HD – IHEP 97 – 12

Messung der Michel – Parameter und der ν_τ –Helizität im Zerfall des τ – Leptons mit dem Detektor ALEPH

Gutachter: Prof. Dr. Klaus Tittel
Prof. Dr. Otto Nachtmann

INAUGURAL – DISSERTATION
zur
Erlangung der Doktorwürde
der
Naturwissenschaftlich – Mathematischen
Gesamtfakultät
der
Ruprecht – Karls – Universität
Heidelberg

vorgelegt von
Dipl. – Phys. Joachim Sommer
aus Heilbronn

Tag der mündlichen Prüfung: 9.2.1998

Übersicht

Die vorliegende Arbeit beschreibt die Messung der Michel – Parameter und der mittleren ν_τ – Helizität im Zerfall des τ – Leptons mit dem Detektor ALEPH am Speicherring LEP. Die Analyse verwendet die in den Jahren 1991 bis 1995 an der Z^0 – Resonanz aufgenommenen $\tau\tau$ – Ereignisse, deren Zahl einer Gesamtluminosität von 148 pb^{-1} entspricht. Aus den leptonischen Zerfällen des τ – Leptons in $e\bar{\nu}_e\nu_\tau$ und $\mu\bar{\nu}_\mu\nu_\tau$ werden die Michel – Parameter ρ_e, ξ_e, $(\xi\delta)_e$, η_μ, ρ_μ, ξ_μ und $(\xi\delta)_\mu$ bestimmt, während die Endzustände $\pi\nu_\tau$, $\pi\pi^0\nu_\tau$, $\pi 2\pi^0\nu_\tau$ und $\pi 2\pi^\pm\nu_\tau$ zur Messung der Parameter ξ_π, ξ_ρ und ξ_{a_1} dienen. Unter Ausnutzung der Spin – Spin – Korrelation zwischen den paarweise erzeugten τ^+ und τ^- werden in einer globalen Maximum – Likelihood – Anpassung der verschiedenen Zerfallskombinationen der beiden τ – Leptonen eines Ereignisses alle Parameter gleichzeitig bestimmt. Die Anpassung beruht dabei auf Referenzverteilungen, die unabhängig von den zu messenden Parametern sind, und die durch Umgewichtung von simulierten Ereignissen mit Standardmodellkopplungen erzeugt werden. Zusätzlich wird auch eine Messung unter den Annahmen der e – μ – Universalität und $\xi_\pi = \xi_\rho = \xi_{a_1}$ durchgeführt. Im Rahmen der Fehler kann keine Abweichung von der im Standard – Modell erwarteten V – A – Struktur der schwachen Wechselwirkung festgestellt werden.

Abstract

This thesis describes the measurement of the Michel parameters and the mean ν_τ – helicity in the decay of the τ – lepton with the detector ALEPH at LEP. The analysed data collected during the years from 1991 to 1995 corresponds to a total luminosity of 148 pb^{-1}. Using the leptonic decays of the τ – leptons into $e\bar{\nu}_e\nu_\tau$ and $\mu\bar{\nu}_\mu\nu_\tau$ the Michel parameters ρ_e, ξ_e, $(\xi\delta)_e$, η_μ, ρ_μ, ξ_μ und $(\xi\delta)_\mu$ are measured. For the determination of the parameters ξ_π, ξ_ρ und ξ_{a_1} the final states $\pi\nu_\tau$, $\pi\pi^0\nu_\tau$, $\pi 2\pi^0\nu_\tau$ und $\pi 2\pi^\pm\nu_\tau$ are used. Taking advantage of the spin – spin – correlation between the τ^+ und the τ^- the parameters are determined simultaneously using a global maximum likelihood fit to the various decay combinations of the two τ – leptons in an event. The fit relies on reference distributions which are independent of the parameters and which are generated by a reweighting procedure of Monte – Carlo events with Standard Model couplings. In addition a measurement is performed under the assumptions of e – μ – universality and $\xi_\pi = \xi_\rho = \xi_{a_1}$. No deviation from the Standard Model assumption of the V – A – structure of the weak interaction is observed within the errors.

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung **1**

2 Theoretische Grundlagen **5**
2.1 Erzeugung der τ – Leptonen bei LEP 5
2.2 Zerfall der τ – Leptonen 7
2.2.1 Der leptonische Zerfall 7
2.2.2 Der semileptonische Zerfall 12

3 Experimenteller Aufbau **19**
3.1 Der Speicherring LEP 19
3.2 Der Detektor ALEPH 20
3.3 Die Spurdetektoren 22
3.3.1 Der Vertexdetektor (VDET) 22
3.3.2 Die Innere Spurkammer (ITC) 22
3.3.3 Die Zeitprojektionskammer (TPC) 23
3.3.4 Die Spurrekonstruktion 24
3.4 Die Kalorimeter 27
3.4.1 Das elektromagnetische Kalorimeter (ECAL) 27
3.4.2 Das hadronische Kalorimeter (HCAL) 28
3.5 Die Myonkammern 29
3.6 Die Luminositätskalorimeter 29
3.6.1 LCAL 29
3.6.2 SICAL 29
3.7 Der Trigger 30

4 Ereignisselektion **32**
4.1 Vorselektion der Dileptonereignisse 32
4.2 Auswahl der $\tau\tau$ – Kandidaten 33
4.3 Werkzeuge zur Klassifizierung der τ – Ereignisse 36
4.3.1 Teilchenidentifikation 36
4.3.2 Photon – und π^0 – Rekonstruktion 38
4.4 Identifizierung der Zerfälle 43

5 Methode der Messung **49**
5.1 Rekonstruktion der τ – Flugrichtung 49
5.2 Variablen für die Zerfallskanäle 56
5.3 Beschreibung der Methode 63

6 Systematische Studien **76**
6.1 Kalibration des Detektors 76
6.2 Monte – Carlo – Statistik 81
6.3 Ereignisselektion und Untergrund 82
6.3.1 Selektion der τ – Ereignisse 82
6.3.2 Teilchenidentifikation 84
6.3.3 Photonen und π^0s 88
6.3.4 Identifikation der Hemisphären 90
6.4 Rekonstruktion der τ – Flugrichtung 90
6.5 Modellabhängigkeit des a_1 91

7 Ergebnisse und Zusammenfassung **92**

A Das Modell von Kühn und Santamaria **96**

B Skalarer Beitrag zum Endzustand mit drei Pionen **97**

C Zusätzliche Schnitte zur Reduktion von Untergrundereignissen **99**

Kapitel 1

Einleitung

Die Theorie der elektroschwachen Wechselwirkung, deren Grundstein in den sechziger Jahren von Glashow, Weinberg und Salam [1, 2, 3] gelegt wurde, und die die elektromagnetische und die schwache Kraft in einer einheitlichen Beschreibung zusammenfaßt, erfuhr 1983 eine eindrucksvolle Bestätigung, als es den Experimenten UA1 [4, 5] und UA2 [6, 7] am $\mathrm{Sp\overline{p}S}$ – Beschleuniger (Super Proton Antiproton Synchrotron) des CERN[1] gelang, die Existenz der von der Theorie vorhergesagten Austauschteilchen Z^0 und $W^{\pm}$ nachzuweisen. Die Eigenschaften dieser Bosonen und damit eine präzise Überprüfung der zugrundeliegenden Theorie stehen auch im Mittelpunkt des physikalischen Programms, das am nächsten großen Beschleuniger, nämlich dem Elektron – Positron Speicherring LEP[2], der ebenfalls am CERN gebaut wurde, durchgeführt wird. Die Schwerpunktsenergie wurde in der ersten Phase so gewählt, daß möglichst viele Z^0 – Bosonen erzeugt wurden. Diese in der Vernichtung von Elektron und Positron enstehenden Teilchen sind nicht stabil, sondern zerfallen sofort in Fermion – Antifermion – Paare, welche sowohl aus Leptonen als auch aus Quarks bestehen können. Die aus dem Zerfallsprozeß hervorgehenden Teilchen, beziehungsweise die in nachfolgenden Reaktionen erzeugten Sekundärteilchen, werden in vier großen Detektoren, darunter auch das Experiment ALEPH, dessen Daten für die vorliegende Arbeit verwendet wurden, registriert, die aufgenommenen Informationen auf Datenträgern gespeichert und schließlich analysiert.

Etwa 3% aller Z^0 – Bosonen zerfallen in das schwerste Lepton, das τ^-, und dessen Antiteilchen τ^+. Die τ – Leptonen selbst können allerdings nicht im Detektor nachgewiesen werden, da sie aufgrund ihrer großen Masse von $m_\tau = (1777.00 \pm 0.30)\,\mathrm{MeV}$ [8]nur eine Lebensdauer von ungefähr 300 fs haben, was bei LEP einer mittleren Fluglänge von 2-3 mm entspricht. Erst die Teilchen aus dem Zerfall der τ – Leptonen gelangen in den Detektor und werden dort bis auf die nicht nachweisbaren Neutrinos registriert. Aufgrund seiner großen Masse kann es nicht nur in die leichteren Leptonen Elektron und Myon zerfallen, sondern auch in Mesonen, die sowohl u – und d – Quarks, als auch s – Quarks enthalten können. Dies führt zu einer Vielzahl möglicher Endzustände(siehe Tabelle 1.1), die es nicht nur erlauben, Untersuchungen zur Leptonuniversalität, z.B. durch Vergleich der Eigenschaften der Zerfälle in e und μ, durchzuführen, sondern auch ein ausgezeichnetes Laboratorium zum Studium der starken Wechselwirkung zur Verfügung stellen.

