskutierten Detektors in Abhängigkeit vom Niveau des zusätzlichen Rauschens, $\sqrt{S_{\text{E,zus}}}$ gemäß Gleichung 2.27 ist in Abbildung 2.5 eingezeichnet. Im Limes eines kleinen Rauschens $\sqrt{S_{\text{E,zus}}} \rightarrow 0$ stimmt die erwartete Energieauflösung mit dem Wert aus Beziehung 2.26 überein. Dies bestätigt, dass die Vernachlässigung des ω^4 -Terms in der NEP -Form zur Korrektur führt, die zu $O(\tau_0/\tau_1)$ proportional ist. In einem anderen Fall, in dem das zusätzliche Rauschen in Gesamttrauschen des Detektors dominiert, $NEP_{\text{zus}}^2 \gg (NEP_0^2 + NEP_1^2)$, spielt die doppelstufige Struktur der thermischen Fluktuationen keine Rolle. Die Energieauflösung eines Kalorimeters verschlechtert sich dabei proportional zu $\sqrt{S_{\text{E,zus}}}$:

$$\Delta E = \frac{\sqrt{S_{\text{E,zus}}}}{\sqrt{\beta^2\tau_1}}. \quad (2.28)$$

Anhand dieser Beziehung erkennt man, dass der Beitrag eines zusätzlichen Rauschens zur Energieauflösung ΔE mit kleineren Abfallszeiten zunimmt. Ebenso ist auffallend, dass die Energieauflösung invers proportional zu β ist. Diese beiden Abhängigkeiten ist im Zusammenhang mit der Signalgröße zu verstehen. Je kleiner die Abfallszeit τ_1 ist, desto schneller fließt die Wärme aus dem Spin-System raus. Bei einer konstanten Anstiegszeit τ_0 ist die detektierte Signalamplitude dadurch kleiner. Der kleinere relative Anteil der Spin-System

in der Gesamtwärmekapazität β führt dazu, dass weniger Energie darin aufgenommen und anschließend detektiert wird (vergleiche Gleichung 2.14).

In den nachfolgenden Kapiteln stellen wir die zwei wichtigsten Bestandteile jedes magnetischen Kalorimeters, nämlich das paramagnetische Sensormaterial und das empfindliche Magnetometer. Dabei stellt sich heraus, dass die beiden Teile im Wesentlichen in Form eines weißen Rauschen zum Gesamtrauschen des Detektors beitragen. Daher können wir die Ergebnisse der Diskussion in diesem Abschnitt für eine realistische Abschätzung der Energieauflösung eines magnetischen Kalorimeters in den unterschiedlichen Geometrien verwenden.

3. Physikalische Eigenschaften des Sensormaterials

3.1 Eigenschaften von 3^+ Er-Ionen in Gold

Im Rahmen dieser Arbeit wurden verdünnte Legierungen aus Gold (Au) und dem Seltenmetall Erbium (Er) als Sensormaterial verwendet. Bei der Dotierung von Gold mit Erbium besetzen die Erbiumatome, wie in Abbildung 3.1 skizziert, reguläre Plätze des kubisch flächenzentrierten Gold-Wirtsgitters. Dabei geben die Er-Atome drei Elektronen an das System der delokalisierten Elektronen ab. Die Elektronenkonfiguration der verbleibenden dreiwertigen Er-Ionen ist durch $[Kr]4d^{10}4f^{11}5s^25p^6$ gegeben. Reines Gold ist diamagnetisch und besitzt eine nahezu temperaturunabhängige Volumenssuszeptibilität von $\chi_{\text{Au}} = -3,45 \cdot 10^{-5}$. Für das paramagnetische Verhalten des Sensormaterials sind die nicht vollständig besetzten $4f$ -Orbitale der Erbium-Ionen verantwortlich.

Da die $4f$ -Schale ($r_{4f} \approx 0,3 \text{ \AA}$; [Fra76]) tief im Inneren der Erbium-Ionen ($r_{\text{ion}} \approx 1 \text{ \AA}$) liegt, wird sie von den weiter außen liegenden Elektronen der $5s$ - und $5p$ -Orbitale abgeschirmt. Dadurch ist die Größe des Kristallfeldes am Ort der $4f$ -Elektronen stark reduziert. Aus diesem Grund ist es bei der Berechnung des magnetischen Moments der Er-Ionen in Gold in guter Näherung möglich, die Gesamtdrehimpulse \mathbf{L} , \mathbf{S} und $\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S}$ nach den Hund'schen Regeln zu ermitteln. Man erhält auf diese Weise $L = 6$, $S = 3/2$ und $J = 15/2$. Anhand dieser Werte können der Landé-Faktor $g_J = 1,2$ und das magnetische Moment $\boldsymbol{\mu} = -g_J \mu_B \mathbf{J}$ berechnet werden [Abr70].

Messungen der magnetischen Suszeptibilität von Au:Er zeigen bei hohen Temperaturen ($T > 100 \text{ K}$) eine gute Übereinstimmung zwischen der theoretischen Vorhersage und den experimentellen Daten [Wil69]. Um korrekte theoretische Vorhersagen auch für tiefe Temperaturen treffen zu können, muss der Einfluss des Kristallfeldes berücksichtigt werden. Die Beschreibung des Kristallfeldes erfolgt durch ein zusätzliches Potential mit der Symmetrie des Wirtskristalles Gold. Die $(2J + 1)$ -fache Entartung des Er^{3+} -Grundzustandes wird aufgehoben und geht in eine Gruppe von Multipletts über (Γ_6 -, Γ_7 -Doublett, $3 \times \Gamma_8$ -Quartett), deren energetisch günstigstes ein Γ_7 -Kramers-Doublett ist. Die heute zuverlässigsten Daten zur Kristallfeldaufspaltung in Au:Er, die durch Neutronenstreuung von W. Hahn et. al. [Hah92] gemessen wurden, zeigen, dass die Energieaufspaltung zwischen dem Γ_7 -Doublett und dem ersten angeregten Multiplett im Nullfeld etwa $\Delta E = 17 \pm 5 \text{ K} \cdot k_B$ beträgt. Dies wurde durch Suszeptibilitätsmessungen [Wil69], Hyperfein-Resonanz-Spektroskopie [Sjö75], Mössbauer-Spektroskopie [She73] und Magnetisierungsmessungen [Fle00] bestätigt.

Im Fall tiefer Temperaturen und kleiner magnetischer Felder lässt sich das magnetische Verhalten von Erbium in Gold daher durch ein Zwei-Niveau-System beschreiben, dessen Quasi-Spin $\tilde{S} = 1/2$ ist und dessen effektiver, isotroper Landé-Faktor $\tilde{g} = 34/5$ beträgt [Abr70]. Anhand der ESR¹-Messungen wurde dieser Wert mehrfach bestätigt, siehe z.B.

¹Electron Spin Resonance

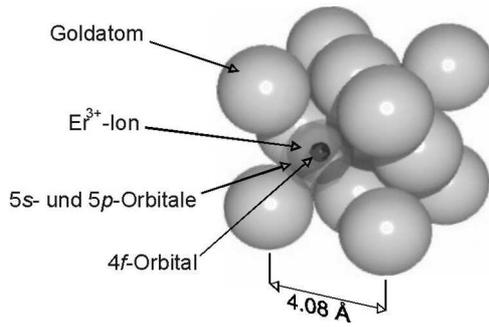


Abb. 3.1: Schematische Darstellung eines Gitterausschnitts einer Au:Er-Legierung. Die Er³⁺-Ionen nehmen reguläre Gitterplätze der Au-Matrix ein. Die 4f-Schale des Erbiumions liegt tief im Inneren des Ionenrumpfes.

[Tao71].

3.2 Beschreibung wechselwirkungsfreier magnetischer Momente

Wie im vorherigen Abschnitt gezeigt wurde, kann das Verhalten der Erbium-Ionen in Gold bei tiefen Temperaturen durch einen Quasi-Spin $\tilde{S} = 1/2$ und einen effektiven, isotropen Landé-Faktor des Γ_7 -Kramers-Doubletts von $\tilde{g} = 6,8$ beschrieben werden. Damit kann jedes einzelne Ion in einem äußeren Magnetfeld B nur eines der beiden Energieniveaus

$$E_{\pm} = \pm \frac{1}{2} \tilde{g} \mu_B B \quad (3.1)$$

annehmen, wobei hier $\mu_B = 9,274 \cdot 10^{-24} \text{ Am}^2$ das Bohrsche Magneton ist. Da die Energiezustände des einzelnen Teilchens bekannt sind, kann man sofort die Zustandssumme für N-Teilchen-System aufschreiben:

$$Z_N = (\exp(E_-/k_B T) + \exp(E_+/k_B T))^N . \quad (3.2)$$

Die freie Energie F kann mit Hilfe der Zustandssumme in folgender Form dargestellt werden:

$$F = -k_B \ln Z_N = -N k_B T \ln \{2 \cdot \cosh(h)\} \quad (3.3)$$

mit dem Argument

$$h = \tilde{g} \mu_B B / 2 k_B T , \quad (3.4)$$

das im Folgenden häufig verwendet wird und das Verhältnis aus Zeeman-Aufspaltung und thermischer Energie angibt. Aus Gleichung 3.3 folgt für die Magnetisierung M und die Wärmekapazität C_z dieses Systems:

$$M = n \tilde{S} \tilde{g} \mu_B \cdot \tanh(h) , \quad (3.5)$$

$$C_z = N k_B \cdot h^2 \cosh^{-2}(h) . \quad (3.6)$$

Hier steht $n = N/V$ für die Dichte der magnetischen Momente, die im Volumen V verteilt sind². Die beiden Funktionen sind in Abbildung 3.2 dargestellt.

²Im Weiteren wird anstelle der Teilchenzahldichte n häufig die Konzentration x (in Einheiten von ppm) zur Charakterisierung einer Probe angegeben. Diese Größen sind über die Beziehung $n = x \cdot 10^{-6} N_A / V_m$ miteinander verbunden, wobei hier N_A für die Avogadro-Zahl und V_m für das Molvolumen steht.

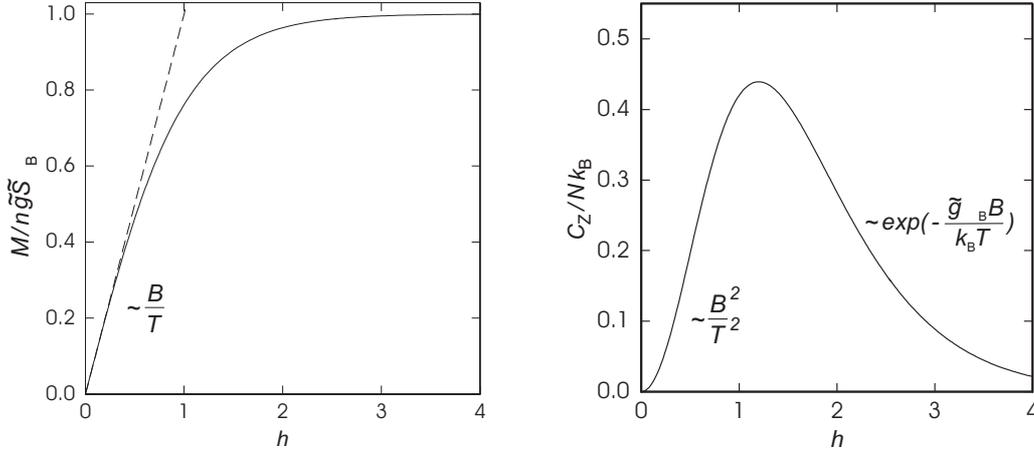


Abb. 3.2: Magnetisierung M und Wärmekapazität C_z eines Systems aus N wechselwirkungsfreien Zwei-Niveau-Systemen als Funktion von $h = \tilde{g}\mu_B B/2k_B T$.

Bei einer endlichen Temperatur und Magnetfeld $B = 0$ ($h = 0$) ist die Aufspaltung der beiden Energieniveaus gemäß Gleichung 3.1 auch Null, sodass sich das System weder polarisieren noch Energie aufnehmen kann und die beiden physikalischen Grössen, M und C_z , Null sind. Beim Anschalten des Magnetfeldes beobachtet man im Bereich $h < 0,3$, in dem die thermische Energie die Energieaufspaltung überwiegt, eine lineare Polarisation der fast gleichbesetzten Niveaus. Die Entwicklung der Gleichung 3.5 nach h ergibt für die Magnetisierung im Bereich $h < 0,3$ in guter Näherung:

$$M(B, T) \cong \frac{n\mu_0 \tilde{S}(\tilde{S} + 1)(\tilde{g}\mu_B)^2}{3k_B} \cdot \frac{B}{T} \quad (3.7)$$

wobei μ_0 die Permeabilität des Vakuums ist. Anhand Gleichung 3.7 erkennt man, dass die Suszeptibilität des Systems in diesem Bereich unabhängig vom Magnetfeld und invers proportional zur Temperatur ist, d.h. ihr Verhalten wird durch das bekannte Curie-Gesetz beschrieben. Die Wärmekapazität wächst in diesem Bereich ($h < 0,3$) proportional zum Quadrat der Energieaufspaltung:

$$C_z(B, T) \cong \frac{N\tilde{S}(\tilde{S} + 1)(\tilde{g}\mu_B)^2}{k_B} \cdot \left(\frac{B}{T}\right)^2 \quad (3.8)$$

Bei großen Magnetfeldern ($h > 2$) sind alle magnetischen Momente parallel zum äußeren Feld ausgerichtet. In dieser Situation nähert sich die Magnetisierung ihrem Sättigungswert $M_{\text{sat}} = n\tilde{S}\tilde{g}\mu_B$ an. Gleichzeitig nimmt die spezifische Wärmekapazität sehr rapide ab, $C_z \propto \exp(-h)$, da sich nahezu alle Systeme im unteren Energiezustand befinden und thermische Anregungen gemäß dem Boltzmann-Faktor $\exp(-h)$ mit zunehmenden h geringer werden.

Zwischen den diskutierten Extremfällen beobachtet man bei $h \approx 1,2$ ein Maximum im Verlauf der spezifischen Wärmekapazität, das als Schottky-Anomalie bekannt ist. In diesem Bereich wird die Energieaufspaltung $\tilde{g}\mu_B B$ von kleinen Feldern kommend vergleichbar mit

der thermischen Energie $k_B T$. Unter diesen Umständen wird die Besetzungswahrscheinlichkeit der beiden Energieniveaus durch das äußere Magnetfeld stark beeinflusst.

Die Magnetisierung bleibt im Laufe der Zeit nicht konstant, sondern sie schwankt um den durch Gleichung 3.5 gegebenen Mittelwert. Für die mittlere quadratische Abweichung der Magnetisierung erhält man den folgenden Ausdruck:

$$\Delta M^2 = (n/V)(\tilde{S}\tilde{g}\mu_B)^2 \cosh^{-2}(h) \quad (3.9)$$

Wie man leicht anhand dieser Gleichung überprüfen kann, verschwindet die relative Schwankung $\Delta M/M \propto 1/\sqrt{N}$ im thermodynamischen Limes $N \rightarrow \infty$. Bei kleinem Magnetfeld bzw. bei hoher Temperatur ($h < 0.5$) ist die mittlere quadratische Abweichung nahezu konstant und hat den Wert $\sqrt{n/V} \cdot \tilde{S}\tilde{g}\mu_B/2$. Im anderen Extremfall ($h > 2$) läuft sie exponentiell gegen Null aufgrund der starken Spin-Ausrichtung durch das große äußere Magnetfeld.

Detektorsignal

Zur Diskussion der Signalhöhe nach einem Absorptionsereignis bietet sich die Änderung des gesamten magnetischen Moments des Sensors an, da diese unabhängig von der Sensorgeometrie ist. Würde man bei der Berechnung des Detektorsignals annehmen, dass die Thermodynamik des Detektors ausschließlich von den bisher behandelten wechselwirkungsfreien Spins bestimmt wird, so ergäbe sich für die Signalgröße δm eine einfache Beziehung

$$\delta m = \frac{\delta E}{B} . \quad (3.10)$$

Sie spiegelt die Tatsache wieder, dass das Spinsystem nur durch Umklappen von magnetischen Momenten Energie aufnehmen kann. Jeder dieser Prozesse im Fall eines Zwei-Niveau-System benötigt eine Energie $\tilde{g}\mu_B B$ und ändert das gesamte magnetische Moment des Sensors um $\tilde{g}\mu_B$. In diesem Modell würde die Empfindlichkeit des Detektors zu kleinen Magnetfeldern hin proportional zu $1/B$ zunehmen, da die Zeeman-Aufspaltung abnimmt und somit bei gleichem Energieeintrag eine zunehmende Anzahl von Spins umgeklappt werden können.

Ein reales magnetisches Kalorimeter besitzt neben dem Spinsystem noch weitere thermodynamische Systeme, von denen bei Temperaturen unter 100 mK die Leitungselektronen den dominierenden Beitrag liefern. Die spezifische Wärme des Elektronensystems eines Metalls steigt linear mit Temperatur an, $c_e = \gamma T$, wobei der Parameter γ für Gold den Wert $\gamma = 7,29 \cdot 10^{-4} \text{ J}/(\text{mol K}^2)$ besitzt [Kit93]. Die Aufnahme der Wärmekapazität der Elektronen in das Modell des Kalorimeters ändert das Verhalten des Detektorsignals auf grundlegende Weise.

In Abbildung 3.3 ist die berechnete Änderung des magnetischen Moments eines magnetischen Kalorimeters als Funktion des Magnetfeldes B dargestellt. Der Detektor, von dem man in der Rechnung ausgeht, besteht aus einem einem Röntgenabsorber ($250 \times 250 \times 5 \mu\text{m}$) aus Gold und einem zylinderförmigen Sensor aus Au:Er mit einem Durchmesser von $52 \mu\text{m}$ und einer Höhe von $6,5 \mu\text{m}$. Die angenommene Er-Konzentration der Spins beträgt

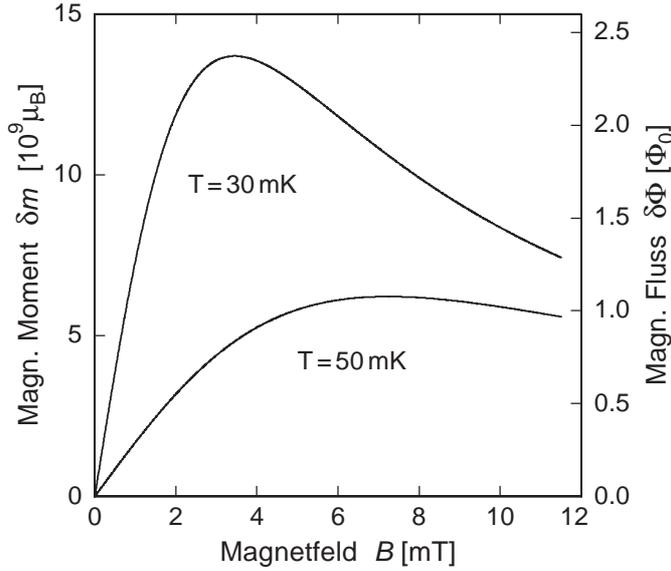


Abb. 3.3: Änderung des magnetischen Moments δm eines paramagnetischen Au:Er-Sensors bei der Absorption von 5,9 keV in einem Detektor, der bei der Temperatur $T = 30$ mK bzw. 50 mK betrieben wird und einen Röntgenabsorber ($250 \times 250 \times 5 \mu\text{m}$) aus Gold besitzt. Die angenommene Er-Konzentration des Sensors beträgt 900 ppm. Er besitzt einen Durchmesser von $52 \mu\text{m}$ und eine Höhe von $6,5 \mu\text{m}$, und befindet sich in einem Magnetfeld von $B = 9$ mT.

900 ppm. Es wird zusätzlich angenommen, dass ein Röntgenquant der Energie 5,9 keV absorbiert wird und dass die Arbeitstemperatur des Detektors 30 mK bzw. 50 mK beträgt.

Wir betrachten zunächst vergleichsweise hohe Temperaturen bzw. kleine Magnetfelder, wo sich die spezifische Wärmekapazität der Spins in Form der Gleichung 3.8 darstellen lässt. Bei einer Arbeitstemperatur von $T = 50$ mK entspricht dies den Magnetfeldern bis etwa 12 mT. Die Änderung des magnetischen Moments nimmt unter diesen Bedingungen die folgende Form:

$$\delta m = \frac{C_z}{C_z + C_e} \frac{\delta E}{B} = \frac{C_0 B}{C_0 B^2 + C_e} \delta E, \quad (3.11)$$

wobei $C_0 = N\tilde{S}(\tilde{S} + 1)(\tilde{g}\mu_B)^2/3(k_B T^2) \propto 1/T^2$ ist.

In kleinen Magnetfeldern ($C_z \ll C_e$) nimmt das Detektorsignal linear zu, wobei die Steigung $\delta m \propto B$ zu tiefen Temperaturen hin proportional zu $1/T^3$ ansteigt. Im Bereich mittlerer Magnetfelder durchläuft das Kalorimetersignal ein Maximum, das sich anhand Gleichung 3.11 herleiten lässt. Dabei kann man zeigen, dass die Signalhöhe bei vorgegebener Arbeitstemperatur T und vorgegebener Geometrie bei dem Magnetfeld (B_{max}) maximal ist, bei dem die Wärmekapazität des Spinsystems gleich der Wärmekapazität der restlichen Systeme des Detektors ist: $B_{\text{max}} = \sqrt{C_e/C_0} \propto T^{3/2}$. Die Höhe des Signals beim Maximum ist invers proportional zu B_{max} und wird mit steigender Temperatur kleiner.

Bei größeren Magnetfeldern dominiert die Wärmekapazität des Spinsystems die Gesamtwärmekapazität des Kalorimeters, $C_z \gg C_e$, und das Spinsystem nimmt annähernd die gesamte im Detektor deponierte Energie auf. Die Größe des Detektorsignals wird dabei durch Gleichung 3.10 beschrieben. Demnach nimmt sie zu großen Magnetfeldern hin zunächst invers proportional zum Magnetfeld ab.

Im Limes sehr großer Magnetfelder ($h > 2$) nimmt die Wärmekapazität des Spinsystems nach dem Durchlaufen der Schottky-Anomalie exponentiell ab und ihre Verhalten kann nicht durch Gleichung 3.11 dargestellt werden. Im Bereich, wo $C_z \ll C_e$ ist, gilt jedoch die Beziehung $\delta m \propto C_z/C_e \propto \exp(-B/T)$. Das bedeutet, dass eine weitere Erhöhung des

Magnetfeldes mit einem exponentiellen Abklingen des Signals einhergeht.

3.3 Beschreibung wechselwirkender magnetischer Momente

Das im letzten Abschnitt entwickelte Modell eines Paramagneten, in dem die magnetischen Momente zwar mit dem äußeren Magnetfeld wechselwirken allerdings untereinander keinerlei Wechselwirkung zeigen, ist im Stande das Sensormaterial qualitativ zu beschreiben. Um eine quantitative Übereinstimmung zwischen Modell und Experiment zu erzielen, ist es erforderlich die auftretenden Wechselwirkungen zwischen den magnetischen Momenten der Er^{3+} -Ionen in das Modell zu integrieren. Zu diesen zählen die Dipol-Dipol-Wechselwirkung und die indirekte RKKY-Wechselwirkung.

3.3.1 Wechselwirkungen zwischen lokalisierten magnetischen Momenten

Dipol-Dipol-Wechselwirkung

Der Gesamthamilton-Operator des Systems wechselwirkender Dipolmomente kann als die Summe einzelner Beiträge dargestellt werden:

$$H^{\text{Dipol}} = \sum_{1 \leq i < j \leq N} H_{ij}^{\text{Dipol}} \quad , \quad (3.12)$$

wobei H_{ij}^{Dipol} für die Wechselwirkung zweier paramagnetischer Ionen an den Orten \mathbf{r}_i und \mathbf{r}_j steht:

$$H_{ij}^{\text{Dipol}} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{1}{r_{ij}^3} \left\{ \boldsymbol{\mu}_i \cdot \boldsymbol{\mu}_j - 3(\boldsymbol{\mu}_i \cdot \hat{\mathbf{r}}_{ij})(\boldsymbol{\mu}_j \cdot \hat{\mathbf{r}}_{ij}) \right\} \quad (3.13)$$

Hier steht $\hat{\mathbf{r}}_{ij}$ für den Einheitsvektor in Richtung $\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j$ und r_{ij} ist der Abstand der betrachteten Momente an den Orten \mathbf{r}_i und \mathbf{r}_j . Dieser Ausdruck lässt sich unter Ausnutzung des isotropen Verhaltens des effektiven Landé-Faktors im Γ_7 -Kramers-Doublett auch mit Hilfe der Quasi-Spins $\tilde{\mathbf{S}}_i$ und $\tilde{\mathbf{S}}_j$ formulieren:

$$H_{ij}^{\text{Dipol}} = \underbrace{\frac{\mu_0}{4\pi} (\tilde{g}\mu_B)^2 (2k_F)^3}_{\Gamma_{\text{Dipol}}} (\tilde{\mathbf{S}}_i \cdot \tilde{\mathbf{S}}_j) \frac{1 - 3(\tilde{\mathbf{S}}_i \cdot \hat{\mathbf{r}}_{ij})(\tilde{\mathbf{S}}_j \cdot \hat{\mathbf{r}}_{ij}) / (\tilde{\mathbf{S}}_i \cdot \tilde{\mathbf{S}}_j)}{(2k_F r_{ij})^3} \quad (3.14)$$

Dabei wurde der Ausdruck anhand des Betrags des Fermi-Wellenvektors der Elektronen in Gold, $k_F = 1,2 \cdot 10^{10} \text{ m}^{-1}$, in eine Form gebracht, die den Vergleich mit der noch folgenden RKKY-Wechselwirkung erleichtert. Die Dipol-Dipol-Wechselwirkung erweist sich als anisotrop und hat auf der so definierten Längenskala eine Größe von $\Gamma_{\text{Dipol}} = 0,0343 \text{ eV}$, die mit zunehmender Entfernung proportional zu r_{ij}^{-3} abnimmt.

RKKY-Wechselwirkung

Zusätzlich zur Dipol-Dipol-Wechselwirkung zwischen den magnetischen Momenten existiert in Metallen noch eine weitere Wechselwirkung, die sogenannte RKKY-Wechselwir-

kung³. Dieser indirekte Wechselwirkungsmechanismus zwischen den lokalisierten $4f$ -Elektronen der magnetischen Er^{3+} -Ionen in Gold basiert auf der Austauschwechselwirkung der $4f$ -Elektronen mit den Elektronen des Leitungsbandes.

Bei der mathematischen Beschreibung der Wechselwirkung zwischen zwei magnetischen Momenten geht man von einem Hamilton-Operator der Form

$$H = H_0 + H_I \quad (3.15)$$

mit

$$H_I = J_{\text{sf}} \{ \mathbf{S}_i \cdot \mathbf{s}(\mathbf{r}_i) + \mathbf{S}_j \cdot \mathbf{s}(\mathbf{r}_j) \} \quad (3.16)$$

aus. Hierbei beschreibt H_0 die Energie der ungestörten Leitungsband- und $4f$ -Elektronen, \mathbf{S}_i und \mathbf{S}_j sind die *wahren Spins*⁴ der beiden $4f$ -Systeme und $\mathbf{s}(\mathbf{r})$ ist der Spinoperator der freien Elektronen. J_{sf} ist die sogenannte Austauschenergie, die ein Maß für die Stärke der Austauschwechselwirkung darstellt. Stellt diese Wechselwirkung lediglich einen kleinen Korrekturterm dar, so lässt sich eine Störungsrechnung in J_{sf} durchführen. Für das Γ_7 -Doublett lässt sich die RKKY-Wechselwirkung für die Quasispins $\tilde{\mathbf{S}}$ dadurch in die Form eines Heisenberg-Spin-Hamiltonoperators bringen. Der Einfluss auf die Energie ist durch

$$H^{\text{RKKY}} = \sum_{i>j} H_{ij}^{\text{RKKY}}(r_{ij}) = \sum_{i>j} \Gamma_{\tilde{\mathbf{S}}} F(2k_{\text{F}}r_{ij}) \tilde{\mathbf{S}}_i \cdot \tilde{\mathbf{S}}_j \quad (3.17)$$

gegeben. Hierbei ist $F(\rho)$ die sogenannte Kittel-Funktion

$$F(\rho) = \frac{\cos \rho - \frac{1}{\rho} \sin \rho}{\rho^3} \quad (3.18)$$

und $\Gamma_{\tilde{\mathbf{S}}}$ ist durch

$$\Gamma_{\tilde{\mathbf{S}}} = J_{\text{sf}}^2 \frac{\tilde{g}^2 (g_{\text{J}} - 1)^2}{g_{\text{J}}^2} \frac{4V_{\text{p}}^2 m_{\text{e}}^* k_{\text{F}}^4}{\hbar^2 (2\pi)^3} \quad (3.19)$$

gegeben, wobei V_{p} das Volumen der primitiven Elementarzelle und m_{e}^* die effektive Masse der freien Elektronen des Wirtsmaterials ist. Bei \tilde{g} handelt es sich um den effektiven Landé-Faktor des Γ_7 -Kramers-Doublett, während g_{J} der Landé-Faktor ist, den man mit Hilfe der Hundschen Regeln für ein freies Erbium-Ion ohne Kristallfeld erhält. Das Auftreten der Kombination der Landé-Faktoren im Ausdruck 3.19 ist dabei eine Folge der Projektion der zum Gesamtspin \mathbf{S} gehörigen Zustände auf die Zustände des Gesamtdrehimpulses \mathbf{J} im Γ_7 -Kramers-Doublett.

Im Gegensatz zur Dipol-Dipol-Wechselwirkung ist die RKKY-Wechselwirkung in dieser Näherung isotrop und weist aufgrund der Kittel-Funktion ein räumlich oszillierendes Verhalten auf. Beide Wechselwirkungen sind jedoch proportional zu r_{ij}^{-3} . Daher wird die Stärke der RKKY-Wechselwirkung im Folgenden mit Hilfe des Wechselwirkungsparameters $\alpha = \Gamma_{\tilde{\mathbf{S}}}/\Gamma_{\text{Dipol}}$ in Einheiten der Stärke der Dipol-Dipol-Wechselwirkung angegeben.

³Diese wurde nach den Anfangsbuchstaben der Physiker M. A. Rudermann, C. Kittel, T. Kasuya und K. Yosida benannt, die diesen Wechselwirkungsmechanismus vorschlugen.

⁴Unter dem Begriff *wahrer Spin* wird hier der Gesamtspin \mathbf{S} eines Er-Ions verstanden.

3.3.2 Theoretische Beschreibung verdünnter magnetischer Legierungen

Systeme mit dominierenden $1/r^3$ -Wechselwirkung zeichnen sich durch eine Vielfalt interessanter physikalischer Effekte bei tiefen Temperaturen aus, und zu Ihrer Beschreibung wurden eine Reihe theoretischer Methoden entwickelt, die eine gute Übereinstimmung mit experimentellen Daten aufweisen. Noch bevor wir einige von diesen Theorien vorstellen, wollen wir eine allgemeine Überlegung zu den Eigenschaften solcher Systeme präsentieren.

Wir beginnen unsere Betrachtung, wie auch im Fall wechselwirkungsfreier Spins (Gleichung 3.3), mit der statistischen Zustandssumme:

$$Z = \text{Sp} \exp(-H/k_B T) , \quad (3.20)$$

wobei hier $H = H^{\text{RKKY}} + H^{\text{Dipol}} - \tilde{g}\mu_B B \sum_i S_i$ der Gesamthamiltonian des Systems ist. Der letzte Term in H beschreibt die Wechselwirkung mit dem äußeren Magnetfeld B .

Nimmt man an, dass die magnetischen Momente in einem kontinuierlichen Medium verteilt sind, und sieht man von dem oszillatorischen Verhalten der RKKY-Wechselwirkung ab, so ist die Wechselwirkungsenergie H^{RKKY} proportional zu $1/r^3$. Skaliert man die Abstände r in Einheiten vom mittleren Abstand zwischen zwei Nachbarionen d ,

$$2k_F d = \left(1,95 \cdot 10^8/x\right)^{1/3} , \quad (3.21)$$

so erkennt man, dass der Gesamthamiltonian H proportional zur Konzentration der magnetischen Ionen n ist. Somit ist klar, dass wir die Zustandssumme in der Form

$$Z = \left[z \left(\frac{T}{n}, \frac{B}{n} \right) \right]^n \quad (3.22)$$

darstellen können.

Setzt man diese Zustandssumme Z in den Ausdruck für die freie Energie aus Gleichung 3.3 ein, so ergibt sich nach einer einfachen Umformung:

$$\frac{F}{n} = -k_B \log z \left(\frac{T}{n}, \frac{B}{n} \right) . \quad (3.23)$$

Aus der Form der Gleichung 3.23 geht hervor, dass die freie Energie des Systems pro Teilchen F/n ihre Form im Vergleich zu einem System mit Parameter (n', T', B') nicht ändert, solange $n \rightarrow n'$, $T \rightarrow T'(n/n')$ und $B \rightarrow B'(n/n')$ gilt. Da sich jede thermodynamische Größe in Form einer Ableitung der freien Energie nach B und T darstellen läßt, bedeutet die Gleichung 3.23, dass z.B. die Magnetisierung und die Wärmekapazität ebenfalls Funktionen der reduzierten Temperatur T/n und des reduzierten Magnetfeldes B/n sind [Myd93]. Anders formuliert bedeutet dies, dass die Messungen einer thermodynamischen Größe bei einer bestimmten Konzentration zur Aussage über ihr Verhalten bei einer anderen Konzentration herangezogen werden können.

Diese Skalierung gilt nur im Falle relativ verdünnter Legierungen ($x \ll 10000$ ppm). In diesem Regime sind die Abweichungen von $1/r^3$ -Form, die bei kleinen Abständen auftreten, unwichtig, und die reduzierte spezifische Wärme c/n und die reduzierte Magnetisierung M/n sind Funktionen vom reduzierten Magnetfeld B/n und der Temperatur T/n [Wal80].

Wir benutzen nun die Gleichung 3.21 um abzuschätzen, wie stark die Spin-Spin-Korrelationen in einem typischen Fall sind. Um diese zu charakterisieren, vergleichen wir den Wert der RKKY-Wechselwirkung zwischen zwei lokalisierten Momenten gemäß Gleichung 3.17 mit dem der thermischen Energie. Aus Gleichung 3.21 folgt, dass für typische Dotierungen bis zu 1000 ppm das Produkt $k_F d \gg 1$ ist. Das bedeutet, dass der $\sin(\rho)/\rho$ -Term in Gleichung 3.18 klein im Vergleich zu $\cos(\rho)$ ist, so dass man die Form des Hamilton-Operators dementsprechend vereinfachen kann. Da der $\cos(\rho)$ -Term aufgrund der Beziehung $k_F d \gg 1$ mehrere Oszillationen zwischen zwei lokalisierten magnetischen Momenten durchläuft, kann er durch sein Mittelwert, $\langle |\cos(\rho)| \rangle = 2/\pi$, ersetzt werden.

Mit Hilfe der Beziehung 3.21 kann man die Abschätzung des Verhältnisses der beiden Energien in folgender Form angeben:

$$\frac{H_{ij}^{\text{RKKY}}(d)}{k_B T} = \frac{1}{4} \frac{\Gamma_{\bar{s}} F(2k_F d)}{k_B T} \approx 0.05 \cdot \frac{\Gamma_{\bar{s}}}{(k_F d)^3 k_B T} . \quad (3.24)$$

Für eine Konzentration von $x = 1000$ ppm und Arbeitstemperatur von 20 mK bis 50 mK ergibt sich aus Gleichung 3.24 ein Wert, der zwischen 0.16 und 0.08 liegt. Das bedeutet, dass unter diesen Bedingungen die Wechselwirkung zwischen den magnetischen Momenten relativ klein im Vergleich zu der thermischen Energie ist und als kleine Störung des wechselwirkungsfreien Falls behandelt werden kann. Bei Temperaturen um 2 mK hat die RKKY-Wechselwirkungsenergie dagegen den gleichen Wert wie die thermische Energie. Unter diesen Bedingungen erwartet man das Auftreten kollektiver Effekte wie z.B. in einen Spin-Glass-Zustand.

Molekularfeld-Näherung und Viriale Entwicklung

Es sollen nun kurz zwei theoretische Methoden dargestellt werden, mit deren Hilfe der Einfluss der Wechselwirkung auf die für das Kalorimeter wichtigen thermodynamischen Größen M und C_z theoretisch untersucht werden kann.

Die erste Methode basiert auf der sogenannten *Molekularfeld-Näherung* [Kle68]. Im Rahmen dieses Modells wird die Aufgabe auf ein Ein-Teilchen-Problem reduziert, indem der Einfluss der Umgebung eines lokalisierten Momentes durch ein effektives Magnetfeld beschrieben wird, das zufällig von Ort zu Ort variiert. Das effektive lokale Magnetfeld B_{eff} , das von diesem Moment gesehen wird, ist somit die Summe zweier Beiträge - des lokalen Feldes und des äußeren Magnetfeldes. Der große Erfolg dieser Theorie bei der Beschreibung verdünnter magnetischer Metalle besteht darin, dass es in Ihrem Rahmen gelingt, die Verteilung der lokalen Magnetfelder unter Voraussetzung eines Ising-Hamilton-Operators⁵ zu berechnen. Sie besitzt eine Lorenz-Form, deren temperaturabhängige Breite proportional zu der Konzentration der magnetischen Momenten ist. Mit einer bekannten Verteilungsdichte können nun alle thermodynamische Größe durch die Mittelung über die lokalen Magnetfelder berechnet werden. Die für diese Arbeit relevante Fälle wurden ausführlich in [Fis76] und [Kle72] behandelt.

⁵Die Verallgemeinerung des Modells für den Fall eines Heisenberg-Hamilton-Operators findet man in [Hel75]. Die wesentlichen Ergebnisse sind von der Form des Hamilton-Operators fast unabhängig.

Die Molekularfeld-Näherung liefert beim Vergleich mit dem Experiment eine erstaunlich gute *qualitative* Beschreibung der Eigenschaften des Systems wechselwirkender magnetischer Momente trotz der Vereinfachungen, die diesem Modell zu Grunde liegen. Eine mögliche Erklärung dafür liegt darin, dass die Spin-Spin-Korrelationen, die in diesem Modell vernachlässigt werden, bei Temperaturen weit oberhalb des Spin-Glas-Übergangs klein sind.

In einem anderen Verfahren [Lar70] wird eine *viriale Entwicklung* der freien Energie benutzt, um die Eigenschaften von magnetischen metallischen Legierungen zu beschreiben. Obwohl es im Rahmen dieser Theorie möglich ist, den Einfluss der Spin-Spin-Korrelationen in beliebiger Ordnung auf die thermodynamischen Eigenschaften wie Wärmekapazität und Magnetisierung konsequent zu erfassen, ergeben schon die ersten zwei Terme der Entwicklung aufgrund der kleinen Konzentration der magnetischen Momente eine hinreichend gute Näherung. In den meisten Fällen findet man eine gute Übereinstimmung der Ergebnisse der virialen Entwicklung mit experimentellen Ergebnissen [Kle72, Smi74] und der oben erwähnten Molekularfeld-Theorie [Fis76]. Die beiden Theorien unterscheiden sich jedoch darin, dass die viriale Entwicklung eine Beschreibung der Transporteigenschaften wie z.B. der elektrischen Leitfähigkeit in diesen Systemen ermöglicht [Vav03a].

Numerische Berechnungen

Um die Einschränkungen der beiden vorgestellten Theorien zu umgehen und eine allgemeine Beschreibung der paramagnetischen Legierungen zu ermöglichen, wurde in [Sch00, Fle03] eine numerische Methode entwickelt, die auf der Diagonalisierung des Hamilton-Operators basiert.

In dieser Methode wird ein würfelförmiger Gitterausschnitt betrachtet, der durch die Verwendung quasiperiodischer Randbedingungen auf eine effektive Kantenlänge von 40-80 Gitterkonstanten ausgedehnt wird. Auf dem Gitterausschnitt werden $n \leq 10$ Spins in zufälliger Anordnung verteilt. Hierbei ist die Häufigkeit der Konfigurationen mit der man die n Spins auf dem Gitterausschnitt anordnen kann, von der betrachteten Konzentration und der Zahl der Möglichkeiten abhängig. Für jede Konfiguration wird der Hamiltonoperator in Matrixform aufgestellt, wobei die Wechselwirkungen zwischen den magnetischen Momenten auf quantenmechanisch korrekte Weise eingebunden werden. Dann werden die Energieeigenwerte durch numerische Diagonalisierung bestimmt. Anhand dieser können die thermodynamischen Größen c , M und $\partial M/\partial T$ berechnet werden. Abschließend wird über die Ergebnisse der Konfigurationen gemittelt.

Auf diese Weise wurden Au:Er-Legierungen mit Er^{3+} -Konzentrationen von 100 bis 3500 ppm untersucht. Die Simulationen deckten den Temperaturbereich zwischen 10 und 100 mK und Magnetfelder zwischen 2 und 160 mT ab.

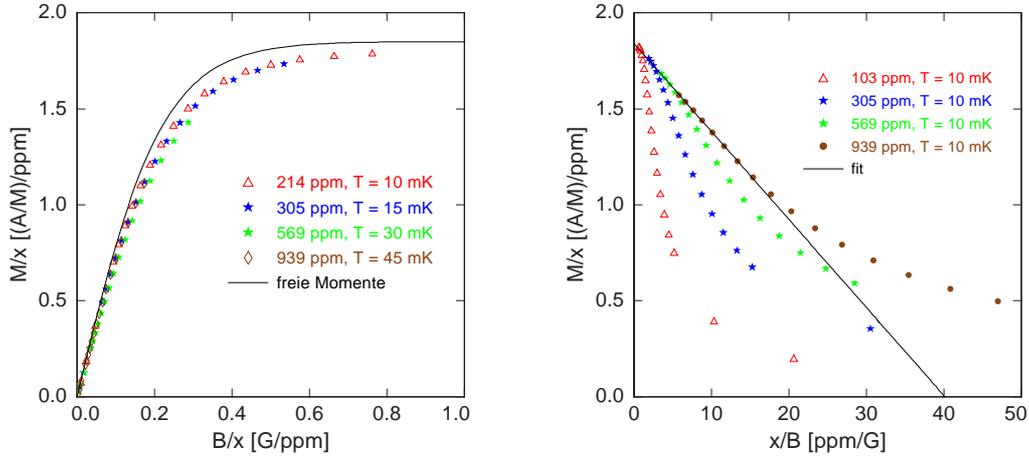


Abb. 3.4: Reduzierte Magnetisierung M/x als Funktionen des reduzierten Magnetfeldes B/x bei der reduzierten Temperatur $T = 0,05 \text{ mK/ppm}$ (links) und als Funktion von x/B für eine feste Temperatur von $T = 10 \text{ mK}$ und unterschiedliche Konzentrationen x (rechts). In den Simulationen wurde für Au:Er-Legierung ein Lande-Faktor von $\tilde{g} = 6,8$ und ein Wechselwirkungsparameter der RKKY-Wechselwirkung von $\alpha = 5$ angenommen.

3.4 Diskussion der physikalischen Eigenschaften

Wir wollen nun zunächst die oben besprochenen Skalierungsgesetze für die simulierte Datensätze für M und c überprüfen. Anschließend, werden die Simulationsergebnisse mit den experimentellen Daten verglichen.

Skalierung der Magnetisierung und Suszeptibilität

In Abbildung 3.4 (links) ist das Verhalten der reduzierten Magnetisierung M/x für unterschiedliche Er^{3+} -Dotierungen in Abhängigkeit vom reduzierten Magnetfeld B/x bei der konstanten reduzierten Temperatur $T/x \cong 0,05 \text{ mK/ppm}$ dargestellt. Zum Vergleich ist auch die erwartete Magnetisierung für freie Momente mit $\tilde{S} = 1/2$ und $\tilde{g} = 6,8$ eingezeichnet (durchgezogene Linie). Der angenommene Wechselwirkungsparameter der RKKY-Wechselwirkung α betrug $\alpha = 5$.

Der Verlauf der Daten kann sehr gut durch eine Kurve beschrieben werden, deren Form der Brillouin-Funktion aus Gleichung 3.5 sehr ähnlich ist. Bei kleinen Magnetfelder beobachtet man Curie-Verhalten, das heißt die Magnetisierung steigt proportional mit dem Magnetfeld an. Im Bereich großer Magnetfelder beobachtet man eine Sättigung der Magnetisierung, mit $M_{\text{sat}} = 1,83 \text{ (A/M)/ppm}$. Dieser Wert stimmt mit dem Sättigungswert für freie Momente mit $\tilde{S} = 1/2$ und $\tilde{g} = 6,8$ $M_{\text{sat}} = 1,85 \text{ (A/M)/ppm}$ sehr gut überein. Der fehlende Teil der Sättigungsmagnetisierung könnte durch den Beitrag der naheliegenden, antiferromagnetisch angeordneten magnetischen Momenten erklärt werden. Die Anzahl dieser stark wechselwirkenden Momente nimmt proportional zur x^2 zu und ist

vergleichsweise klein für die betrachteten Konzentrationen.

Dazu betrachten wir das Sättigungsverhalten der Magnetisierung bei unterschiedlichen Dotierungskonzentrationen. Hierfür erwartet dafür im Rahmen der Molekularfeldnäherung [Fis76, Hou75] eine Form:

$$M(h \gg 1) = \tilde{S}\tilde{g}\mu_B n \left(1 - 2(2\tilde{S} + 1) \frac{nV_0}{3\tilde{g}\mu_B B} \right), \quad (3.25)$$

wobei $V_0 = (2/\pi) \cdot \Gamma_{\tilde{S}}/8k_F^3$ ist⁶. In Abbildung 3.4 ist die reduzierte Magnetisierung M/x als Funktion von x/B für die Legierungen mit 103, 305, 569 und 939 ppm mit der Wechselwirkungsparameter von $\alpha = 5$ bei einer Temperatur von $T = 10$ mK dargestellt.

Unabhängig von der Konzentration münden die Daten im Bereich großer Magnetfelder in eine asymptotische Gerade (durchgezogene Linie), aus deren Steigung sich eine Abschätzung des Wechselwirkungsparameters von $\Gamma_{\tilde{S}} = 0,172$ eV errechnen läßt. Dieser Wert stimmt sehr gut mit dem erwarteten Wert $\alpha \cdot \Gamma_{\text{Dipol}} = 0,17$ eV überein, sodass man davon ausgehen kann, dass die physikalische Beschreibung der magnetischen Momente richtig ist und die Abweichung des Sättigungswertes der Magnetisierung in Abbildung 3.4 durch die Korrelation der Spins untereinander verursacht wurde.

Einen anderen interessanten Fall stellt das Verhalten der Magnetisierung bei kleinen Magnetfeldern $B \rightarrow 0$ dar. Ist das mittlere lokale Feld vergleichbar mit dem äußeren Magnetfeld, so erwartet man, dass die Wechselwirkungseffekte die physikalischen Eigenschaften des Systems dominieren. Das Verhalten der Null-Feld-Suszeptibilität χ_i wird im Vergleich zur Gleichung 3.7 dementsprechend geändert und nimmt im Rahmen der virialen Entwicklung die folgende Form an:

$$\chi_i(B \rightarrow 0) = \frac{n\tilde{g}^2\mu_B^2\tilde{S}(\tilde{S} + 1)}{3k_B(T + \theta_S)}, \quad (3.26)$$

wobei θ_S die Curie-Weiss-Temperatur ist, die eng mit dem mittleren lokalen Magnetfeld verbunden ist. Im Rahmen der virialen Entwicklung und Molekularfeld-Näherung ist θ_S durch die Beziehung

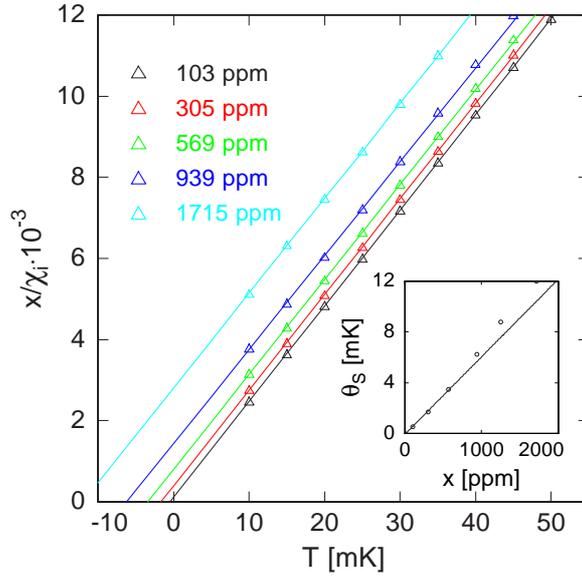
$$\theta_S \cong n \frac{(2/\pi)\Gamma_{\tilde{S}}/8k_F^3}{k_B} \quad (3.27)$$

gegeben.

In Abbildung 3.5 ist das Verhalten der reduzierten inversen Suseptibilität x/χ_i in Abhängigkeit von der Temperatur T für unterschiedliche Legierungskonzentrationen x zusammen mit dem Ergebnis einer linearen Fit-Prozedur zu sehen. Alle Datenpunkte liegen auf Geraden, deren Steigungen gleich sind und bis auf 2 % mit der Vorhersage aus Gleichung 3.26 übereinstimmt.

Die Temperatur, bei der $x/\chi_i = 0$ ist, entspricht der Curie-Weiss-Temperatur. Die aus den Regressionsgeraden ermittelten Curie-Weiß-Temperaturen sind im Einsatz von Abbildung 3.5 sie in Abhängigkeit von der Konzentration x dargestellt. Wie erwartet nehmen

⁶Der Faktor $2/\pi$ ist das Ergebnis der Mittelung von $|\cos(2k_F d)|$. Diese Mittelung scheint sinnvoll, da die RKKY-Wechselwirkung auf der hier betrachteten Längenskala sehr schnell oszilliert.

**Abb. 3.5:**

Reduzierte inverse Suszeptibilität x/χ_i in Abhängigkeit von der Temperatur T für unterschiedlichen Au:Er-Legierungskonzentrationen x .

die ermittelten Werte θ_S proportional zur Konzentration der Er-Ionen x zu. Das Verhältnis θ_S/x besitzt einen Wert von $\theta_S/x \cong 5,6 \cdot 10^{-3}$ mK/ppm. Dieser entspricht einer Wechselwirkungsenergie der RKKY-Wechselwirkung von $\Gamma_{\tilde{g}} = 0,166$ eV, die sehr gut mit dem erwarteten Wert ($\alpha = 5$) übereinstimmt. Für die betrachteten Legierungen werden oberhalb von 1000 ppm deutliche Abweichungen proportional zu x^2 festgestellt, deren Ursache in einem zusätzlichen Beitrag der wechselwirkenden Momenten liegt.

Skalierung der Wärmekapazität

Die reduzierte spezifische Wärmekapazität c/x ist in Abbildung 3.6 (links) als Funktion des reduzierten Magnetfeldes B/x für die reduzierte Temperatur $T/x \cong 0,05$ mK/ppm dargestellt und läßt sich gut durch eine einheitliche Form beschreiben. Diese Darstellung erlaubt es, den Einfluss der Leitungselektronen von dem der magnetischen Momente zu trennen. Zum Vergleich ist auch die Wärmekapazität von freien magnetischen Momenten mit $\tilde{S} = 1/2$ und $\tilde{g} = 6.8$ eingezeichnet.

Der Verlauf der Wärmekapazität in Abhängigkeit vom reduzierten Magnetfeld weist interessante Merkmale auf. Während sich die Schottky-Anomalie und das nachfolgende Abklingen der Wärmekapazität zu großen Magnetfeldern hin deutlich erkennen läßt, ist das Verhalten der Wärmekapazität bei kleinen Magnetfeldern $B \rightarrow 0$ bemerkenswert anderes im Vergleich zu dem Fall der freien Momente. Da die Entartung der Energieniveaus aufgrund der RKKY- und Dipol-Dipol-Wechselwirkung aufgehoben wird, besitzt die Wärmekapazität einen endlichen Wert sogar in Abwesenheit des äußeren Magnetfeldes.

In Abbildung 3.6 (rechts) ist der Verlauf der reduzierten Wärmekapazität $c(B=0)/n$ in Abhängigkeit von der Temperatur eingezeichnet, wobei die jeweiligen Werte durch die Extrapolation der Magnetfeldabhängigkeit der Wärmekapazität zu $B = 0$ ermittelt wurden.

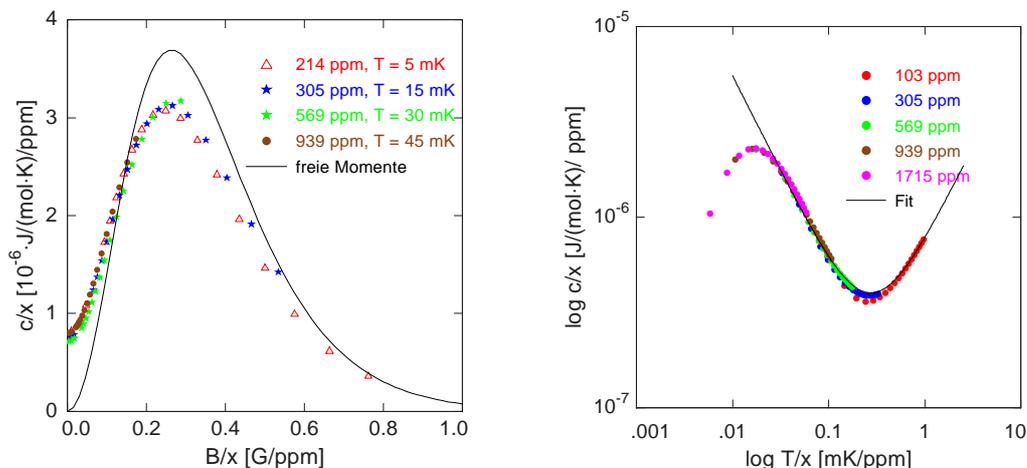


Abb. 3.6: Links: Reduzierte spezifische Wärmekapazität c/x als Funktion des reduzierten Magnetfeldes B/x bei der reduzierten Temperatur $T/x = 0,05 \text{ mK}/\text{ppm}$. Rechts: Reduzierte spezifische Null-Feld-Wärmekapazität als Funktion der reduzierten Temperatur T/x . Die Daten repräsentieren die Simulationsergebnisse für Legierungen mit Er-Konzentrationen zwischen 103 und 939 ppm. In der rechten Abbildung sind zusätzlich die Daten für Au:Er-Legierung mit 1715 ppm sowie das Ergebnis einer Fit-Prozedur eingezeichnet.

Bei niedrigen Temperaturen beobachtet man ein Maximum in der Null-Feld-Wärmekapazität, das bei einem festen Wert der reduzierten Temperatur auftritt. Ein solches Maximum wird im Rahmen der Molekular-Feld-Näherung vorausgesagt [Kle68] und wurde auch experimentell in anderen metallischen magnetischen Legierungen beobachtet [Smi73]. Dieses Maximum entspricht dem Schottky-Maximum der Wärmekapazität, wobei an die Stelle des äußeren Magnetfeldes B das mittlere Molekular-Feld tritt. Nach dem Maximum fällt die reduzierte Wärmekapazität ungefähr linear mit Temperatur ab:

$$c(B=0) \propto \frac{n^2}{T} . \quad (3.28)$$

Die n^2 -Abhängigkeit der reduzierten Wärmekapazität weist darauf hin, dass die Ursache für dieses Verhalten in der Wechselwirkung zweier Momente liegt. Der anschließende Anstieg bei höheren Temperatur ist proportional zu der reduzierten Temperatur: $c/n \propto T/n$, so dass die Wärmekapazität unter diesen Bedingungen konzentrationsunabhängig und proportional zur Temperatur T ist, das heißt auf die Wärmekapazität der Leitungselektronen zurückzuführen ist. In Abbildung 3.6 (rechts) ist auch das Ergebnis einer Fit-Prozedur für die reduzierte spezifische Wärmekapazität mit einer Funktion $c(T/n) = an^2/T + \gamma T$ ($\gamma = 7,29 \cdot 10^{-4} \text{ J}/(\text{mol}\cdot\text{K}^2)$) eingezeichnet. In dem für praktische Zwecke interessanten Temperaturbereich ($T > T_{\text{sg}}$) finden wir für alle Konzentrationen eine gute Übereinstimmung. Der optimale Wert des einzigen Fit-Parameters $a = 5,5 \cdot 10^{-8} \text{ (J/mol)}/\text{ppm}^2$ liegt ungefähr 20% über der semi-empirischen Vorhersage aus [Smi73].

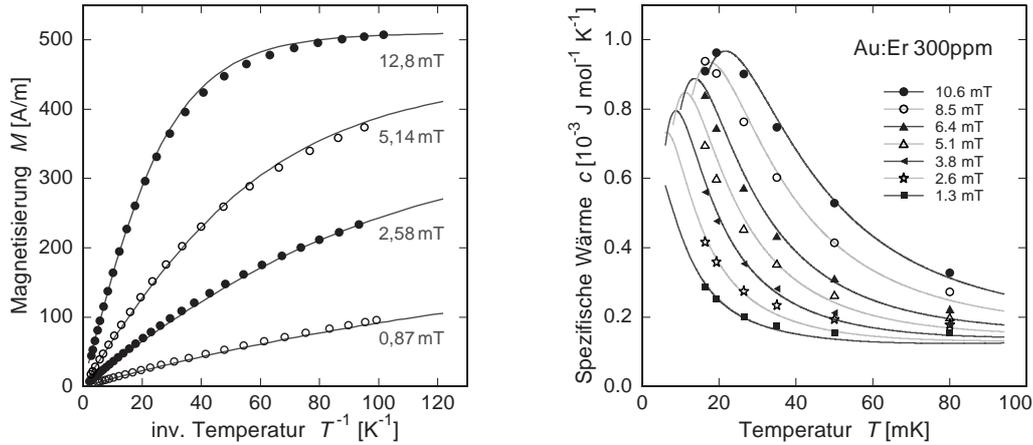


Abb. 3.7: Magnetisierung M in Abhängigkeit von der inversen Temperatur $1/T$ und spezifische Wärme c in Abhängigkeit von der Temperatur T eines Au:Er-Sensors mit einer Konzentration von 300 ppm für verschiedene Magnetfelder. Gemessene Daten sind als Punkte eingezeichnet, die durchgezogenen Linien entsprechen einer theoretischen Berechnung unter der Annahme eines Wechselwirkungsparameters $\alpha = 5$ mit einer Methode, die auf der numerischen Diagonalisierung des Hamilton-Operators basiert [Fle03].

Vergleich mit experimentellen Daten

Abbildung 3.7 zeigt die gemessenen Werte der Magnetisierung M einer Au:Er (300 ppm) Legierung in Abhängigkeit von der inversen Temperatur $1/T$ für eine Reihe von Magnetfeldern zwischen 0,87 mT und 12,8 mT. Ferner ist die spezifische Wärme c in Abhängigkeit von der Temperatur T gezeigt. Die spezifische Wärme wurde für sieben verschiedene Magnetfelder im Bereich zwischen 1,3 mT und 10,6 mT gemessen. In beiden Fällen wurde ein Au:Er-Sensor mit einer Konzentration von 300 ppm verwendet. Die durchgezogenen Linien entsprechen einer theoretischen Berechnung mit der oben beschriebenen Methode der numerischen Diagonalisierung des Hamilton-Operators. Dabei wurde ein Wechselwirkungsparameter von $\alpha = 5$ angenommen.

In großen Magnetfeldern und bei niedrigen Temperaturen zeigt die Magnetisierung das erwartete Sättigungsverhalten, während man bei hohen Temperaturen das zu erwartende Curie-Verhalten beobachtet. Der Einfluss der Wechselwirkung lässt sich am Besten in kleinen Magnetfeldern beobachten ($B = 0,87$ mT). Die Werte der Magnetisierung sind bei den tiefsten betrachteten Temperaturen durch die Wechselwirkung zwischen magnetischen Momenten um etwa 30% reduziert. Der Temperaturverlauf der spezifischen Wärme zeigt den erwarteten Verlauf einer Schottky-Anomalie, deren Breite etwa doppelt so groß wie im wechselwirkungsfreien Fall ist. Dies ist ebenfalls die Folge der Wechselwirkung zwischen magnetischen Momenten wie es in dem vorherigen Abschnitt diskutiert wurde.

Somit ist klar, dass sich die thermodynamischen Eigenschaften des Materials Au:Er gut durch theoretische Berechnungen beschreiben lassen. Dies ermöglicht uns, die numerisch

ermittelten Daten bei der Optimierung der Energieauflösung magnetischer Kalorimeter in Kapitel 5 zu verwenden.

3.5 Magnetisches Rauschen

3.5.1 Magnetisches Johnson-Rauschen

Wie der Name bereits ausdrückt, besteht der Sensor eines metallischen magnetischen Kalorimeters aus einem elektrisch leitenden Material. Thermisch angeregt vollziehen die Leitungselektronen innerhalb dieser Materialien ungerichtete Bewegungen. Die Bewegung jedes einzelnen dieser Elektronen bewirkt daher in seiner Umgebung ein zeitlich fluktuierendes Magnetfeld, welches in der Leiterschleife des Magnetometers zu einem Rauschen des magnetischen Flusses führt. Da dieses Rauschen auf das engste mit dem Johnson-Rauschen elektrischer Leiter verwandt ist, wollen wir es in dieser Arbeit als „magnetisches Johnson-Rauschen“ bezeichnen.

Das von einem leitenden Körper in einer Leiterschleife verursachte Flussrauschen kann z.B. über das Fluktuations-Dissipations-Theorem berechnet werden. Im Weiteren betrachten wir das Flussrauschen, das von einem zylindrischen Sensor mit Radius r und Höhe $h < r$ in der Leiterschleife erzeugt wird (siehe Abbildung 5.1). Die Leiterschleife mit Radius R befinde sich in der Ebene einer der beiden Stirnflächen des Sensors. Befindet sich der Sensor mit einer spezifischen elektrischen Leitfähigkeit σ bei einer Temperatur T , so ergibt sich für das magnetische Flussrauschen in der Leiterschleife der Ausdruck:

$$S_{\Phi, \text{MJ}} = f(\zeta, \eta) \left(\frac{\mu_0}{2} \right)^2 k_B T \sigma \cdot \pi r^2 h . \quad (3.29)$$

Das Flussrauschen ist proportional zum Produkt von Temperatur, Leitfähigkeit und Sensorvolumen $V = \pi r^2 h$. Der dimensionslose Vorfaktor $f(\zeta, \eta)$ hängt von den zwei Parametern, $\zeta = r/R$ und $\eta = h/R$, ab, die die von uns gewählte Geometrie vollständig charakterisieren.

Um diesen Vorfaktor zu berechnen, wurde die in [Uzu03] vorgestellte Methode modifiziert, da sie nur für den Fall eines unendlich dünnen Sensors entwickelt wurde. Nach dieser Modifikation konnte $f(\zeta, \eta)$ numerisch ermittelt werden. Die Ergebnisse dieser Berechnungen sind in Abbildung 3.8 dargestellt.

Bei kleinen Werten von $\eta = h/R$ bleibt der Vorfaktor unverändert, was bei der ansteigenden Höhe der Scheibe h einen proportionalen Zuwachs im magnetischen Johnson-Rauschen bedeutet. Wenn die Höhe der Scheibe vergleichbar mit dem Durchmesser der Leiterschleife wird, $\eta \simeq 1$, so fällt der Wert des Vorfaktors kontinuierlich ab, das heißt die Bereiche des Sensors, die weit entfernt von der Fläche der Leiterschleife liegen, tragen zum Rauschen kaum bei. Anhand der Abbildung 3.8 erkennt man, dass das Niveau des Rauschens $\sqrt{S_{\Phi, \text{MJ}}}$ bei kleinen Radien der Sensorscheibe annähernd proportional zur Fläche des Sensors ist.

Es sei hier noch angemerkt, dass bei der Herleitung von 3.29 der Skin-Effekt nicht berücksichtigt wurde. Sie gilt daher nur für niedrigen Frequenzen, bei denen die Skin-

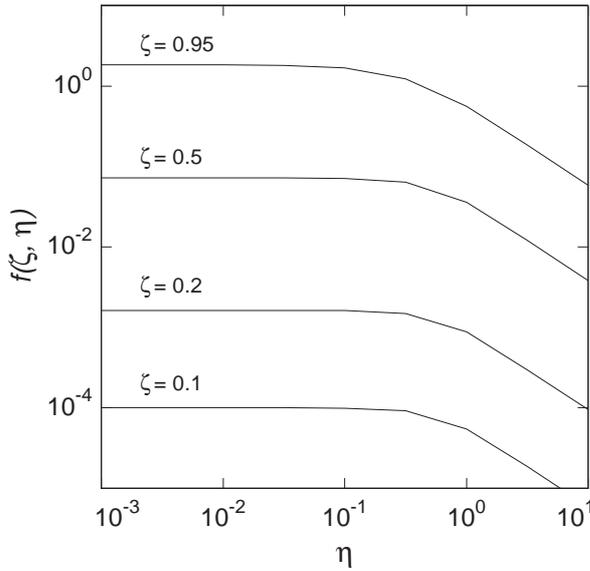


Abb. 3.8: Der dimensionlose Vorfaktor des magnetischen Johnson-Rauschens $f(\zeta, \eta)$ in Abhängigkeit von der reduzierten Höhe $\eta = h/R$ für 4 Werte des reduzierten Radius $\zeta = r/R$.

Tiefe $\delta = \sqrt{2/\mu_0\sigma\omega}$ größer als die Abmessungen des jeweiligen metallischen Körpers ist. Bei höheren Frequenzen tritt eine Selbstschirmung auf, und der Wert des Flussrauschens nimmt zu hohen Frequenzen hin monoton ab. Das Frequenzspektrum des Rauschens kann in diesem Frequenzbereich jedoch nur mit Hilfe von numerischen Methoden berechnet werden.

Zur Illustration der auftretenden Werte wollen wir das Flussrauschen berechnen, das ein Au:Er-Sensor mit einer Konzentration von 900 ppm, einem Radius von $r = 25 \mu\text{m}$ und einer Höhe von $h = 6,5 \mu\text{m}$ in einer Leiterschleife mit Radius $R = r/0,95$ erzeugt. Diese Werte entsprechen dem Vorfaktor $f(0,95, 0,25) \simeq 1,35$. Die Messung des spezifischen Widerstands ρ von Au:Er [Ara66] bei tiefen Temperaturen ergab, dass dieser bei Temperaturen unter 10 K einen nahezu temperaturunabhängigen Wert besitzt, der proportional zur Konzentration x der Erbium-Ionen ist: $\rho \simeq x 6,7 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}$. Die spezifische Leitfähigkeit von Au:Er (900 ppm) ist also $\sigma \simeq 1,7 \cdot 10^8 \Omega^{-1}\text{m}^{-1}$. Setzt man diese Werte in die Gleichung 3.29 ein, so ergibt sich bei der Temperatur von 50 mK für den hier betrachteten Sensor in der Leiterschleife des Magnetometers ein Flussrauschen von $\sqrt{S_{\Phi, \text{MJ}}} \simeq 0,46 \mu\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$. Dieser Wert ist vergleichbar mit dem des Magnetometerrauschens unter gleichen Betriebsbedingungen.

3.5.2 Spin-Spin-Fluktuationen

Neben dem magnetischen Johnson-Rauschen tragen auch die magnetischen Momente in Form der Spin-Spin-Fluktuationen zum Gesamtrauschen bei. Da es eine Reihe von theoretischen Modellen mit unterschiedlichen Vorhersagen für diese Art des Rauschens gibt, wollen wir uns hier auf die Beschreibung des beobachteten Rauschens in typischen Detektorgeometrien beschränken. In Abbildung 3.9 (links) ist hierfür die spektrale Dichte des Flussrauschens im Magnetometer für 3 Konfigurationen dargestellt.

Zum einen ist dort das Rauschspektrum eines leeren, gradiometrischen SQUID-Mag-

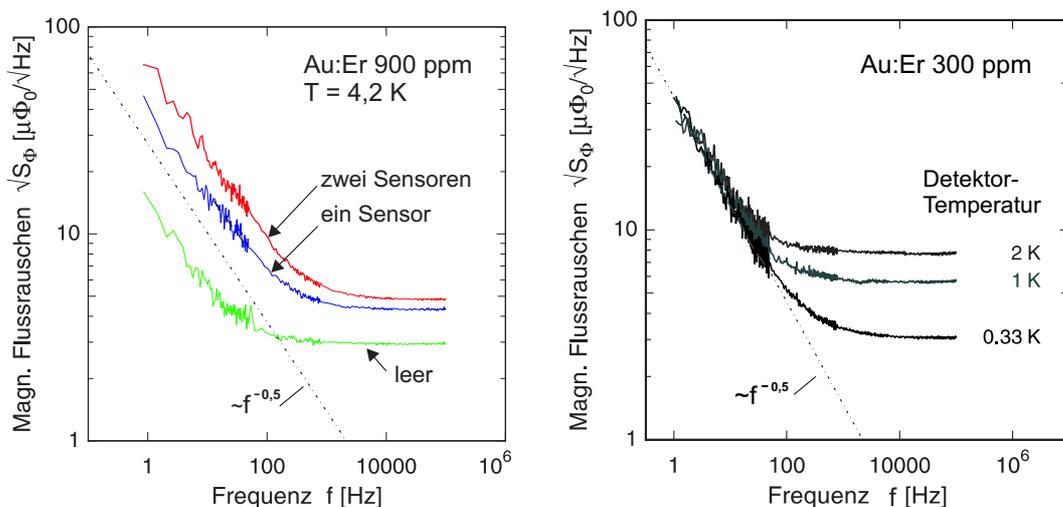


Abb. 3.9: Links: Das gemessene Flussrauschen $\sqrt{S_\Phi}$ für drei unterschiedliche Situationen, in der die Leiterschleife des gradiometrischen SQUID-Magnetometers leer, bestückt mit einem Sensor und bestückt mit zwei Sensoren war. Die zylinderförmigen Sensoren aus Au:Er (900 ppm) haben eine Höhe von $20\ \mu\text{m}$ und einen Durchmesser von $50\ \mu\text{m}$. Rechts: Das Flussrauschen $\sqrt{S_\Phi}$ in Abhängigkeit von der Temperatur. Das gradiometrische SQUID ist mit zwei zylinderförmigen Sensoren aus Au:Er (300 ppm, $h = 20\ \mu\text{m}$, $d = 50\ \mu\text{m}$) bestückt.

netometers zu sehen. Es setzt sich aus einem breitverteilten weißen Rauschen mit der spektralen Dichte $3\ \mu\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$ und einem niederfrequenten Rauschen zusammen, das zu tiefen Frequenzen hin wie $S_\Phi \propto 1/f$ ansteigt. Dieses Verhalten ist typisch für SQUID-Magnetometer und wird in der Literatur ausführlich diskutiert [Cla96, Cla04].

Zum anderen ist in Abbildung 3.9 (links) eine mit der gleichen SQUID-Anordnung durchgeführte Rauschmessung dargestellt, bei der sich eine Au:Er-Scheibe (900 ppm, $r = 25\ \mu\text{m}$, $h = 20\ \mu\text{m}$) im Zentrum der etwa $50\ \mu\text{m}$ großen SQUID-Schleife befindet. Während die Erhöhung des Rauschens bei hohen Frequenzen auf $4,2\ \mu\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$ auf das magnetische Johnson-Rauschen zurückzuführen ist, kann der beobachtete $1/f$ -Anstieg, der bei 1 Hz ca. $40\ \mu\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$ beträgt, dadurch nicht erklärt werden. Abbildung 3.9 (links) zeigt zusätzlich das Ergebnis einer Rauschmessung, das mit einer zusätzlichen Au:Er-Sensorscheibe der gleichen Form in der zweiten Schleife des Gradiometers durchgeführt wurde. Zieht man das SQUID-Rauschen ab, so liegt das beobachtete Rauschen um einen Faktor $\sqrt{2}$ über der ersten Messung. Dadurch wird die Vermutung bestätigt, dass die Ursache des $1/f$ -Rauschens direkt mit den Eigenschaften der Au:Er-Sensor verbunden ist.

In Abbildung 3.9 (rechts) sind die Ergebnisse einer Messung dargestellt, in der das SQUID-Magnetometer bei unterschiedlichen Temperaturen und ohne äußeres Magnetfeld betrieben wurde. Das SQUID-Magnetometer war mit zwei zylinderförmigen Au:Er-Sensoren (300 ppm, $r = 25\ \mu\text{m}$, $h = 20\ \mu\text{m}$) bestückt. Anhand dieser Messung erkennt man, dass der niederfrequente Anstieg des Rauschens in einem Temperaturbereich von 0,33 K bis 2 K nahezu unabhängig von der Temperatur ist. Das weiße Rauschen wächst

dagegen aufgrund des zunehmenden magnetischen Johnson-Rauschens mit zunehmender Temperatur an.

Als eine mögliche Erklärung für das $1/f$ -Rauschen kommen Spin-Spin-Korrelationen zwischen wechselwirkenden Momenten, wie z.B. in Spin-Gläsern, in Frage. Diese Korrelationen führen zum Auftreten eines $1/f$ -Rauschterms im Bereich und insbesondere unterhalb des Spin-Glas-Übergangs [Sve89, Rei86]. Hier muß man jedoch beachten, dass der untersuchte Temperaturbereich um nahezu vier Größenordnungen größer als die Temperatur des Spin-Glass-Überganges des Materials Au:Er (300 ppm) ist, die zum Beispiel mit Hilfe der Suszeptibilitätsmessung ermittelt werden kann. Außerdem nehmen die Spin-Spin-Korrelationen mit steigender Temperatur stark ab, was im Widerspruch zu dem beobachteten Verhalten des Rauschens steht. Es wird daher eine Reihe weiterer Experimenten notwendig sein, um die genaue Ursache dieses Rauschbeitrags festzustellen. Zu einem tieferen Verständnis können hierbei Untersuchungen zur Konzentrations- und Magnetfeldabhängigkeit des $1/f$ -Rauschens in Au:Er beitragen. Ebenso hilfreich könnte die Suche nach dieser Art des Rauschens in anderen paramagnetischen Legierungen sein.