[1] Centre Européen de la Recherche Nucléaire.
[2] Large Electron Positron collider.

$\tau^- \longrightarrow$	Verzweigungsverhältnis	
$\nu_\tau \overline{\nu}_e e^-$	$17.79\% \pm 0.07\%$	[9]
$\nu_\tau \overline{\nu}_\mu \mu^-$	$17.32\% \pm 0.08\%$	[9]
$\nu_\tau \pi^-$	$11.01\% \pm 0.11\%$	[10]
$\nu_\tau \rho^- \rightarrow \nu_\tau \pi^- \pi^0$	$25.58\% \pm 0.18\%$	[10]
$\nu_\tau a_1^- \rightarrow \nu_\tau 2\pi^- \pi^+$	$9.53\% \pm 0.11\%$	[10]
$\nu_\tau a_1^- \rightarrow \nu_\tau 2\pi^0 \pi^-$	$9.13\% \pm 0.14\%$	[10]
$\nu_\tau 2h^- h^+ \pi^0$	$2.60\% \pm 0.10\%$	[11]
$\nu_\tau 3\pi^0 h^-$	$1.14\% \pm 0.10\%$	[10]
$\nu_\tau \pi^- K^0$	$0.80\% \pm 0.07\%$	[10]
$\nu_\tau K^-$	$0.69\% \pm 0.03\%$	[10]
$\nu_\tau K^- \pi^0$	$0.45\% \pm 0.04\%$	[10]

Tabelle 1.1: Die wichtigsten Zerfälle des τ – Leptons. h^- steht für π^- und K^-.

Das Ziel der vorliegenden Arbeit ist die Messung der Struktur der Wechselwirkung, die dem Zerfall des τ – Leptons zugrundeliegt. Im Rahmen der derzeitigen Theorie wird dieser Zerfall von der schwachen Wechselwirkung, deren theoretisches Fundament bereits 1934 von Fermi [12] gelegt wurde, vermittelt. Allerdings mußte seine Theorie nach der Entdeckung der Paritätsverletzung 1957 [13], die kurz vorher schon von Lee und Yang [14] zur Lösung des θ – τ – Paradoxons vorgeschlagen wurde, modifiziert werden. Dies gelang wenig später Feynman und Gell – Mann [15], indem sie von der Annahme ausgingen, in der Natur kämen nur linkshändige Neutrinos vor. Daraus resultierte eine Struktur der schwachen Wechselwirkung, die aufgrund des Verhaltens unter Lorentztransformation als „V – A“ (V steht für Vektor und A für Axialvektor) bezeichnet wird. Beschrieben wird der Zerfall in diesem Formalismus durch eine Vier – Fermion – Punktwechselwirkung, d.h. durch die Kopplung zweier Ströme, nämlich des Stroms des τ – Leptons und des τ – Neutrinos, sowie des Stroms der übrigen Zerfallsprodukte. Durch die Vereinheitlichung von schwacher und elektromagnetischer Kraft wurde das Modell einer Punktwechselwirkung von der Vorstellung des Austauschs eines intermediären Vektorbosons, des W – Bosons, abgelöst(vgl. Abbildung 1.1), wobei die V – A – Struktur der Wechselwirkung erhalten blieb.

Die Struktur der Wechselwirkung im Zerfall des Myons[3], der im Standardmodell ebenfalls durch die schwache Kraft vermittelt wird, wurde bereits mit großer Präzision gemessen, wodurch es möglich wurde, enge Grenzen auf neue Wechselwirkungen jenseits des Standardmodells zu setzen [16, 17]. Auch für das τ – Lepton gibt es bereits Messungen, die die Vorhersagen des Standardmodells stützen. Die Präzision dieser Tests ist allerdings noch mindestens eine Größenordnung schlechter als im Myonzerfall, läßt aber schon den Schluß zu, daß der Zerfall des τ – Leptons durch die V – A – Amplitude dominiert wird. Neben der Möglichkeit die Universalität der Kopplung der schwachen Wechselwirkung zu testen, bietet das τ aber auch ein breiteres Fenster für die Suche nach neuer Physik, denn wegen seiner größeren Masse ist das Q^2 im Zerfall höher.

Die theoretische Beschreibung des τ – Zerfalls durch eine V – A – Wechselwirkung muß

[3]Das Myon kann nur rein leptonisch in ein Elektron (und zwei Neutrinos) zerfallen.

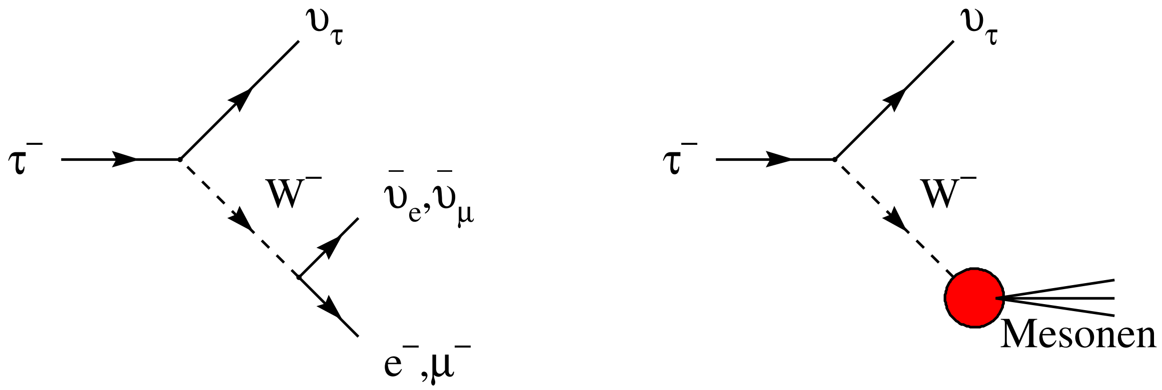

Abbildung 1.1: Feynmangraphen für den leptonischen und semileptonischen Zerfall des τ – Leptons im Rahmen des Standardmodells.

experimentell überprüft werden, weil wie eben schon angedeutet wurde, Beiträge neuer Physik zu einer Veränderung der Struktur führen können. So würde der Zerfall über ein geladenes Higgs – Boson eine skalare Beimischung [18, 19] erzeugen. Ein anderes Beispiel wäre ein rechtshändiges schweres W – Boson, wie es in links – rechts – symmetrischen Erweiterungen des Standardmodells auftritt. Ein solches Boson würde das Verhältnis von Vektor – und Axialvektorkopplung verändern [20].

Um Informationen über die Struktur der Wechselwirkung zu bekommen, müssen für die differentiellen Zerfallsverteilungen der verschiedenen Endzustände allgemeine Parametrisierungen verwendet werden, die sensitiv auf zusätzliche neue Kopplungen sind. Das Spektrum der leptonischen Zerfälle des τ in Elektron bzw. Myon, das nur von der Energie dieser geladenen Leptonen abhängt, wird in einer solchen allgemeinen Form, die sowohl skalare, vektorielle als auch tensorielle Kopplungen zuläßt, durch vier Parameter, die sogenannten Michel – Parameter, beschrieben. Für die semileptonischen Zerfälle reicht jeweils ein Parameter, der sich als Mittelwert der Neutrino – Helizität interpretieren läßt, zur Beschreibung der Verteilungen aus. Ziel wird es also sein, diese Parameter in allen wichtigen Zerfallskanälen zu messen, um aus den Ergebnissen Rückschlüsse über die zugrundeliegenden Kopplungen gewinnen zu können. Für die vorliegende Arbeit werden neben den leptonischen Zerfällen folgende Endzustände mit Mesonen berücksichtigt werden:$\nu_\tau\pi^-$,$\nu_\tau\pi^-\pi^0$, $\nu_\tau 2\pi^-\pi^+$ und $\nu_\tau 2\pi^0\pi^-$.

Im einzelnen gliedert sich diese Arbeit wie folgt:
Das nächste Kapitel legt die Grundzüge der theoretischen Beschreibung für die Produktion und den Zerfall der τ – Leptonen dar. Besonderes Gewicht wird dabei auf die zu messenden Parameter und ihre Interpretation gelegt. Daran schließt sich eine Beschreibung des apparativen Aufbaus des Detektors ALEPH an. Gegenstand von Kapitel 4 ist die Selektion der Ereignisse, die in mehreren Stufen von der Abtrennung der Lepton – Lepton – Prozessen über die Auswahl von τ – Ereignissen bis hin zur Identifizierung einzelner Zerfälle erfolgt. Im zentralen Kapitel 5 wird die Methode zur Messung der Michel – Parameter und der ν_τ – Helizität dargelegt. Nicht nur die Observablen werden vorgestellt und die Fitprozedur

erläutert, sondern das Kapitel enthält auch einen Abschnitt über die Rekonstruktion der Flugrichtung des τ – Leptons, die, wie sich zeigen wird, zu einer wesentlichen Verbesserung der Sensitivität der Observablen in den semileptonischen Zerfällen führt. Vor der Präsentation der Ergebnisse und ihrer Einordung in die Reihe bereits bestehender Messungen in Kapitel 7, werden die durchgeführten systematischen Studien ausführlich erläutert. Die Arbeit schließt mit einer Zusammenfassung.