3.6 Energierelaxation zwischen lokalisierten magnetischen Momenten und Leitungselektronen

Aufgrund der starken Wechselwirkung zwischen den lokalisierten magnetischen Momenten und den Leitungselektronen, zeichnen sich metallische magnetische Kalorimeter durch einen schnellen Signalanstieg bei der Absorption eines Röntgenquanten aus. Der Prozess der Signalentstehung umspannt eine Vielzahl unterschiedlicher Zeitskalen, auf denen jeweils außerordentlich komplexe physikalische Prozesse stattfinden. Eine Behandlung aller dieser Prozesse würde den Rahmen dieser Arbeit sprengen. Dennoch wollen wir eine kleine Auswahl näher betrachten, um ein Gefühl für die auftretenden Zeitskalen zu vermitteln. Der Einfachheit halber betrachten wir zunächst eine Situation, in der es keinen Absorber gibt, und der Sensor so klein ist, dass man Diffusionseffekte vernachlässigen kann.

Thermalisierung der Energie im System der Leitungselektronen

Der wichtigste Absorptionsmechanismus für weiche Röntgenstrahlung im Energiebereich $E_\gamma < 50 \text{ keV}$ ist der Photoeffekt. Die dabei entstehenden hochenergetischen Elektronen ($E \approx 1 \text{ keV}$) verlieren ihre Energie durch Anregung von Plasmonen. Im Rahmen der Fermi-Flüssigkeits-Theorie [Pin88] läßt sich zeigen, dass der Verlust der Energie pro Zeitintervall für ein Teilchen mit dem Impuls $p_e = m_e v_e$ durch die folgende Beziehung gegeben ist:

$$\frac{dE}{dt} \approx \frac{(\hbar\omega_p)^2}{a_0 p_e} \ln \frac{p_F v_e}{\omega_p} , \quad (3.30)$$

wobei a_0 für den Bohrschen Radius, p_F für den Fermi-Impuls und $\omega_p = 1,3 \cdot 10^{-16} \text{ s}^{-1}$ für die Plasmonen-Frequenz steht. Betrachtet man die Streuung eines hochenergetischen Elektrons $E \approx 10^3 \text{ eV}$ in Gold ($E_F = 5,5 \text{ eV}$), so ergibt sich eine Verlustrate von ca.

40 eV/fs. Die Plasmonen zerfallen sehr schnell in Quasiteilchen der Fermi-Flüssigkeit mit der mittleren Energie [Tas94]:

$$\bar{E} = 0,38E_F \left(\frac{\tau_p}{t} \right)^{1/2} \quad (3.31)$$

wobei für Gold $\tau_p = 128/(\sqrt{3}\pi^2\omega_p) = 6 \cdot 10^{-16}$ s beträgt. Dies bedeutet, dass die mittlere Energie der Elektronen nach $t = 6$ ps auf einen Wert von 21 meV gesunken ist. Aufgrund der geringen Zahl der Quasiteilchen im Vergleich zur Zahl der freien Leitungselektronen ist die Stoßrate zwischen den angeregten Teilchen sehr gering, d.h., die einzelnen Quasiteilchen breiten sich diffusiv aus und verlieren ihre Energie ausschließlich an die Elektronen. Unter diesen Umständen ist es noch nicht möglich, dem System der Quasiteilchen eine bestimmte Temperatur zuzuweisen, da sich die Verteilung ihrer Energie wesentlich von einer Fermi-Verteilung unterscheidet.

Wie man aus Gleichung 3.31 entnehmen kann, ist die Elektron-Elektron-Streuung ein relativ ineffizienter Relaxationsprozess, wenn die Energie der Quasiteilchen nur wenige meV über die Fermikante liegt. Die Thermalisierungszeit, die man durch den Vergleich der Quasiteilchendichte mit der Dichte der zu Verfügung stehenden Elektronenzustände gewinnt, beträgt einige μ s. Daraus folgt, dass andere Relaxationsmechanismen berücksichtigt werden müssen. Zu diesen zählt zum einen die Elektron-Phonon-Wechselwirkung, die dazu führt, dass ein Großteil der absorbierten Energie zunächst in das System der Phonon übergeht, bevor sie bei fortschreitender Thermalisierung wieder in das System der Leitungselektronen überführt wird. Zum anderen kann die Energie auch auf das System der lokalisierten magnetischen Momente übertragen werden, wie wir im Folgenden sehen werden.

Elektron-Spin-Relaxation

Die Elektron-Spin-Relaxationsrate des Γ_7 -Doublets in Au:Er ist in [She73] für Dotierungen zwischen 50 ppm und 650 ppm im Temperaturbereich von 1,8 K bis 60 K mittels Mössbauer-Spektroskopie untersucht worden. Sie kann mit der Korringa-Beziehung beschrieben werden:

$$\frac{1}{\tau_s} = \frac{2\pi}{\hbar} \left[\left(\frac{g_J - 1}{g_J} \right) \tilde{g} \mathcal{J} N(E_F) \right]^2 k_B T. \quad (3.32)$$

Hier steht $N(E_F) = 0,15 \text{ eV}^{-1} \text{ Spin}^{-1} \text{ Atom}^{-1}$ für die Zustandsdichte (pro Spinrichtung) der Leitungselektronen von Gold an der Fermi-Oberfläche. Für Au:Er ergibt sich bei einer Temperatur $T = 50$ mK eine Relaxationszeit von $\tau_s \cong 2 \cdot 10^{-7}$ s.

Die Korringa-Beziehung 3.32 beschreibt die Relaxation zwischen den lokalisierten Momenten und thermischen Leitungselektronen in Abwesenheit eines äußeren Magnetfeldes. Während der Absorption eines Röntgenquantens im magnetischen Kalorimeter sind zwei Bedingungen, die für die Herleitung der Korringa-Relation notwendig sind, verletzt, da das Anregungsspektrum der Leitungselektronen unmittelbar nach der Absorption noch nicht einer thermischen Besetzung der Zustände entspricht und die magnetischen Momente sich

in einem Magnetfeld befinden. Das Bild muß daher entsprechend modifiziert werden. Insbesondere bietet die inelastische Streuung der Elektronen an den lokalisierten Momenten eine Alternative zur Elektron-Elektron-Streuung.

Die charakteristische Streurrate der Elektronen an einer magnetischen Verunreinigung ist durch die folgende Beziehung gegeben:

$$\frac{1}{\tau_s} = \frac{2\pi}{\hbar} n N(E_F) \mathcal{J}^2 S(S+1) = x \cdot 2,46 \cdot 10^7 \text{ ppm}^{-1} \text{s}^{-1} . \quad (3.33)$$

Für $x = 1000 \text{ ppm}$ ergibt die Abschätzung der Streurrate einen Wert von $\tau_s = 4,07 \cdot 10^{-11} \text{s}$. Da sich der Au:Er-Sensor typischerweise in einem äußeren Magnetfeld B befindet, wird die Streuzeit τ_s aus Gleichung 3.33 beeinflusst [Vav03a]. Der Grund dafür besteht darin, dass die mit Magnetfeld wachsende Energieaufspaltung den Energieaustausch zwischen einem angeregten Elektron und einem lokalisierten Moment verhindert. Im Falle eines starken Magnetfeldes $B > k_B T / \tilde{S} \tilde{g} \mu_B$ erwartet man, dass die Streurrate wie $\propto T^2 / B^2$ abnimmt.

Die kinetische Gleichung, die die Relaxation der athermischen Elektronen beschreibt, ist in [Vav03b] im Rahmen der virialen Entwicklung hergeleitet worden. Der Kernel des Stoßintegrals $\chi(E)$ in dieser Gleichung ist asymmetrisch in Bezug auf die Transferenergie E : für $E < 0$ ist $\chi(E)$ exponentiell klein, d.h., die Streuung des Elektrons an einem magnetischen Moment mit einem Energiegewinn ist sehr unwahrscheinlich, und für $E \gg k_B T$ nimmt $\chi(E)$ die folgende Form an:

$$\chi(E) \approx \frac{(k_B T_{\text{sg}})^2}{E^2} , \quad (3.34)$$

wobei $k_B T_{\text{sg}}$ für die mittlere Energie der RKKY-Wechselwirkung steht. Aus der Analyse der kinetischen Gleichung folgt, dass der typische Energietransfer, der auf der Zeitskala τ_s geschieht, den Wert $k_B T_{\text{sg}} \approx 0,5 \mu\text{eV}$ (1000 ppm Au:Er) besitzt. Angesichts dieses kleinen Wertes erwartet man, dass ein Quasiteilchen ca. $10^3 - 10^4$ Streuungsprozesse durchführen muß, um seine Energie zu thermalisieren. Somit erwartet man, dass das System der Leitungselektronen und das System der lokalisierten magnetischen Momente ca. $10^{-8} - 10^{-7} \text{s}$ nach der Absorption ins lokale Gleichgewicht miteinander kommen.

Elektron-Phonon-Relaxation

Im Gegensatz zum Signalanstieg wird die Abklingzeit des thermischen Signals in der Regel hauptsächlich von Phononen getragen da sich der metallische Sensor meist auf einem dielektrischen Substrat befindet.

Die Elektron-Phonon-Relaxationszeit besitzt eine starke Temperaturabhängigkeit:

$$\frac{1}{\tau_{\text{e-ph}}} = \alpha T^p \quad (3.35)$$

wobei α und p stark davon abhängen, ob sich das Metall im „reinen“ ($p = 3$ [All87, Rei89]) bzw. „schmutzigen“ Regime ($2 < p < 4$) befindet.

Um dies herauszufinden, betrachten wir die Ergebnisse von Widerstandsmessungen, die an Au:Er-Legierungen durchgeführt wurden[Ara66]. Dort stellte man fest, dass der temperaturunabhängige Teil des elektrischen Widerstandes proportional zur Konzentration der Er^{3+} -Ionen ist und einen Wert von $\rho/x = 6,7 \cdot 10^{-12} \Omega \text{ m/ppm}$ besitzt. Daraus ergibt sich für die mittlere freie Weglänge der Elektronen ein Wert von ca. $l_e = 13 \text{ \AA}$ bei einer Er-Konzentration von 1000 ppm. Aus dem Vergleich dieses Wertes mit dem Wellenvektor der thermischen Phononen ($q_T = 2,1 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$ für $T = 50 \text{ mK}$) ist klar, dass die typische Situation dem „schmutzigen“ Regime ($q_T l_e \ll 1$) entspricht.

Diese Situation wurde für dünne Au-Filme bei Temperatur unter 1 K untersucht [Ech92]. Man fand die Werte $p = 3$ und $\alpha = 1,8 \cdot 10^8 \text{ K}^{-3} \text{ s}^{-1}$. Daraus resultiert eine Elektron-Phonon-Relaxationszeit von $\tau_{e-ph} = 44 \mu\text{s}$ bei einer Temperatur von $T = 50 \text{ mK}$. Obwohl nicht klar ist, welche Rolle bei dieser Messung die Dimensionseffekte gespielt haben, ist τ_{e-ph} gut vergleichbar mit dem Wert für Kupfer ($\tau_{e-ph} = 88 \mu\text{s}$) [Rou85] und für Titan ($\tau_{e-ph} = 1 \text{ ms}$) [Ger01] bei der gleichen Temperatur. Dies legt nahe, dass die Thermalisierung der Sensor-Phononen auf einer Zeitskala unter 0,1 ms passiert.

Die Übertragung der Energie in das Wärmebad hängt stark von der Wahl des Substratmaterials und der Art der thermischen Verbindung zwischen Sensor und Wärmebad ab. Um die auftretende Zeitkonstante für den Wärmefluss zum Silizium-Substrat abzuschätzen, verwenden wir den gemessenen Kapitza-Widerstand zwischen Gold und Helium aus [Joh63] und skalieren ihn gemäß der Khalatnikov-Formel, um die Schallgeschwindigkeit und Dichte von Silizium korrekt zu berücksichtigen. Auf diese Weise erhalten wir für den Kapitza-Widerstand zwischen Gold und Silizium den Wert $R_K = 0,43/T^3 \text{ K}^4/(\text{W}/\text{cm}^2)$. Für einen zylinderförmigen Sensor mit Durchmesser $d = 50 \mu\text{m}$ und Wärmekapazität $C_{\text{tot}} = 2 \text{ pJ/K}$ ergibt sich daraus eine charakteristische Zeit bei einer Temperatur von $T = 50 \text{ mK}$:

$$\tau_K = \frac{C_{\text{tot}} R_K}{\pi d^2} \simeq 0,9 \text{ ms} . \quad (3.36)$$

Wie wir bei der Diskussion der experimentellen Ergebnisse sehen werden, ist es tatsächlich möglich durch geschickte Wahl der Sensorgeometrie Signalabklingzeiten zwischen $50 \mu\text{s}$ und 1 ms

4. Magnetometer

Die durch Absorption eines Röntgenquanten hervorgerufene Änderung des magnetischen Flusses wird in einem magnetischen Kalorimeter mit Hilfe eines empfindlichen Magnetometers nachgewiesen. Einen optimalen Kompromiss zwischen Messempfindlichkeit und nutzbaren Bandbreite bieten sogenannte SQUID¹-Magnetometer, deren Funktionsweise auf einer Kombination der Flussquantisierung [Lon50] und des Josephson-Tunneleffektes [Jos62a, Jos62b] in den Supraleitern basiert.

Die Physik von SQUIDs, ihre Fabrikationstechnologie und eine Vielzahl interessanter Anwendungen werden in einer Reihe von Büchern ausführlich diskutiert, zum Beispiel in [Wei96, Cla04]. Wir wollen uns daher im Folgenden nur darauf beschränken, diejenige Eigenschaften von SQUID-Magnetometern zu beschreiben, die für den Verlauf der weiteren Diskussion in dieser Arbeit relevant sind. Als ein wichtiger Ergebnis dieses Kapitels wird ein doppelstufiges SQUID-Magnetometer vorgestellt und seinen Einsatz in den magnetischen Kalorimetern begründet.

4.1 Funktionsweise eines dc-SQUIDs

Ein SQUID-Magnetometer² ist ein supraleitendes Bauteil, das magnetischen Fluss rauscharm in ein Spannungssignal transformiert. Abbildung 4.1a zeigt eine schematische Darstellung eines SQUIDs. Es besteht aus einer supraleitenden Leiterschleife, die an zwei Stellen von Josephson-Kontakten unterbrochen wurde. Parallel zu den Josephson Kontakten werden meist Shuntwiderstände R_s angebracht, um hysteretisches Verhalten des SQUIDs zu unterdrücken.

Die Funktionsweise des SQUIDs basiert auf der Tatsache, dass eine Veränderung des magnetischen Flusses Φ in der Leiterschleife zu einer Veränderung der Phasendifferenz der makroskopischen Wellenfunktion der Cooper-Paare zwischen den Josephson Kontakten führt. Der Spannungsabfall U_S über einem SQUID-Magnetometer hängt daher auf komplizierte Weise zum einen vom magnetischen Fluss Φ in der Leiterschleife und zum anderen vom Biasstrom³ I_b ab. Das Verhalten des SQUIDs für unterschiedliche Kombinationen von Φ und I_b kann im Rahmen eines sog. RCSJ-Modells⁴ [Cla04] beschrieben werden, das eine gute Übereinstimmung mit Experiment liefert.

Bild 4.1b zeigt die Spannungs-Strom-Charakteristik des SQUID-Magnetometers. Bis zu einem kritischen Strom I_C fällt über dem SQUID keine Spannung ab, da sich das SQUID im supraleitenden Zustand befindet und die Cooper-Paare durch die Isolations-schicht tunneln können. Oberhalb des kritischen Stromes steigt die Spannung über dem

¹Abkürzung aus dem Englischen für Superconducting QUantum Interference Device.

²Bei den in dieser Arbeit verwendeten SQUIDs handelt es ausschließlich um dc-SQUIDs, sodass diese im Folgenden einfach als SQUID bezeichnet werden.

³Englischer Ausdruck für den Vor- oder Betriebsstrom des SQUID

⁴Abkürzung aus dem Englischen für Resistively- Capacitively-Shunted Junction.

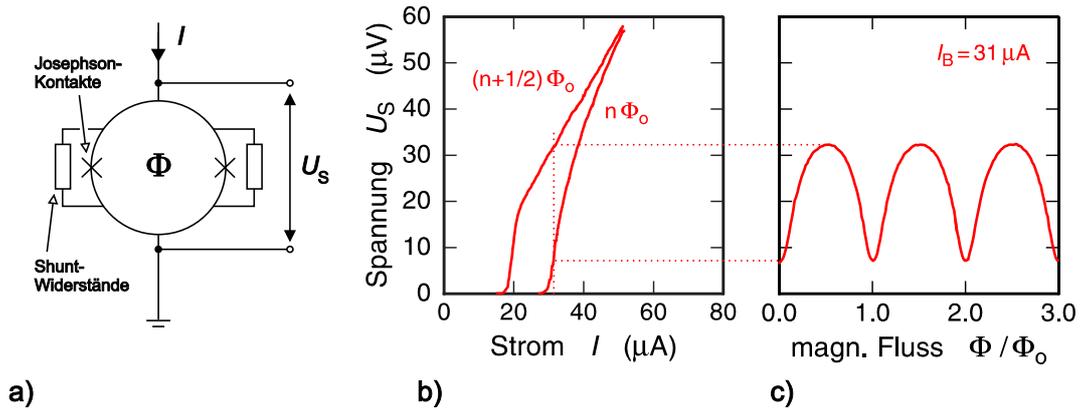


Abb. 4.1:

- Schematische Darstellung des DC-SQUIDs. Die parallel zu den Josephson-Kontakten angeordneten Shunt-Widerstände unterdrücken das hysteretische Verhalten des SQUIDs.
- Spannungs-Strom-Charakteristik für zwei verschiedene magnetische Flüsse $\Phi = n\Phi_0$ und $\Phi = (n + 1/2)\Phi_0$.
- Spannungs-Fluss-Charakteristik für den in b) markierten Biasstrom $I = I_b$ [Wei96]

SQUID steil an und geht dann in ein ohmsches Verhalten über. Bedingt durch die Interferenz der Wellenfunktionen in den beiden Stromzweigen hängt der kritische Strom zum einen von Geometrie der Tunnelbarriere und zum anderen auf periodische Weise vom magnetischen Fluss im SQUID ab. Abbildung 4.1b zeigt die beiden Extremfälle der Kennlinien für $\Phi = n\Phi_0$ und $\Phi = (n + 1/2)\Phi_0$, für die der kritische Strom besonders groß bzw. besonders klein ist. Die Größe $\Phi_0 = h/(2e) = 2,07 \cdot 10^{-15} \text{ Tm}^2$ stellt hier das elementare Flussquant dar, und n nimmt die ganzzahlige Werte $n = 0, 1, 2, \dots$ an.

Fließt ein Betriebsstrom I_b , der etwas größer als der kritische Strom I_C ist, durch ein SQUID, so reagiert die Spannung, die über dem Bauteil abfällt, äußerst empfindlich auf Flussänderungen im SQUID. In Abbildung 4.1c ist der periodisch oszillierende Spannungsverlauf in Abhängigkeit vom eingekoppelten Fluss dargestellt. Demnach handelt es sich bei einem SQUID um einen äußerst empfindlichen Fluss-Spannungs-Wandler: eine kleine Änderung des magnetischen Flusses $\delta\Phi$ in der SQUID-Schleife hat eine Änderung der Spannung $\delta V = V_\Phi \delta\Phi$ zur Folge, wobei hier $V_\Phi = \partial V / \partial \Phi$ für den Spannungs-Fluss-Transferkoeffizient steht. Dieser ist maximal für den Fluss $\Phi = (2n + 1)\Phi_0/4$ und nimmt dabei ungefähr den Wert $V_\Phi \approx R_s/L$ an, wobei hier L für die Induktivität der SQUID-Schleife steht.

Hält man die Spannung am SQUID V_b konstant, so dient das SQUID als ein empfindlicher Fluss-Strom-Wandler. Die in diesem Betriebsmodus erreichbare Stromsensitivität hängt von der Steilheit der Kennlinie am Arbeitspunkt ab: $\delta I / \delta \Phi = -1/M_{\text{dyn}}$. Für die Tieftemperatur-SQUIDs findet man in guter Näherung, dass M_{dyn} die Werte zwischen L und $2L$ besitzt.

Eine wichtige Charakteristik, die man aus der Spannungs-Fluss-Kurve gewinnt, ist der nutzbare Arbeitsbereich des SQUIDs, $\Delta\Phi_{\text{lin}}$. Darunter versteht man einen Flussbereich, in

dem die über dem SQUID abfallende Spannung ungefähr linear vom magnetischen Fluss Φ im SQUID abhängt. Der nutzbare Arbeitsbereich beschränkt sich für ein typisches SQUID auf einen relativ kleinen Bereich,

$$\Delta\Phi_{\text{lin}} \leq \Phi_0/\pi . \quad (4.1)$$

Da der angesammelte Fluss in einem magnetischen Kalorimeter einige Flussquanten groß sein könnte, muss man den Arbeitsbereich des SQUIDs durch Einsatz einer zusätzlichen Elektronik, die sogenannte Flux-Locked-Loop-Schaltung, erweitern. Ihr Ziel ist es, den Fluss im SQUID auf einen Wert zu stabilisieren, an dem die Kennlinie möglichst steil ist. Zur Wahl dieses Arbeitspunktes kompensiert man die im Experiment auftretende Flussänderung durch einen Kompensationsfluss gleicher Größe und entgegengesetzter Polarität, welche sich mit Hilfe einer zusätzlichen Rückkoppelspule erzeugen lässt.

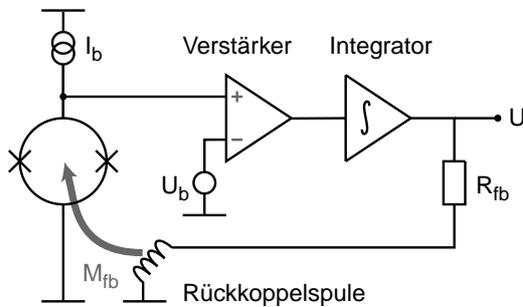


Abb. 4.2: Schaltbild der Flux-Locked-Loop-Schaltung zur Linearisierung der Fluss-Spannungskennlinie eines DC-SQUIDs.

Abbildung 4.2 zeigt eine schematische Darstellung der Flux-Locked-Loop-Schaltung. Das SQUID-Magnetometer wird mit einem konstanten Biasstrom betrieben. Die über dem SQUID abfallende Spannung wird von einem Verstärker bei Zimmertemperatur ausgelesen und dadurch von einigen Mikrovolt auf einige Millivolt verstärkt. Ein Regler liefert schließlich ein dem äußeren Fluss proportionalen Strom I_{fb} , der durch die Rückkoppelspule fließt und dadurch den entsprechenden Kompensationsfluss erzeugt. Für den Fall, dass man die am gewünschten Arbeitspunkt über dem SQUID abfallende Spannung als Referenzpotential U_b des Verstärkers wählt, lässt sich der Regler durch einen einfachen Spannungsintegrator realisieren. Die Ausgangsspannung U ist dadurch proportional zum Kompensationsfluss $\Phi_{\text{fb}} = M_{\text{fb}}U/R_{\text{fb}}$ und dient als Ausgangssignal, wobei hier M_{fb} für Gegeninduktivität zwischen Rückkoppelspule und SQUID steht. Der Widerstand R_{fb} begrenzt den Strom durch die Rückkoppelspule bei vorgegebener Spannung U .

Im Gegensatz zum direkten Betrieb eines SQUIDs, dessen Arbeitsbereich durch die Beziehung 4.1 gegeben ist, ist der FLL-Transferkoeffizient $V_{\Phi, \text{FLL}} = R_{\text{fb}}/M_{\text{fb}}$ unabhängig von der Wahl des Arbeitspunktes. Der Einsatz der FLL-Elektronik ermöglicht eine erhebliche Erweiterung des Arbeitsbereiches, die durch die folgende Beziehung gegeben:

$$G_{\text{FLL}} = V_{\Phi, \text{FLL}}/V_{\Phi} = \frac{R_{\text{fb}}/M_{\text{fb}}}{V_{\Phi}} . \quad (4.2)$$

Setzt man die Werte für ein typisches SQUID, $V_{\Phi} = 200 \mu\text{V}/\Phi_0$, $1/M_{\text{fb}} = 10 \mu\text{A}/\Phi_0$ und $R_{\text{fb}} = 20\text{k}\Omega$ in Gleichung 4.2 ein, so ergibt sich ein Wert von $G_{\text{FLL}} = 1000$. Mit

der FLL-Elektronik ist es also möglich, ein mehrere Hunderte Flussquanten großes Signal empfindlich nachzuweisen. Aus diesem Grund haben die SQUID-Magnetometer, die im FLL-Modus betrieben werden, eine große Verbreitung gefunden.

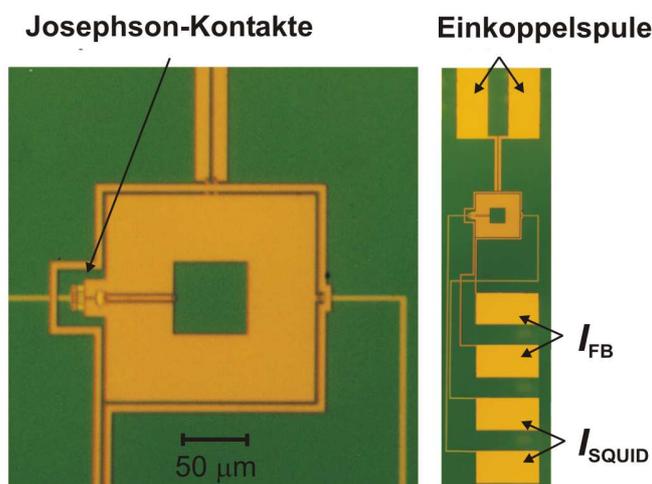


Abb. 4.3:

Abbildung und Ausschnittsvergrößerung eines IBM K-S1W10-35 SQUIDs. Rechts erkennt man die Anschlussflächen für den Bias-Strom (I_{SQUID}) und die Rückkopplungsleitungen (I_{FB}), links ist die Vergrößerung des mittleren Abschnittes gezeigt, wo man die Josephson-Kontakte erkennen kann. Über die Einkoppelspule wird das Messsignal im SQUID detektiert.

In Abbildung 4.3 ist eine Photographie und eine Ausschnittsvergrößerung eines typischen, im FLL-Modus betriebenen SQUIDs vom Typ IBM K-S1W10-35 dargestellt. Dieses kommerziell erhältliche SQUID ist ein Beispiel für die sogenannte Washer-Geometrie⁵. Die supraleitende SQUID-Schleife mit einer äußeren Abmessung von $150 \mu\text{m}$ und einem rechteckigen Loch mit der Seitenlänge von $50 \mu\text{m}$ ist über der Einkoppelspule aus 35 Windungen angebracht, so dass die Gegeninduktivität zwischen den beiden Spulen ca. $3,5 \text{ nH}$ beträgt. Die Streifenbreite und -abstand sind für jede Windung etwa $0,6 \mu\text{m}$ groß. Die Rückkoppelspule besteht aus einer etwa $5 \mu\text{m}$ breiten Windung, die außerhalb des Washers liegt. In Abbildung 4.3 (rechts) sind zur Orientierung die Anschlussflächen für den Bias-Strom (I_{SQUID}) und die Rückkopplungsleitungen (I_{FB}) eingezeichnet. In Abbildung 4.3 (links) ist die Vergrößerung des mittleren Abschnittes gezeigt, wo sich der Bereich der Josephson-Kontakten deutlich erkennen lässt. Die SQUIDs von diesem Typ werden in den großflächigen magnetischen Kalorimetern eingesetzt, die wir im Kapitel 5 vorstellen.

Rauschen

Das SQUID besitzt ein endliches intrinsisches Flussrauschen, das auf die dissipative Natur der Shunt-Widerstände zurückzuführen ist. Eine detaillierte Berechnung von Tesche und Clarke [Tes77], die sowohl die zeitliche Entwicklung der Phasendifferenzen der Wellenfunktion an den Josephson-Kontakten, als auch die parasitäre Kapazität der Tunnelbarrieren mit Hilfe von Computersimulationen berücksichtigt, ergibt für das scheinbare intrinsische Flussrauschen eines optimierten SQUIDs den Ausdruck:

$$S_{\Phi, \text{SQUID}} = 16 k_{\text{B}} T \frac{L^2}{R} . \quad (4.3)$$

⁵Washer (eng.) Scheibe

Ausgehend von einem SQUID mit einer Induktivität von $L \approx 100$ pH und Shunt-Widerständen von 5Ω würde man bei einer Temperatur von $T = 30$ mK ein Flussrauschen $\sqrt{S_\Phi} \simeq 0,05 \mu\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$ erwarten. Dieser Wert wird in der Regel im Experiment nicht beobachtet, da sich aufgrund der Biasstromdissipation an den Shunt-Widerständen eine Erhöhung ihrer Temperatur gegenüber der Badtemperatur ergibt. Unter typischen Bedingungen tritt diese Temperaturentkopplung für $T < 200$ mK auf. Setzt man diese Temperatur in Gleichung 4.3 ein, so ergibt sich für das SQUID-Rauschen einen Wert von $\sqrt{S_\Phi} \simeq 0,2 \mu\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$, der gut mit den experimentellen Beobachtungen übereinstimmt.

Das Gesamtrauschen des im FLL-Modus betriebenen SQUIDs addiert sich demzufolge aus dem intrinsischen Beitrag gemäß Gleichung 4.3 und einem Beitrag der Vorverstärker:

$$S_{\Phi, \text{FLL}} = S_{\Phi, \text{SQUID}} + S_{V, \text{Amp}}/V_\Phi^2 \quad (4.4)$$

Im Rahmen dieser Arbeit wurde eine Flux-Locked-Loop-Elektronik verwendet, die am Institut für Physikalische Hochtechnologie in Jena entwickelt wurde⁶. Das Eingangs-Spannungsrauschen der Elektronik hat im Frequenzbereich von 0,1 Hz bis 10 MHz einen ausgesprochen kleinen Wert von $\sqrt{S_{V, \text{Amp}}} \simeq 0,33 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$ [Ouk02]. Kombiniert mit dem typischen Spannungshub der Fluss-Spannungskennlinie eines dc-SQUIDs, $V_\Phi \approx 200 \mu\text{V}/\Phi_0$, führt dies zu einem zusätzlichen Beitrag zum scheinbaren Flussrauschen des SQUIDs von etwa $1,7 \mu\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$, der größer als der intrinsische Beitrag ist.

Bei den Frequenzen unter 10 Hz dominiert im Spektrum des SQUIDs ein Rauschen, dessen Form sich invers proportional zu Frequenz skaliert. Die beiden wichtigsten Ursachen dieses Rauschen sind die Fluktuationen des kritischen Stromes der Josephson Kontakte und die thermisch aktivierte Bewegung der in dem SQUID eingefangenen magnetischen Flussschläuche. Die beiden Beiträge spielen jedoch aufgrund ihrer Größe bei der Betrachtung der Ursachen, die die Leistung des SQUIDs limitieren, eine untergeordnete Rolle.

Signal-Folge-Geschwindigkeit

Die Verwendung der FLL-Elektronik bringt auch eine gewisse Phasenverschiebung des Eingangssignals mit sich, die durch eine Verzögerungszeit t_d charakterisiert wird. Im Idealfall entspricht t_d der Laufzeit eines elektrischen Signals in den elektrischen Leitungen der SQUID-Elektronik. Aus kryotechnischen Gründen sind diese Leitungen typischerweise ein bis zwei Meter lang und bestehen aus verdrehten Kupferdraht-Paaren, sodass sich daraus eine Abschätzung $t_d \approx 0,5 \text{ ns}$ ergibt. In der Wirklichkeit wird t_d durch andere Effekte limitiert, wie z.B. die endliche Bandbreite des Vorverstärkers und LC -Resonanzen in den Signal-Leitungen [Dru04]. Dies führt zur Erhöhung von t_d um mindestens eine Größenordnung.

Die zeitliche Verzögerung t_d steht im inversen Zusammenhang mit der maximalen Bandbreite der FLL-Elektronik f_{max} , die eine optimale Übertragung des Signals gewährleistet, $t_d = 0,18/f_{\text{max}}$. Sie ist daher eng mit der maximal erreichbaren Signal-Folge-Geschwindigkeit in SQUID-Magnetometer, $\dot{\Phi}_{\text{max}}$, verknüpft. Darunter versteht man eine

⁶Die Elektronik ist mittlerweile bei der Firma Supracon AG, Jena, kommerziell erhältlich.

maximale Rate mit der die Elektronik den Rückkoppelfluss im SQUID ändern kann. Ist eine vom Experiment im SQUID verursachte Flussänderung $\Phi(t)$ schneller, so hinkt der Rückkoppelfluss $\Phi_{\text{fb}}(t)$ hinterher. Falls die Differenz dabei den Wert $\Phi_0/2$ überschreitet, $\Phi - \Phi_{\text{fb}} \geq \Phi_0/2$, so wird die Regelung instabil und wechselt auf einen neuen Arbeitspunkt, der $n\Phi_0$ vom bisherigen entfernt ist.

Die maximale Signal-Folge-Geschwindigkeit der in Abbildung 4.2 gezeigten Schaltung wurde in [Dru04] hergeleitet und analysiert. Sie ist durch die folgende Beziehung gegeben:

$$\dot{\Phi}_{\text{max}} = \Delta\Phi_{\text{lin}}/4t_d \leq \Phi_0/4\pi t_d . \quad (4.5)$$

Sie ist proportional zur Größe des Flussbereichs $\Delta\Phi_{\text{lin}}$, in dem die Kennlinie annähernd linear ist, und invers proportional zur Verzögerungszeit der FLL-Elektronik t_d . In Kombination mit typischen SQUID-Parametern wären so Signal-Folge-Geschwindigkeiten zwischen $1\Phi_0/\mu\text{s}$ und $10\Phi_0/\mu\text{s}$ erreichbar. Mit diesen sollte es der Elektronik möglich sein, dem schnellen Signalanstieg bei der Absorption eines Röntgenquants zu folgen.

Effekt eines äußeren Magnetfeldes

Beim Einsatz eines SQUID-Magnetometers in einem magnetischen Kalorimeter tritt ein zusätzliches Problem auf. In einem typischen Detektoraufbau befindet sich der paramagnetische Sensor gemeinsam mit dem SQUID in einer Feldspule, mit der Magnetfelder bis etwa 10 mT erzeugt werden. Ist ein SQUID inklusive seiner Josephson-Kontakte Magnetfeldern dieser Größe ausgesetzt, so wird eine Reduktion des kritischen Stromes I_c beobachtet. Diese führt zu einer Reduktion des Spannungshubs der Spannung-Fluss-Kennlinie des SQUIDs. Mit steigendem Magnetfeld wird daher der Beitrag des Eingangsspannungsrauschens des Verstärkers zum scheinbaren Flussrauschen des SQUIDs zunehmen.

In einem Magnetfeld von 2,5 mT hat die SQUID-Kennlinie einen Spannungshub von etwa $7\mu\text{V}$ [Fle03]. Das Spannungsrauschen der oben beschriebenen Elektronik ($0,33\text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$) führt in dieser Situation zu einem zusätzlichen scheinbaren Flussrauschen von $15\mu\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$. Dieser Wert ist zirka 50 mal größer als das intrinsische Rauschen des SQUIDs bzw. das Flussrauschen, das den thermodynamischen Energiefluktuationen der magnetischen Momente des Sensors entspricht. Die Energieauflösung des Detektors wäre durch diesen Beitrag stark beeinträchtigt. Das lokale Magnetfeld am Ort der Josephson-Kontakte muß daher möglichst klein gehalten werden. Dies kann man auf unterschiedlicher Weise erreichen.

Zum einen bietet sich eine räumliche Trennung des dem Magnetfeld ausgesetzten Sensors und des SQUID-Chips. Dabei wird die vom Sensor verursachte Änderung des magnetischen Flusses über eine Einkoppelspule im SQUID detektiert [Fle98, Gör01]. Eine elegante Weiterentwicklung dieser Idee wird im Zusammenhang mit der Diskussion von den großflächigen magnetischen Kalorimetern im Kapitel 5 vorgestellt. Zum anderen können die Josephson-Kontakte mit einer zusätzlichen supraleitenden Struktur abgeschirmt oder außerhalb der gradiometrisch angeordneten Feldspulen auf einem Ort kleiner Magnetfelder platziert werden [Zak04]. In Zusammenarbeit mit dem IPHT in Jena wurde mit der Entwicklung eines solchen SQUIDs mit optimierter Geometrie begonnen.

4.2 Zweistufiger SQUID-Aufbau

Die Betrachtungen des letzten Abschnitts haben gezeigt, dass sich ein SQUID-Magnetometer als sehr empfindlicher Fluss-Spannungs-Wandler einsetzen lässt. Dabei lässt sich die Linearisierung der Kennlinie durch eine Rückkopplungsschaltung umsetzen. Das Eingangsruschen des hierbei verwendeten, bei Zimmertemperatur arbeitenden Verstärkers dominiert jedoch im Allgemeinen das Rauschen des SQUIDs.

Um dieses Problem zu lösen, wird die Auslese-Elektronik eines für die Detektion eingesetzten SQUIDs auf eine entscheidende Weise erweitert: Die über einem zur Detektion verwendenden SQUID abfallende Spannung wird mit Hilfe eines zweiten, ebenfalls bei tiefen Temperaturen arbeitenden SQUIDs verstärkt. Erst danach wird das Ausgangssignal des zweiten SQUIDs an die Elektronik bei Zimmertemperatur weitergeleitet.

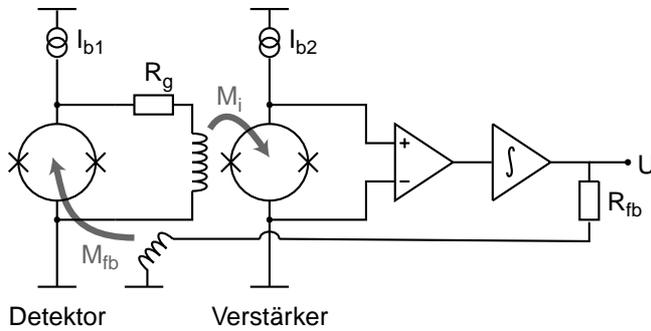


Abb. 4.4: Schematische Darstellung der elektronischen Schaltung eines zweistufigen SQUID-Aufbaus.

Wir wollen diese Anordnung, die schematisch in Abbildung 4.4 dargestellt ist, nun näher betrachten. Im Folgenden wird das primäre SQUID (links) auch häufig als Detektor-SQUID und das als Stromsensor fungierende sekundäre SQUID (rechts) als Verstärker-SQUID bezeichnet. Sowohl das Verstärker-SQUID als auch das Detektor-SQUID werden mit konstantem Strom (I_{b1} und I_{b2}) betrieben. Die beiden SQUID-Chips sind voneinander räumlich getrennt: während sich das Detektor-SQUID typischerweise bei einer Temperatur von $T = 30$ mK befindet, wird das Verstärker-SQUID bei $T = 2$ K platziert.

Eine Flussänderung im Detektor-SQUID führt, gemäß dem dadurch hervorgerufenen Spannungsabfall U_1 über diesem SQUID, zu einem Stromfluss, der durch den Widerstand R_g begrenzt wird. Dieser Stromfluss induziert über die Einkoppelspule eine Flussänderung im Verstärker-SQUID. Dabei bestimmt sowohl die Gegeninduktivität zwischen Einkoppelspule und Verstärker-SQUID M_i als auch der Widerstand R_g die Verstärkung des Spannungssignals zwischen den SQUIDs:

$$G_{\Phi} = \frac{M_i}{R_g + R_{\text{dyn}}} V_{\Phi} \quad (4.6)$$

wobei hier $R_{\text{dyn}} = M_{\text{dyn}} V_{\Phi}$ und V_{Φ} jeweils der Widerstand und Transferkoeffizient des Detektor-SQUIDs am gewählten Arbeitspunkt sind. Unter Annahme, dass $V_{\Phi} = 20 \mu\text{V}/\Phi_0$, $1/M_i = 1 \mu\text{A}/\Phi_0$ und $M_{\text{dyn}} = 200$ pH betragen, ergibt sich eine maximale Verstärkung $G_{\Phi} \cong 10$ ($R_g \ll R_{\text{dyn}}$).

Das Verstärker-SQUID wird in Kleinsignal-Modus, d.h. ohne Fluss-Rückkopplung, betrieben. Die über ihm abfallende Spannung U_2 wird von dem sich auf Zimmertemperatur

befindlichen Verstärker ausgelesen und dient dann als Regelsignal für die Rückkopplung eines Kompensationsflusses in das primäre SQUID. Die Spannung U , die man am Ausgang der Elektronik abgreift, ist dabei direkt proportional zum Detektorsignal.

Um das Auftreten mehrerer Arbeitspunkte in der Gesamtkennlinie des Doppel-SQUID-Aufbaus zu vermeiden, muss die Verstärkungsfaktor G_Φ die Bedingung

$$G_\Phi < \pi$$

erfüllen [Dru04]. Dazu nutzt man den Widerstand R_g aus, der es erlaubt, einen optimalen Arbeitspunkt einzustellen, also einen Punkt, an dem die Kennlinie eindeutig ist und eine maximale Steilheit besitzt. Für das oben beschriebenen Beispiel sollte der Widerstand R_g größer als $4,7\Omega$ sein, um dies zu gewährleisten.

4.2.1 Betrieb des zweistufigen SQUID-Magnetometers

Nachdem das Prinzip des zweistufigen SQUID-Magnetometers vorgestellt wurde, wollen wir auf einige Einzelheiten seines Betriebes eingehen, wie es zur Messung in dieser Arbeit verwendet wurde.

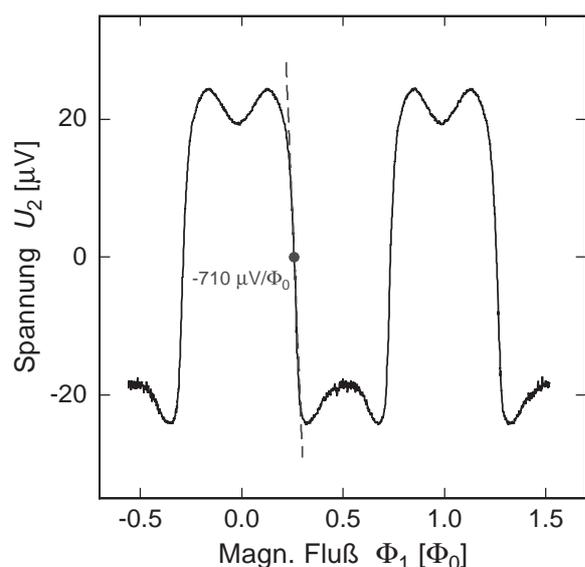


Abb. 4.5: Gesamtkennlinie eines zweistufigen SQUID-Magnetometers bestehend aus einem K-SUP-10-50 Detektor-SQUID und einem CCBlue-SQUID als Verstärker. Das Detektor-SQUID befindet sich in einem Magnetfeld von 2,6 mT und wird mit einem Strom von $I_{b1} = 2,2\mu\text{A}$ betrieben. Mit $R_g = 5,4\Omega$ wurde die Fluss-zu-Fluss-Verstärkung auf $G_\Phi = 2,7$ eingestellt.

Das Bild 4.5 zeigt die Gesamtkennlinie eines zweistufigen nicht-rückgekoppelten SQUID-Aufbaus [Fle03]. Die Spannung U_2 ist dabei die über dem Verstärker-SQUID abfallende Spannung und Φ_1 ist der Fluss im Detektor-SQUID. Das Detektor-SQUID vom Typ K-SUP-10-50⁷ befindet sich in einem Magnetfeld von 2,6 mT und wird mit einem Strom von $I_{b1} = 2,2\mu\text{A}$ betrieben. Der Widerstand R_g wurde dabei so gewählt, dass es nur eine Art von Arbeitspunkt gibt. Als Verstärker-SQUID wurde ein Magnetometer vom Typ CCBlue⁸ verwendet. Die Steigung der Spannungs-Fluss-Kennlinie im Arbeitspunkt hat den Wert $\partial U/\partial \Phi = 710\mu\text{V}/\Phi_0$.

⁷Hersteller: IBM

⁸Hersteller des Stromsensor-SQUID vom Typ 'CC-Blue' ist die Supracon AG, Jena.

Das scheinbare Rauschen des magnetischen Flusses im Detektor-SQUID setzt sich aus einer Reihe von Beiträgen zusammen und wird durch die folgende Beziehung wiedergegeben:

$$S_{\Phi} = S_{\Phi, \text{Det}} + 4k_{\text{B}}TR_{\text{g}}/V_{\Phi, \text{Det}}^2 + (S_{\Phi, \text{Ver}} + S_{V, \text{Amp}}/V_{\Phi, \text{Ver}}^2)/G_{\Phi}^2, \quad (4.7)$$

wobei $S_{\Phi, \text{Det}}$, $V_{\Phi, \text{Det}}$ und $S_{\Phi, \text{Ver}}$, $V_{\Phi, \text{Ver}}$ für intrinsische Rauschen und Transferkoeffizient der jeweils Detektor- und Verstärker-SQUID stehen. Anhand der Gleichung 4.7 erkennt man, dass die Erhöhung von G_{Φ} zu einem kleineren Niveau des Rauschen führt. Dies wird jedoch mit einer gleichzeitigen Einschränkung der maximalen Signal-Folge-Geschwindigkeit begleitet, da sich der lineare Flussbereich des Doppel-SQUID-Aufbaus wie $\Delta\Phi_{\text{lin}}/G_{\Phi}$ verhält.

Der Term $4k_{\text{B}}TR_{\text{g}}/V_{\Phi}^2$ in Gleichung 4.7 berücksichtigt das Nyquist-Rauschen des Widerstandes R_{g} . Da dieses Rauschen zu tiefen Temperatur hin proportional zu \sqrt{T} abnimmt, wird dieser Widerstand bei der möglichst niedrigen Temperatur betrieben. Ausgehend von $T = 30 \text{ mK}$, $R_{\text{g}} = 6 \Omega$ und $V_{\Phi, \text{Det}} = 20 \mu\text{V}/\Phi_0$ erwartet man einen Rauschbeitrag von etwa $0,2 \mu\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$. Es ist jedoch anzunehmen, dass die Temperatur der Leitungselektronen dieses Widerstands aufgrund der schwachen Elektron-Phonon-Kopplung und des Kapitza-Widerstands nicht die Temperatur des Wärmebads erreicht, und der Rauschbeitrag leicht erhöht ist. Gemeinsam mit dem intrinsischen Rauschen eines SQUIDs bei der gleichen Temperatur ergibt sich für das Rauschen des Detektor-SQUIDs ein Wert von $0,3 \mu\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$. Dieser soll nun mit dem des Verstärker-SQUIDs verglichen werden. Wir nehmen an, dass das Verstärker-SQUIDs mit einem Transferkoeffizient von $V_{\Phi, \text{Det}} = 200 \mu\text{V}/\Phi_0$ bei Temperatur $T = 2 \text{ K}$ betrieben wird und dass das System auf einen Verstärkungsfaktor $G_{\Phi} = 3$ eingestellt ist. Bei dieser Temperatur dominiert der Beitrag des Vorverstärkers im Gesamtrauschen des Verstärker-SQUID und es führt zu einem zusätzlichen Beitrag von $\sqrt{S_{V, \text{Amp}}}/(V_{\Phi, \text{Ver}} \cdot G_{\Phi}) \approx 0,6 \mu\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$ im Detektor-SQUID.

Die mit der Signalmodulation gemessene Signal-Folge-Geschwindigkeit für die gewählte Zusammensetzung der SQUIDs und Elektronik beträgt ca. $200 \text{ k}\Phi_0/\text{s}$, was deutlich unter dem Wert liegt, der sich anhand der Gleichung 4.5 abschätzen lässt. Dies ist vermutlich eine Folge der parasitären Filtereigenschaften der Leitungen. Die hier präsentierte Messungen wurden durch diese Tatsache jedoch nicht beeinträchtigt, da die nützliche Bandbreite hauptsächlich durch das Abtastetheorem und die effektive Bandbreite des Optimalen Filters limitiert ist.

4.3 Diskussion des zweistufigen SQUID-Magnetometers

Aus unserer bisherigen Diskussion erkennt man, dass der Einsatz des Doppel-SQUID-Aufbaus im Vergleich zum konventionellen SQUID-Magnetometer mehrere Vorteile mit sich bringt. Zu einem ist das Rauschenniveau insgesamt kleiner. Zum anderen lässt sich auch dadurch der relative Beitrag des sich bei Zimmertemperatur befindlichen Vorverstärkers zum Gesamtrauschen deutlich reduzieren. Außerdem wird die Verschlechterung der Eigenschaften des Detektor-SQUIDs, das einem schwachen Magnetfeld ausgesetzt ist, auf dieser Weise elegant gelöst. Der dafür zu zahlende Preis besteht in der komplizierteren Leitungsführung für den Doppel-SQUID-Aufbau und in dem daraus folgenden größeren

Wärmeeintrag ins Inneren des Kryostates. Für die Systeme mit einer kleinen Anzahl detektierender Einheiten ist der damit verbundene Aufwand jedoch vertretbar. Aufgrund der oben aufgelisteten Vorteilen wurden die Ergebnisse, die in dieser Arbeit präsentiert werden, ausschließlich mit Hilfe eines doppelstufigen SQUID-Magnetometers durchgeführt.

Der verhältnismäßig große Anteil des Verstärker-SQUIDs im Gesamttrauschen des Detektor-SQUIDs kann in zukünftigen Messungen durch den Einsatz von sogenannten seriellen Vielfach-SQUIDs noch weiter gesenkt werden. Statt eines einzelnen SQUIDs verwendet man dabei eine Serienschaltung von N baugleichen SQUIDs, in die über eine Einkoppelspule der zu messende magnetische Fluss eingekoppelt wird. Das Messsignal nimmt proportional zur Anzahl des SQUIDs, N , zu, das Rauschen addiert sich dagegen inkohärent und wächst daher nur wie \sqrt{N} . Sowohl der Einfluss des Eingangsspannungsrauschens der Elektronik, als auch das intrinsische Flussrauschen des SQUIDs kann auf dieser Weise stark verringert werden. Vom erfolgreichen Betrieb eines seriellen Vielfach-SQUIDs mit $N \simeq 100$ wurde schon mehrfach in der Literatur berichtet [Dru04]. Einen Überblick über diese Resultate findet man in [Cla04].

5. Optimierung des Detektordesigns

Nachdem wir die zwei wichtigsten Bestandteile magnetischer Kalorimeter, nämlich den paramagnetischen metallischen Sensor und das SQUID-Magnetometer, ausführlich diskutiert haben, wollen wir uns nun der Optimierung zweier wichtiger Detektorgeometrien hinsichtlich ihrer Energieauflösung zuwenden. Dabei soll, ausgehend von einer Reihe realistischer Annahmen über die zugrundeliegenden physikalischen Prozesse im Detektor, eine Kombination von Parametern, wie zum Beispiel die Arbeitstemperatur, das äußere Magnetfeld und die Konzentration der magnetischen Ionen, so bestimmt werden, dass eine Maximierung der Energieauflösung für das gewählte Detektordesign erreicht wird.

5.1 Realistische Beschreibung magnetischer Kalorimeter

Da wir bei der Optimierung der Energieauflösung eines magnetischen Kalorimeters an dem im Experiment zu messenden Signal interessiert sind, ist es notwendig, unsere Überlegungen auf das Ausgangssignal zu konzentrieren, welches das SQUID liefert. Dabei ist zu beachten, dass entgegen der Vorgehensweise in Kapitel 2 auf die Annahme eines idealen, das heißt rauschfreien und instantanen Magnetometers verzichtet werden muß, um eine realistischere Beschreibung der Eigenschaften magnetischer Kalorimeter zu ermöglichen.

Zum einen hat dies zur Folge, dass der Energieinhalt im Zeeman-System nur indirekt als magnetische Flussänderung in der SQUID-Schleife gemessen wird. In dieser Situation werden die Energiefluktuationen S_{Ez} als Flussrauschen S_{Φ_z} gemessen und die Responsivität R ist durch die Flussresponsivität R_{Φ} zu ersetzen. Dabei ist die Flussresponsivität als die Änderung des magnetischen Flusses $\delta\Phi$ in der SQUID-Schleife definiert, die bei einem $\delta(t)$ -förmigen Absorptionsereignis auftritt. In der Näherung $\tau_0/\tau_1 \ll 1$ läßt sie sich in der folgenden Form darstellen (vergleiche Abschnitt 2.2.1):

$$R_{\Phi}(\omega = 0) = S \cdot \beta\tau_1 . \quad (5.1)$$

Die hier neu eingeführte Größe S wird als Sensitivität magnetischer Kalorimeter bezeichnet. Sie beschreibt die Änderung des magnetischen Flusses $\delta\Phi_s$ in der SQUID-Schleife bei einem kleinen Energieeintrag δE in den Detektor, $S = \delta\Phi_s/\delta E$. Im Allgemeinen ist die Sensitivität eine komplizierte Funktion der Zustandsvariablen und der Detektorgeometrie, deren genaue Form im Zusammenhang mit der Detektoroptimierung noch vorgestellt wird.

Zum anderen muß sowohl das Rauschen des SQUID-Magnetometers als auch das magnetische Johnson-Rauschen neben den thermischen Fluktuationen berücksichtigt werden. Das Rauschen des SQUID-Magnetometers $S_{\Phi, \text{Det}}$ und das magnetische Johnson-Rauschen $S_{\Phi, \text{MJ}}$ wurden ausführlich in den zwei letzten Kapiteln behandelt. Der wesentliche Unterschied zwischen den beiden besteht in ihrer Abhängigkeit von der Sensorgeometrie. Während $S_{\Phi, \text{Det}}$ im Wesentlichen unabhängig von der Geometrie ist, geht die Geometrie explizit in $S_{\Phi, \text{MJ}}$ ein (siehe Gleichung 3.29). Da beide Arten des Rauschens über einen

breiten Frequenzbereich verteilt sind und daher die Charakteristik von weißem Rauschen aufweisen, kann ihr Einfluss auf die Energieauflösung anhand der Ergebnisse aus Abschnitt 2.2.4 beschrieben werden. Dabei ergibt sich für die Energieauflösung der Ausdruck:

$$\Delta E = \sqrt[4]{\tau_1^2 (NEP_0^2(0) + NEP_{\text{zus},\Phi}^2) (NEP_1^2(0) + NEP_{\text{zus},\Phi}^2)} , \quad (5.2)$$

wobei $NEP_0^2(0)$ und $NEP_1^2(0)$ in erster Näherung durch die gleichen Beziehungen gegeben sind wie in Gleichung 2.27¹, und die zum-Rauschen-äquivalente-Leistung des zusätzlichen Rauschens $NEP_{\text{zus},\Phi}^2(\omega)$ sich in folgender Form darstellen läßt:

$$NEP_{\text{zus},\Phi}^2 = \frac{S_{\Phi, \text{Det}} + S_{\Phi, \text{MJ}}}{S^2 \cdot (\beta\tau)^2} . \quad (5.3)$$

Anhand Gleichung 5.2 erkennt man, dass sich die Energieauflösung magnetischer Kalorimeter mit sinkender $NEP_{\text{zus},\Phi}^2$ monoton verbessert. Da $NEP_{\text{zus},\Phi}^2$ selbst wiederum invers proportional zum Quadrat der Sensitivität S ist, entspricht eine maximale Sensitivität einer maximalen Energieauflösung ΔE . Auf dieser Erkenntnis wird die im weiteren vorgestellte Detektoroptimierung aufgebaut.

5.2 Zylinderförmige Geometrie

Prinzipiell ist eine große Zahl unterschiedlicher Detektorgeometrien denkbar. Im folgenden Abschnitt soll zunächst die in der Abbildung 5.1 skizzierte Detektorgeometrie diskutiert werden.

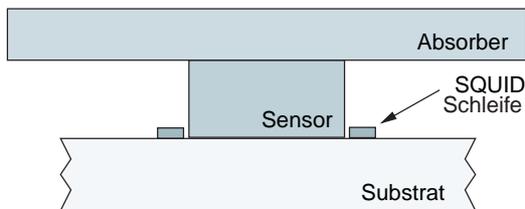


Abb. 5.1: Schematisches Schnittbild eines magnetischen Kalorimeters, dessen zylindrischer Sensor in der kreisförmigen Leiterschleife eines dc-SQUID-Magnetometers sitzt.

Der Detektor besteht aus einem Röntgenabsorber beliebiger Form, an dem ein zylindrischer, paramagnetischer Sensor angebracht ist. Der Sensor sitzt in der kreisförmigen Leiterschleife eines SQUID-Magnetometers, das in Dünnschicht-Technologie auf der Oberfläche eines Silizium-Substrates strukturiert wurde. Der Sensor befindet sich in einem homogenen Magnetfeld, das beispielsweise von einer äußeren Feldspule erzeugt wird. Diese ist der Übersichtlichkeit halber nicht in Abbildung 5.1 eingezeichnet. Im Experiment durchsetzt dieses Magnetfeld auch die SQUID-Schleife. Um die dadurch hervorgerufene Verschlechterung der SQUID-Eigenschaften so gering wie möglich zu halten, wird im Experiment ein doppelstufiges SQUID-Magnetometer bestehend aus einem Detektor-SQUID und einem Verstärker-SQUID zur Signaldetektion verwendet (vergleiche Kapitel 4).

¹Dies entspricht der Erwartung, dass die Energieauflösung im Fall eines immer besseren SQUID-Magnetometers zum thermodynamischen Limes konvergieren wird.

5.2.1 Optimierung der Sensitivität

Eine Maximierung der Sensitivität für die in Abbildung 5.1 gezeigte zylinderförmige Geometrie ist ausführlich in [Fle03] behandelt. Wir fassen daher kurz die dort präsentierten Ergebnisse zusammen.

Für einen Detektor, dessen Röntgenabsorber eine Wärmekapazität C_{Abs} und dessen Sensor ein Volumen V und die spezifische Wärme² c besitzt, nimmt die Sensitivität die Form

$$S = \mu_0 \frac{G}{r} V \frac{\partial M}{\partial T} \frac{1}{Vc + C_{\text{Abs}}} \quad (5.4)$$

an. Hier steht μ_0 für die magnetische Permeabilität des Vakuums. Die Größe $\partial M/\partial T$ gibt die Temperaturabhängigkeit der Magnetisierung des Sensormaterials an. Der dimensionslose Parameter G beschreibt die geometrieabhängige Kopplung zwischen Sensor und Magnetometerschleife und wird im Folgenden auch *Geometriefaktor* genannt. Er hängt im Wesentlichen vom Durchmesser-zu-Höhen-Verhältnis $\xi = 2r/h$ des Sensors ab.

Die Sensitivität ist demnach eine Funktion von 8 Parametern,

$$S = S(T, C_{\text{Abs}}, g, \alpha, B, x, r, h) . \quad (5.5)$$

Sie hängt von der Temperatur T , von der Wärmekapazität des Absorbers C_{Abs} , vom gyromagnetischen Verhältnis g der paramagnetischen Ionen, vom Wechselwirkungsparameter α , vom Magnetfeld B , von der Konzentration der paramagnetischen Ionen x und vom Radius r und der Höhe h des Sensors ab.

Bei der Optimierung des Detektors für eine spezielle Anwendung sind einige dieser Parameter meist durch die Anforderungen der Anwendung festgelegt. Zum Beispiel ist die Arbeitstemperatur durch die zur Verfügung stehenden Kühlmethoden gegeben. Fordert die Anwendung eine bestimmte Absorberfläche und Quanteneffizienz, so ist — bei vorgegebenem Absorbermaterial — das Volumen und somit die Wärmekapazität des Absorbers C_{Abs} fixiert. Hat man sich auch für ein Sensormaterial entschieden, so sind zusätzlich die Parameter α und g festgelegt.

Die restlichen Parameter (B , x , r und h) können so gewählt werden, dass die Sensitivität des Detektors maximal ist. Für die entsprechende Optimierungsrechnung formen wir den Ausdruck für die Sensitivität (5.4) mit Hilfe des Verhältnisses $\xi = 2r/h$ um, und erhalten

$$S = \mu_0 G(\xi) \left(\frac{2\pi}{\xi} \right)^{1/3} \frac{V^{2/3}}{Vc + C_{\text{Abs}}} \frac{\partial M}{\partial T} . \quad (5.6)$$

Die auftretenden Faktoren können zum Teil unabhängig voneinander optimiert werden.

Optimierung der Sensorgeometrie

Der in Gleichung 5.6 auftretende Geometriefaktor $G(\xi)$ hängt sowohl von der Form des Sensors (ξ), als auch von der Anordnung der Leiterschleife relativ zum Sensor ab. Abbildung 5.2 zeigt die berechneten Werte des Geometriefaktors $G(\xi)$ in Abhängigkeit vom

²Die spezifische Wärme sei hier die Wärmekapazität pro Volumen, $c = C_{\text{Sens}}/V$.

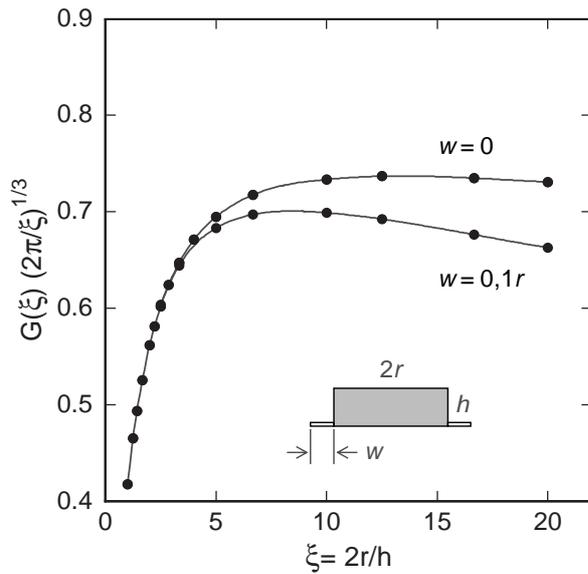


Abb. 5.2: Die Funktion $G(\xi)(2\pi/\xi)^{1/3}$ ist der, von der Form des Sensors abhängige Faktor in der Sensitivität. Sie ist hier als Funktion von $\xi = 2r/h$ dargestellt.

Durchmesser-zu-Höhen-Verhältnis $\xi = 2r/h$ des zylinderförmigen Sensors für zwei Strukturbreiten w der Leiterschleife des Magnetometers. In der Rechnung wurde angenommen, dass die Leiterschleife supraleitend ist und sich perfekt diamagnetisch verhält.

Die Funktion $G(\xi)(2\pi/\xi)^{1/3}$ steigt bei kleinen Werten von ξ rasch an und durchläuft anschließend ein verhältnismäßig breites Maximum. Im Fall einer verschwindend kleinen Strukturbreite, $w = 0$, wird das Maximum bei $\xi_{\text{opt}} \simeq 15$ erreicht. Im realistischeren Fall einer endlichen Strukturbreite von $w = 0,1r$ liegt das Maximum bei $\xi_{\text{opt}} \simeq 8$. Für die weitere Diskussion wollen wir daher annehmen, dass der optimale Radius r_{opt} und die optimale Höhe h_{opt} des Sensors über

$$h_{\text{opt}} \simeq 0,25 r_{\text{opt}} \quad (5.7)$$

miteinander verknüpft sind. Aufgrund der Breite des Maximums wirken sich kleine Abweichungen von dieser Bedingung nur schwach auf die erzielbare Sensitivität aus.

Das optimale Sensorvolumen $V_{\text{opt}} = \pi r_{\text{opt}}^2 h_{\text{opt}}$ kann durch Maximieren des Faktors $V^{2/3}/(Vc + C_{\text{Abs}})$ aus (5.6) gewonnen werden. Man findet die Bedingung

$$cV_{\text{opt}} = 2C_{\text{Abs}} \quad (5.8)$$

Aufgrund der hier angenommenen Forderungen an die Geometrie ist die Sensitivität des Detektors gerade dann maximal, wenn die Wärmekapazität des Sensors dem Doppelten der Wärmekapazität des Absorbers entspricht. Bemerkenswert ist, dass diese Bedingung unabhängig von den thermodynamischen Eigenschaften des Sensormaterials gültig ist.

Die Sensitivität eines Detektors mit optimierter Sensor-Geometrie nimmt somit die Form

$$S = \mu_0 G(\xi_{\text{opt}}) \left(\frac{2\pi}{\xi_{\text{opt}}} \right)^{1/3} \frac{2^{2/3}}{3} C_{\text{Abs}}^{-1/3} c^{-2/3} \frac{\partial M}{\partial T} \quad (5.9)$$

an. Sie hängt verhältnismäßig schwach von der Wärmekapazität C_{Abs} des Absorbers ab, $S \propto C_{\text{Abs}}^{-1/3}$.

Tab. 5.1: Ergebnis der Optimierungsrechnung: Optimale Werte der Parameter B , x , r und h als Funktion der Temperatur T und der Absorberwärmekapazität C_{Abs} . Die rechte Spalte enthält explizite Werte für einen Detektor, der bei $T = 50 \text{ mK}$ betrieben wird und dessen Absorber eine Wärmekapazität von $C_{\text{Abs}} = 1 \text{ pJ/K}$ besitzt. Das Sensormaterial sei Au:Er mit $g = 6,8$ und $\alpha = 5$.

Optimale Parameter	Beispiel für: $T = 50 \text{ mK}$, $g = 6,8$ $C_{\text{Abs}} = 1 \text{ pJ/K}$, $\alpha = 5$
$B_{\text{opt}} =$	$1,5 \text{ T K}^{-1} \times Tg^{-1} \quad \leftrightarrow 10,9 \text{ mT}$
$x_{\text{opt}} =$	$4,2 \text{ K}^{-1} \times Tg^{-2}\alpha^{-1} \quad \leftrightarrow 900 \text{ ppm}$
$r_{\text{opt}} =$	$1,57 \text{ cm K}^{2/3}\text{J}^{-1/3} \times (g^2\alpha C_{\text{Abs}}T^{-1})^{1/3} \quad \leftrightarrow 26 \mu\text{m}$
$h_{\text{opt}} =$	$0,25 \times r_{\text{opt}} \quad \leftrightarrow 6,5 \mu\text{m}$
$S_{\text{max}} =$	$1,28 \cdot 10^{-9}(\Phi_0/\text{eV}) \text{J}^{1/3}\text{K}^{1/3} \times (g\alpha^{-1}C_{\text{Abs}}^{-1}T^{-2})^{1/3} \quad \leftrightarrow 0,105 \frac{\Phi_0}{\text{keV}}$

Optimierung der Sensorparameter

Die optimalen Werte der übrigen zwei Parameter (B , x) erhält man durch Maximierung des Faktors $c^{-2/3}\partial M/\partial T$ aus (5.9), wobei wir die Parameter T , g , und α als festgelegt betrachten. Diese kann im Rahmen der Molekularfeld-Näherung und der numerischen Diagonalisierung des Hamilton-Operators durchgeführt werden. Im Folgenden stellen wir die beiden Methode vor und vergleichen die Ergebnisse der Maximierung von B und x .

Die Berechnung im Rahmen der Molekularfeld-Näherung [Ens00a] basieren auf die Verteilung der Austauschenergien E_{exch} zwischen den lokalisierten magnetischen Momenten, die von Walker und Walstedt für zufällig verteilte Spins in einem kontinuierlichen Medium hergeleitet wurde [Wal80][Wal77]. Die diskrete Natur des Wirtsgitters wurde in diesen Berechnungen nicht berücksichtigt. Desweiteren wurde in [Ens00a] eine Geometrie betrachtet, bei der die Leiterschleife des Magnetometers einen Radius von $r_\ell = 1.09r$ besitzt und auf halber Höhe des zylindrischen Sensors angebracht ist. Die auf diese Weise erhaltenen, optimalen Sensorparameter (B_{opt} , x_{opt} , r_{opt} , h_{opt}) können in guter Näherung als analytische Funktionen der vorgegebenen Parameter (T , C_{Abs} , g , α) angegeben werden. In Tabelle 5.1 sind diese Beziehungen aufgelistet. Um die Ergebnisse aus [Ens00a] leichter mit den hier betrachteten Geometrien vergleichen zu können, wurden sie auf die im vorherigen Abschnitt hergeleitete optimale Sensorform mit $2r_{\text{opt}}/h_{\text{opt}} = 8$ umgerechnet.

Im Rahmen der numerischen Diagonalisierung (ND) des Hamilton-Operators [Fle03] wurden bei der Berechnung der thermodynamischen Größen c und $\partial M/\partial T$ für jede Kombination der Parameter g , α , B und x zirka 20.000 zufällige Spinkonfigurationen betrachtet. Jede Konfiguration enthält zwischen Null und 10 Spins, die zufällig auf einem endlichen Gitterausschnitt des fcc-Gitters von Gold verteilt sind. Für jede Konfiguration wird die

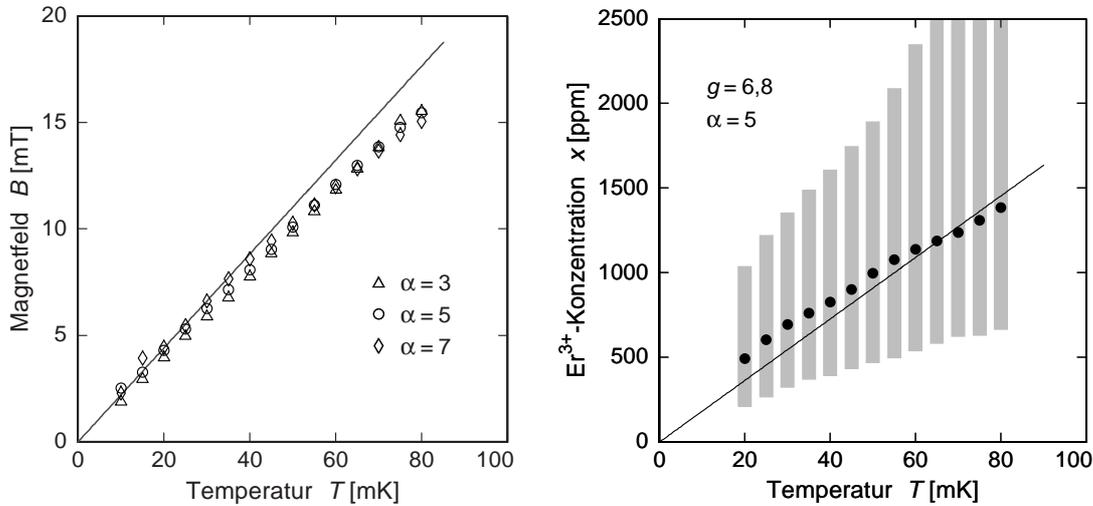


Abb. 5.3: (links) Optimales Magnetfeld als Funktion der Temperatur. Die Datenpunkte entsprechen Ergebnissen der ND-Methode für drei Wechselwirkungsparameter α der RKKY-Wechselwirkung [Fle03]. (rechts) Optimale Konzentration als Funktion der Temperatur. Die Datenpunkte entsprechen Ergebnissen der numerischen Simulationen für einen Wechselwirkungsparameter von $\alpha = 5$ [Fle03]. Die grauen Balken geben den Konzentrationsbereich an, in dem die erzielbare Sensitivität um weniger als 5% unter der maximalen Sensitivität liegt. Die durchgezogene Linie zeigt das Ergebnis der Berechnung im Rahmen der Molekularfeld-Näherung[Ens00a].

Matrix des Hamilton-Operators der Spins unter der Annahme quasi-periodischer Randbedingungen³ aufgestellt. Dabei wird die Wechselwirkung mit dem äußeren Magnetfeld, die Dipol-Dipol-Wechselwirkung und die RKKY-Wechselwirkung berücksichtigt. Durch numerische Diagonalisierung werden die Energie-Eigenwerte der Konfiguration ermittelt, aus denen über die Zustandssumme die thermodynamischen Größen c und $\partial M/\partial T$ berechnet werden können. In einem letzten Schritt werden die Ergebnisse der einzelnen Konfigurationen entsprechend der Wahrscheinlichkeit ihres Auftretens gewichtet und gemittelt.

In Abbildung 5.3 (links) ist das optimale Magnetfeld in Abhängigkeit von der Arbeitstemperatur des Detektors für drei Werte des Wechselwirkungsparameters α dargestellt. Die Symbole geben die Ergebnisse der ND-Methode an, die durchgezogene Linie entspricht der Molekularfeld-Näherung. Beide Berechnungen ergeben nahezu dieselbe lineare Abhängigkeit zwischen Betriebstemperatur und optimalem Magnetfeld. Das Magnetfeld ist dabei stets so groß, dass die Zeeman-Aufspaltung ungefähr gleich der thermischen Energie ist, $g\mu_B B_{\text{opt}} \simeq k_B T$. Erstaunlich ist, dass das optimale Magnetfeld nur unwesentlich von der Stärke des Wechselwirkungsparameters α abhängt. Diese Tatsache lässt sich verstehen, wenn man das Ergebnis für die optimale Konzentration kennt. Diese ist invers proportional zu α . Daher bleibt bei einer Variation von α die mittlere Wechselwirkungsenergie, und folglich auch das optimale Magnetfeld in erster Ordnung konstant.

³Der Gitterausschnitt wurde in jeder Raumrichtung 4 mal wiederholt.