Kapitel 2

Theoretische Grundlagen

2.1 Erzeugung der τ – Leptonen bei LEP

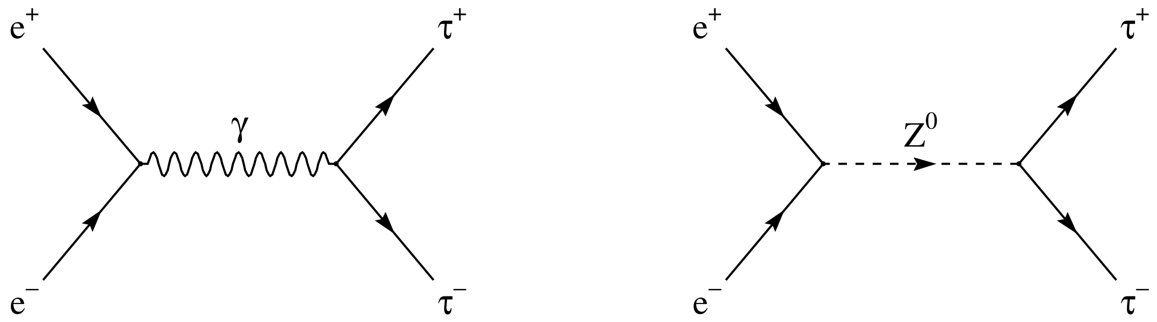

Abbildung 2.1: Die Graphen niedrigster Ordnung

In niedrigster Ordnung wird die Erzeugung der τ – Leptonen in der e^+e^- – Annihilation durch die in Abb. 2.1 dargestellten Feynmangraphen beschrieben. Der sich aus diesen Diagrammen ergebende differentielle Wirkungsquerschnitt für einen unpolarisierten Anfangszustand lautet [21]:

$$\frac{d\sigma\left(e^+e^- \to \tau^+\tau^-\right)}{d\cos\theta}\left(s, \cos\theta, p\right) = \left(1+\cos^2\theta\right) F_0\left(s\right) + 2\cos\theta F_1\left(s\right) + p\left[\left(1+\cos^2\theta\right) F_2\left(s\right) + 2\cos\theta F_3\left(s\right)\right] \quad (2.1)$$

Hierbei bezeichnet s das Quadrat der Schwerpunktsenergie, θ den Winkel bezüglich der Strahlachse, unter dem das negative τ – Lepton emittiert wird, und p die Helizität des τ – Leptons. Terme proportional zu m_τ^2/s wurden vernachlässigt. Die vier Formfaktoren, die jeweils die Beiträge des Photonaustauschs, des Interferenzterms und des Z^0 – Austauschs enthalten, sind gegeben durch (q,v und a bezeichnen die Ladung, die Vektor – bzw. die

Axialvektorkopplung von Elektron und τ – Lepton):

$$
\begin{aligned}
F_0\,(s) &= \frac{\pi\alpha^2}{2s}\big(q_e^2 q_\tau^2 + 2\mathfrak{Re}\chi(s)q_e q_\tau v_e v_\tau + |\chi(s)|^2\left(v_e^2 + a_e^2\right)\left(v_\tau^2 + a_\tau^2\right)\big)\\
F_1\,(s) &= \frac{\pi\alpha^2}{2s}\big(\qquad\quad 2\mathfrak{Re}\chi(s)q_e q_\tau a_e a_\tau + |\chi(s)|^2\, 2v_e a_e 2v_\tau a_\tau\big)\\
F_2\,(s) &= \frac{\pi\alpha^2}{2s}\big(\qquad\quad 2\mathfrak{Re}\chi(s)q_e q_\tau v_e a_\tau + |\chi(s)|^2\left(v_e^2 + a_e^2\right) 2v_\tau a_\tau\big)\\
F_3\,(s) &= \frac{\pi\alpha^2}{2s}\big(\qquad\quad 2\mathfrak{Re}\chi(s)q_e q_\tau a_e v_\tau + |\chi(s)|^2\, 2v_e a_e\left(v_\tau^2 + a_\tau^2\right)\big)
\end{aligned}
\tag{2.2}
$$

$\chi(s)$ bezeichnet den Propagator des Z^0 – Boson:

$$\chi(s) = \frac{s}{s - M_Z^2 + is\Gamma_Z/M_Z}$$

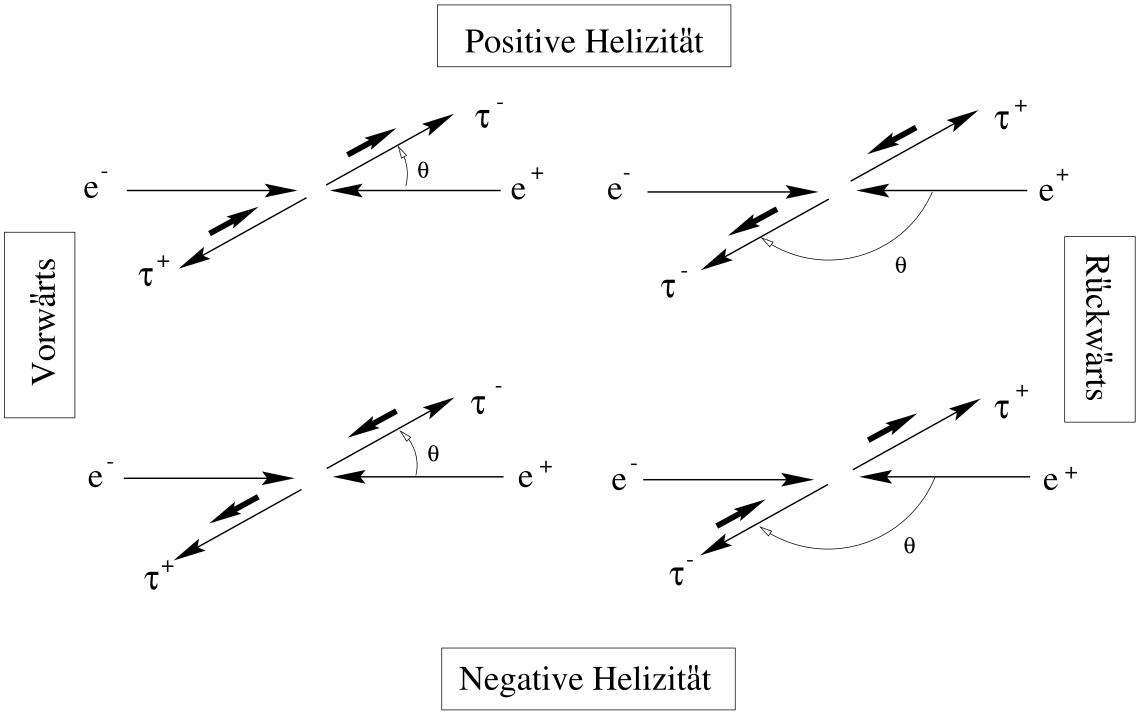

Abbildung 2.2: Die Konfigurationen der Helizität in der Produktion der τ – Leptonen.

Mit Hilfe dieser Formfaktoren lassen sich sowohl der totale Wirkungsquerschnitt als auch die Asymmetrien angeben. Nach der Mittelung über $\cos\theta$ und der Summation über die beiden Helizitätszustände erhält man als totalen Wirkungsquerschnitt auf Bornniveau $\sigma_{\mathrm{Born}} = \frac{8}{3}\mathrm{F}_0(\mathrm{s})$. Die Asymmetrien ergeben sich aus den unterschiedlichen Wirkungsquerschnitten der bei der Produktion der τ – Leptonen möglichen Konfigurationen von Helizität p und Polarwinkel θ, wie sie in Abbildung 2.2 dargestellt sind. Für die verschiedenen

Asymmetrien ergibt sich:
Vorwärts – Rückwärts – Asymmetrie des Wirkungsquerschnittes:

$$A_{FB}(s) = \frac{1}{\sigma_{Born}} \{\sigma(\cos\theta > 0) - \sigma(\cos\theta < 0)\} = \frac{3}{4}\frac{F_1(s)}{F_0(s)} \overset{s=M_Z^2}{\simeq} \frac{3}{4}\frac{2v_e a_e}{v_e^2 + a_e^2}\frac{2v_\tau a_\tau}{v_\tau^2 + a_\tau^2} \tag{2.3}$$