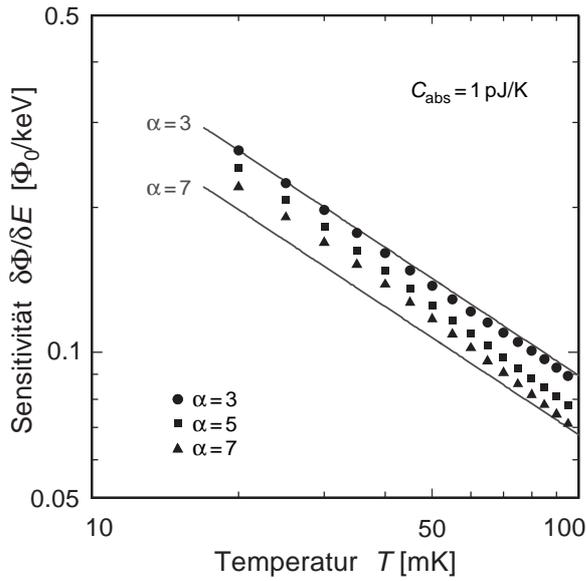


Abb. 5.4: Maximal erreichbare Sensitivität $\delta\Phi/\delta E$ als Funktion der Temperatur. Die Datenpunkte entsprechen Ergebnissen der ND-Methode für drei Wechselwirkungsparameter der RKKY-Wechselwirkung α . Die durchgezogenen Linien geben das Ergebnis der Molekularfeld-Näherung wieder. Um den Vergleich zu erleichtern, wurden die Sensitivitäten aus der Molekularfeld-Näherung mit dem Faktor 1,15 multipliziert.

Abbildung 5.3 (rechts) zeigt die optimale Konzentration x_{opt} der paramagnetischen Ionen in Abhängigkeit von der Temperatur für einen Wechselwirkungsparameter von $\alpha = 5$. Die Punkte entsprechen den ND-Simulationen, die Gerade gibt die Molekularfeld-Näherung wieder. Die Sensitivität durchläuft als Funktion der Konzentration ein sehr breites Maximum. Um dies darzustellen wurde in Abbildung 5.3 (rechts) der Konzentrationsbereich grau unterlegt, in dem die Sensitivität des Detektors um weniger als 5% gegenüber dem Maximalwert reduziert ist. Angesichts der Breite dieses Konzentrationsbereichs stimmen die Ergebnisse der ND-Berechnungen und der Molekularfeld-Näherung relativ gut miteinander überein.

Die Tatsache, dass sowohl das optimale Magnetfeld, als auch die optimale Konzentration linear mit der Arbeitstemperatur zunehmen lässt den Schluss zu, dass die Sensitivität stets bei denselben Werten der drei Verhältnisse aus thermischer Energie, Zeeman-Aufspaltung und mittlerer Wechselwirkungsenergie maximal ist.

Maximale Sensitivität

Nachdem wir die Ergebnisse für die optimalen Sensor-Parameter diskutiert haben, wollen wir nun die maximale Sensitivität unter den hier angenommenen Randbedingungen betrachten. In Abbildung 5.4 ist die berechnete Sensitivität in Abhängigkeit von der Arbeitstemperatur des Detektors für verschiedene Werte des Wechselwirkungsparameters α doppel-logarithmisch dargestellt. In den Rechnungen wurde angenommen, dass der Röntgenabsorber eine Wärmekapazität von $C_{\text{Abs}} = 1 \text{ pJ/K}$ besitzt. Die Symbole geben die Ergebnisse der ND-Methode wieder, die Geraden entsprechen der Molekularfeld-Näherung.

Beide Simulationsrechnungen ergeben eine Sensitivität, die bei kleinen Werten von α zu tiefen Temperaturen hin proportional zu $T^{-2/3}$ zunimmt. In den ND-Berechnungen ist der Einfluss der Wechselwirkung zwischen den magnetischen Momenten bei tiefen Temperaturen und größeren Wechselwirkungsparametern jedoch weniger ausgeprägt, was zu etwas

höheren Werten der Sensitivität und zu einer steileren Temperaturabhängigkeit führt. Insgesamt sind die Ergebnisse der numerischen Diagonalisierung etwa um 15% größer als die der Molekularfeld-Näherung. Ein eingehender Vergleich der mit beiden Methoden berechneten thermodynamischen Größen zeigt, dass sich die Ergebnisse vor allem bei der vorhergesagten Wärmekapazität im Nullfeld unterscheiden. Diese fällt im Rahmen der ND-Simulationen etwas kleiner aus, was zu größeren Werten in der Sensitivität führt.

In die zwei verwendeten Simulationsrechnungen gehen eine Reihe von unterschiedlichen Vereinfachungen ein, und dennoch liefern beide sehr ähnliche Ergebnisse. Zudem konnten die gemessenen thermodynamischen Größen des Sensormaterials in Kapitel 3 gut mit Hilfe der ND-Simulationen beschrieben werden. Es könnte daher erwartet werden, dass die hier abgeleiteten, optimalen Sensorparameter tatsächlich die Sensitivität eines magnetischen Kalorimeters maximieren.

Zum Schluss dieses Abschnittes wollen wir die Ergebnisse der beiden Methoden miteinander vergleichen. Die letzte Spalte der Tabelle 5.1 enthält explizite Werte für einen optimierten Detektor, der bei einer Temperatur von $T = 50$ mK betrieben wird und einen Röntgenabsorber mit der Wärmekapazität $C_{\text{Abs}} = 1$ pJ/K besitzt. Diese Wärmekapazität entspricht z.B. einem quaderförmigen Absorber aus Gold mit einer Fläche von $250 \mu\text{m} \times 250 \mu\text{m}$ und einer Dicke von $5 \mu\text{m}$. Die Quanteneffizienz dieses Absorbers für Röntgenenergien bis 6 keV ist größer als 98%. Als Sensormaterial wurde eine verdünnte Au:Er-Legierung angenommen ($g = 6,8$, $\alpha = 5$). In diesem Fall besitzt der optimierte Sensor einen Radius von $r_{\text{opt}} = 26 \mu\text{m}$, eine Höhe von $h_{\text{opt}} = 6,5 \mu\text{m}$ und eine Erbium-Konzentration von $x_{\text{opt}} = 900$ ppm. Die Sensitivität dieses Detektors beträgt $S_{\text{max}} = 0,105 \Phi_0/\text{eV}$. Im Rahmen der ND-Methode ergibt sich für den baugleichen Detektor eine Sensitivität von $\delta\Phi/\delta E = 0,12 \Phi_0/\text{keV}$. Für $E_\gamma = 6$ keV entspricht dies einer Signalhöhe von $\delta\Phi = 0,72 \Phi_0$.

5.2.2 Analyse der Energieauflösung

Die im letzten Abschnitt diskutierte Sensitivität kann nun zur Abschätzung der maximal erreichbaren Energieauflösung von magnetischen Kalorimetern mit zylinderförmigen Sensoren verwendet werden.

Der Verlauf der anhand Gleichung 2.27 abgeschätzten Energieauflösung ΔE_{FWHM} für den im letzten Abschnitt behandelten Beispieldetektor ist in Abhängigkeit vom Niveau des zusätzlichen weißen Rauschens in Abbildung 2.5 gezeigt. Dabei nehmen wir zusätzlich an, dass die Pulsanstiegszeit $\tau_0 = 1 \mu\text{s}$ und die Pulsabfallszeit $\tau_1 = 1$ ms betragen. In Abwesenheit eines zusätzlichen Rauschens, $\sqrt{S_{\text{zus}}}$, beträgt die erwartete Energieauflösung $\Delta E_{\text{FWHM}} = 1,4$ eV. Mit steigendem zusätzlichem weißen Rauschen wird die Energieauflösung zunehmend schlechter, und schon ab einem Rauschniveau von ca. $2 \mu\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$ setzt ein Regime ein, in dem das weiße Rauschen die thermischen Fluktuationen dominiert und die Energieauflösung ΔE_{FWHM} nahezu linear mit dem zusätzlichen weißen Rauschen anwächst. Das magnetische Johnson-Rauschen und das Rauschen des doppelstufigen SQUID-Magnetometer betragen unter den hier vorgestellten Bedingungen jeweils ca. $S_{\Phi, \text{MJ}} = 0,46 \mu\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$ und $S_{\Phi, \text{Det}} = 0,67 \mu\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$, was sich zu einem Gesamtrauschen von etwa $0,81 \mu\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$ summiert. Dieser Wert entspricht für den hier diskutierten

Beispieldetektor einer Energieauflösung von $\Delta E_{\text{FWHM}} \simeq 1,9 \text{ eV}$. Diese Energieauflösung ist nur für die gewählte Kombination der Sensorparameter und der Betriebsbedingungen charakteristisch.

In der oben beschriebenen Anordnung trägt das Rauschen des SQUID-Magnetometers stärker zum zusätzlichen Rauschen bei als das magnetische Johnson-Rauschen. Dies liegt nahe, dass die Reduzierung des Magnetometer-Rauschens das größte Potential zur Verbesserung der Energieauflösung eines magnetischen Kalorimeters mit der vorgestellten Geometrie bietet. Aus unserer Diskussion des doppelstufigen SQUID-Magnetometers im Kapitel 4 wissen wir, dass die Anwendung von seriellem Vielfach-SQUID eine der vielversprechenden Möglichkeiten ist, um dieses Ziel zu erreichen. Schon ein System mit einer kleinen Anzahl seriengeschalteter SQUIDs (8 bis 10) würde die Anforderung erfüllen, das Rauschen des doppelstufigen SQUID-Magnetometers auf ein Niveau zu reduzieren, auf dem es deutlich unter dem Niveau des magnetischen Johnson-Rauschens wäre.

Reduziert man das Rauschen des SQUID-Magnetometers bis auf Werte von 0,1 bis $0,3 \mu\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$, so muss die Optimierung des Detektordesigns, die in diesem Abschnitt präsentiert wurde, erweitert werden. Zum einen dominiert das magnetische Johnson-Rauschen unter diesen Umständen das zusätzliche Rauschen des Detektors. Entsprechend der Gleichung 3.29 ist das magnetische Johnson-Rauschen stark von der Geometrie des Sensors abhängig. Diese muss bei der Optimierung des geometrischen Anteils der Sensivität berücksichtigt werden (vergleiche Gleichung 5.3). Zum anderen müssen die Wechselwirkungseffekte bei der Beschreibung der thermischen Fluktuationen berücksichtigt werden. Wie im Abschnitt 3.5.2 gezeigt wurde, tritt in diesem Fall ein $1/f$ -Rauschen im Gesamtspektrum des Rauschens auf. Eine einfache Abschätzung der Energieauflösung zeigt, dass sich diese durch das beobachtete $1/f$ -Rauschen im Vergleich zum wechselwirkungsfreien Fall um etwa 60 % erhöht wird und somit etwa 2,2 eV beträgt. Außerdem gibt es eine Vielzahl anderer Faktoren wie die Temperaturstabilisierung, die zur Energieauflösung des magnetischen Kalorimeters beitragen. Diese zusätzlichen Faktoren werden im Kapitel 6 am Beispiel eines Prototypdetektors diskutiert, der zur hochauflösenden Röntgenspektroskopie entwickelt wurde. Dort wird ferner gezeigt, dass die in diesem Abschnitt entwickelte Beschreibung magnetischer Kalorimeter dieser Geometrie die Messergebnisse gut wiedergibt.

5.3 Großflächige Detektoren

Für einige interessante Anwendungen der Tieftemperatur-Teilchendetektoren ist neben einer hohen Energieauflösung und einer hohen Zählrate auch eine große Detektionsfläche erforderlich. Im Folgenden soll eine Detektor-Geometrie vorgestellt werden, die diese Bedingungen erfüllt.

Ausgangspunkt unserer Überlegungen soll ein zylinderförmiger Sensor ohne Absorber sein. In diesem Fall ist die Sensitivität durch Gleichung 5.6 gegeben, wobei dort die Absorberwärmekapazität Null gesetzt werden muss, $C_{\text{Abs}} = 0$. Anhand Gleichung 5.6 erkennt man, dass die Sensivität S zu kleinem Sensorvolumen hin wie $V^{-1/3}$ zunimmt. Dies ist im

Wesentlichen die Folge davon, dass der magnetische Fluss $\delta\Phi$, der in der Leiterschleife des Magnetometers von einem magnetischen Moment δm erzeugt wird, invers proportional zum Radius der Leiterschleife abnimmt, $\delta\Phi \propto r^{-1} \propto V^{-1/3}$.

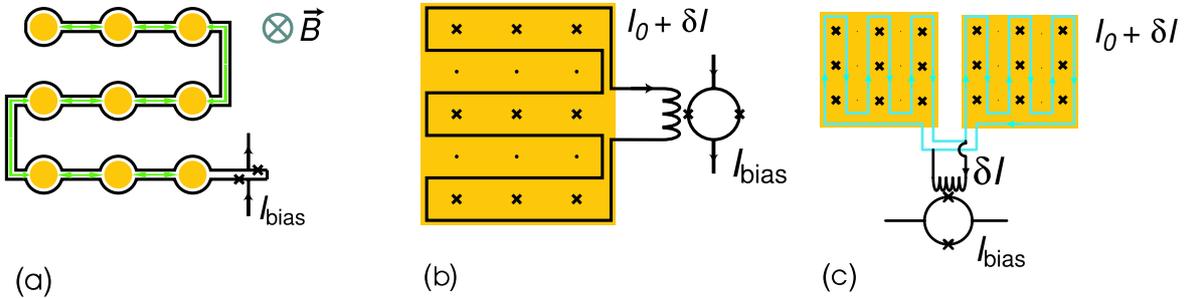


Abb. 5.5: Schematische Skizze alternativer Sensorgeometrien. Das unter c) liegende Design wurde im Rahmen dieser Arbeit realisiert.

Wird der Sensor mit einer Sensitivität S nun auf N gleiche Scheiben verteilt (Abbildung 5.5a), die alle für sich genommen das optimale Durchmesser-zu-Höhe-Verhältnis ξ_{opt} haben und von der Leiterschleife eines SQUID-Magnetometers umschlossen werden, so beträgt die Sensitivität einer einzelnen Scheibe $S_i \simeq N^{1/3}S$. Bei einem Energieeintrag δE , der gleichmäßig über alle Scheiben verteilt wird, erwartet man für die von einer einzelnen Scheibe verursachte Flussänderung $\delta\Phi_i = S_i \cdot \delta E / N \propto \delta E \cdot N^{-2/3}$. Im Magnetometer beobachtet man insgesamt eine Flussänderung von

$$\delta\Phi_S = \sum^N \delta\Phi_i \propto \delta E \cdot N^{1/3} .$$

Das bedeutet, dass die Sensitivität einer solchen Anordnung $\delta\Phi_S/\delta E$ proportional zu $N^{1/3}$ anwächst. Mit dem gleichen Au:Er-Volumen und der größeren Detektionsfläche ($\propto N^{2/3}$) erreicht man somit ein größeres Signal.

In der bisherigen Überlegung sind wir davon ausgegangen, dass der Abstand zwischen den Sensoren groß ist, um ein übermäßiges Einkoppeln des gegenläufigen Fernfeldes der anderen Sensoren in die Leiterschleife zu vermeiden.

Dieser Sensitivitätsverlust kann mit Hilfe des in Abbildung 5.5b dargestellten Designs vermieden werden. Unmittelbar über der mäandrierenden Detektionsspule befindet sich eine dünne Schicht Sensormaterial. Die Detektionsspule ist nicht Teil der Leiterschleife des SQUID-Magnetometers, sondern ist supraleitend mit einer weiteren Spule verbunden, über die magnetischer Fluss in das Magnetometer eingekoppelt werden kann. Im Gegensatz zur oben beschriebenen Geometrie dient hier der supraleitende Stromkreis, bestehend aus Detektionsspule und Einkoppelspule, selbst zur Erzeugung des benötigten Magnetfeldes. Dazu präpariert man den Aufbau so, dass ein verhältnismäßig großer Strom I_0 im supraleitenden Stromkreis permanent fließt. Der magnetische Fluss in einem vollständig supraleitenden Stromkreis ist eine Erhaltungsgröße. Infolgedessen führt eine Änderung des magnetischen Flusses $\delta\Phi$ in der Detektionsspule zu einer Stromänderung $\delta I = -\delta\Phi/(L_D + L_I)$ im supraleitenden Stromkreis aus Detektionsspule und Einkoppelspule. Hierbei steht L_D

bzw. L_I für die Induktivität der Detektionsspule bzw. der Einkoppelspule. Dadurch wird der magnetische Fluss konstant gehalten. Ist die Gegeninduktivität zwischen Einkoppelspule (L_I) und SQUID (L_S) durch die Größe M_{IS} gegeben, so beträgt die Flussänderung im SQUID-Magnetometer $\delta\Phi_S = \delta\Phi M_{IS}/(L_D + L_I) \cong \delta\Phi\sqrt{L_S L_I}/(L_D + L_I)$.

Abbildung 5.5c zeigt eine Weiterentwicklung des gerade beschriebenen Designs. Der Unterschied besteht darin, dass die Detektionsspule durch zwei Detektionsspulen ersetzt wurde. Anders als in der zuvor beschriebenen Detektorgeometrie, muss der Aufbau allerdings so präpariert werden, dass der Strom I_0 in dem Stromkreis fließt, der von den beiden Detektionsspulen gebildet wird (blau gezeichneter Stromkreis). Wie sich dies experimentell realisieren lässt, wird in Kapitel 6 beschrieben. Der verhältnismäßig hohe Dauerstrom, der zur Erzeugung des Magnetfeldes nötig ist, fließt nur durch die Leiterbahnen der beiden Detektionsspulen und nicht durch die Einkoppelspule und die Zuleitungen zu dieser. Auf diese Weise können Störsignale aufgrund von Vibrationen vermieden werden. Ferner ist die Schaltung unabhängig vom kritischen Strom der Einkoppelspule, so dass jedes kommerziell erhältliche SQUID verwendet werden kann.

Die Sensorabschnitte zwischen den Windungen der Detektionsspule(n) in den Abbildungen 5.5b und 5.5c werden abwechselnd in Magnetfeldern wechselnder Polarität betrieben. Man kann zeigen, dass alle Sensorbereiche konstruktiv zum Detektorsignal beitragen, unabhängig davon, ob sie innerhalb der Fläche liegen, die von der Detektionsspule umrandet wird, oder außerhalb. Infolgedessen ist für diese Detektoranordnungen eine besonders große Steigerung der Sensitivität zu erwarten.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde die zuletzt beschriebene Detektoranordnung in der Praxis umgesetzt. Die folgenden Betrachtungen und Überlegungen werden sich daher auf diese Geometrie beschränken.

5.3.1 Magnetfeldverteilung in mäanderförmigen Spulen

Um eine Vorhersage über die Energieauflösung eines Detektors mit der in Abbildung 5.5c dargestellten Geometrie treffen zu können, gehen wir zunächst auf die im Sensormaterial herrschende Magnetfeldverteilung ein. Der wesentliche Grund dafür besteht darin, dass die beiden Detektionsspulen, die zusammen einen geschlossenen Stromkreis bilden, nicht nur der Detektion dienen, sondern auch gleichzeitig für die Erzeugung des Magnetfeldes verwendet werden. Hierzu präpariert man den Aufbau so, dass ein verhältnismäßig großer Strom I_0 in diesem Stromkreis fließt. Die dadurch erzeugte Magnetfeldverteilung ist stark inhomogen und kann nur in wenigen Fällen analytisch berechnet werden.

Im später vorgestellten Experiment betragen die Ausdehnungen einer Detektionsspule in x - und y -Richtung 2,6 mm. Verglichen mit dem Wert einer typischen Strukturbreite von $w = 10 \mu\text{m}$, heißt dies, dass die Anzahl der Streifen einer Detektionsspule etwa 130 beträgt. Dies liegt nahe, dass wir die Berechnung der Magnetfeldverteilung der Detektionsspulen auf ein 2-dimensionales Problem abbilden können. Der dabei betrachtete Querschnitt der Detektoranordnung ist in Abbildung 5.6 dargestellt. Ohne nennenswerte Fehler bei der Berechnung der Magnetfeldverteilung einzugehen, beschreiben wir den in der x - z -Ebene gezeichneten Querschnitt durch unendlich viele nebeneinander angeordnete

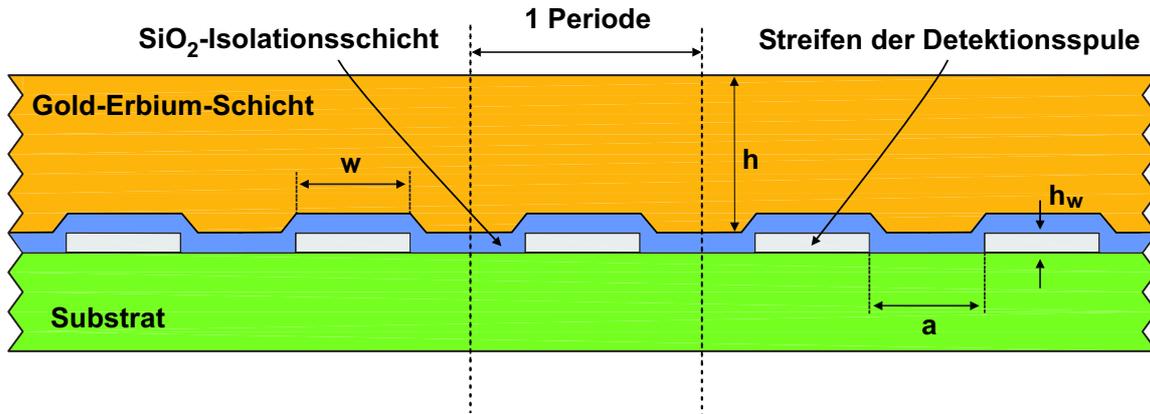


Abb. 5.6: Schematische Darstellung des Querschnitts einer Detektionsspule, auf die eine Au:Er-Schicht aufgebracht ist. Au:Er-Schicht ist durch eine dünne Glas-schicht (SiO_2) von den Leiterbahnen der Detektionsspulen getrennt.

unendlich lange supraleitende Leiter mit rechteckigem Querschnitt, in denen der Strom abwechselnd in die Zeichenebene hinein und aus ihr heraus fließt. Randeﬀekte werden bei dieser Berechnung nicht berücksichtigt. Zur Berechnung der Magnetfeldverteilung dieses 2-dimensionalen Problems wurde das Finite-Elemente-Programm FEMM⁴ eingesetzt.

Abbildung 5.7 zeigt die Häufigkeitsverteilung des Magnetfeldes, $P(B)$, für drei unterschiedliche Strukturbreiten $w = 5 \mu\text{m}$, $w = 10 \mu\text{m}$ und $w = 15 \mu\text{m}$, wobei der Streifenabstand a in allen Fällen gleich der Strukturbreite w gewählt wurde. Der Sensor ist dabei, wie in der Abbildung 5.6b gezeigt, unmittelbar auf die Detektionsspulen aufgebracht⁵. Für die Strukturbreite $w = 5 \mu\text{m}$ beträgt die Schichtdicke $h = 2 \mu\text{m}$ und die Höhe der Niob-Struktur beträgt $h_w = 100 \text{ nm}$. Die Maße für die anderen Anordnungen sind so angepasst, dass die Größenverhältnisse beibehalten werden. Für alle Anordnungen wurde ein Strom I_0 von 50 mA angenommen. Die Normierung der Häufigkeitsverteilung ist so gewählt, dass

$$\int_0^\infty P(B)dB = 1 . \quad (5.10)$$

Das Produkt $dB P(B) V$ entspricht somit dem Sensorvolumen, in dem der Absolutbetrag des Magnetfeldes im Intervall $[B, B + dB]$ liegt.

Anhand der in Abbildung 5.7 dargestellten Simulationsergebnisse stellt man fest, dass das äußere Magnetfeld B und die Strukturbreite w miteinander im inversen Zusammenhang stehen: $B \propto 1/w$. Berücksichtigt man ferner die Tatsache, dass das Magnetfeld proportional zu dem in den Detektionsspulen fließenden Strom I_0 ist, so ergibt sich daraus folgende Beziehung

$$B(\mathbf{r}_i) = \mu_0 G(\mathbf{r}_i) \frac{I_0}{w} , \quad (5.11)$$

⁴FEMM: Finite Element Method Magnetics (v3.1) von David Meeker, <http://femm.berlios.de> .

⁵Das Sensormaterial über der Detektionsspule wirkt sich aufgrund der kleinen relativen magnetischen Suszeptibilität von etwa $\chi = 0,078$ (Au:Er 300 ppm, $T = 25 \text{ mK}$) nur unmerklich auf die Magnetfeldverteilung aus, und wurde deshalb bei der Ermittlung der Magnetfelder vernachlässigt.

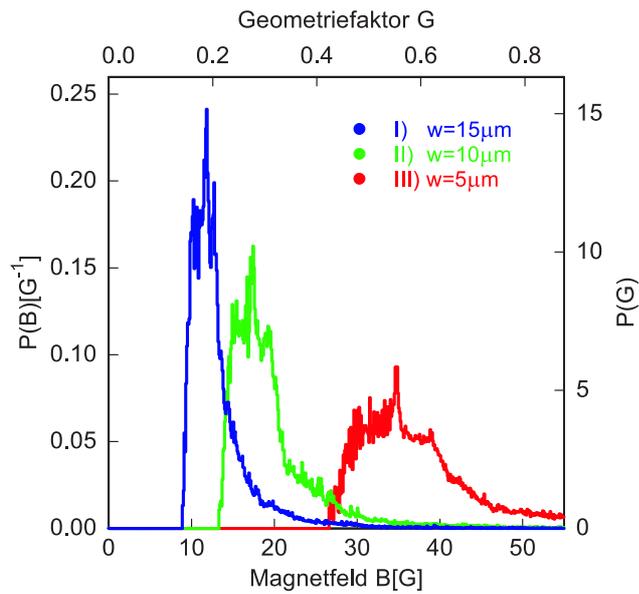


Abb. 5.7: Die Kurve I) zeigt die Häufigkeitsverteilung der auftretenden Magnetfeldbeträge B für eine Anordnung, bei der die $6\ \mu\text{m}$ dicke Sensorschicht direkt aufgebracht ist. Die Detektionsspule wird von einem Strom $I_0 = 50\ \text{mA}$ durchflossen und hat eine Strukturbreite von $w = a = 15\ \mu\text{m}$. Die Häufigkeitsverteilungen II) und III) gehören zu Anordnungen, die unter Beibehaltung der Größenverhältnisse bei Variation der Strukturbreite w entstehen.

wobei wir hier den Geometriefaktor G für den großflächigen Detektor definiert haben, der sehr eng mit dem Geometriefaktor zusammenhängt, der im Rahmen der Diskussion der zylinderförmigen Anordnung eingeführt wurde (vergleiche Gleichung 5.4).

Gemäß der Beziehung 5.11, lässt sich auch für den Geometriefaktor G eine Häufigkeitsverteilung angeben. In Abbildung 5.7 ist der Geometriefaktor G auf der oberen Achse aufgetragen, während man die zugehörige Häufigkeit $P(G)$, mit der dieser Geometriefaktor im Bereich der Sensorschicht auftritt, der rechten Achse entnehmen kann. Die Verteilung des Geometriefaktors eignet sich besser zur Charakterisierung der Detektorgeometrie, da sie unabhängig von dem im Mäanderstromkreis fließenden Strom ist.

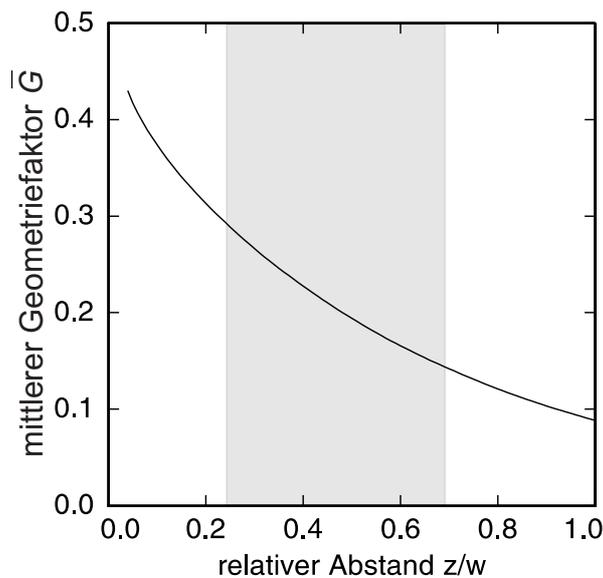


Abb. 5.8: Mittlerer Geometriefaktor \bar{G} einer dünnen Sensorschicht in Abhängigkeit vom relativen Abstand z/w zwischen Sensorschicht und mäanderförmigen Detektionsspule.

Ein weiterer interessanter Aspekt bezüglich der Verteilung des Magnetfeldes bzw. des Geometriefaktors kann gewonnen werden, wenn man den über eine Strukturperiode gemittelten Wert des Geometriefaktors einer Sensorschicht untersucht, die im Abstand z

über der mäanderförmigen Detektionsspule angebracht ist. Dieser gemittelte Geometriefaktor ist für die oben beschriebenen mäanderförmigen Detektionsspule in Abbildung 5.8 in Abhängigkeit vom relativen Abstand z/w dargestellt.

Man erkennt, dass der mittlere Geometriefaktor etwa exponentiell mit wachsendem Abstand abnimmt, wobei die charakteristische Länge etwa w beträgt. Der Grund für den nahezu exponentiellen Abfall des Magnetfeldes besteht in der Tatsache, dass der Strom in den vielen Leiterbahnen der mäanderförmigen Spule, siehe Abbildung 5.6, abwechselnd in die Zeichenebene hinein und aus der Zeichenebene heraus fließt. Durch diesen steilen Abfall des mittleren Geometriefaktors ist der Wunsch begründet, die Sensorfolie möglichst nahe an die Detektionsspulen zu bringen. Zum einen werden dadurch höhere Magnetfelder bei gleichem Stromwert erzeugt. Zum anderen ist der Geometriefaktor eng mit der Koppung der magnetischen Momenten in die Detektionsspule verbunden. Ein größerer Geometriefaktor bedeutet daher ein größeres Messsignal. Die graue Zone in Abbildung 5.8 entspricht dem Bereich, in dem sich die Au:Er-Folie des später diskutierten Detektors befindet. Der Abstand zwischen der Sensorfolie und den Detektionsspulen beträgt etwa $2,5 \mu\text{m}$, wodurch ungefähr die Hälfte der möglichen Signalhöhe verloren wird.

5.3.2 Wärmekapazität

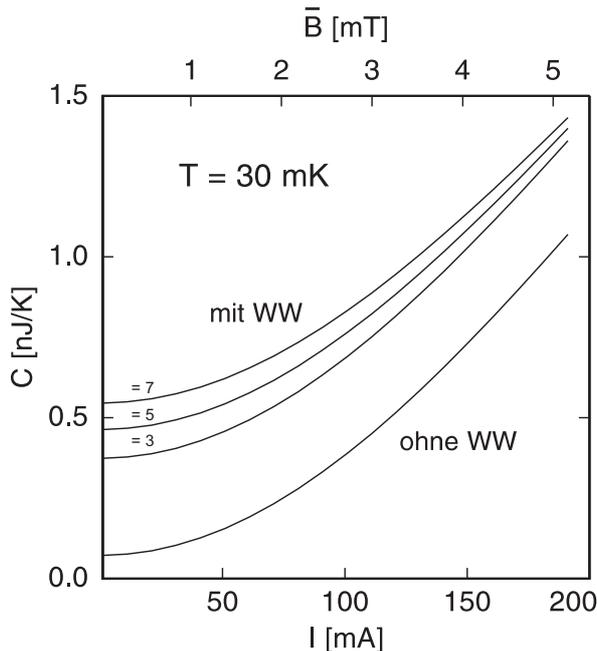


Abb. 5.9: Wärmekapazität des paramagnetischen Sensors in Abhängigkeit von Strom in der mäanderförmigen Detektionsspule. Für die Rechnung wurde angenommen, dass der Abstand zwischen dem $2,75 \text{ mm} \times 2,75 \text{ mm} \times 4,5 \mu\text{m}$ großen Au:Er-Sensors (300 ppm) und der Spule $2,5 \mu\text{m}$ beträgt. Strukturbreite der Niob-Streifen beträgt $w = 10 \mu\text{m}$. Der Detektor wird bei Temperatur von 30 mK betrieben.

Mit Hilfe der im letzten Abschnitt ermittelten Häufigkeitsverteilung der Magnetfelder $P(B)$ kann die Wärmekapazität der auf der mäanderförmigen Detektionsschleife liegenden Folie aus Material Au:Er 300 ppm ($2,75 \text{ mm} \times 2,75 \text{ mm} \times 4,5 \mu\text{m}$, $T = 30 \text{ mK}$) in Abhängigkeit vom Strom I_0 im Mäander berechnet werden. Abbildung 5.9 zeigt das Ergebnis dieser Berechnung für den Fall wechselwirkungsfreier bzw. wechselwirkender magnetischer Momente.

In Abwesenheit des Stroms I_0 besitzt die Wärmekapazität in beiden betrachteten Fällen einen endlichen Wert. Im wechselwirkungsfreien Fall ist diese durch die Wärmekapazität

der Leitungselektronen gegeben, $C_e = 71,8 \text{ pJ/K}$. Im Fall, dass die Wechselwirkung zwischen den magnetischen Momenten berücksichtigt wird, kommt ein weiterer Beitrag hinzu, der auf das in Abschnitt 3.4 beschriebene innere Magnetfeld zurückzuführen ist.

Erhöht man den Strom I_0 , so steigt die Wärmekapazität etwa quadratisch mit dem mittleren Magnetfeld an. Bei $I_0 = 100 \text{ mA}$ beträgt sie für den Fall wechselwirkender ($\alpha = 5$) magnetischer Momente ca. 760 pJ/K . Mit Hilfe dieses Wertes kann die maximal erreichbare Energieauflösung gemäß Gleichung 2.26 abgeschätzt werden. Setzt man $\tau_0 = 1 \mu\text{s}$ und $\tau_1 = 1 \text{ ms}$ voraus, so ergibt sich ein vergleichsweise kleiner Wert von $\Delta E_{\text{FWHM}} = 8 \text{ eV}$. Der Grund dafür liegt im Wesentlichen darin, dass der relative Anteil der magnetischen Momente an der Gesamtwärmekapazität $\beta = 90\%$ ist.

An dieser Stelle sei noch einmal betont, dass diese Abschätzung nur der Orientierung dient, da bei der Herleitung der Gleichung 2.26 keine Wechselwirkungseffekte berücksichtigt wurden. Auf eine möglichen Folgen der Wechselwirkung werden wir in einem späteren Abschnitt detailliert eingehen.

5.3.3 Sensitivität

Eine wichtige Größe, die sich mit Hilfe der Häufigkeitsverteilung der Magnetfelder im Inneren der Au:Er-Folie berechnen lässt, ist die Sensitivität $\delta\Phi/\delta E$ des Detektors. Die Berechnung der Sensitivität wird in zwei Schritten erfolgen, die zum einen die Inhomogenität des Magnetfeldes B im Inneren der Sensorfolie und zum anderen die Kopplung zwischen der magnetischen Flussänderung in der Detektionsspule $\delta\Phi_M$ und der SQUID-Schleife berücksichtigen.

Im ersten Schritt berechnet man die durch einen Energieeintrag δE induzierte Flussänderung in der Mäanderschleife, $\delta\Phi_M$, die im Allgemeinen durch den folgenden Ausdruck gegeben ist:

$$\delta\Phi_M = \int_V \frac{d\Phi}{dV} d^3\mathbf{r} , \quad (5.12)$$

wobei $d\Phi/dV$ für die Änderung des magnetischen Flusses in der Detektionsspule steht, die von einem Volumenelement dV am Ort \mathbf{r} verursacht wird. $d\Phi/dV$ ist proportional zur Änderung des magnetischen Moments $\delta m = dV(\delta E/C_{\text{ges}}) \partial M(B, T)/\partial T$, das von der Magnetisierung $M(B, T)$ und der Gesamtwärmekapazität der Sensorfolie C_{ges} abhängt.

Eine einfache Überlegung zeigt, dass der Zusammenhang zwischen der Flussänderung $d\Phi$ und der Änderung des magnetischen Moments dm analog zu Gleichung 5.4 mit dem in Gleichung 5.11 definierten Geometriefaktor angegeben werden kann:

$$\delta\Phi(\mathbf{r}) = \mu_0 \frac{G}{w} \frac{\partial M(B, T)}{\partial T} \frac{\delta E}{C_{\text{ges}}} . \quad (5.13)$$

Da die Gleichung 5.13 nur vom Betrag des Magnetfeldes B abhängt, kann die Verteilung des Geometriefaktors $P(B)$ benutzt werden, um die Integration über das Volumen in Gleichung 5.12 durch eine Integration über das Magnetfeld zu ersetzen. Die Flussänderung $\delta\Phi_M$ in den Detektionsspulen, die durch Absorption eines Röntgenquantens mit der Energie

δE verursacht wird, lässt sich somit in der folgenden Form darstellen:

$$\delta\Phi_M = \delta E \int_0^\infty dB P(B) V \mu_0 \frac{G}{w} \frac{\partial M(B, T)}{\partial T} \frac{1}{C_{\text{ges}}} . \quad (5.14)$$

Bei der Auswertung des Integrals ist zu berücksichtigen, dass der Geometriefaktor in der hier gewählten Darstellung über $G = (B/I_0) \cdot (w/\mu_0)$ vom Magnetfeld abhängt.