Asymmetrie der Erzeugung der beiden Helizitätszustände (Polarisation):

$$A_{pol}(s) = -\frac{1}{\sigma_{Born}} \{\sigma(p = +1) - \sigma(p = -1)\} = -\frac{F_2(s)}{F_0(s)} \overset{s=M_Z^2}{\simeq} -\frac{2v_\tau a_\tau}{v_\tau^2 + a_\tau^2} \tag{2.4}$$

Vorwärts – Rückwärts – Asymmetrie der Polarisation:

$$\begin{aligned} A_{pol}^{FB}(s) = &-\frac{1}{\sigma_{Born}}\{ [\sigma(\cos\theta > 0, p = +1) - \sigma(\cos\theta > 0, p = -1)] - \\ &[\sigma(\cos\theta < 0, p = +1) - \sigma(\cos\theta < 0, p = -1)] \} \\ = &-\frac{3}{4}\frac{F_3(s)}{F_0(s)} \overset{s=M_Z^2}{\simeq} -\frac{3}{4}\frac{2v_e a_e}{v_e^2 + a_e^2} \end{aligned} \tag{2.5}$$

2.2 Zerfall der τ – Leptonen

In diesem Abschnitt werden die Zerfälle des τ – Leptons, die in der Analyse Verwendung finden, näher erläutert werden. Dabei wird auf einen allgemeinen Formalismus zurückgegriffen, der es erlaubt auch Beiträge neuer Wechselwirkungen, die nicht im Standardmodell enthalten sind, finden zu können. Annahmen über spezifische Modelle werden so weit wie möglich vermieden. Für die Diskussion sollen leptonische und semileptonische Zerfälle getrennt betrachtet werden, da bei letzteren Zerfällen auch die starke Wechselwirkung, die den hadronischen Strom bestimmt, berücksichtigt werden muß. In beiden Fällen wird aber das Matrixelement als Produkt zweier Ströme dargestellt werden. Das bedeutet, daß die q^2 – Abhängigkeit des Propagators bei Austausch eines intermdediären Bosons vernachlässigt wird[1]. Dies ist gerechtfertigt solange diese Bosonen schwer genug sind ($m_B^2 \gg m_\tau^2$). So bedeutet die Verwendung des exakten Propagators des W – Boson im Standardmodell nur eine Veränderung der totalen Breite des leptonischen Zerfalls um 0.03 % [19].

2.2.1 Der leptonische Zerfall

Der Ansatz für das allgemeinste Matrixelement [22, 23] (unter noch zu erwähnenden Voraussetzungen) einer Vier – Fermion – Punktwechselwirkung des leptonischen Zerfalls des τ – Leptons lautet im Helizitäts – Formalismus[2] [24, 25, 26]:

$$\mathcal{M} = 4 \cdot \frac{G_F}{\sqrt{2}} \cdot \sum_{\substack{\gamma=S,V,T \\ \epsilon,\mu=R,L}} g_{\epsilon\mu}^{\gamma} \cdot \langle \bar{l}_\epsilon | \Gamma^\gamma | (\nu_l)_n \rangle \langle (\bar{\nu}_\tau)_m | \Gamma_\gamma | \tau_\mu \rangle \tag{2.6}$$

[1] Der restliche Propagator wird in der absoluten Kopplungsstärke absorbiert
[2] Die Felder haben eine definierte Händigkeit.

wobei S,V,T für Skalar – , Vektor – bzw. Tensorwechselwirkung stehen:

$$\Gamma^S = 1 \qquad \Gamma^V = \gamma^\mu \qquad \Gamma^T = \frac{1}{\sqrt{2}}\sigma^{\mu\nu}$$

Außerdem gilt folgende Normierungsbedingung:

$$\begin{aligned}\frac{A}{16} =& \frac{1}{4}\left(|g^S_{RR}|^2 + |g^S_{LR}|^2 + |g^S_{RL}|^2 + |g^S_{LL}|^2\right) + \left(|g^V_{RR}|^2 + |g^V_{LR}|^2 + |g^V_{RL}|^2 + |g^V_{LL}|^2\right) \\ &+ 3\left(|g^T_{LR}|^2 + |g^T_{RL}|^2\right)\end{aligned} \tag{2.7}$$

Dabei bezeichnen $\epsilon, \mu = \mathrm{R}, \mathrm{L}$ die Händigkeit der geladenen Leptonen. Die Helizitäten n,m der Neutrinos sind dann eindeutig festgelegt. Die absolute Stärke der Wechselwirkung wird durch die Fermi – Konstante $\mathrm{G_F}$ und durch A gegeben. Für A = 16 hat der Zerfall des τ – Leptons die gleiche Kopplungsstärke wie der Zerfall des Myons, nämlich $\mathrm{G_F}$. Dies wird auch im Standardmodell erwartet, da in diesem Modell Leptonuniversalität angenommen wird. Insgesamt hat man 10 komplexe Kopplungskonstanten $\mathrm{g}^\gamma_{\epsilon\mu}$, die die relative Stärke der einzelnen Wechselwirkungen angeben. In diesem Formalismus entspricht die V – A – Wechselwirkung des Standardmodells folgenden Werten für die Kopplungskonstanten: $\mathrm{g^V_{LL}} = 1$ und alle anderen $\mathrm{g}^\gamma_{\epsilon\mu} = 0$. Folgende Annahmen gehen in die Ableitung des Matrixelementes $\mathcal{M}$ ein:

- Lokalität und Lorentzinvarianz.
- Der Ansatz enthält keine Ableitungen der Felder.
- Leptonzahlerhaltung. Eine Erweiterung mit leptonzahlverletzenden Wechselwirkungen erhält die Struktur des Matrixelements, die Kopplungskonstanten müssen aber als effektive Kopplungen interpretiert werden [27].
- Die Propagatoren der Austauschbosonen wurden vernachlässigt.

Mit Hilfe der oben eingeführten Kopplungskonstanten lassen sich vier Wahrscheinlichkeiten für die Zerfälle eines links(rechts)händigen τ – Leptons in ein links(rechts)händiges Elektron bzw. Myon definieren:

$$\begin{aligned}\mathcal{Q}_{RR} &= \frac{1}{4}|g^S_{RR}|^2 + |g^V_{RR}|^2 \\ \mathcal{Q}_{LR} &= \frac{1}{4}|g^S_{LR}|^2 + |g^V_{LR}|^2 + 3|g^T_{LR}|^2 \\ \mathcal{Q}_{RL} &= \frac{1}{4}|g^S_{RL}|^2 + |g^V_{RL}|^2 + 3|g^T_{RL}|^2 \\ \mathcal{Q}_{LL} &= \frac{1}{4}|g^S_{LL}|^2 + |g^V_{LL}|^2\end{aligned} \tag{2.8}$$

Das oben angegebene Matrixelement (2.6) kann man nun verwenden, um das Spektrum des leptonischen Zerfalls des τ – Leptons zu berechnen. Nach der Integration über die nicht beobachtbaren Impulse der Neutrinos erhält man im Ruhesystem des τ – Leptons [3]:

$$\frac{d^2\Gamma\left(x^*,\cos\theta^*\right)}{dx^* d\cos\theta^*} = \frac{A m_\tau^5 G_F^2}{256\pi^3}\cdot x^{*2}\left\{\left[(1-x^*)+\rho\cdot\frac{2}{9}\left(4x^*-3\right)+\eta\cdot\frac{m_l}{M_\tau}\frac{2\left(1-x^*\right)}{x^*}\right]\right.$$
$$\left.-x^*\cos\theta^*\left[\xi\cdot\frac{1}{3}\left(1-x^*\right)+\xi\delta\cdot\frac{2}{3}\left(4x^*-3\right)\right]\right\} \tag{2.9}$$

Hierbei ist $\mathrm{x}^* = \mathrm{E_l}/\mathrm{E_{max}}$ die Energie des geladenen Zerfallsleptons, $\mathrm{E_{max}} = \frac{1}{2\mathrm{m}_\tau}\left(\mathrm{m}_\tau^2 + \mathrm{m}_\mathrm{l}^2\right)$ die maximal erlaubte Energie und θ^* der Winkel zwischen dem Spin des τ – Leptons und der Flugrichtung des Elektrons bzw. Myons. Die Kopplungskonstanten $\mathrm{g}^\gamma_{\epsilon\mu}$ wurden in den Parametern ρ, η, ξ und $\xi\delta$, den sogenannten Michel – Parametern, zusammengefaßt. Diese Parameter sind reelle bilineare Kombinationen der $\mathrm{g}^\gamma_{\epsilon\mu}$ und haben folgende Form [28]:

$$\rho = \frac{16}{A}\left[\frac{3}{16}\left(|g^S_{RR}|^2+|g^S_{LR}|^2+|g^S_{RL}|^2+|g^S_{LL}|^2\right)+\frac{3}{4}\left(|g^V_{RR}|^2+|g^V_{LR}|^2+|g^V_{RL}|^2+|g^V_{LL}|^2\right)\right.$$
$$\left.+\frac{3}{4}\mathfrak{Re}\left(g^S_{LR}\cdot g^{T*}_{LR}+g^S_{RL}\cdot g^{T*}_{RL}\right)\right] \tag{2.10}$$