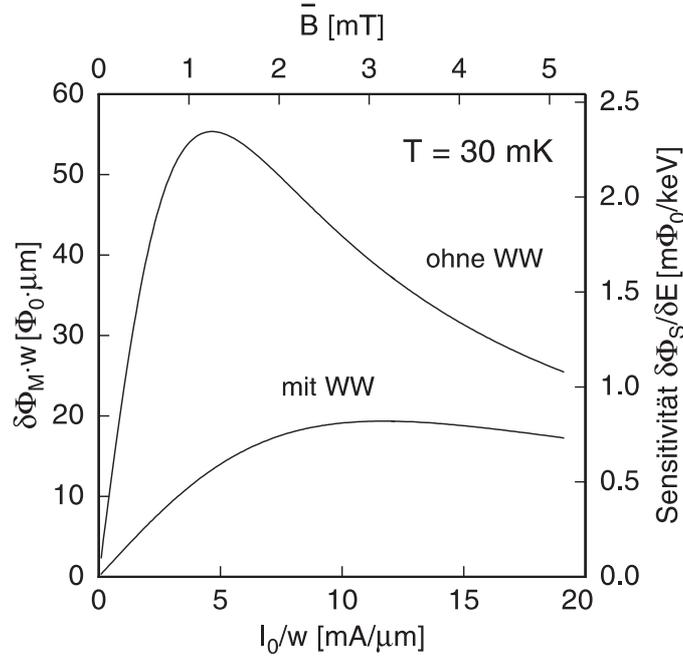


Abb. 5.10: Darstellung des Produkts aus der Flussänderung $\delta\Phi$ in einer Detektionsspule und der Strukturbreite w in Abhängigkeit von dem Verhältnis aus dem im Detektionsspulenkreis fließenden Strom I_0 und dessen Strukturbreite w für eine $0,5 \cdot w$ dicke Au:Er-Folie ($L_x=L_y=2,6$ mm). Die Temperatur besitzt den Wert $T=30$ mK und die Konzentration der Erbium-Ionen beträgt 300 ppm. Für den Energieeintrag wurden $5,9$ keV angenommen. Auf der oberen Achse ist das mittlere Magnetfeld \bar{B} aufgetragen. Die rechte Skala gibt die Sensitivität $\delta\Phi_S/\delta E$ im SQUID, wenn von einer Strukturbreite $w = 10 \mu\text{m}$ ausgegangen wird.

In Abbildung 5.10 ist das Produkt aus dem auf diese Weise berechneten Detektorsignal $\delta\Phi_M$ in der Mänderspule und der Strukturbreite w in Abhängigkeit von dem Verhältnis aus dem in den Detektionsspulen fließenden Strom I_0 und der Strukturbreite w aufgetragen. Gezeigt ist zum einen der Kurvenverlauf, den man erhält, wenn man die Wechselwirkung zwischen den magnetischen Momente der Erbium-Ionen vernachlässigt und zum anderen der Fall, wenn diese Wechselwirkungen bei der Berechnung berücksichtigt werden. Die Sensorschicht sind dabei $0,5 \cdot w$ dick, $2,6$ mm lang und $2,6$ mm breit und befindet sich unmittelbar auf den Detektionsspulen, d.h. die Dicke der technisch notwendigen Isolationsschicht wurde vernachlässigt. Für die Erbium-Konzentration wurde ein Wert von 300 ppm angenommen und die Temperatur des Detektors betrug $T=30$ mK. Es wurde

von einem Energieeintrag von 5,9 keV ausgegangen. Ordnet man jedem Verhältnis I_0/w den entsprechenden mittleren Magnetfeldbetrag \bar{B} zu, so ergibt sich die Skala der oberen Achse. Anhand dieser lässt sich der Verlauf der beiden dargestellten Kurven mit dem in Abbildung 3.3 gezeigten Verlauf der Signalgröße für $T = 30$ mK vergleichen.

Beide Kurven wachsen zunächst linear mit dem Verhältnis I_0/w , d.h. mit dem mittleren Magnetfeld an, durchlaufen ein Maximum und streben dann relativ langsam wieder gegen Null. Unter Berücksichtigung der Wechselwirkung zwischen den magnetischen Momenten (untere Kurve) verschiebt sich das Maximum einerseits zu einem größeren mittleren Magnetfeld \bar{B} hin und besitzt zum anderen einen um etwa 60% geringeren Wert. Wie in den vorherigen Kapiteln beschrieben, führt die Wechselwirkung zwischen den magnetischen Momenten im betrachteten Temperaturbereich zu einer Reduktion der Magnetisierung und zu einer Erhöhung der Wärmekapazität des Sensormaterials.

Im zweiten Schritt der Sensitivätsberechnung muss die im SQUID-Magnetometer zu detektierende Flussänderung berechnet werden. Geht man von einer Anordnung der Detektionspule aus, wie sie in Abbildung 5.5c dargestellt ist, so erhält man für die Sensivität den folgenden Ausdruck:

$$S = \frac{\delta\Phi_S}{\delta E} = \frac{M_{IS}}{2L_D + L_I} \cdot \frac{\delta\Phi_M}{\delta E} , \quad (5.15)$$

wobei hier L_D für Induktivität eines der beiden Mäander, L_I für Induktivität der Einkoppelpule und M_{IS} für Gegeninduktivität zwischen Einkoppelpule und SQUID steht. Anhand der Gleichung 5.15 erkennt man, dass die für einen Aufbau charakteristische Kombination von L_D , L_I und M_{IS} einen beträchtlichen Einfluss auf die Sensitivität des Detektors hat.

Es bietet sich an, die Gegeninduktivität zwischen Einkoppelpule und SQUID-Schleife durch folgende Beziehung anzugeben:

$$M_{IS} = k\sqrt{L_I L_S} ,$$

wobei die dimensionslose Kopplungskonstante k typischerweise $k \leq 1$ ist⁶. Setzt man diese Beziehung in den Ausdruck für die Sensitivität ein, so erkennt man, dass es erforderlich ist, die Induktivität L_I der Einkoppelpule an die Induktivität L_D der Detektionsspule anzupassen, um die Sensitivität des Detektors zu optimieren. In einer einfachen Rechnung kann man zeigen, dass man die maximale Signalgröße unter der Bedingung $2L_D = L_I$ erhält. Setzt man diese Bedingung in Gleichung 5.15 ein, so ergibt sich für die optimale Sensivität im Fall der betrachteten Detektor- und Spulenanordnung die folgende Beziehung:

$$S = \frac{k}{3} \sqrt{\frac{L_S}{L_D}} \cdot \frac{\delta\Phi_M}{\delta E} , \quad (5.16)$$

⁶In der modernen SQUID-Fabrikation werden die Einkoppelpule und das SQUID mit Dünnschicht-Technologie auf ein Siliziumträgermaterial aufgebracht. Mit dieser Technik ist es möglich die Spule unmittelbar über dem SQUID-Magnetometer zu positionieren, so dass für k Werte zwischen 0,9 und 1 erreicht werden.

Anhand dieser Gleichung erkennt man, dass die Sensivität proportional zu Wurzel aus der SQUID-Induktivität, $\sqrt{L_S}$, ist. Eine höhere SQUID-Induktivität führt demzufolge zu einem größeren Signal.

Für den oben beschriebenen Beispieldetektor ist die Sensivität aus Gleichung 5.16 in Abbildung 5.10 in Abhängigkeit vom Strom I_0 in der Detektionsspule eingezeichnet, wobei die Werte von der rechten Achse abgelesen werden können. Es wurde zusätzlich angenommen, dass die SQUID-Induktivität $L_S = 40$ pH ist. Die Induktivität der beiden mäanderförmigen Detektionsspulen beträgt jeweils $L_D = 700$ nH, und die Induktivität der Einkoppelspule besitzt einen Wert von $L_I = 350$ nH. Die maximale Sensitivität, die man aus Abbildung 5.10 entnehmen kann, beträgt ca. $0,8 \text{ m}\Phi_0/\text{keV}$ und wird bei einem Feldstrom von $I_0 = 100$ mA erreicht. Demzufolge würde die Absorption eines Röntgenquantens mit der Energie $E_\gamma = 6$ keV zu einer Flussänderung von etwa $4,8 \text{ m}\Phi_0$ im SQUID-Magnetometer führen. Diese kann mit Hilfe eines rauscharmen SQUID-Magnetometers nachgewiesen werden.

5.3.4 Diskussion der Energieauflösung

Nachdem in den zwei vorherigen Abschnitten die endliche Energieauflösung aufgrund der thermodynamischen Energiefluktuationen und die Sensitivität eines magnetischen Kalorimeters mit mäanderförmiger Detektionsspule untersucht wurden, sollen nun die wichtigsten Faktoren diskutiert werden, die in einer realistischen Situation zusätzlich die Energieauflösung limitieren können. Wie in Abschnitt 5.2 wird dabei angenommen, dass das Gesamttrauschen des Detektors neben den thermodynamischen Fluktuationen auch Beiträge durch das magnetische Johnson-Rauschen und das Flussrauschen des SQUID-Magnetometers enthält.

Aufgrund der großen Sensorfläche könnte man erwarten, dass das magnetische Johnson-Rauschen in der großflächigen Geometrie einen besonderen Einfluss hat. Eine realistische Abschätzung der Größe des magnetischen Johnson-Rauschens ergibt jedoch für den im letzten Abschnitt betrachteten Detektor einen Wert von $S_{\Phi, \text{MJ}} = 0,4 \mu\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$. Die große Fläche des Sensors wird durch ein kleines Flusstransferkoeffizient $\kappa = (k/3)\sqrt{L_S/L_D}$ kompensiert. Für das oben betrachtete Beispiel mit $L_D = 700$ nH und $L_S = 40$ pH ist $\kappa = 0,00225$.

Verglichen mit dem typischerweise im Experiment beobachteten Flussrauschen des SQUID-Magnetometers von $S_{\Phi, \text{Det}} \simeq 1 \mu\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$, bedeutet das, dass das magnetische Johnson-Rauschen $S_{\Phi, \text{MJ}}$ im Gesamttrauschen des Detektors eine untergeordnete Rolle spielt. Die Energieauflösung wird unter diesen Bedingungen durch das Rauschen des SQUID-Magnetometers limitiert.

Der Beitrag dieses Rauschens ist aufgrund des kleinen Transferkoeffizienten κ viel größer als der Beitrag der thermischen Fluktuationen, so dass die Gleichung 2.28 verwendet werden kann, um die erreichbare Energieauflösung ΔE_{FWHM} abzuschätzen. Setzt man dort die Werte $S_{\Phi, \text{Det}} = 0,81 \mu\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$, $S = 0,8 \text{ m}\Phi_0/\text{keV}$, $\tau_1 = 1$ ms und $\beta = 0,9$ ein, so ergibt sich für die Energieauflösung ein Wert von $\Delta E_{\text{FWHM}} = 84$ eV, der deutlich unter der für

den großflächigen Detektor angestrebten Energieauflösung $\Delta E_{\text{FWHM}} = 500 \text{ eV}$ liegt. Eine weitere Steigerung der Energieauflösung ist durch den Einsatz eines seriellen Vielfach-SQUIDs an Stelle des Verstärker-SQUIDs möglich. Geht man von einem System von 10 in Serie geschalteten SQUIDs aus, so verbessert sich das Gesamttrauschen des doppelstufigen Aufbaus aufgrund des etwa $\sqrt{10}$ kleineren Beitrages der Verstärker-Stufe auf $0,4 \mu\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$. Dies führt zu einem Gesamttrauschen von $S_{\Phi, \text{Det}} = 0,54 \mu\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$ und somit zu einer Energieauflösung $\Delta E_{\text{FWHM}} = 55 \text{ eV}$.

Aufgrund einiger Vereinfachungen, die beim Optimierungsverfahren gemacht wurden, sollen die oben angegebenen Werte der Energieauflösung eines großflächigen magnetischen Kalorimeter nur als eine Abschätzung angesehen werden. Zu den Faktoren, die in einem realistischeren Verfahren berücksichtigt werden müssen, gehören unter anderen eine detaillierte Beschreibung des Rauschen im System wechselwirkender magnetischer Ionen, sowie eine Diskussion der möglichen ortsabhängigen Effekten, die in einem großflächigen Detektor zweifelsfrei eine Rolle spielen und zur einer Korrektur der erreichbaren Energieauflösung führen können. Trotz der angenommenen Vereinfachungen ist zu erwarten, dass man mit großflächigen magnetischen Kalorimetern durchaus Energieauflösungen unter $\Delta E_{\text{FWHM}} = 100 \text{ eV}$ erreichen kann, da in den vorgestellten Beispielen stets das Flussrauschen des Magnetometers das Gesamttrauschen dominierte. Das abgeschätzte Energieauflösung hängt daher nur relativ schwach von der Modellierung der intrinsischen Quellen des Rauschens ab, welche durch die Existenz der Spin-Spin-Korrelationen nur bedingt möglich ist.

6. Experimentelle Entwicklung magnetischer Kalorimeter

6.1 Experimentelle Anordnung zur Charakterisierung magnetischer Kalorimeter

6.1.1 Elektronenspin-Entmagnetisierungskryostat

Zur Erzeugung dieser Temperaturen wurde in dieser Arbeit ein Elektronenspin-Entmagnetisierungskryostat (ADR¹) eingesetzt. Eine ausführliche Beschreibung des Kühlprinzips findet man z.B. in [Ens00b]. Wir konzentrieren uns daher nur auf die für den weiteren Verlauf unserer Diskussion wichtigen Merkmale des im Experiment verwendeten Kryostaten, dessen schematisches Schnittbild in Abbildung 6.1 dargestellt ist.

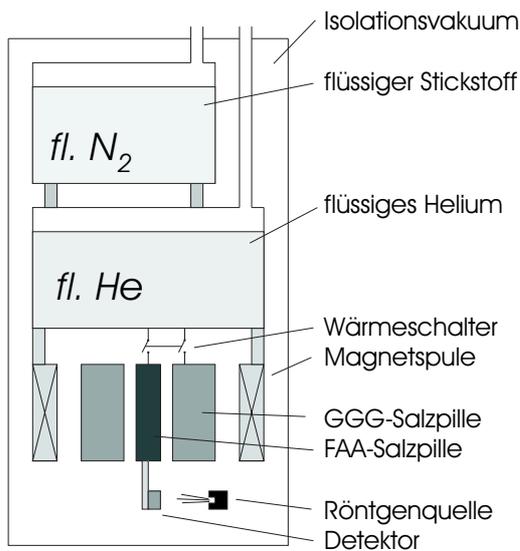


Abb. 6.1: Schematische Darstellung eines Elektronenspin-Entmagnetisierungskryostaten zur Erzeugung tiefer Temperaturen. Zur Vorkühlung dient flüssiger Stickstoff und flüssiges Helium. Die beiden paramagnetischen Salzpillen (GGG, FAA) können über einen mechanischen Wärmeschalter thermisch mit der Bodenplatte des Heliumbades verbunden werden. Der Detektor und die Röntgenquelle zur Charakterisierung des Detektors sind eingezeichnet.

Der Kryostat besitzt zwei paramagnetische Salzpillen (FAA², GGG³), die über einen mechanischen Wärmeschalter in guten thermischen Kontakt mit der Bodenplatte des Heliumbades gebracht werden können. Um den Kryostat abzukühlen, geht man wie folgt vor: Zunächst werden die paramagnetischen Salzpillen isotherm aufmagnetisiert, d.h. die Salzpillen besitzen über den geschlossenen Wärmeschalter guten thermischen Kontakt zum Heliumbad, an dem gepumpt wird, um dessen Temperatur auf etwa $T = 1,8\text{ K}$ zu senken. Der Magnet erzeugt zu diesem Zeitpunkt ein Feld von $B = 6\text{ T}$. Danach werden die beiden Pillen vom Heliumbad entkoppelt, indem der Wärmeschalter geöffnet wird. Anschließend

¹ADR: Abkürzung aus dem Englischen für Adiabatic Demagnetisation Refrigerator.

²Eisen-Ammonium-Alaun: $\text{Fe}_2(\text{SO}_4)_3 \cdot (\text{NH}_4)_2\text{SO}_4 \cdot 24\text{H}_2\text{O}$

³Gadolinium-Gallium-Granat besitzt die stöchiometrische Zusammensetzung $\text{Gd}_3\text{Ga}_5\text{-O}_{12}$.

werden die beiden Pillen langsam entmagnetisiert. Durch diesen Vorgang lassen sich im Experiment Temperaturen von 250 mK für die GGG-Pille und etwa 21 mK für die FAA-Pille erreichen. Nach dem Erreichen der Endtemperatur steigt die Temperatur der Experimentierplattform mit einer Rate von etwa 0,1 mK/h an. Dies entspricht einem parasitären Wärmeeintrag von wenigen Nanowatt, der auf den Wärmeaustausch zwischen den beiden Pillen bzw. zwischen den Pillen und Heliumbad zurückzuführen ist.

Um diesen im Experiment unerwünschten Temperaturanstieg zu vermeiden, wird der Entmagnetisierungsprozess bei einem endlichen Magnetfeld angehalten. Die dadurch erhaltene Kühlkapazität wird dann dazu verwendet, um die beiden Pillen auf einer konstanten Temperatur zwischen 25 mK und 40 mK für eine zur Durchführung des Experiments ausreichende Zeit zu stabilisieren. Die kontinuierliche Wärmezufuhr kann dabei durch eine ständige Reduktion des Magnetfeldes kompensiert werden. In der Praxis wird dies von einer PID-Regelschleife übernommen.

Das Thermometer besitzt im Temperaturbereich zwischen 20 mK und 40 mK eine relative Empfindlichkeit von $d \log(R)/d \log(T) \simeq -1.5$. Dies ergibt zusammen mit der relativen Messgenauigkeit der Widerstandsmessbrücke von $1 \cdot 10^{-4}$ eine relative Temporaufauflösung von $\Delta T/T \simeq 0,6 \cdot 10^{-4}$. Während des Detektorbetriebs wurde der Kryostat meist auf einer Temperatur von 30 mK stabilisiert. Die Standardabweichung der Regelschwankungen hatte dabei typischerweise einen Wert von $\sigma(T) \simeq 2 \mu\text{K}$.

Um die zusätzliche parasitären Wärmeeinträge zu vermeiden, wurde der Kryostat auf einer 300 kg schweren Steinplatte mit luftgepolsterten Füßen aufgebaut und durch einen $2 \text{ m} \times 2 \text{ m} \times 2,5 \text{ m}$ großen Faraday'sche Käfig abgeschirmt. Zusätzlich wurden alle analogen elektronischen Geräte, die zur Steuerung des Kryostaten und zur Auslesung des Detektors nötig sind, mit Hilfe von Blei-Gel-Akkumulatoren mit Gleichstrom versorgt. Diese befanden sich ebenfalls in der Abschirmkabine.

6.1.2 Datenaufnahme

Das analoge Ausgangssignal der SQUID-Elektronik wird in zwei Kanäle aufgespaltet, einen Trigger- und einen Signalkanal. Der Triggerkanal wird mit einem flankensteilen Hochpassfilter⁴ hoher Grenzfrequenz ($f_{g,\text{Trig}} = 10 \text{ kHz}$, 6 bzw. 12 dB/okt) und einem rauscharmen Verstärker aufbereitet. Der Filter unterdrückt den niederfrequenten Anteil des Rauschen. Das ist notwendig, um die Signalschwankungen im Triggerkanal zu reduzieren, die die Zeit der Triggenerauslösung, d.h. des Überstreiten einer Triggerschwelle, erheblich beeinflussen können. Im optimalen Fall reduziert sich die zeitliche Unsicherheit des Triggerzeitpunkts auf das Digitalisierungsintervall Δt_{samp} des Analog-Digital-Wandlers. Diese Unsicherheit, auch Trigger-Jitter⁵ genannt, spiegelt die Tatsache wieder, dass sich die wahren Zeitpunkte der Absorption der einfallenden Röntgen-Quanten gleichmäßig in einem Zeitintervall der Breite Δt_{samp} verteilen. Da die Kenntnis der Absorptionszeitpunkte von entscheidender Bedeutung für die Genauigkeit der Auswertung sind, werden sie nachträglich in einem

⁴SRS-560, Stanford Research, Sunnyvale, Ca, USA.

⁵Jitter (engl.) Zittern.

Verfahren ermittelt, dessen Einzelheiten im nächsten Abschnitt diskutiert werden.

Der Signalkanal beinhaltet einen Bandpass, dessen Hochpass mit einer typischen Grenzfrequenz $f_g = 10$ Hz zur Beseitigung der Langzeitdriften aus dem Signal dient. Die Grenzfrequenz des Tiefpasses f_g ist prinzipiell durch das Nyquist-Shannon-Abtasttheorem limitiert:

$$f_g < f_s/2 \text{ ,}$$

wobei hier f_s für Digitalisierungsfrequenz steht. Im Experiment beträgt f_g typischerweise 10 kHz. Dieser Wert liegt über der effektiven Bandbreite f_{eff} des Optimalen Filters (vergleiche Kapitel 2). Für einen typischen Puls mit der Anstiegszeit $\tau_0 = 1 \mu\text{s}$ und der Abfallszeit $\tau_1 = 1$ ms beträgt die effektive Bandbreite f_{eff} ungefähr 5 kHz.

Die beiden gefilterten Signale verlassen anschließend das Innere der Hochfrequenz-Abschirmkabine und werden von einer Oszilloskop-Computersteckkarte⁶ digitalisiert. Der Analog-Digital-Wandler der Karte besitzt eine Auflösung von 12 Bit und kann bei Digitalisierungsraten von bis zu 50 MHz betrieben werden. In den Messungen wurden für jedes Röntgenquant 16384 aufeinander folgende Spannungswerte aufgezeichnet. Die Lage dieses Zeitfensters wurde so gewählt, dass die Auslösung des Triggers nach etwa 25% des Zeitfensters geschah.

Während der Messung nimmt man regelmäßig (nach ca. 5-8 Absorptionsereignissen) Ruhesignale auf, d.h. Zeitfenster, bei denen kein Triggersignal ausgelöst wurde. Dies ermöglicht eine Analyse des stationären Rauschens im Signal und ist auch für den im nächsten Abschnitt vorgestellten Algorithmus der Datenverarbeitung von entscheidender Bedeutung.

6.1.3 Datenauswertung

Die auf diese Weise aufgenommenen Pulse und Ruhesignale werden in einem Verfahren weiter bearbeitet, das auf der Anwendung des im Kapitel 2 erwähnten Optimalen Filters beruht. Aus der dortigen Diskussion wissen wir, dass der Vorteil des Algorithmus darin besteht, dass man sehr effektiv die Verteilung des Signal-zu-Rauschen-Verhältnisses im Frequenzraum ausnutzt. Dies wollen wir nun näher betrachten.

Optimaler Filter

Unter Annahme eines stationären Rauschens $N(t)$ und eines unverrauschten Musterpulses $T(t)$ liefert der Optimale Filter eine Abschätzung der Amplitude A , mit deren Hilfe sich ein verrauschtes Signal $S(t)$ beschreiben läßt:

$$S(t) \propto A \cdot T(t) \text{ .}$$

Diese Abschätzung der Amplitude A ist optimal in dem Sinne, dass sie ein χ^2 -Funktional minimiert, das die Abweichung des Signals von der Form des Musterpulses im Frequenzraum charakterisiert [Szy93]:

$$\chi^2 = \sum \frac{(\tilde{S} - A \cdot \tilde{T})^2}{\tilde{N}^2} \text{ ,} \quad (6.1)$$

⁶CompuScope SAC-8012A/PCI, Montreal, Canada

wobei hier \tilde{S} und \tilde{T} für die Fouriertransformierten des Signals und des Musterpulses steht. \tilde{N}^2 ist die spektrale Dichte des stationären Rauschens. Die Summation in Gleichung 6.1 spiegelt die diskrete Natur der Daten wieder, die mit einer endlichen Digitalisierungsrate aufgenommen werden.

Man kann leicht überprüfen, dass die Amplitude, die das χ^2 -Funktional in Gleichung 6.1 minimiert, durch die folgende Beziehung gegeben:

$$A = \sum \tilde{S}(f) \cdot \frac{\tilde{T}^*(f)}{\tilde{N}^2(f)} = \sum \tilde{S}(f) \tilde{W}^*(f) , \quad (6.2)$$

wobei hier die Filterfunktion $\tilde{W}(f) = \tilde{T}(f)/\tilde{N}^2$ eingeführt wurde. Diese Filterfunktion gibt denjenigen Frequenzbereichen des Signals das größere Gewicht, in denen das Rauschen kleiner ist. Somit wird eine optimale Berücksichtigung des Signal-zu-Rauschen-Verhältnisses gewährleistet, was den Namen dieses Algorithmus erklärt.

Die Berechnung der Amplitude gemäß Gleichung 6.2 wäre mit einem großen numerischen Aufwand verbunden, denn die Bearbeitung eines Signals aus N_s Samples würde ca. $N_s \log N_s$ -Rechenoperationen für die Transformation und $2 N_s$ -Rechenoperationen für die Faltung mit $W(f)$ verlangen. Man kann jedoch die Anzahl der notwendigen Rechenoperationen erheblich reduzieren, indem man beachtet, dass Gleichung 6.2 zurück in den Zeitraum transformiert werden kann. Die gesuchte Amplitude ist somit das Produkt der Faltung *im Zeitraum* zwischen dem Puls $S(t)$ und der Filterfunktion $W(t)$

$$A = w^{-1} \sum W(t) \cdot S(t) , \quad (6.3)$$

wobei $W(t)$ das Ergebnis der inversen Fourier-Transformation der Filterfunktion $W(f)$ ist. Der Normierungskoeffizient w in Gleichung 6.3 wird so gewählt, dass die Faltung der Filterfunktion mit dem Musterpuls die Amplitude $A = 1$ ergibt. Die Faltung im Zeitraum gemäß Gleichung 6.3 erfordert nur $2 N_s$ -Rechenoperationen, was einen etwa 4-fachen Gewinn in der Rechengeschwindigkeit in einem typischen Fall ($N_s = 16384$) bedeutet.

Die mit Hilfe der Gleichung 6.3 ermittelten Amplituden sind mit einer endlichen Genauigkeit bestimmt. Um diese zu charakterisieren, kann man die mittlere Standardabweichung der Amplitude ΔA^2 berechnen. Diese ist durch den folgenden Ausdruck gegeben:

$$\Delta A^2 = \sum W^2(f) \cdot N^2(f) = w^{-1} . \quad (6.4)$$

Die mittlere Standardabweichung ΔA^2 steht also mit dem Normierungskoeffizient w im inversen Zusammenhang. Die Gleichung 6.4 ist die Verallgemeinerung der Gleichung 2.21 für den Fall eines diskreten Frequenzraumes.

In der durch Gleichungen 6.3 und 6.4 gegebenen Form des Optimalen Filters besteht das Hauptproblem in der Berechnung der Filterfunktion $W(t)$. Diese wird in einem iterativen Verfahren ermittelt. Zuerst, werden einige Pulse und Ruhesignale manuell ausgewählt, die keine groben Störungen wie z.B. Pile-Up-Ereignisse⁷ enthalten. Diese Signale werden in

⁷Darunter versteht man im Allgemeinen die Ereignisse, bei denen in einem Zeitfenster einem getriggerten Signal ein zusätzliches Signal beliebiger Energie folgt.

den Frequenzraum transformiert und als $T(f)$ und $N^2(f)$ abgespeichert. Man benutzt sie anschließend, um die erste Iteration der Filterfunktion $W^{(0)}(t)$ zu bilden. Beim nächsten eingegangenen Datensatz, errechnet man mit Hilfe von $W^{(0)}(t)$ die Amplitude A und die quadratische Abweichung χ^2 dieses Signals. Fallen die beiden Werte in ein vorgegebenes Intervall, so wird das Signal in den Frequenzraum transformiert und mit der jeweiligen Funktion, das heißt im Fall des Pulses mit $T(f)$ und im Fall des Ruhesignals mit $N^2(f)$, arithmetisch gemittelt. Diese neuen Abschätzungen des Musterpulses und der spektralen Dichte des Rauschen bilden zusammen die neue Filterfunktion $W^{(1)}(t)$. Dieser Vorgang wird entsprechend wiederholt, um die Genauigkeit der Filterfunktion zu verbessern.

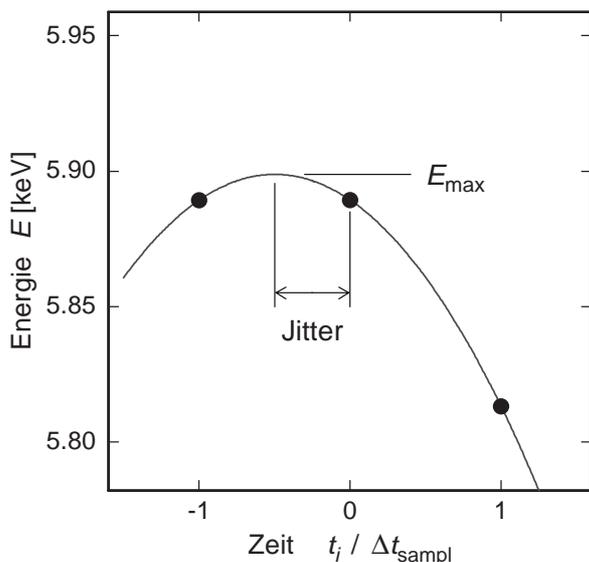
Eine wichtige Frage beim Aufbau der Filterfunktion ist die Frage nach dem Punkt, an dem die Addition weiterer Signale keine Verbesserung mehr bringt. In dem hier vorgestellten Verfahren wird dieses Problem durch die Kontrolle der mittleren quadratischen Abweichung der Amplitude ΔA^2 gemäß Gleichung 6.4 gelöst. Ist die Änderung der Energieauflösung in zwei aufeinander folgenden Iterationsschritten weniger als 1%, so wird der Aufbau der Filterfunktion beendet. Der Wert der Energieauflösung ΔA^2 selbst kann auch für die Entscheidung benutzt werden, ob man die aktuelle Filterfunktion verwirft und die Iteration neu anfängt.

Eine weitere Verbesserung des Algorithmus ist dadurch möglich, dass sich die Filterfunktion $W(t)$ im Laufe der Messung in regelmäßigen Zeitabständen aktualisiert, in dem die oben beschriebene arithmetische Mittelwertbildung durch eine sogenannte exponentielle Mittelwertbildung ersetzt wird. Die so gewonnene Filterfunktion wäre adaptiv und würde sich an Langzeitänderungen der Meßbedingungen wie zum Beispiel einer eventuellen Temperaturdrift anpassen. Der dafür zu zahlende Preis besteht jedoch in einem Anstieg der Rechenoperationen während der Datenaufnahme.

Jitter-Korrektur

Die durch Gleichungen 6.1 und 6.3 gegebenen Werte können durch den im vorherigen Abschnitt diskutierten Effekt des Trigger-Jitters beeinflusst werden. Um den damit verbundenen Verlust an Genauigkeit zu vermeiden, wird das Ergebnis der diskreten Faltung in einem Zeitbereich von $2\Delta t_s$ um das Maximum genauer betrachtet. Die 3 Datenpunkte dieses Zeitbereiches können als Amplitudenabschätzungen E_{-1} , E_0 und E_{+1} interpretiert werden. Das *wahre* Maximum der Faltung kann durch die Anpassung einer Parabel an die 3 Datenpunkte rekonstruiert werden.

Abbildung 6.2 zeigt, diese 3 Datenpunkte und die durch sie definierte Parabel für eine typische experimentelle Situation. Die mit E_{\max} gekennzeichnete Amplitude am Scheitelpunkt wird vom Algorithmus als Energie des absorbierten Röntgenquantens interpretiert und für die spätere Berechnung des Spektrums abgespeichert.

**Abb. 6.2:**

Berechnete Wertepaare $(i, E(i))$ am Maximum des gefilterten Signals (Punkte). Die eingezeichnete Parabel ist durch die drei Punkte eindeutig definiert. Der Scheitelwert der Parabel, E_{max} , wird dem zugrunde liegenden Signal als Energie zugeordnet.

6.1.4 Röntgenquelle

Für die Untersuchung der Eigenschaften der im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Detektoren stand eine gekapselte ^{55}Fe -Quelle⁸ mit einer Aktivität von etwa 1 mCi zur Verfügung. Das Eisen-Isotop ^{55}Fe zerfällt mit einer Halbwertszeit von 2,7 Jahren über einen Elektron-Einfang-Prozess in das Mangan-Isotop ^{55}Mn . In etwa 90% der Einfang-Prozesse stammt das beteiligte Elektron aus der K-Schale. Das dabei entstehende Loch wird von einem Elektron aus einer energetisch höherliegenden Schale der Elektronenhülle des Mangan-Ions gefüllt, wobei die frei werdende Energie in Form eines Röntgenquants emittiert wird. Die Röntgenquelle besitzt daher eine Reihe charakteristischer Linien. Die Röntgenlinie mit der größten Intensität wird K_{α} -Linie genannt. Sie entspricht dem Übergang von der L-Schale auf die K-Schale und besitzt eine Energie von 5,9 keV. Der Übergang aus der höher liegenden M-Schale auf die K-Schale ist etwa 9 mal seltener. Die zugehörige K_{β} -Linie liegt bei einer Energie von 6,5 keV.

Dieser anfängliche Übergang wird von einer Kaskade von Übergängen gefolgt, bei denen das jeweils neu entstandene Loch von einem Elektron einer energetisch höherliegenden Schale gefüllt wird. Die frei werdende Energie nimmt dabei sukzessive ab, und neben der Emission von Photonen gewinnt auch die Emission von Auger-Elektronen an Bedeutung. Diese vergleichsweise niederenergetischen Röntgenquanten und Elektronen konnten in den hier diskutierten Messungen jedoch nicht beobachtet werden, da sie sehr effizient von der Kapselung der Quelle absorbiert werden.

⁸Hersteller: Amersham, AEA Technology, QSA GmbH, Braunschweig.

6.2 Magnetisches Mikrokalorimeter

6.2.1 Detektoraufbau

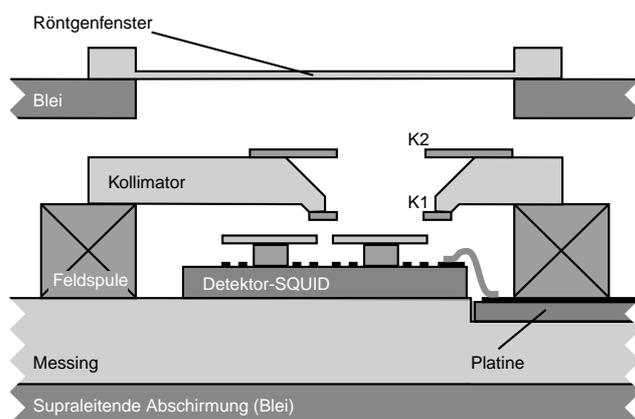


Abb. 6.3: Schematische Darstellung des experimentellen Detektoraufbaus. Das Detektor-SQUID befindet sich auf einem Messinghalter und ist mit zwei Sensoren bestückt, von denen in diesem Experiment nur einer mit Röntgenquanten bestrahlt wird. Der gesamte Aufbau ist von einer Bleiabschirmung umgeben, ein Röntgenfenster aus Aluminium läßt die Röntgenquanten über die beiden Kollimatoren $K1$ und $K2$ auf den Absorber gelangen. Die Feldspule dient zur Erzeugung des Magnetfeldes B .

In Abbildung 6.3 ist eine schematische Darstellung des experimentellen Detektoraufbaus gezeigt. Das Detektor-SQUID⁹ wurde mit einem Zwei-Komponenten-Klebstoff¹⁰ auf den Messinghalter geklebt, der über eine Kupferverbindung mit der FAA-Pille verbunden ist. Das Detektor-SQUID ist in einer gradiometrischen Anordnung¹¹ ausgeführt, in der die SQUID-Schleife zu einer 8 gekreuzt wird. In jede der beiden Schleifen, die einen Durchmesser von $50\ \mu\text{m}$ haben, wird ein zylindrischer Sensor aus Au:Er (300 ppm) gebracht. Die Sensoren haben eine Höhe von $20\ \mu\text{m}$ und einen Durchmesser von $50\ \mu\text{m}$ und sind mit Vakuumfett auf der Chip-Oberfläche fixiert. Jeder Sensor ist mit einem Röntgenabsorber aus hochreinem Gold (Reinheit 99,999%) versehen, der eine aktive Fläche von $150\ \mu\text{m} \times 150\ \mu\text{m}$ und eine Dicke von $5\ \mu\text{m}$ besitzt.