$$\xi = \frac{16}{A}\left[\frac{1}{4}\left(|g^S_{LL}|^2+|g^S_{RL}|^2-|g^S_{LR}|^2-|g^S_{RR}|^2\right)-\left(|g^V_{RR}|^2-3|g^V_{LR}|^2+3|g^V_{RL}|^2-|g^V_{LL}|^2\right)\right.$$
$$\left.+5\left(|g^T_{LR}|^2-|g^T_{RL}|^2\right)+4\mathfrak{Re}\left(g^S_{RL}\cdot g^{T*}_{RL}-g^S_{LR}\cdot g^{T*}_{LR}\right)\right] \tag{2.11}$$

$$\xi\delta = \frac{16}{A}\left[-\frac{3}{16}\left(|g^S_{RR}|^2+|g^S_{LR}|^2-|g^S_{RL}|^2-|g^S_{LL}|^2\right)-\frac{3}{4}\left(|g^V_{RR}|^2-|g^V_{LL}|^2\right)\right.$$
$$\left.+\frac{3}{4}\left(|g^T_{LR}|^2+|g^T_{RL}|^2\right)+\frac{3}{4}\mathfrak{Re}\left(g^S_{RL}\cdot g^{T*}_{RL}-g^S_{LR}\cdot g^{T*}_{LR}\right)\right] \tag{2.12}$$

$$\eta = \frac{16}{A}\frac{1}{2}\mathfrak{Re}\left(6\cdot g^V_{LR}\cdot g^{T*}_{LR}+6\cdot g^V_{RL}\cdot g^{T*}_{RL}+g^S_{RR}\cdot g^{V*}_{LL}+g^S_{RL}\cdot g^{V*}_{LR}+g^S_{LR}\cdot g^{V*}_{RL}\right.$$
$$\left.+g^S_{LL}\cdot g^{V*}_{RR}\right) \tag{2.13}$$

Für die V – A – Wechselwirkung des Standardmodells besitzen die Michel – Parameter die Werte $\rho = 3/4, \eta = 0, \xi = 1, \xi\delta = 3/4$.

Da bei LEP die Fermionpaare aus dem Zerfall des Z^0 – Bosons nicht in ihrem Ruhesystem erzeugt werden, muß die Verteilung (2.9) noch Lorentz – transformiert werden, um das Energiespektrum im Laborsystem zu erhalten. Außerdem wird noch über den

[3] Strahlungskorrekturen und Terme der Ordnung $\mathrm{m}_\mathrm{l}^2/\mathrm{m}_\tau^2$ wurden vernachlässigt.

unbekannten Winkel $\cos\theta^*$ integriert. Man erhält [29]:

$$\frac{d\Gamma}{dx} = \frac{Am_\tau^5 G_F^2}{3072\pi^3}\left\{ f\left(x;\rho,\eta\right) + P_\tau \cdot g\left(x;\xi,\xi\delta\right) \right\} \tag{2.14}$$
$$= \frac{Am_\tau^5 G_F^2}{3072\pi^3}\left\{ 2 - 6x^2 + 4x^3 + \eta \cdot 12\frac{m_l}{m_\tau}\left(1-x^2\right) + \rho \cdot \frac{4}{9}\left(-1+9x^2-8x^3\right) + \right.$$
$$\left. P_\tau \cdot \left[\xi \cdot \left(\frac{2}{3} - 4x + 6x^2 - \frac{8}{3}x^3\right) + \xi\delta \cdot \frac{4}{9}\left(-1+12x-27x^2+16x^3\right)\right] \right\},$$

wobei $\mathrm{x} = \mathrm{E_l}/\mathrm{E}_\tau$ die Energie des Leptons im Laborsystem und $\mathrm{P}_\tau = -\mathrm{A}^{\mathrm{pol}}$ die mittlere Polarisation (vgl. (2.3)) des τ – Leptons ist. In Abbildung 2.3 sind die Funktionen f und g für einige Werte der Michel – Parameter aufgetragen.

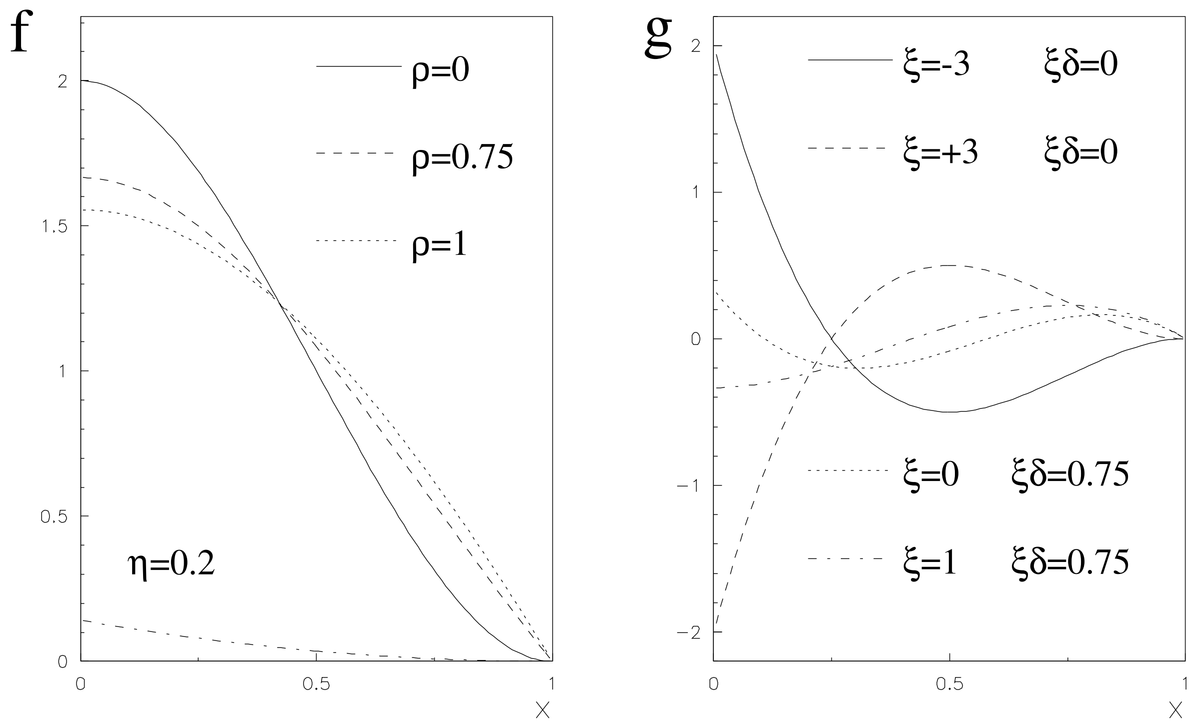

Abbildung 2.3: Die Funktionen f und g des leptonischen Zerfalls für verschiedene Werte der Michel – Parameter. Die Werte der Parameter im Standardmodell lauten: $\rho = 3/4, \eta = 0, \xi = 1, \xi\delta = 3/4$.

Die Bestimmung der Lorentzstruktur

In diesem Abschnitt soll zunächst diskutiert werden, was man aus den oben eingeführten Michel – Parametern über die Lorentzstruktur im τ – Zerfall, also über die Kopplungskonstanten $g^\gamma_{\epsilon\mu}$, lernen kann. Danach wird noch kurz darauf eingegangen, welche weiteren Experimente für eine vollständige Bestimmung der Lorentzstruktur notwendig sind.

Der Parameter η. Dieser Parameter unterscheidet sich in mehreren Punkten von den anderen drei Parametern. Eine besondere Bedeutung erlangt η, weil dies der einzige Parameter ist, der einen Beitrag eines Interferenzterms zwischen der dominanten Standardmodellkopplung $\mathrm{g}_{\mathrm{LL}}^{\mathrm{V}}$ [4] und einer weiteren Kopplung enthält. Dieser Term lautet $\frac{1}{2}\mathfrak{Re}\left(\mathrm{g}_{\mathrm{RR}}^{\mathrm{S}}\mathrm{g}_{\mathrm{LL}}^{\mathrm{V}*}\right)$. Eine nichtverschwindende skalare Kopplung $\mathrm{g}_{\mathrm{RR}}^{\mathrm{S}}$ erwartet man z.B. durch den Austausch eines geladenenen Higgs – Bosons im τ – Zerfall [18, 19]. Außerdem enthält η nur Interferenzterme von Kopplungen mit unterschiedlicher Chiralität für die geladenen Leptonen (vgl. (2.13)), d.h. ein Wert von $\eta \neq 0$ zeigt an, daß die Paritäts – und $\mathcal{C}$ – Verletzung nicht maximal sind.