Der gesamte Aufbau ist von einer Bleiabschirmung (Sprungtemperatur $T_S = 7,26\ \text{K}$) umgeben, die bei den typischen Arbeitstemperaturen des Aufbaus supraleitend ist. Diese schirmt das Experiment gegen äußere Magnetfeldfluktuationen ab. Zusätzlich verhindert sie auch, dass Röntgenquanten auf andere Elemente des Aufbaus treffen und dadurch Störungen verursachen.

Über ein Röntgenfenster kann die Röntgenstrahlung ins Innere der Bleiabschirmung gelangen. Es besteht aus einer sehr dünnen Aluminiumfolie, welche für die Röntgenquanten durchlässig ist. Dagegen ist das Röntgenfenster für Wärmestrahlung undurchlässig, was zur Temperaturstabilisierung des Detektor-SQUIDs beiträgt. Die Röntgenstrahlung gelangt über die auf dem Messinghalter befindlichen Kollimatoren $K1$ und $K2$ auf den Absorber. Die Kollimatoren sind aus einer dünnen Goldfolie von etwa $20\ \mu\text{m}$ Dicke

⁹Typ IBM KSUP-10-50

¹⁰STYCAST 1266, ICI Belgium N.V. (transparente Variante)

¹¹Die Verwendung des gradiometrischen SQUID-Magnetometers dient zur Reduktion von niederfrequentem Rauschen [Fle98].

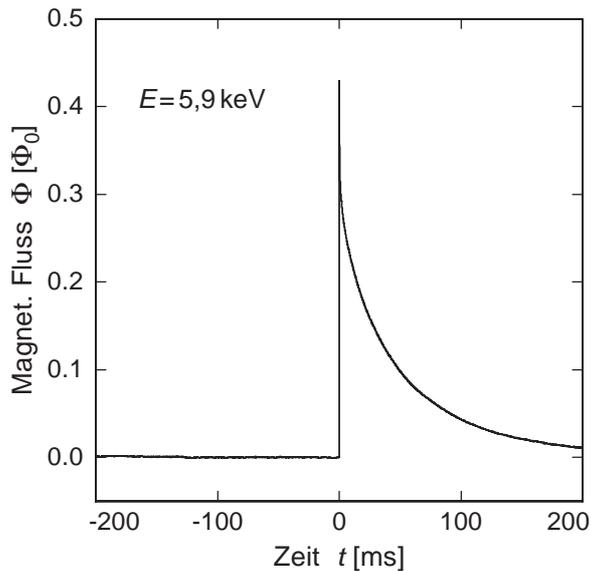


Abb. 6.4: Typische Pulsform eines Röntgenquantens mit einer Energie von 5,9 keV. Der Detektor befindet sich bei einer Temperatur $T = 35$ mK und einem Magnetfeld von $B = 2,7$ mT.

gefertigt. In diesem Experiment wurde nur einer der beiden Sensoren mit Röntgenquanten bestrahlt. Aufgrund der gradiometrischen SQUID-Geometrie ist es prinzipiell möglich, beide Sensoren gleichzeitig auszulesen und den Detektor als eine Röntgenkamera mit zwei Pixel verwenden [Rot03].

In Abbildung 6.3 ist auch die Feldspule eingezeichnet, die zur Erzeugung des äußeren Magnetfeldes dient. Sie besteht aus einem supraleitendem Draht aus Niob-Titan in einer Kupfer-Nickel Matrix, welcher eine Sprungtemperatur von 9,7 K besitzt. Der supraleitende Stromkreis der Feldspule wird mit einer Punktschweißverbindung an einer Niob-Platte geschlossen, die sich typischerweise bei einer Temperatur $T = 2$ K befindet. In der Nähe von dieser Punktschweißverbindung ist ein Wärmeschalter positioniert, der aus einem mit dem Niob-Titan-Draht umwickelten Widerstand besteht. Mit diesem Wärmeschalter läßt sich für einen kurzen Augenblick die Temperatur an einer Stelle des Niob-Titan-Drahts über die Sprungtemperatur erhöhen. Nun ist es möglich, über die Feldstromzuleitungen einen Strom und damit einen magnetischen Fluss in die Feldspule einzubringen. Nach einer kurzen Zeit kehrt der Niob-Titan-Draht wieder in seinen supraleitenden Zustand zurück und schließt damit den supraleitenden Kreis. Die äußere Stromzufuhr wird danach wieder abgeschaltet. Der sich in der Feldspule befindliche magnetische Fluss muß durch ein Dauerstrom im geschlossenen Kreis des Supraleiters erhalten werden. Das so erzeugte Magnetfeld ist sehr konstant gegen Fluktuationen.

6.2.2 Experimentelle Ergebnisse

Der im letzten Abschnitt präsentierte Detektor wurde auf eine Temperatur von 35 mK abgekühlt und in einem lokalen Magnetfeld von 2,7 mT in Betrieb genommen. Unter diesen Bedingungen werden die Signale am Ausgang der SQUID-Elektronik beobachtet, die auf Absorptionsereignisse im Absorber zurückzuführen sind. In Abbildung 6.4 ist der typi-

sche zeitliche Verlauf eines solchen Ereignisses gezeigt, wobei die Energie des absorbierten Röntgenquanten etwa $5,9\text{keV}$ beträgt.

Das Signal lässt sich in zwei Abschnitte einteilen, einen steilen Anstieg mit einer charakteristischen Zeit von etwa $2\mu\text{s}$ und einen Abfall mit einer Zeitkonstante von 60ms . Die im Absorber deponierte Energie wird im System der Leitungselektronen thermalisiert und im Volumen des Detektors verteilt. Anschließend fließt die Energie in das System der lokalisierten magnetischen Momenten, was eine Temperaturerhöhung dieses Systems zur Folge hat. Diese Temperaturerhöhung führt zur Flussänderung in der SQUID-Schleife, die nun als Signalanstieg detektiert wird. Dieser Prozess findet auf einer Zeitskala von unterhalb $1\mu\text{s}$ statt, so dass die beobachtete Anstiegszeit durch die Signal-Folge-Geschwindigkeit des doppelstufigen SQUID-Magnetometers begrenzt ist.

Der Signalabfall ist auf den Temperatenausgleich zwischen dem Detektor und dem Wärmebad zurückzuführen. Die verhältnismäßig lange Abfallzeit von 60ms ist durch die schwache thermische Kopplung des Detektors an die SQUID-Chip-Oberfläche verursacht. Der Detektor, bestehend aus Absorber und paramagnetischem Sensor, ist nur mit Hilfe einer dünnen Schicht von Vakuumpfet ($\simeq 1\mu\text{m}$) auf dem Detektor-SQUID befestigt. Die Energie muß zunächst vom System der Leitungselektronen an das der Phononen übertragen werden, um schließlich in das Wärmebad zu gelangen. Die Thermalisierungszeit zukünftiger Detektoren könnte deutlich verringert werden, wenn man auf das Silizium-Substrat dünne Bahnen aus Gold aufbringen würde, die sowohl zum Röntgensensor als auch zum Wärmebad metallischen Kontakt haben.

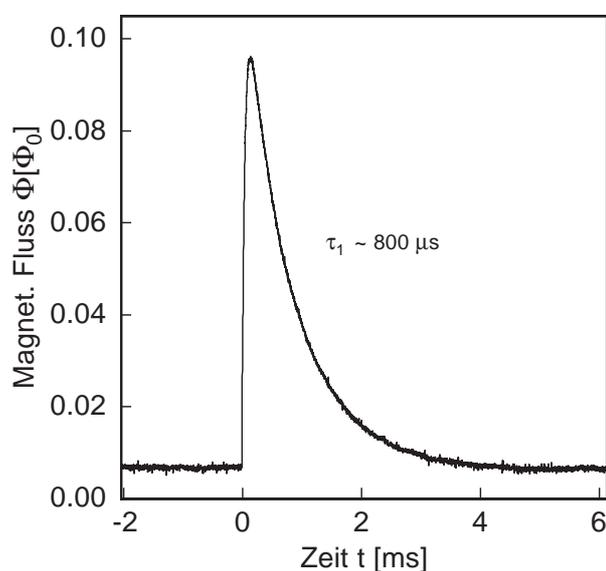


Abb. 6.5: Typische Pulsform eines Röntgenquanten. Der Sensor wurde mit dem Epoxid-Harz auf der Silizium-Oberfläche des SQUID-Chips geklebt. Die Thermalisierungszeit τ_1 beträgt bei einer Temperatur $T = 50\text{mK}$ ca. $800\mu\text{s}$. Durch Ultraschall-Schweißverbindung des Sensors zu thermischen Bahnen aus Gold kann diese Zeitkonstante in Zukunft auf die Werte bis $50\mu\text{s}$ reduziert werden.

In Abbildung 6.5 ist ein typischer Signalverlauf dargestellt, der mit einem solchen Prototypdetektor aufgenommen wurde. Der Sensor wurde mit dem Epoxid-Harz auf der Silizium-Oberfläche des SQUID-Chips geklebt. Die Thermalisierungszeit beträgt bei einer Temperatur von etwa 50mK ca. $800\mu\text{s}$. Durch Ultraschall-Schweißverbindung des Sensors

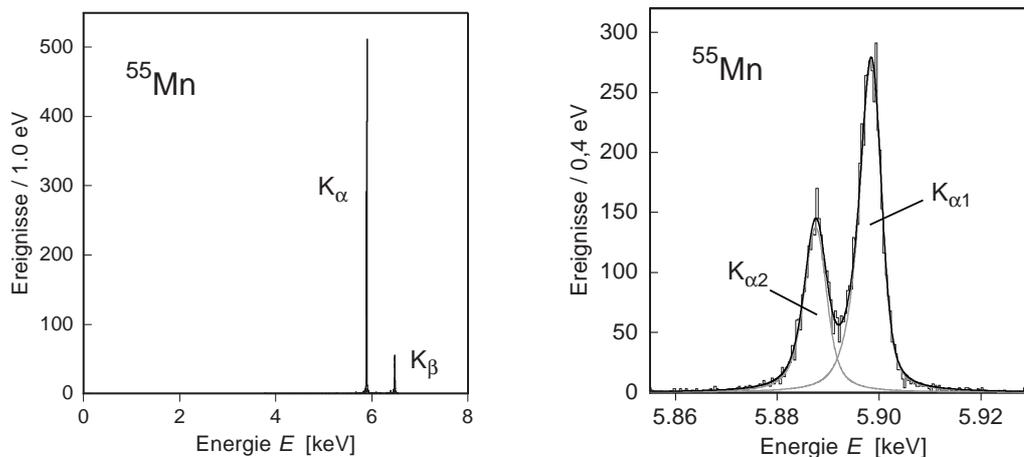


Abb. 6.6: Links: Röntgenspektrum der charakteristischen Röntgenstrahlung von ^{55}Mn . Markiert sind die K_α -Linie (5,9 keV) und die K_β -Linie (6,5 keV) von Mangan. Rechts: Röntgenspektrum der ^{55}Mn K_α -Linie. Neben den experimentellen Daten sind die Ergebnisse einer Fit-Prozedur eingezeichnet, die auf eine instrumentelle Energieauflösung $\Delta E_{\text{FWHM}} = 3,4 \text{ eV}$ zurückschließen lassen.

zu thermischen Bahnen aus Gold kann diese Zeitkonstante auf die Werte bis $50 \mu\text{s}$ reduziert werden. Zählraten von mehr als 100 s^{-1} sollten daher in zukünftigen Messungen durchaus erreichbar sein.

Die in Abbildung 6.4 beobachtete Signalhöhe entspricht der Absorption eines 5,9 keV-Röntgenquantens und beträgt $0,43 \Phi_0$. Diese liegt etwa 35% unter dem theoretischen Wert $\delta\Phi = 0,68\Phi_0$, der für diesen Prototypdetektor und dessen Betriebsbedingungen erwartet wird. Der Unterschied lässt sich jedoch dadurch erklären, dass der Geometriefaktor stark davon abhängt, wie präzise der zylinderförmige Sensor innerhalb der SQUID-Schleife positioniert ist. Numerische Berechnungen in [Sch00] haben gezeigt, dass schon eine mögliche Versetzung des Sensors von $5 \mu\text{m}$, die aufgrund der manuellen Positionierung nicht ganz auszuschließen ist, erklärt den fehlenden Signalanteil.

Mit Hilfe des im Abschnitt 6.1.2 beschriebenen Datenaufnahmesystems wurden ca. 8000 getriggerte Detektorsignale aufgezeichnet und anschließend mit dem Optimalen Filter ausgewertet. Das Ergebnis dieser Auswertung ist in Abbildung 6.6 (links) dargestellt. Dort ist das gemessene Spektrum der charakteristischen Röntgenstrahlung von ^{55}Mn für Energien bis etwa 8 keV gezeigt. Die gemessenen Energien wurden in einem Histogramm auf 1,0 eV breite Energieintervalle verteilt. Die niedrigste messbare Energie wurde durch die Wahl des Trigger-Levels des Analog-Digital-Wandlers festgelegt und beträgt etwa 100 eV. Markiert sind die K_α -Linie (5,9 keV) und K_β -Linie (6,5 keV) von Mangan.

Das Spektrum ist praktisch frei von zusätzlichem Untergrund. Zum einen ist dies die Folge der Abschirmung des Detektors und des Kollimatoren-Systems, welche die Röntgenstrahlung nur auf den Absorber gelangen lassen. Zum anderen spiegelt dies die hohe Quanteneffizienz des Röntgenabsorbers wieder. Diese führt dazu, dass nur sehr wenige

Röntgenquanten den Absorber passieren und erst im Substrat gestoppt werden, von wo aus sie den Detektor erwärmen. Die auf diesen Prozess zurückzuführenden Ereignisse können anhand ihrer Signalform und Amplitude mit Hilfe einer χ^2 -Prozedur aussortiert werden. Außerdem war die Strahlungsintensität der Röntgenquelle mit etwa drei Ereignissen pro Sekunde vergleichsweise klein, so dass die Anzahl der Pile-Up-Ereignisse ebenso gering war.

Zur Bestimmung der Energieauflösung des Detektors betrachten wir die K_α -Linie von Mangan etwas näher. Das mit diesem Detektor gemessene Spektrum der K_α -Linie ist in Abbildung 6.6 (rechts) im Form eines Histogramms mit einer Energie-Kanal-Breite von 0,5 eV dargestellt. Man erkennt deutlich die Unterstruktur der K_α -Linie. Sie ist aus den durch die Feinstrukturaufspaltung getrennten $K_{\alpha 1}$ - und $K_{\alpha 2}$ -Linien zusammengesetzt. Zum Vergleich ist das Ergebnis einer Faltung der natürlichen Linienform [Höl97] mit der Gaußverteilung eingezeichnet (schwarze Linie), wobei die angenommene instrumentelle Verbreiterung $\Delta E_{\text{FWHM}} = 3,4 \text{ eV} \pm 0,1 \text{ eV}$ beträgt. Dieser Wert ergibt sich aus einer χ^2 -Analyse der Linienform, in der nicht nur die Energieauflösung, sondern auch die Lage der K_α -Linie variiert wurden. Außerdem wurden die Ergebnisse in jeweiligem Energie-Kanal bei dieser Analyse mit erwarteter Linienintensität gewichtet.

Die Energieauflösung von 3,4 eV bei 5,9 keV entspricht einem Auflösungsvermögen von $E/\Delta E_{\text{FWHM}} = 1700$. Dies ist das beste je mit einem energie-dispersivem Detektor erreichte Auflösungsvermögen im Röntgenbereich, die in der Literatur berichtet wurde. Das erreichte Auflösungsvermögen wird derzeit nur von wellenlängen-dispersiven Detektoren unterboten, die durch Bragg-Reflexion an Kristallen eine Energieauflösung von etwa 0,25 eV erzielen.

6.2.3 Analyse der instrumentellen Auflösung

Zur Analyse der instrumentellen Energieauflösung können etwa 2000 Ruhesignale verwendet werden, die gleichzeitig mit den Absorptionssignalen aufgenommen wurden. Sie können dabei als Ereignisse angesehen werden, die einer absorbierten Energie von $E = 0 \text{ keV}$ entsprechen. Der wesentliche Unterschied dieser „Ereignisse“ im Vergleich zu getriggerten Signalen besteht dabei darin, dass sie nur die Beiträge des stationären Rauschens enthalten, nicht aber z.B. die Beiträge von Temperaturfluktuationen und Positionsabhängigkeit.

In Abbildung 6.7 ist das Ergebnis der Ruhesignal-Analyse in Form eines Histogramms mit einer Energie-Kanal-Breite von 0,3 eV dargestellt. Zum Vergleich ist eine Gaußverteilung eingezeichnet, deren Breite einer Energieauflösung von $\Delta E_{\text{FWHM}} = 3,26 \text{ eV}$ entspricht. Wie man erkennt, werden die Daten von dieser Gaußverteilung gut beschrieben.

Zieht man diesen Beitrag von der gemessenen instrumentellen Energieauflösung von $\Delta E_{\text{FWHM}} = 3,4 \text{ eV}$ ab, so bleibt den Beitrag von 0,97 eV übrig. Dieser kann durch die Temperaturfluktuationen erklärt werden. Wie wir in Abschnitt 6.1.1 diskutiert haben, beträgt die Standardabweichung der Temperatur bei 30 mK einen Wert von etwa $2 \mu\text{K}$. Zusammen mit der relativen Empfindlichkeit des Detektors von $d \log(R)/d \log(T) \simeq -1.5$ ergibt sich somit ein Beitrag von etwa 0,94 eV bei einer Energie von 6 keV. Somit erklärt das stationäre Rauschen die beobachtete Energieauflösung von 3,4 eV und schließt somit einen dominanten Einfluss anderer Rauschquellen aus.

Das Spektrum des stationären Rauschens wurde im Laufe der Messung mit Hilfe eines

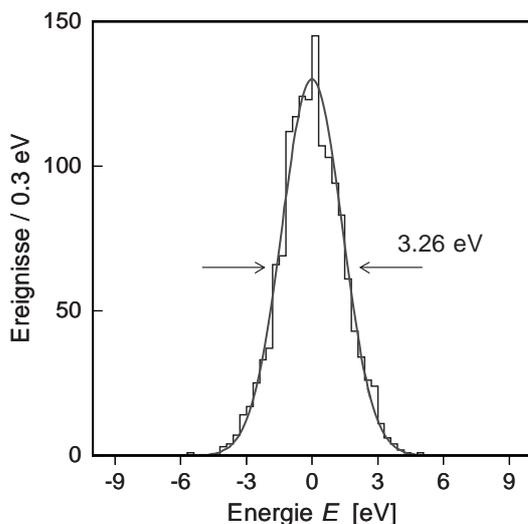


Abb. 6.7: Ergebnis der Baseline-Analyse. Die berechneten Energien aus Musterpuls und Rauschen des magnetischen Flusses $\delta\Phi$ wurden in einem Histogramm auf 0,3 eV breite Energie-Kanäle verteilt. Zum Vergleich ist eine Gaußverteilung mit einer instrumentellen Verbreiterung von $\Delta E_{\text{FWHM}} = 3,26$ eV eingezeichnet.

Spektrumanalysators¹² im Frequenzbereich zwischen 0,1 Hz bis 100 kHz aufgenommen. Im wesentlichen setzt sich das Rauschen aus zwei Beiträgen zusammen. Zum einen, ist es ein weißes Rauschen von $\sqrt{S_\Phi} = 1,4 \mu\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$, das durch das Rauschen des SQUID-Magnetometers und das magnetische Johnson-Rauschen hervorgerufen wird. Zum anderen, wird auch ein niederfrequentes $1/f$ -Rauschen beobachtet, dessen Form durch die Beziehung $\sqrt{S_\Phi} = \sqrt{S_{1\text{Hz}}}/\sqrt{f}$ beschrieben werden kann, wobei $\sqrt{S_{1\text{Hz}}} \simeq 40 \mu\Phi_0$ ist. Wie bereits im Kapitel 3 erörtert, ist die Ursache für dieses Rauschen weitgehend unbekannt und bedarf einer weiteren Untersuchung.

Setzt man den Wert des beobachteten weißen Rauschens in Gleichung 2.27 ein, so ergibt sich für dessen Anteil in der Energieauflösung $\Delta E_{\text{FWHM}} = 1,8$ eV, wobei man hier davon ausging, dass $\tau_1 = 60$ ms, $C_z = 0,96$ pJ/K und $\beta = 0,8$ ist und die Signalabklingzeit τ_1 durch einen Hochpass-Filter künstlich auf 15 ms reduziert ist. Berücksichtigt man ferner den Beitrag der Gold-Kerne zur Gesamtwärmekapazität des Detektors, der in Modell aus Kapitel 2 nicht enthalten ist, so erhöht sich dieser Wert um ca. 20% und beträgt somit ca. $\Delta E_{\text{FWHM}} = 2,0$ eV.

Aufgrund der einfachen Frequenzabhängigkeit des beobachteten niederfrequenten Rauschens kann dessen Beitrag zur Linienbreite durch analytische Integration der zum-Rauschen-äquivalenten-Leistung, $NEP(\omega)$, gemäß Gleichung 2.21 abgeschätzt werden. Dabei nehmen wir an, dass das Abklingen des Signals einer Exponentialfunktion mit einer Zeitkonstante τ_1 folgt. Auf diese Weise finden wir für den Beitrag des niederfrequenten Rauschens zur Linienbreite des Detektors den Ausdruck:

$$\Delta E_{\text{FWHM}} \simeq 2,35 \frac{\pi}{\beta} \frac{\sqrt{S_{1\text{Hz}}/S}}{\sqrt{\ln(2\pi f_{\text{max}}\tau_1)}}, \quad (6.5)$$

wobei hier f_{max} für die Abschneidefrequenz steht, bei der dieses Rauschen kleiner ist als das weiße Rauschen, zum Beispiel, etwa ein Drittel davon. Dieser Bedingung entspricht im

¹²SR770, Stanford Research, Sunnyvale, Ca, USA.

Fall $f_{\max} = 6 \text{ kHz}$ ein Beitrag zur Energieauflösung von $\Delta E_{\text{FWHM}} = 2,5 \text{ eV}$. Der Wert ist aufgrund der logarithmischen Abhängigkeit relativ unempfindlich auf eine Variation von f_{\max} .

Mit diesen zwei Beiträgen, dem des weißen Rauschens ($2,0 \text{ eV}$) und dem des $1/f$ -Rauschens ($2,5 \text{ eV}$), läßt sich die beobachtete instrumentelle Energieauflösung von $\Delta E_{\text{FWHM}} = 3,26 \text{ eV}$ erklären. Eine Steigerung der Energieauflösung ist durch einige Verbesserungen des Detektoraufbaus möglich. Vielversprechend ist zum Beispiel der Einsatz eines seriellen Vielfach-SQUIDs als Verstärker-SQUID. Dies würde eine deutliche Reduktion des Niveaus des effektiven Flussrauschens des primären SQUID-Magnetometers erlauben. Ein weiteres Potential zur Verbesserung der Energieauflösung besteht in der systematischen Untersuchung des niederfrequenten $1/f$ -Rauschens. Seine Abhängigkeit von der Konzentration der magnetischen Momente, von ihrer Wechselwirkungsstärke (in anderen paramagnetischen Legierungen), sowie das Verhalten in starken Magnetfeldern können wichtige Hinweise geben, die zur Reduktion dieses Rauschens führen können.

6.3 Großflächiger Detektor

6.3.1 Detektoraufbau

Die wesentlichen Elemente eines großflächigen Detektors wurden schon im Kapitel 5 vorgestellt. Wir wollen daher nur auf einige Einzelheiten des im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Detektors eingehen, dessen schematischer Aufbau in Abbildung 6.8 dargestellt ist.

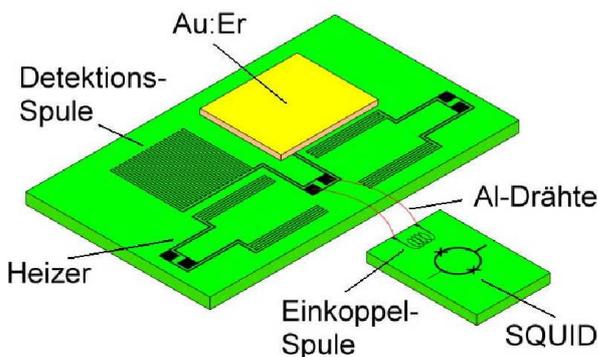


Abb. 6.8: Schematische Darstellung des großflächigen Detektors mit mäanderförmiger Detektionsspule.

Zentrale Bestandteile des großflächigen Detektors sind zwei mäanderförmige Detektionsspulen aus Niob mit einer Strukturbreite und einem Streifenabstand von jeweils $10 \mu\text{m}$. Die Ausdehnungen der Detektionsspulen in lateraler Richtung betragen jeweils $2,6 \text{ mm}$ und die Höhe h_w der Niobstrukturen der Detektionsspulen hat einen Wert von 200 nm . Die Spulen wurden mit Hilfe von Mikrostrukturierungsverfahren auf ein Glassubstrat aufgebracht und parallel miteinander verschaltet. Auf dem Glassubstrat befinden sich auch zwei mäanderförmige Heizer, die gleichzeitig mit den Detektionsspulen erzeugt wurden.

Auf einer der beiden Detektionsspulen ist eine etwa $2,75 \text{ mm} \times 2,75 \text{ mm} \times 4,5 \mu\text{m}$ große Au:Er-Folie (Er^{3+} -Konzentration: 300 ppm) mit Hilfe eines verdünnten Spulenlacks ge-

klebt¹³. Diese Lackschicht führt dazu, dass die Au:Er-Folie nicht direkt auf der Detektionsspule, sondern in einem Abstand von etwa $2\ \mu\text{m}$ über liegt, was einen Einfluss auf die Signalhöhe hat, auf den wir in der weiteren Diskussion näher eingehen werden. Die gewählte Dicke der Au:Er-Schicht gewährleistet eine Quanteneffizienz von etwa 97% für Röntgenquanten mit einer Energie von 6 keV. In der Nähe des Glassubstrates befindet sich ein kommerzieller SQUID-Chip, dessen Einkoppelspule über Aluminiumdrähte (Durchmesser: $25\ \mu\text{m}$) mit den Detektionsspulen verbunden ist. Dieses SQUID ist das Detektor-SQUID des zweistufigen direktgekoppelten SQUID-Magnetometers (vergleiche Kapitel 4).

Alle Komponenten des Detektors sind auf einem Messinghalter fixiert, der sich innerhalb einer Bleiabschirmung befindet und mechanisch, sowie thermisch mit der FAA-Pille des Kryostates verbunden ist. Ein kleines Loch in der Bleiabschirmung, das unmittelbar über der Au:Er-Folie liegt, erlaubt eine Kollimation der einfallenden Röntgenstrahlung.

Eine entscheidende Bedeutung für den Betrieb des Detektors besitzt eine aus supraleitendem NbTi/CuNi-Draht gewickelte Spule, die sich auf der Unterseite des Messinghalters im Bereich der Detektionsspulen befindet. Sie besteht aus 300 Windungen und hat einen Innendurchmesser von 6 mm. Diese Spule, zusammen mit dem oben erwähnten Heizer, dient dazu, den für den Betrieb des Detektors wichtigen supraleitenden Dauerstrom in den Detektionsspulen zu erzeugen. Im Rest des Abschnittes wird dieser Prozess ausführlich vorgestellt.

Das Einfrieren des supraleitenden Stromes findet bei einer Temperatur zwischen 2 K und 4,2 K statt, so dass die Aluminiumdrähte, die die Detektionsspulen und SQUID-Einkoppelspule verbinden, noch normalleitend sind¹⁴. Es besteht in dieser Situation also keine supraleitende Verbindung zwischen der Einkoppelspule des SQUIDs und dem Stromkreis, der aus den beiden mäanderförmigen Detektionsspulen gebildet wird. In dieser Situation lässt man einen Strom durch die NbTi-Spule fließen, wodurch ein Magnetfeld im Bereich des Detektionsspulen-Stromkreises erzeugt wird. Um dieses Feld in die supraleitenden Detektionsspulen eindringen zu lassen, gibt man nun einen kurzen Strompuls auf den Heizer, so dass die Supraleitung im Heizer zusammenbricht. Die dadurch resultierende Dissipation elektrischer Leistung im Heizer führt zu einem kurzzeitigen Übergang der beiden Detektionsspulen in den normalleitenden Zustand. Dabei dringt das äußere Magnetfeld in den Stromkreis der Detektionsspulen ein und bleibt nach der Rückkehr der beiden in den supraleitenden Zustand, dort eingefroren. Schaltet man danach das äußere Magnetfeld ab, so führt die Erhaltung des magnetischen Flusses zum Auftreten eines Dauerstroms I_0 im Stromkreis der Detektionsspulen. Anschließend kühlt man den auf diese Weise präparierten Detektor auf die gewünschte Arbeitstemperatur ab, die typischerweise zwischen 25 mK und 40 mK liegt. Dabei gehen die Aluminium-Drähte in den supraleitenden Zustand über und schließen somit den Detektionsstromkreis.

Wie wir im Kapitel 5 gesehen haben, hat ein in den Detektionsspulen fließender Strom einen erheblichen Einfluss auf die Sensitivität des Detektors und somit auch auf seine Energieauflösung. Aufgrund der oben beschriebenen Methode zur Erzeugung dieses Stro-

¹³Hierbei wurde der Spulack GE-7031 als tieftemperaturtauglicher Kleber verwendet.

¹⁴Sprungtemperatur von Aluminium: $T_C = 1,18\ \text{K}$

mes kann man ihn jedoch nicht direkt messen, sondern ist dabei auf eine Magnetisierungsmessung angewiesen, die eine Information über das mittlere Magnetfeld in der Sensorfolie liefert und damit einen Rückschluss auf die Größe des Feldstromes erlaubt (siehe z.B. die Abbildung 5.10).

Abb. 6.9: Gleichfeld-Magnetisierung in Einheiten vom Fluss in der Detektionsspule bzw. im SQUID in Abhängigkeit von der inversen Temperatur $1/T$. Die Sensorschicht ($2,75 \text{ mm} \times 2,75 \text{ mm} \times 4,5 \mu\text{m}$) ist dabei in einem Abstand von $2 \mu\text{m}$ über einer der Detektionsspulen angebracht und hat eine Erbium-Konzentration von 300 ppm. Die Strukturweite der Detektionsspulen beträgt $10 \mu\text{m}$ und der Strom, der durch die Detektionsspulen fließt hat einen Wert von 9 mA.

Abbildung 6.9 zeigt, die gemessenen Werte (Punkte) der Gleichfeld-Magnetisierung in Einheiten des Flusses in Abhängigkeit von der inversen Temperatur. Neben diesen gemessenen Werten ist zudem noch die theoretisch berechnete Magnetisierung eingezeichnet. Die gezeigte Kurve wurde dabei unter Berücksichtigung der Wechselwirkungen zwischen den magnetischen Momenten berechnet. Das Sensormaterial hatte eine Erbium-Konzentration von 300 ppm. Im gezeigten Temperaturbereich wächst die Kurve zu kleiner werdenden Temperaturen nahezu linear mit $1/T$ an. Während die Datenpunkte bei hohen Temperaturen auf der theoretisch berechneten Kurve liegen weichen die Werte zu niedrigeren Temperaturen hin immer mehr von dieser ab. Daraus lässt sich die wahre Temperatur ermitteln, die im Bereich der Sensorschicht während des Experimentes geherrscht hat. Während die Temperatur der Experimentier-Plattform des Kryostaten 24 mK betrug, hatte die Sensorschicht eine Temperatur von etwa 32 mK. Zum einen führen die auf den Sensor und das Glas-Substrat auftreffenden Röntgenquanten zu einem Wärmeeintrag. Die Rate mit der die Röntgenquanten auf die Au:Er-Schicht trafen betrug im Experiment etwa 35 s^{-1} . Berücksichtigt man, dass beim Aufbau auf ein Kollimatorsystem verzichtet wurde, so lässt sich die Rate, der auf das gesamte Glassubstrat treffenden Röntgenquanten zu etwa 300 s^{-1} abschätzen. Dies entspricht einem Leistungseintrag von zirka 0,3 pW. Ein weiterer Wärmeeintrag resultiert von dem SQUID-Magnetometer. In den Shunt-Widerständen dieses SQUIDs wird Leistung dissipiert. Frühere Messungen zeigten, dass das SQUID typischerweise eine Temperatur von 60 mK hat. Da der SQUID-Chip über die Aluminiumdrähte, die die Einkoppelspule mit dem Detektions-Stromkreis verbinden, in thermischen

Kontakt steht, fließt ein Teil der dissipierten Leistung des SQUIDs über das Glassubstrat des paramagnetischen Sensors zum Wärmebad. Die thermische Leitfähigkeit der Aluminiumdrähte¹⁵ hat im Temperaturbereich zwischen 24 mK und 60 mK einen Durchschnittswert von etwa $3,6 \mu\text{W}/\text{cm K}$. Berechnet man den zusätzlichen Wärmeeintrag, der vom SQUID herrührt, so ergibt sich ein Wert von 4,6 pW. Insgesamt ergibt sich demnach ein äußerer Wärmeeintrag von etwa 5 pJ pro Sekunde. Dieser Beitrag ist etwa um den Faktor drei kleiner als der Beitrag von den Strahlungseinträgen, die von der 4K-Platte herrühren, auf die der Detektoraufbau nahezu ungeschützt 'blickt'. Dabei lässt sich der Wärmeeintrag grob auf einen Wert von 15 pW abschätzen. Berechnet man den Kapitza-Widerstand zwischen dem Glassubstrat und der Messingschicht, so erhält man bei einer Temperatur von 30 mK für diesen etwa den Wert $6 \cdot 10^5 \text{ cm}^2\text{K}/\text{W}$. Zusammen mit diesem lässt sich aus dem Leistungseintrag eine zu erwartende Temperaturerhöhung berechnen. Der so ermittelte Wert liegt mit 0,02 mK allerdings weit unter der im Experiment beobachteten Abweichung von etwa 7 mK. Es wäre denkbar, dass der Josephson-Wechselstrom des SQUIDs Wirbelströme in der Au:Er-Schicht induziert, die zu einer Erhöhung der Temperatur führen könnten, die im Bereich des beobachteten Wertes liegen. Zukünftige Messungen müssen zeigen, ob dies die Temperaturdifferenz erklären kann.

6.3.2 Experimentelle Ergebnisse

Um den im letzten Abschnitt beschriebenen Detektor zu charakterisieren, hat man ihn mit einem Feldstrom I_0 von etwa 10 mA präpariert und auf eine Temperatur von $T = 32 \text{ mK}$ abgekühlt. Eine Magnetisierungsmessung ergab dabei, dass im Inneren der Au:Er-Folie ein Magnetfeld von 2,4 mT herrscht. Ein in der Au:Er-Folie absorbiertes Röntgenquant führt unter diesen Bedingungen zu einer Änderung des magnetischen Flusses im SQUID-Magnetometer. Die typische zeitliche Entwicklung eines solchen Absorptionsereignisses für ein Röntgenquant mit einer Energie von 5,9 keV ist in Abbildung 6.10 dargestellt.

Die Entstehung des Gleichgewichtes zwischen Elektronensystem und Zeemansystem nach der Absorption eines Röntgenquantens führt zu einem schnellen Signalanstieg mit einer charakteristischen Zeitkonstante $\tau_0 = 4 \mu\text{s}$. Die Größe von τ_0 ist im wesentlichen durch die Bandbreite der verwendeten SQUID-Elektronik limitiert.

Das anschließende Abklingen des Signals entspricht der Wärmerelaxation zwischen der Au:Er-Sensorfolie und dem Wärmebad. Dieser Prozeß geschieht auf einer Zeitskala von ca. 20 ms. Er ist verhältnismäßig langsam, weil die Wärme im hier diskutierten Fall nur in Form von Phononen zum Messinghalter des Aufbaus abfließen kann, und der Wärmefluß durch die auftretenden Kapitza-Widerstände und die schlechte Wärmeleitfähigkeit des Klebers und des Glas-Substrates stark behindert wird. Das in Abbildung 6.10 dargestellte Signal klingt mit einer sehr viel kürzeren Zeitkonstante ($\tau_1 = 0,8 \text{ ms}$) ab. Diese wird nicht durch die thermische Relaxation, sondern durch einen Hochpass-Filter in der Signalleitung zwischen SQUID-Controller und Analog-Digital-Wandler bewirkt.

¹⁵Genaugenommen bestehen die Drähte aus einer 1%igen Aluminium-Silizium-Legierung. Die angegebenen Werte der thermischen Leitfähigkeit beziehen sich auf diese Legierung.