Leider sind die Terme proportional η durch einen Faktor $\mathrm{m_l}/\mathrm{m}_\tau$ unterdrückt. Im Falle des Elektrons beträgt dieser ungefähr $3 \cdot 10^{-4}$, so daß bei der verfügbaren Statistik der zur Zeit laufenden Experimente keine Sensitivität auf η_e besteht. Dieser Parameter wird deshalb im folgenden nicht mehr berücksichtigt werden. Im Falle des Myons ist $\mathrm{m}_\mu/\mathrm{m}_\tau = 0.059$, groß genug, um η aus dem Spektrum bestimmen zu können. Informationen über η gewinnt man nicht nur aus der Form des Spektrum, sondern auch aus der partiellen Zerfallsbreite des τ – Leptons:

$$\Gamma\left(\tau^- \to l^-\bar{\nu}_l\nu_\tau\right) = \frac{m_\tau^5 G_F^2}{192\pi^3}\frac{A_l}{16}\left[1 + 4\eta_l\frac{m_l}{m_\tau} + \Delta_l\right] \tag{2.15}$$

Δ_l enthält mehrere kleinere Korrekturterme, wie Massenterme $\mathcal{O}\left(\mathrm{m_l^2}/\mathrm{m}_\tau^2\right)$, Strahlungskorrekturen und Effekte des Bosonpropagators [19]. Unter der Annahme der Leptonuniversalität ($\mathrm{A_e} = \mathrm{A}_\mu$) ergibt sich dann mit Hilfe der gemessenen Verzweigungsverhältnisse $\mathrm{B}(\tau^- \to e^-\bar{\nu}_e\nu_\tau)$ und $\mathrm{B}(\tau^- \to \mu^-\bar{\nu}_\mu\nu_\tau)$ der Wert für η.

Die Parameter ξ, $\xi\delta$ und ρ. Die Summe der Wahrscheinlichkeiten $\mathcal{Q}_{\mathrm{RR}}$ und $\mathcal{Q}_{\mathrm{LR}}$, die in (2.8) definiert wurden, läßt sich durch die Parameter ξ und $\xi\delta$ ausdrücken:

$$\mathcal{P}_R = \mathcal{Q}_{RR} + \mathcal{Q}_{LR} = \frac{1}{2}\left[1 + \frac{1}{9}(3\xi - 16\xi\delta)\right] \tag{2.16}$$

$\mathcal{P}_\mathrm{R}$ gibt die Wahrscheinlichkeit an, daß ein rechtshändiges τ – Lepton zerfällt. Findet man ein mit Null verträgliches Resultat, so kann man aus den gemessenen Werten dieser beiden Michel – Parameter und den dazugehörigen Fehlern Grenzen auf alle fünf Kopplungskonstanten $\mathrm{g}_{\epsilon R}^{\gamma}$ setzen.

Liefert dagegen die Messung des Parameters ρ einen mit dem Standardmodell in Einklang befindlichen Wert, so lernt man nicht besonders viel daraus, denn für jede beliebige Kombination von Vektor – und Axialvektorkopplungen lassen sich Beimischungen skalarer und tensorieller Kopplungen finden, so daß $\rho = 3/4$ wird [26]. Umgekehrt bedeuten aber Abweichungen von diesem Wert (falls $\mathrm{A_e} = \mathrm{A}_\mu$), daß es skalare oder tensorielle Kopplungen geben muß [30].

Aus der Normierungsbedingung (2.7) lassen sich Wertebereiche für die Michel – Parameter gewinnen:

$$0 \leq \rho \leq 1 \qquad -3 \leq \xi \leq 3 \qquad -1 \leq \xi\delta \leq 1 \tag{2.17}$$

[4] Alle bisherigen Messungen haben keine Abweichung von der V – A – Struktur gezeigt. Darauf wird in einem späteren Kapitel genauer eingegangen.

Allerdings sind die Parameter innerhalb dieser angegebenen maximalen Bereiche nicht völlig unabhängig. Für eine ausführlichere Diskussion sei aber auf [29] verwiesen.

Vollständige Bestimmung der Lorentzstruktur. Die Messung der Michel – Parameter im τ – Zerfall reicht nicht aus, um die Struktur des geladenden Stromes vollständig zu bestimmen. Um die V – A – Hypothese zu bestätigen sind drei weitere Experimente notwendig [26]:

- Bestimmung der absoluten Stärke der Kopplung A aus der Partialbreite Γ der leptonischen Zerfälle: Hierfür ist die Messung der τ – Lebensdauer und der leptonischen Verzweigungsverhältnisse notwendig.
- Für ein Limit auf die Wahrscheinlichkeit $\mathcal{Q}_{\mathrm{RL}}$ ist es notwendig, die Polarisation des geladenenen Zerfallsleptons zu messen. Derzeit gibt es kein Experiment, bei dem dies möglich ist.
- Zuletzt müssen die beiden Beiträge $\mathrm{g}_{\mathrm{LL}}^{\mathrm{S}}$ und $\mathrm{g}_{\mathrm{LL}}^{\mathrm{V}}$ zu $\mathcal{Q}_{\mathrm{LL}}$ separiert werden: Dies verlangt entweder die Messung des Wirkungsquerschnittes der inversen Reaktion $\nu_\tau l^- \to \tau^- \nu_l$ [31] oder die Messung eines Neutrinos aus dem τ – Zerfall [32]. Beides übersteigt die heutigen experimentellen Möglichkeiten bei weitem.

2.2.2 Der semileptonische Zerfall

Das Matrixelement für die semileptonischen Zerfälle des τ – Leptons läßt sich ebenso wie das des leptonischen Zerfalls als Produkt zweier Ströme schreiben:

$$\mathcal{M} = \begin{pmatrix} \cos\theta_C \\ \sin\theta_C \end{pmatrix} \frac{G_F}{\sqrt{2}} M_\mu J^\mu, \tag{2.18}$$

wobei M_μ den leptonischen Strom des τ – Leptons, dessen allgemeine Form bereits in (2.6) angegeben wurde, und $\mathrm{J}_\mu = \langle 0|\Gamma|\mathrm{Hadronen}\rangle$ den hadronischen Strom beschreibt. θ_{C} schließlich ist der Cabbibo – Winkel, der für die Pionendzustände den Faktor $\cos\theta_{\mathrm{C}}$ und für die entsprechenden Cabbibo – unterdrückten Zerfälle mit Kaonen den Faktor $\sin\theta_{\mathrm{C}}$ liefert. Der hadronische Strom, hängt nicht nur von der Kopplung ab, sondern auch von der Zahl und Art der Mesonen des betrachteten Endzustandes. Außerdem sollte er alle Effekte der starken Wechselwirkung enthalten. Da es sich hier aber um Prozesse mit kleinem Q^2, also einem großem Wert für die Kopplungskonstante der starken Wechselwirkung α_{s}[5], handelt, spielen auch nichtpertubative Effekte eine wichtige Rolle, so daß eine Berechnung des hadronischen Stromes besonders für Endzustände höherer Multiplizität aus ersten Prinzipien der QCD nicht mehr möglich ist. Man ist auf Modellvorstellungen angewiesen.

Im folgenden sollen die in der Analyse verwendeten hadronischen Endzustände $\pi^\pm$, $\pi^\pm\pi^0$, $2\pi^\pm\pi^\mp$ und $\pi^\pm 2\pi^0$ näher erläutert werden. Dabei wird angenommen, daß nur Vektor – und Axialvektorkopplungen auftreten. Unter dieser Voraussetzung reduziert sich der leptonische Strom M_μ auf:

$$M_\mu = \bar{\nu}_\tau \gamma_\mu \left(g_V - g_A \gamma_5\right) \tau \tag{2.19}$$

[5] Der Wert für α_{s} bei der τ – Masse ist bereits $\alpha_{\mathrm{s}}(\mathrm{m}_\tau) = 0.357 \pm 0.016$ [33]

g_V und g_A sind die Kopplungsstärken der Vektor – bzw. Axialvektorkopplung und haben für die V – A – Wechselwirkung des Standardmodells(SM) die Werte $g_V = 1, g_A = 1$. Mögliche Konsequenzen skalarer bzw. tensorieller Kopplungen werden jeweils für die einzelnen Zerfälle an geeigneter Stelle diskutiert.

Der Zerfall $\tau^- \to \nu_\tau \pi^-$

Das Pion, das Spin und Parität $J^P = 0^-$ hat, kann nur über einen Axialvektorstrom[6] an das Vakuum ($J^P = 0^+$) koppeln. Der hadronische Strom für den Pionendzustand lautet somit [34]:

$$J_\mu = \langle 0|\gamma^\mu \gamma_5|\pi(p)\rangle = i\cos\theta_C f_\pi p_\mu \tag{2.20}$$

p_μ ist der Viererimpuls des Pions und f_π die Pionzerfallkonstante, in der alle Effekte der starken Wechselwirkung zusammengefaßt sind. Mit Hilfe des hadronischen Stromes ergibt sich aus dem oben angegebenen Matrixelement (2.18) unter Berücksichtigung der Polarisation P der τ – Leptonen folgende Zerfallsverteilung im Laborsystem:

$$\frac{dN}{dx} = f(x) + \xi_\pi P_\tau \cdot g(x) = \frac{1}{2}\left[1 + \xi_\pi P_\tau(2x-1)\right] \qquad \text{mit} \qquad x = E_\pi/E_{Strahl} \tag{2.21}$$

$$\text{und} \qquad \xi_\pi = \frac{2\mathfrak{Re}(g_V g_A)}{g_V^2 + g_A^2} \qquad (SM : \xi_\pi = 1)$$

Das Spektrum hängt also wie im leptonischen Zerfall nur von einer Variablen, der Energie des Teilchens, ab. Die Information, die man aus dem Spektrum über die Kopplungen g_V und g_A gewinnen kann, steckt im Parameter ξ_π, der als Helizität des τ – Neutrinos interpretiert werden kann. Dies soll anhand der Abbildung 2.4 näher erläutert werden.