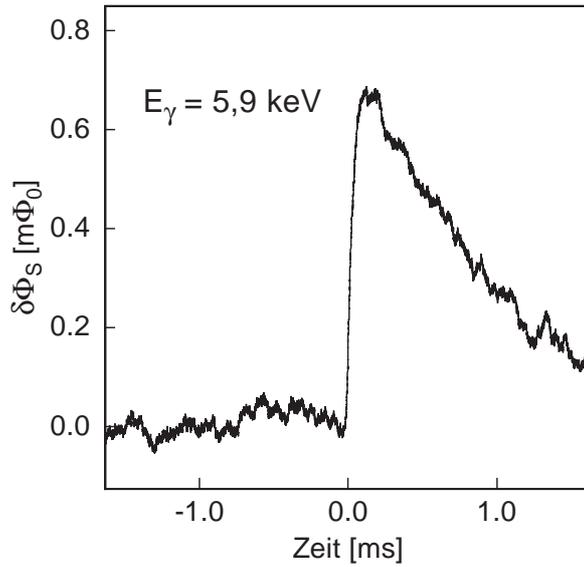


Abb. 6.10: Pulsform, die der Absorption eines Röntgenquanten mit der Energie von 5,9 keV entspricht. Der magnetische Fluss im SQUID ist gegenüber der Zeit dargestellt. Für die Darstellung wurde über 20 Signalformen gemittelt. Die Anstiegszeit τ_0 ist durch einen Tiefpassfilter in der Ausleseelektronik stark verlangsamt.

Die gemessene Pulshöhe hat einen Wert von etwa $0,7 m\Phi_0$, der sich mit Hilfe des oben erwähnten mittleren Magnetfeldes $B = 2,4 mT$ erklären läßt. Wie man aus Abbildung 5.10 entnehmen kann, erwartet man bei diesem mittleren Magnetfeld und für die hier diskutierte Geometrie eine Sensitivität von ca. $0,12 m\Phi_0/keV$. Für ein Röntgenquant mit einer Energie von 5,9 keV ergibt sich daraus eine zu erwartende Signalhöhe von $0,72 m\Phi_0$, was in guter Übereinstimmung mit Experiment ist.

Zur Charakterisierung des Detektors wurden etwa 7550 Einzelpulse innerhalb von ca. 25 Minuten mit Hilfe des im Abschnitt 6.1.2 vorgestellten Datenaufnahmesystems aufgezeichnet und mit Hilfe des Optimalen Filters analysiert. Die auf diese Weise ermittelten Energien sind in Abbildung 6.11 in Form eines Histogramms mit einer Energie-Kanal-Breite von 70,0 eV zusammengefasst.

Das Spektrum von ^{55}Mn besteht aus einer breiten K-Linie, wobei die leichte Asymmetrie auf die Existenz der K_α -Linie und der weniger stark ausgeprägten K_β -Linie zurückzuführen ist. Zusätzlich zum gemessenen Spektrum sind in Abbildung 6.11 drei theoretische (glatte) Kurven eingezeichnet, die jeweils die Faltung der natürlichen Linienform der K_α -Linie, der K_β und der Summe aus beiden mit einer Gaußverteilung wiedergeben. Die Breite der Gaußverteilung entspricht der Energieauflösung des Detektors und besitzt einen Wert von $\Delta E_{FWHM} = 920 eV$.

Dieser Wert wird durch die Analyse der Ruhesignale bestätigt, die ebenso im Laufe der Messung aufgenommen wurden. Diese Analyse ergibt für die instrumentelle Energieauflösung, die durch das stationäre Rauschen des Detektors verursacht wird, einen Wert von $\Delta E_{FWHM} = 840 eV$. Dieser erklärt sich im Wesentlichen durch das Rauschen des SQUID-Magnetometers von $S_\Phi \simeq 1 \mu\Phi_0/\sqrt{Hz}$. Setzt man in Gleichung 2.28 die Werte $S = 0,12 m\Phi_0/keV$ und $\beta = 0,85$, so ergibt sich daraus für die instrumentelle Energieauflösung $\Delta E_{FWHM} \simeq 830 eV$ in Übereinstimmung mit der Analyse der Ruhesignale.

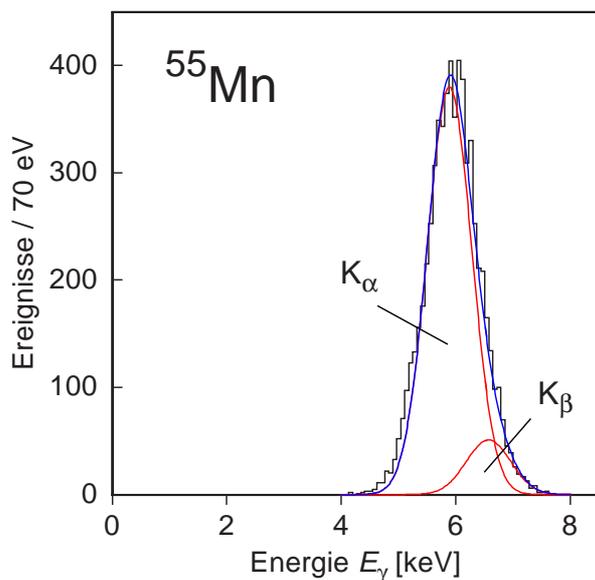


Abb. 6.11: Gemessenes Spektrum der charakteristischen Röntgenstrahlung von ^{55}Mn für Energien zwischen 0 keV und 8 keV.

6.3.3 Ausblick

In der oben präsentierten Messung wurde die Möglichkeit der Detektion von Röntgenstrahlung mit einem großflächigen magnetischen Kalorimeter demonstriert. Die beobachtete Energieauflösung ΔE_{FWHM} war jedoch deutlich schlechter als der dem im Kapitel 5 abgeschätzte Wert von etwa 60 eV. Es werden im Folgenden eine Reihe einfacher Maßnahmen diskutiert, wodurch sich die instrumentelle Energieauflösung in künftigen Experimenten verbessern läßt.

Zum einen sollte der Dauerstrom I_0 in den supraleitenden, mäanderförmigen Detektionsspulen erhöht werden. Dieser hängt linear vom Magnetfeld ab, das von der äußeren NbTi-Spule im Moment des Heizens erzeugt wird. Die NbTi-Spule, die im Experiment verwendet wurde, war mit 300 Windungen vergleichsweise klein. Ohne größere Auswirkung auf die Geometrie des Detektors läßt sich an ihrer Stelle eine Spule mit ca. 1500 Windungen benutzen. Solch eine Spule kann ohne großes Problem fabriziert werden und würde eine fünffache Strom- bzw. Sensivitätserhöhung bedeuten.

Zum anderen sollte der Verlust an Signalhöhe vermieden werden, der durch das schwer kontrollierbare Aufkleben der Sensorfolie auf das Substrat der Detektionsspulen zustande kommt (vergleiche Abbildung 5.8). Dazu könnte die im Experiment verwendete $4,5\ \mu\text{m}$ dicke, gewalzte Au:Er-Folie durch eine aufgesputterte¹⁶ Schicht aus Au:Er ersetzt werden. In diesem Fall legt sich die Schicht unmittelbar auf die Struktur der Detektionsspule, während sie in den Zwischenräumen in direktem Kontakt mit dem Substrat steht. Ferner wäre eine Verringerung der Dicke der Schicht h auf etwa $0,5\ \mu\text{m}$ möglich. Durch diese Maßnahmen ist im Optimalfall eine Steigerung des Signals um einen Faktor 2 möglich.

¹⁶Der Begriff 'Sputtern' ist an den englischen Begriff 'sputtering' angelehnt und bezeichnet das Kathodenzerstäuben bzw. im weiteren Sinne auch die Deposition des zerstäubten Materials auf einem Substrat.

Außerdem sollten die Eigenschaften des SQUID-Magnetometers deutlich verbessert werden. Dabei besitzen beide Stufen des in dieser Arbeit verwendeten Magnetometers, das aus Detektor- und Verstärker-SQUID besteht, ein Potential zur Erhöhung der Energieauflösung durch Absenken des Flussrauschens des verwendeten SQUID-Magnetometers.

Das Verstärker-SQUID könnte zum Beispiel durch ein serielles Vielfach-SQUID ersetzt werden. Dies erlaubt das Gesamttrauschen der SQUID-Magnetometer auf das Rauschen des Detektor-SQUIDs zu reduzieren. Das Detektor-SQUID sollte so gewählt werden, dass seine Induktivität an die Induktivität der Detektionsspulen angepasst wird, um eine optimale Signalübertragung vom Stromkreis der Detektionsspulen in die SQUID-Schleife zu ermöglichen.

Die oben angeführten Maßnahmen zur Erhöhung der Energieauflösung sind nicht unabhängig voneinander, so dass die angegebenen Faktoren nicht automatisch miteinander multipliziert werden dürfen. Es besteht jedoch die berechtigte Hoffnung, durch diese Maßnahmen in naher Zukunft das Auflösungsvermögen der großflächigen magnetischen Kalorimeter um einen Faktor 10 zu verbessern.

7. Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wurden der Aufbau und die Eigenschaften magnetischer Kalorimeter diskutiert. Die Funktionsweise dieser Detektoren beruht auf einer empfindlichen Messung der Magnetisierung eines paramagnetischen Sensors, der sich in einem schwachen Magnetfeld befindet. Die Änderung der Magnetisierung bei Absorption eines Röntgenquants ist proportional zur absorbierten Energie und kann sehr genau mit einem SQUID-Magnetometer gemessen werden.

Im Rahmen eines einfachen Modells wurden wichtige Eigenschaften des Detektors — spektrale Dichte der Energiefluktuationen und die Punktantwortfunktion — untersucht. Mit deren Hilfe konnte gezeigt werden, dass die Energieauflösung eines magnetischen Kalorimeters durch thermodynamische Energiefluktuationen zwischen den Subsystemen des Detektors und dem Wärmereservoir auf fundamentale Weise limitiert ist. Für einen typischen Detektor zum Nachweis weicher Röntgenstrahlung beträgt die maximal erreichbare Energieauflösung weniger als 2 eV bei einer Temperatur von 50 mK. Bei dieser Abschätzung der Energieauflösung ging man von einem idealen, d. h. rauscharmen, Magnetometer aus. Um diese Einschränkung zu überwinden, müssen die Eigenschaften des paramagnetischen Sensors und des SQUID-Magnetometers näher betrachtet werden.

Als Sensormaterial wird das Material Au:Er in den verwendeten Detektoren eingesetzt. In diesen Materialien sorgt die Wechselwirkung zwischen den lokalisierten magnetischen Momenten und den Elektronen des Leitungsbandes für Relaxationszeiten, die selbst bei Temperaturen von einigen Millikelvin noch im Bereich weniger Mikrosekunden liegen.

Die Wechselwirkung zwischen den Leitungselektronen und den lokalisierten magnetischen Momenten hat jedoch auch eine indirekte Austauschwechselwirkung zwischen den magnetischen Momenten, die sogenannte RKKY-Wechselwirkung, zur Folge. Diese ist etwa fünfmal stärker als die magnetische Dipol-Dipol-Wechselwirkung und bewirkt im Temperaturbereich zwischen 10 mK und 100 mK, der für den Betrieb der Detektoren besonders interessant ist, eine Reduktion der Magnetisierung und einen zusätzlichen Beitrag zur Wärmekapazität. Beide Effekte führen zu einer Reduktion der Signalamplitude des Detektors und lassen sich im Rahmen einer numerischen Simulation sowohl qualitativ als auch quantitativ gut beschreiben.

Die durch Absorption eines Röntgenquantes verursachte Magnetisierungsänderung des paramagnetischen Sensors wird mit Hilfe eines doppelstufigen SQUID-Magnetometers mit direkt gekoppelter Ausleseelektronik nachgewiesen. In dieser Anordnung wird das Signal mit einem SQUID, das sich typischerweise bei einer Temperatur von 50 mK befindet, detektiert und von einem zweiten SQUID, welches sich bei einer Temperatur von etwa 2 K befindet, verstärkt. Dies ermöglicht einen rauscharmen Betrieb des Magnetometers bei gleichzeitig hoher Signal-Folge-Geschwindigkeit.

Basierend auf unserer Diskussion der physikalischen Eigenschaften des Sensormaterials und des doppelstufigen SQUID-Magnetometers wurde das oben betrachtete thermodyna-

mische Modell auf den Fall eines realistischen Magnetometers erweitert. Dies geschieht, indem das Rauschen des SQUID-Magnetometers und das magnetische Johnson-Rauschen der Leitungselektronen des Sensors im Gesamtrauschen des Detektors berücksichtigt werden. Dieses Modell wurde anschließend verwendet, um die erwartete Energieauflösung für zwei Detektorgeometrien zu diskutieren.

Bei der ersten Geometrie handelt es sich um einen Aufbau, bei dem ein zylinderförmiger Sensor in der Mitte einer kreisförmigen Leiterschleife des SQUID-Magnetometers positioniert wird. Der Sensor wird typischerweise mit einem Absorber versehen, um eine hohe Quanteneffizienz zu gewährleisten. Das zum Betrieb des Detektors notwendige Magnetfeld wird durch eine äußere Feldspule erzeugt, in der ein Dauerstrom fließt. Die maximale Energieauflösung entspricht für diesen Detektor einer maximalen Sensitivität, die von den physikalischen Eigenschaften des Sensors und Absorbers, ihrer geometrischen Abmessungen und deren gegenseitiger Anordnung abhängt. Am Beispiel eines Detektors zum Nachweis weicher Röntgenstrahlung wurde die Maximierung der Sensitivität durchgeführt. Der bei 50 mK betriebene Detektor besteht aus einem $250\ \mu\text{m} \times 250\ \mu\text{m}$ großen Absorber aus $5\ \mu\text{m}$ dickem Gold und einem Sensor aus Au:Er ($\tilde{g} = 6, 8$ und $\alpha = 5$). Der optimale Sensor besitzt in diesem Fall einen Durchmesser von $52\ \mu\text{m}$, eine Höhe von $6,5\ \mu\text{m}$, eine Erbiumkonzentration von etwa 900 ppm und befindet sich in einem Magnetfeld von 10 mT. Unter diesen Bedingungen beträgt die Sensitivität $0,12\ \Phi_0/\text{keV}$. Dieser Wert entspricht unter Annahme eines typischen doppelstufigen SQUID-Magnetometers der Energieauflösung von etwa 2 eV.

Die zweite Geometrie besteht aus zwei planaren, gradiometrisch angeordneten Detektionsspulen, auf denen eine Schicht aus Sensormaterial angebracht ist. Die Magnetisierung des Sensors wird durch einen Dauerstrom erzeugt, der im Stromkreis der beiden supraleitenden Detektionsspulen fließt. Um eine maximale Kopplung des magnetischen Flusses zwischen der Sensorschicht und den Detektionsspulen zu ermöglichen, besitzen die Detektionsspulen die Form eines Mäanders. Man kann zeigen, dass mit dieser Form der magnetische Fluss mit steigender Fläche der Detektionsspulen zunimmt. Die durch Absorption eines Röntgenquantens hervorgerufene Flussänderung in den Detektionsspulen wird über eine weitere Spule in das Detektor-SQUID des doppelstufigen SQUID-Magnetometers eingekoppelt. Diese Geometrie eignet sich für den Bau eines großflächigen magnetischen Kalorimeters, das für die Detektion von Teilchen mit großem Wirkungsquerschnitt in Materie wie z.B. Molekülfragmente und Atome interessant ist.

Die Berechnung der Energieauflösung in dieser Geometrie wird am Beispiel eines Detektors durchgeführt, dessen etwa $2,6\ \text{mm} \times 2,6\ \text{mm}$ großen Detektionsspulen aus $10\ \mu\text{m}$ breiten Streifen bestehen. Die Induktivität einer Detektionsspulen beträgt somit 700 nH. Es wird angenommen, dass die Sensorschicht aus Au:Er 300 ppm $5\ \mu\text{m}$ dick, $2,6\ \text{mm}$ lang und $2,6\ \text{mm}$ breit ist und sich im Abstand von 200 nm von der Oberfläche der Detektionsspulen befindet. Der Detektor wird bei einer Temperatur 30 mK betrieben. Eine numerische Analyse zeigt, dass die maximale Sensitivität unter realistischen Bedingungen bei einem Dauerstrom von 100 mA erreicht wird und $0,8\ \text{m}\Phi_0/\text{keV}$ beträgt. Mit dieser Sensitivität ergibt sich eine theoretische Energieauflösung von 84 eV.

Anschließend an die Diskussion der Energieauflösung in den beiden Geometrien wurden zwei Detektor-Prototypen vorgestellt, die auf den beschriebenen Detektionsprinzipien basieren.

Der erste dieser Detektoren wurde für die hochauflösende Röntgenspektroskopie entwickelt. Er besitzt zwei Röntgenabsorber aus Gold mit einer aktiven Fläche von jeweils $150\ \mu\text{m} \times 150\ \mu\text{m}$. Die Absorber sind $5\ \mu\text{m}$ dick und gewährleisten somit eine Quanteneffizienz von mehr als 98 % für Röntgenenergien bis 6 keV. Die zylinderförmigen Sensoren aus Au:Er (300 ppm) haben eine Höhe von $20\ \mu\text{m}$ und einen Durchmesser von $50\ \mu\text{m}$ und befinden sich in den kreisförmigen Leiterschleifen eines planaren, gradiometrischen SQUIDs, das als Detektor-SQUID des doppelstufigen SQUID-Magnetometers dient. Der Detektor wurde bei einer Temperatur von 30 mK betrieben, und das äußere Magnetfeld am Ort der Sensoren betrug 30 mT.

Durch eine Analyse der Linienform der K_α -Linie von ^{55}Mn ($E_{K_\alpha} = 5,9\ \text{keV}$) konnte gezeigt werden, dass der Detektor eine instrumentelle Energieauflösung von $\Delta E_{\text{FWHM}} = 3,4 \pm 0,1\ \text{eV}$ besitzt. Dieser Wert wird im Wesentlichen durch zwei etwa gleiche Beiträge bestimmt, nämlich den Beitrag des weißen Rauschens und das niederfrequente $1/f$ -Rauschen. Während sich der erste Beitrag in derzeitigen Detektoren durch das Rauschen des SQUID-Magnetometers erklären lässt, ist die Ursache des niederfrequenten Rauschens noch unklar und bedarf weiterer Untersuchungen. Durch den Einsatz eines seriellen Vielfach-SQUIDs zur Verstärkung des Signals des Detektor-SQUIDs lässt sich das Rauschen des SQUID-Magnetometers deutlich reduzieren, so dass mit hoher Wahrscheinlichkeit eine Energieauflösung von unter 3 eV mit diesen Detektoren erreicht werden kann. Mit der demonstrierten Energieauflösung von $\Delta E_{\text{FWHM}} = 3,4\ \text{eV}$ und der hohen Quanteneffizienz stellen magnetische Kalorimeter bereits heute eine attraktive Alternative zu konventionellen Detektoren dar. Zu den möglichen interessanten Anwendungen dieser Detektoren zählen hier unter anderem die zerstörungsfreie Oberflächenspektroskopie und die Messung der absoluten Aktivität von radioaktiven Quellen in der Metrologie. Durch eine weitere Steigerung der Energieauflösung und der Zählrate werden diese Detektoren auch für die Anwendung in der Röntgenastronomie interessant.

Der zweite Detektor-Prototyp ist die experimentelle Realisierung eines großflächigen magnetischen Kalorimeters. Der wesentliche Unterschied zum oben diskutierten Prototyp bestand dabei darin, dass sich die etwa $4,5\ \mu\text{m}$ dicke Sensorfolie aus Au:Er (300 ppm) auf einem Abstand von etwa $2\ \mu\text{m}$ von den Detektionsspulen befand. Der Detektor wurde bei einer Temperatur von 30 mK betrieben. Der in den Stromkreis der Detektionsspulen eingefrorene Dauerstrom betrug etwa 10 mA. Unter diesen Bedingungen wurde die instrumentelle Energieauflösung von $\Delta E_{\text{FWHM}} = 920\ \text{eV}$ gemessen.

Dieser Wert der Energieauflösung erklärt sich größtenteils durch das sehr kleine Signal und das Rauschen des doppelstufigen SQUID-Magnetometers. Wie auch bei dem zylinderförmigen Detektor-Prototyp könnte der Einsatz eines seriellen Vielfach-SQUIDs im SQUID-Magnetometer eine deutliche Verbesserung der Energieauflösung bewirken. Eine detaillierte Analyse zeigt, dass weiteres Verbesserungspotential vorhanden ist. Durch Maßnahmen wie die Erhöhung des Dauerstromes, die Reduzierung des Abstandes zwi-

schen Sensorfolie und den Detektionsspulen und durch die Anpassung der Induktivitäten der Detektionsspulen und der SQUID-Leiterschleife lassen sich mit hoher Wahrscheinlichkeit Energieauflösungen von besser als 500 eV mit diesem Detektor erreichen. Hiermit wäre ein solcher Detektor sehr attraktiv für spezielle Anwendungen, wie den Nachweis von neutralen Molekülfragmenten mit kinetischen Energien bis zu 100 keV.

Die theoretischen und experimentellen Ergebnisse der vorliegenden Arbeit zeigen, dass magnetische Kalorimeter das Potential besitzen, um in den kommenden Jahren wichtige Beiträge zur Beantwortung von Fragen in der modernen Physik liefern zu können.

Literaturverzeichnis

- [Abr70] A. Abragam und B. Bleaney, *Electron Paramagnetic Resonance of Transition Metals*, Clarendon Press, Oxford, 1970.
- [All87] P. B. Allen, Theory of thermal relaxation in metals, *Phys. Rev. Lett.*, **59**(13), 1460–1463, 1987.
- [Ara66] S. Arajs und G.R. Dunmyre, A search for low-temperature anomalies in the electrical resistivity of dilute gold-erbium film, *J. Less Com. Met.*, **10**, 220, 1966.
- [Ban93] S. R. Bandler et al., Metallic Magnetic Bolometers for Particle Detection, *J. Low Temp. Phys.*, **93**(3/4), 709–714, 1993.
- [Ban97] S.R. Bandler, C. Enss, J. Schönefeld, G.M. Seidel, L. Siebert, und R. Weis, Development of a magnetic microcalorimeter, *Proc. of the 7th Intern. Workshop on Low Temp. Detectors (LTD-7), München (27.7.-2.8.1997)*, 145–148, 1997.
- [Büh88] M. Bühler und E. Umlauf, A Magnetic Bolometer for Single-Particle Detection, *Europhys. Lett.*, **5**(4), 297–301, 1988.
- [Cla96] J. Clarke, SQUID Fundamentals, in H. Weinstock (Ed.), *SQUID Sensors: Fundamentals, Fabrication and Applications*, 1–62, Kluwer Academic Publishers, Niederlande, 1996.
- [Cla04] J. Clarke und A.I. Braginski, *The Squid Handbook: Fundamentals and Technology*, John Wiley & Sons, 2004.
- [Dru04] D. Drung und M. Mück, in J. Clarke und A.I. Braginski (Ed.), *The Squid Handbook: Fundamentals and Technology*, John Wiley & Sons, 2004.
- [Ech92] P.M. Echterbach, M.R. Thoman, C.M. Gould, und H.M. Bolzer, Electron-phonon scattering rates in disordered metallic films below 1 K, *Phys. Rev. B*, **46**(16), 10339–10344, 1992.
- [Ens00a] C. Enss, A. Fleischmann, K. Horst, J. Schönefeld, J. Sollner, J.S. Adams, Y.H. Huang, Y.H. Kim, und G.M. Seidel, Metallic Magnetic Calorimeters for Particle Detection, *J. Low Temp. Phys.*, **121**(3/4), 137–176, 2000.
- [Ens00b] Christian Enss und Siegfried Hunklinger, *Tieftemperaturphysik*, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 2000.

- [Fis76] B. Fischer und M.W. Klein, High- and low-field magnetization of dilute magnetic impurities in the ising- and heisenberg-model molecular-field approximation, *Phys. Rev.*, **14**(11), 5018–5021, 1976.
- [Fle98] A. Fleischmann, *Hochauflösendes magnetisches Kalorimeter zur Detektion von einzelnen Röntgenquanten*, Diplomarbeit, Institut für Angewandte Physik, Universität Heidelberg, 1998.
- [Fle00] A. Fleischmann, J. Schönefeld, J. Sollner, C. Enss, J. Adams, S.R. Bandler, und G.M. Seidel, Low temperature properties of erbium in gold, *J. Low Temp. Phys.*, **108**, 7, 2000.
- [Fle03] A. Fleischmann, *Magnetische Mikrokalorimeter: Hochauflösende Röntgenspektroskopie mit energiedispersiven Detektoren*, Dissertation, Kirchhoff-Institut für Physik, Universität Heidelberg, 2003.
- [Fra76] S. Fraga, *Handbook of Atomic Data*, Elsevier Scientific Publishing Company, Amsterdam, ISBN: 0-444-41461-4, 1976.
- [Ger01] M.E. Gershenzon, D. Gong, T. Sato, B.S. Karasik, und A.V. Sergeev, Millisecond electron-phonon relaxation in ultrathin disordered metal films at millikelvin temperatures, *Appl. Phys. Lett.*, **79**(13), 2049–2051, 2001.
- [Goe39] A. Goetz, The Possible Use of Superconductivity for Radiometric Purposes, *Phys. Rev.*, **55**, 1270, 1939.
- [Gör01] T. Görlach, *Untersuchung paramagnetischer Legierungen für magnetische Tieftemperatur-Kalorimeter*, Diplomarbeit, Kirchhoff-Institut für Physik, Universität Heidelberg, 2001.
- [Hah92] W. Hahn, M.Loewenhaupt, und B. Frick, Crystal field excitations in dilute rare earth noble metal alloys, *Physica B*, **180 & 181**, 176–178, 1992.
- [Hel75] C. Held und M.W. Klein, Internal field distribution in spin-glasses, *Phys. Rev. Lett.*, **35**(26), 1783, 1975.
- [Höl97] G. Hölzer et al., $K_{\alpha 1,2}$ and $K_{\beta 1,2}$ x-ray emission lines of the 3d transition metals, *Phys. Rev. A*, **56**(6), 4554–4568, 1997.
- [Hou75] P.W. Hou und B.R. Coles, Magnetic interactions in dilute agmn alloys, *Phys. Rev. Lett.*, **35**(24), 1655–1658, 1975.
- [Joh63] R. S. Johnson und W. A. Little, Experiments on the kapitza resistance, *Phys. Rev.*, **130**(2), 596–604, 1963.
- [Jos62a] B.D. Josephson, *Phys. Lett.*, **1**, 251, 1962.
- [Jos62b] B.D. Josephson, *Adv. Phys.*, **14**, 419, 1962.

-
- [Kit93] C. Kittel, *Einführung in die Festkörperphysik*, R. Oldenbourg Verlag, München, 1993.
- [Kle68] M.W. Klein, Temperature-dependent internal field distribution and magnetic susceptibility of a dilute ising spin systems, *Phys. Rev.*, **173**(2), 173, 1968.
- [Kle72] M.W. Klein und L. Shen, High-temperature magnetic susceptibility of dilute alloys in the mean-random-molekular-field approximation, *Phys. Rev. B*, **5**(3), 1174–1177, 1972.
- [Kur80] M. Kurakado und H. Mazaki, Quasiparticle excitation in a superconducting tunnel junction by alpha particles, *Phys. Rev. B*, **22**(1), 168–173, 1980.
- [Lar70] A. I. Larkin und D.E. Khmel'nitskii, *Zh. Eksp. Teor. Fiz.*, **58**, 958, 1970.
- [Lon50] F. London, *Superfluids*, Wiley, New York, 1950.
- [LTD02] *Ninth International Workshop on Low Temperature Detectors, Juli 2001, Madison WI, USA*, 2002.
- [LTD04] *Tenth International Workshop on Low Temperature Detectors, Juli 2003, Genua, Italien*, 2004.
- [McC84] D. McCammon, S.H. Moseley, J.C. Mather, und R.F. Mushotzky, Experimental tests of a single-photon calorimeter for x-ray spectroscopy, *J. Appl. Phys.*, **56**(5), 1263, 1984.
- [Myd93] J. A. Mydosh, *Spin glasses: an experimental introduction*, Taylor and Francis, London (1993), 1993.
- [Pin88] D. Pines und P. Nozieres, *The Theory of Quantum Liquids: Normal Fermi Liquids, Advanced book classics series*, Addison-Wesley, 1988.
- [Rei86] W. Reim, R.H. Koch, A.P. Malozemoff, und M.B. Ketchen, Magnetic-Equilibrium Noise in Spin-Glasses: Eu_{0.4}Sr_{0.6}S, *Phys. Rev. Lett.*, **57**(7), 905–908, 1986.
- [Rei89] M. Yu. Reizer, Electron-phonon relaxation in pure metals and superconductors at very low temperatures, *Phys. Rev. B*, **40**(8), 5411–5416, 1989.
- [Roe96] W.C. Roentgen, *Science*, **3**, 227, 1896.
- [Rot03] H. Rotzinger, *Hochauflösende Analyse niederenergetischer Röntgenquellen mit magnetischen Kalorimetern*, Diplomarbeit, Kirchhoff-Institut für Physik, Universität Heidelberg, 2003.
- [Rou85] M. L. Roukes, M.R. Freeman, R.S. Germain, R.C. Richardson, und M.B. Ketchen, Hot electrons and energy transport in metals at millikelvin temperatures, *Phys. Rev. Lett.*, **55**(4), 422–425, 1985.

- [Sad96] B. Sadoulet, *Proc. of the 21st Intern. Conf. on Low Temp. Phys., Prag*, 3361, 1996.
- [Sch00] J. Schönefeld, *Entwicklung eines mikrostrukturierten magnetischen Tieftemperatur-Kalorimeters zum hochauflösenden Nachweis von einzelnen Röntgenquanten*, Dissertation, Kirchhoff-Institut für Physik, Universität Heidelberg, 2000.
- [She73] G. K. Shenoy, J. Stöhr, und G. M. Kalvius, Mössbauer studies of dilute Au:Er alloys: Observation of hyperfine structure of ground and excited levels, *Solid State Comm.*, **13**, 909–913, 1973.
- [Sim35] F. Simon, *Nature*, **135**, 763, 1935.
- [Sjö75] M. E. Sjöstrand und G. Seidel, Hyperfine resonance properties of Er³⁺ in Au, *Phys. Rev. B*, **11**(9), 3292–3297, 1975.
- [Smi73] F.W. Smith, Specific heat of a dilute magnetic alloy with magnetic interactions: ZnMn, *Phys. Rev. B*, **9**(3), 942–949, 1973.
- [Smi74] F.W. Smith, Magnetization of dilute magnetic alloy with magnetic interactions: ZnMn, *Phys. Rev. B*, **10**(7), 2980–2986, 1974.
- [Sve89] P. Svendish, K. Gunnarson, P. Nordblad, L. Lundgren and H. Argua, und A. Ito, Equilibrium magnetic fluctuations of a short-range Ising spin-glasses, *Phys. Rev. B*, **40**(10), 7162–7166, 1989.
- [Szy93] A.E. Szymkowiak, R.L. Kelly, S.H. Moseley, und C.K. Stahle, Signal Processing for Microcalorimeters, *Journal of Low. Temp. Physics*, **93**(3/4), 281–285, 1993.
- [Tao71] L.J. Tao et al., Hyperfine Splitting of Er and Yb Resonance in Au: A Separation between the Atomic and Covalent Contributions to the Exchange Integral, *Phys. Rev. B*, **4**(1), 5–9, 1971.
- [Tas94] G. Tas und H.J. Maris, Electron diffusion in metals studied by picoseconds ultrasonics, *Phys. Rev. B*, **49**(21), 15046–15054, 1994.
- [Tes77] C.D. Tesche und J. Clarke, DC SQUID: noise and optimization, *J. Low Temp. Phys.*, **29**(3-4), 301, 1977.
- [Twe96] D. Twerenbold, Cryogenic Particle Detection, *Rep. Prog. Phys.*, **59**, 1996.
- [Uzu03] S. Uzunbajakau, A.P. Rijpma, J. Dolfsma, H.J.G. Krooshoop, M.J. Peters, und H. Rogalla, Magnetic flux fluctuation due to eddy currents and thermal noise in metallic disks, *IEEE Transactions on Magnetics*, **39**(4), 2018–2023, 2003.
- [Vav03a] M.G. Vavliov und L.I. Glazman, Conductance of mesoscopic systems with magnetic impurities, *Phys. Rev. B*, **67**, 115310,1–17, 2003.

-
- [Vav03b] M.G. Vavliov, L.I. Glazman, und A.I. Larkin, Electron transport and energy relaxation in dilute magnetic alloys, *Phys. Rev. B*, **68**, 075119,1–15, 2003.
- [Wal77] L.R. Walker und R.E. Walstedt, *Phys. Rev. Lett.*, **38**, 514, 1977.
- [Wal80] L.R. Walker und R.E. Walstedt, Computer model of metallic spin-glasses, *Phys. Rev. B.*, **22**, 3816, 1980.
- [Wei96] H. Weinstock, *SQUID Sensors: Fundamentals, Fabrication and Applications*, Kluwer Academic Publishers, Niederlande, 1996.
- [Wil69] G. Williams und L.L. Hirst, Crystal-Field Effects in Solid Solutions of Rare Earths in Noble Metals, *Phys. Rev.*, **185**(2), 407–414, 1969.
- [Zak04] V. Zakosarenko, R. Stolz, L. Fritsch, H.G. Meyer, A. Fleischmann, und C. Enss, SQUID gradiometer for ultra-low temperature magnetic micro-calorimeter, *Superconductor Science and Technology*, **16**(12), 1404–7, 2004.

Danksagung

Mit dieser Arbeit schlieÙe ich ein großes Kapitel meines Lebens zu, das vor fünf Jahren hier in Deutschland begonnen hat. Ich blicke mit Erstaunen auf diese Zeit zurück und stelle fest, dass das Erreichte ohne freundliche Mitwirken vieler Menschen nicht möglich wäre. Mein besonderer Dank gilt daher

- Herrn Prof. Dr. Christian Enss, der meine Entwicklung seit der ersten Vorlesung, die ich in Heidelberg besucht habe, unterstützt hat. Ich möchte mich bei ihm für die interessante Themenstellung und seine kompetente Betreuung während der gesamten Arbeit bedanken.
- Herrn Prof. Dr. Siegfried Hunklinger für die Möglichkeit, in seiner Arbeitsgruppe die vorliegende Promotionsarbeit durchführen zu können, sowie für die Lösung vieler Fragen, die mit meinem Aufenthalt in Deutschland zu tun haben.
- Herrn Dr. Andreas Fleischmann für die Einführung in die Welt der Tieftemperatur-Teilchendetektion und mehrjährige Zusammenarbeit. Bei ihm bedanke ich mich auch für die große Mühe, die er sich mit der Korrektur dieser Arbeit gab.
- Meinen Brothers-in-arms an der Detektorfront Hannes Rotzinger für seine Geduld bei der Lösung unzähliger Soft- und Hardwarefragen, sowie einige philosophische Gespräche zum Untergang des Abendlandes, Markus Linck für seine grenzenlose Hilfsbereitschaft im Labor, sowie für den besten Glühwein, der ich in Heidelberg getrunken habe, und Andreas Burck für seinen entscheidenden Beitrag zur Entwicklung großflächiger Detektoren und für seine Fähigkeit, den Glass halbvoll zu sehen. Viel Erfolg für eure Promotionen! Mein ehemaliger Mitdiplomand, Tobias Görlach, soll an dieser Stelle ebenso dankend erwähnt werde.
- allen weiteren Mitgliedern der Arbeitsgruppe, die in entscheidender Weise für ein angenehmes Arbeitsklima sorgten. Das gilt insbesondere für Marc Layer, Marek Bartkowiak, Xuwei Cao, Astrid Netsch, Sabine Wolf, Kathrin Fischer, Andreas Reiser, Andreas Rost, Tim Scarbrough, Gernot Kasper, Manfred von Schickfuß und Robert Weiß, sowie für die ehemaligen Kollegen Michael Neumann, Hsin-Yi Hao, Cheng-Ping Luo, Philip von Bülow, Maximilian Brandt, Peter Nagel, Markus Heitz. Es war eine tolle Zeit, an die ich mich gerne erinnern werde!

- allen KIP-Mitarbeitern, die durch ihre Arbeit für ein Funktionieren der Experimente gesorgt haben. Insbesondere möchte ich hier die technischen Facharbeiter der Bereiche der Helium- und der Stickstoffverflüssigung, der Elektronik- und der Feinwerkstatt hervorheben.
- meinen Freunden, die mich in den entscheidenden Phasen der Promotion immer wieder von der Arbeit abgelenkt haben. Darunter sind insbesondere Maxim Semenov und Vlad Revtschuk zu nennen.

Nicht zuletzt bedanke ich mich bei meiner Frau, Irina, bei der ich im Verlauf meiner Promotion immer wieder Motivation schöpfen konnte, sowie bei meiner großen Familie, die mich während meiner Studienjahre auf unterschiedliche Weise unterstützt hat.

Die Straße gleitet fort und fort,
Weg von der Tür, wo sie begann,
Weit überland, von Ort zu Ort,
Ich folge ihr, so gut ich kann.
Ihr lauf ich raschen Fußes nach,
Bis sie sich groß und breit verflucht
Mit Weg und Wagnis tausendfach.
Und wohin dann? Ich weiß es nicht.
J.R.R. Tolkien, Herr der Ringe