In Abbildung 2.4 ist der Zweikörperzerfall $\tau^- \to \nu_\tau \pi^-$ im Ruhesystem des τ – Leptons schematisch dargestellt. Legt man die Helizität des τ – Leptons fest, so wird die Winkelverteilung des Pions bezüglich der τ – Spinrichtung nur durch die Helizität des Neutrinos bestimmt, da das Pion den Spin $J = 0$ hat. Diese Winkelverteilungen für positive und negative Helizität des Neutrinos sind in Abb. 2.4 angegeben. Treten beide Helizitäten im Zerfall auf, so erhält man eine Überlagerung der Verteilungen $1+\cos\theta$ und $1-\cos\theta$, deren relatives Gewicht durch ξ beschrieben wird, d.h. ξ gibt den Mittelwert der Neutrinohelizität an. Dies sei am Beispiel des Standardmodells verdeutlicht. In diesem Rahmen gibt es nur linkshändige Neutrinos. Man erhält also eine Winkelverteilung $1 + P_\tau \cos\theta$ und somit ist $\xi = 1$.

Für den Zerfall $\tau^- \to \nu_\tau \pi^-$ bedeutet die Einschränkung der berücksichtigten Kopplungen auf Vektor – und Axialvektorkopplungen keine Einschränkung der Allgemeinheit, denn mögliche skalare Beiträge ändern nicht die Form des Spektrums (2.21), sondern nur die Interpretation des Parameters ξ_π, der in diesem Falle eine bilineare Kombination skalarer und vektorieller Kopplungen ähnlich den leptonischen Michel – Parametern ist [35]. Außerdem sind tensorielle Kopplungen in diesem Zerfall nicht möglich.

Die Zerfallskonstante f_π, in der alle Effekte der QCD zusammengefaßt sind, tritt nur in der absoluten Normierung der Zerfallsverteilung auf. Da aber die absolute Rate auf die vorliegende Analyse keinen Einfluß hat, besteht keine Abhängigkeit von etwaigen Unsicherheiten in der Berechnung der Zerfallskonstanten.

[6] Oder einen pseudoskalaren Strom.

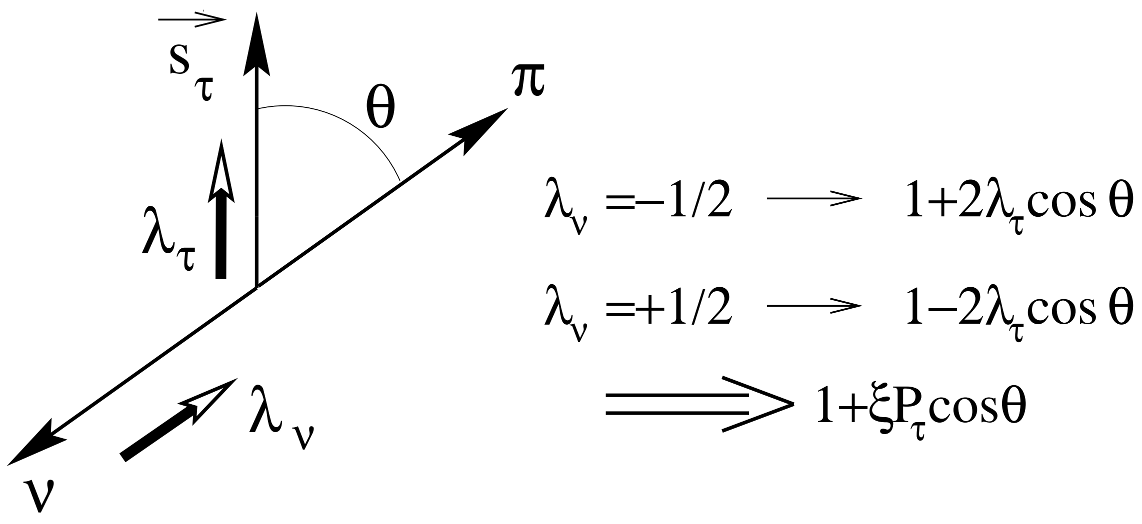

Abbildung 2.4: Der Zerfall $\tau^- \to \nu_\tau \pi^-$ im Ruhesystem des τ – Leptons. $\lambda = \pm 1/2$ ist die Helizität, θ der Winkel zwischen der Pionrichtung und dem τ – Spin und P_τ die mittlere τ – Polarisation. Für die Interpretation von ξ sei auf den Text verwiesen.

Die Zerfälle $\tau^- \to \nu_\tau \pi^- \pi^0$, $\tau^- \to \nu_\tau 2\pi^- \pi^+$ und $\tau^- \to \nu_\tau \pi^- 2\pi^0$

Im Gegensatz zum Zerfall $\tau^- \to \nu_\tau \pi^-$ hängen die Matrixelemente $\mathcal{M}$ (vgl. (2.18)) für die Zerfälle in 2 oder 3 Pionen nicht nur von der Energie des hadronischen Systems $\mathrm{E_h}$ ab, denn in diesen Zerfällen treten Zwischenresonanzen mit Spin 1 (das ρ^- im $\pi^-\pi^0$ – Zerfall und das $\mathrm{a_1}$ im $\pi^- 2\pi$ – Zerfall) auf. Im folgenden werden die beiden Endzustände $2\pi^-\pi^+$ und $\pi^- 2\pi^0$ nicht mehr getrennt betrachtet, da sie durch eine Isospinrotation ineinander überführt werden können. Um den Spinzustand der Resonanzen ρ und $\mathrm{a_1}$ zu analysieren, benötigt man zusätzliche kinematische Variablen [36]:

- Die invariante Masse Q^2 des hadronischen Systems. Bei 3 Pionen im Endzustand treten außerdem noch die invarianten Massen $\mathrm{s_1}$ und $\mathrm{s_2}$ der beiden $\pi^-\pi^+$ – bzw. $\pi^-\pi^0$ – Kombinationen auf.

- Der Winkel θ zwischen der Richtung des hadronischen Systems und dem Laborsystem im τ – Ruhesystem, sowie der Winkel ψ, der die Orientierung zwischen dem Labor und der τ – Flugrichtung im hadronischen Ruhesystem angibt:

$$\cos\theta = \frac{2xm_\tau^2 - m_\tau^2 - Q^2}{(m_\tau^2 - Q^2)\sqrt{1 - 4m_\tau^2/s}} \qquad \cos\psi = \frac{x\,(m_\tau^2 + Q^2) - 2Q^2}{(m_\tau^2 - Q^2)\sqrt{x^2 - 4m_\tau^2/s}} \tag{2.22}$$

$$\text{mit} \qquad x = 2\frac{E_h}{\sqrt{s}} \qquad s = 4E_{Strahl}^2$$

- Zusätzlich benötigt man zur vollständigen Beschreibung noch die Winkel α und β, sowie γ, wenn der Zerfall in 3 Pionen betrachtet wird. Diese Winkel, die in den Abbildungen 2.5 und 2.6 veranschaulicht sind, legen die Orientierung des hadronischen

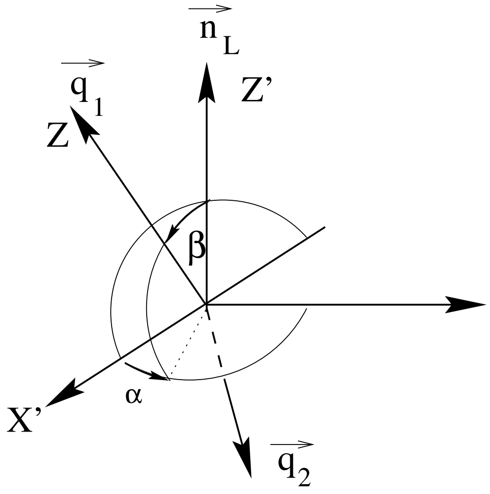

Abbildung 2.5: Die Eulerwinkel α und β im $\pi\pi^0$ – System.

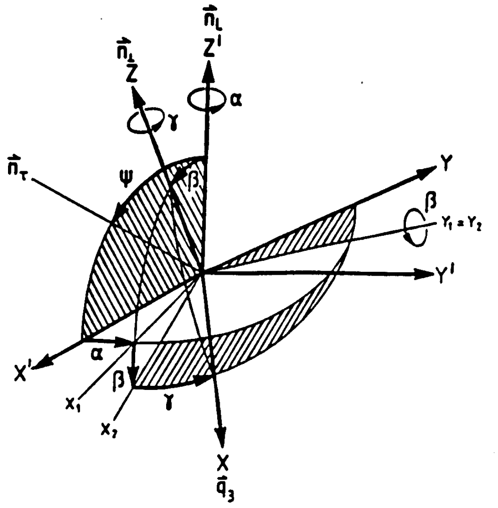

Abbildung 2.6: Die Eulerwinkel α, β und γ im 3π – System.

Systems (Koordinatensystem Oxyz) bezüglich des Koordinatensystems Ox'y'z', das durch $\vec{\mathbf{n}}_L$ und $\vec{\mathbf{n}}_\tau$(siehe unten) bestimmt ist[7], fest:

$$\begin{aligned}
&\cos\beta = \vec{\mathbf{n}}_L \cdot \vec{\mathbf{n}}_\perp && \\
&\cos\gamma = -\frac{\vec{\mathbf{n}}_L \cdot \hat{\mathbf{q}}_3}{|\vec{\mathbf{n}}_L \times \vec{\mathbf{n}}_\perp|} && \sin\gamma = \frac{(\vec{\mathbf{n}}_L \times \vec{\mathbf{n}}_\perp)\cdot \hat{\mathbf{q}}_3}{|\vec{\mathbf{n}}_L \times \vec{\mathbf{n}}_\perp|} \\
&\cos\alpha = \frac{(\vec{\mathbf{n}}_L \times \vec{\mathbf{n}}_\tau)\cdot(\vec{\mathbf{n}}_L \times \vec{\mathbf{n}}_\perp)}{|\vec{\mathbf{n}}_L \times \vec{\mathbf{n}}_\tau|\cdot|\vec{\mathbf{n}}_L \times \vec{\mathbf{n}}_\perp|} && \sin\alpha = -\frac{\vec{\mathbf{n}}_\tau \cdot (\vec{\mathbf{n}}_L \times \vec{\mathbf{n}}_\perp)}{|\vec{\mathbf{n}}_L \times \vec{\mathbf{n}}_\tau|\cdot|\vec{\mathbf{n}}_L \times \vec{\mathbf{n}}_\perp|}
\end{aligned} \tag{2.23}$$

Die zur Berechnung verwendeten Vektoren sind alle im hadronischen Ruhesystem definiert: $\vec{\mathbf{n}}_\perp$ ist die Normale auf die Zerfallsebene der Hadronen, $\vec{\mathbf{n}}_L$ die Richtung des Labors[8] und $\vec{\mathbf{n}}_\tau$ die Richtung des τ – Leptons.

Alle kinematischen Variablen, außer dem Winkel α, können aus den Impulsen der Pionen rekonstruiert werden. Wie aus (2.23) zu ersehen ist, benötigt man die Flugrichtung des τ – Leptons, um α berechnen zu können. Inwieweit dies realisierbar ist, soll in einem späteren Kapitel diskutiert werden. Aber es sei hier schon bemerkt, daß durch die vollständige kinematische Rekonstruktion der Zerfälle $\tau^- \to \nu_\tau\pi^-\pi^0$ und $\tau^- \to \nu_\tau\pi^- 2\pi$ theoretisch die gleiche Sensitivität wie im einfachen Zerfall $\tau^- \to \nu_\tau\pi^-$ erreicht werden kann [37].

Mit Hilfe der oben festgelegten kinematischen Variablen lautet die differentielle Zerfallsrate, die man aus dem Matrixelement(2.18) für $\tau \to \nu_\tau\pi^-\pi^0$ erhält [36]:

$$d\Gamma(\tau \to \nu_\tau 2\pi) \propto (L_B W_B)\,\frac{(m_\tau^2 - Q^2)^2}{m_\tau^2}|\mathbf{q}_1|\frac{dQ^2}{\sqrt{Q^2}}\frac{d\alpha}{2\pi}\frac{d\cos\beta}{2}\frac{d\cos\theta}{2} \tag{2.24}$$

[7] Oz'$\to \vec{\mathbf{n}}_L$, Oy'$\to (\vec{\mathbf{n}}_L \times \vec{\mathbf{n}}_\tau)$ und Ox' wird so gewählt, daß $\vec{\mathbf{n}}_\tau$ in der (x',z') – Ebene liegt.

[8] Für den $\pi^-\pi^0$ – Endzustand muß $\vec{\mathbf{n}}_L$ durch $\hat{\mathbf{q}}_{\pi^-}$ ersetzt werden.

und für den Zerfall in drei Pionen:

$$d\Gamma(\tau \to \nu_\tau 3\pi) \propto \left(\sum_{X=A,C,D,E} L_X W_X \right) \frac{(m_\tau^2 - Q^2)^2}{m_\tau^2} \frac{dQ^2}{Q^2} ds_1 ds_2 \frac{d\alpha}{2\pi} \frac{d\gamma}{2\pi} \frac{d\cos\beta}{2} \frac{d\cos\theta}{2} \quad (2.25)$$

Die Funktionen $\mathrm{L_X}$ werden aus dem leptonischen Strom($\mathrm{M_\mu M_\nu^\dagger}$) berechnet, die Strukturfunktionen $\mathrm{W_X}$ ergeben sich aus dem Quadrat des hadronischen Stromes $\mathrm{J_\mu J_\nu^\dagger}$. Läßt man die Annahme, der Zerfall laufe über einen Spin 1 Zustand ab, fallen, müssen weitere Terme $\mathrm{L_X W_X}$ berücksichtigt werden [36]. Während die $\mathrm{W_X}$ nur von $\mathrm{Q^2}$, $\mathrm{s_1}$ und $\mathrm{s_2}$ abhängen und die Dynamik des hadronischen Stromes enthalten, ist die Abhängigkeit von der hadronischen Energie $\mathrm{E_h}$ (über $cos\theta$ und $\cos\psi$) und den Eulerwinkeln vollständig in den Funktionen $\mathrm{L_X}$ enthalten. Die Form der $\mathrm{L_X}$ hängt also davon ab, ob man die τ – Flugrichtung rekonstruieren kann(rechte Spalte) oder nicht(linke Spalte):

$$\begin{aligned}
L_B &= 2/3\mathbf{K}_1 + \mathbf{K}_2 - 2/3\bar{\mathbf{K}}_1(3\cos^2\beta - 1)/2 & L_B &= \mathbf{K}_1 \sin^2\beta + \mathbf{K}_2 - \bar{\mathbf{K}}_4 \sin 2\beta \cos\alpha \\
L_A &= 2/3\mathbf{K}_1 + \mathbf{K}_2 + 1/3\bar{\mathbf{K}}_1(3\cos^2\beta - 1)/2 & L_A &= 1/2\mathbf{K}_1(1+\cos^2\beta) + \mathbf{K}_2 \\
& & &\quad + 1/2\bar{\mathbf{K}}_4 \sin 2\beta \cos\alpha \\
L_C &= -1/2\bar{\mathbf{K}}_1 \sin^2\beta \cos 2\gamma & L_C &= -1/2\bar{\mathbf{K}}_1 \sin^2\beta \cos 2\gamma - \bar{\mathbf{K}}_4 \sin\beta \\
& & &\quad \cdot (\sin\alpha \sin 2\gamma - \cos 2\gamma \cos\alpha \cos\beta) \\
L_D &= 1/2\bar{\mathbf{K}}_1 \sin^2\beta \sin 2\gamma & L_D &= 1/2\bar{\mathbf{K}}_1 \sin^2\beta \sin 2\gamma - \bar{\mathbf{K}}_4 \sin\beta \\
& & &\quad \cdot (\sin\alpha \cos 2\gamma - \sin 2\gamma \cos\alpha \cos\beta) \\
L_E &= \bar{\mathbf{K}}_3 \cos\beta & L_E &= \mathbf{K}_3 \cos\beta + \mathbf{K}_5 \sin\beta \cos\alpha
\end{aligned} \quad (2.26)$$

Die in (2.26) auftretenden Hilfsfunktionen $\mathbf{K}_i$ sind folgendermaßen definiert:

$$\begin{aligned}
&\mathbf{K}_1 = 1 - \xi_{had} P_\tau \cos\theta - \left(m_\tau^2/Q^2\right)(1 + \xi_{had} P_\tau \cos\theta) && (2.27) \\
&\mathbf{K}_2 = \left(m_\tau^2/Q^2\right)(1 + \xi_{had} P_\tau \cos\theta) && \mathbf{K}_3 = \xi_{had} - P_\tau \cos\theta \\
&\mathbf{K}_4 = \sqrt{m_\tau^2/Q^2}\,\xi_{had} P_\tau \sin\theta && \mathbf{K}_5 = \sqrt{m_\tau^2/Q^2}\,P_\tau \sin\theta \\
&\bar{\mathbf{K}}_1 = \mathbf{K}_1\left(3\cos^2\psi - 1\right)/2 - 3/2\mathbf{K}_4 \sin\psi && \bar{\mathbf{K}}_3 = \mathbf{K}_3 \cos\psi - \mathbf{K}_5 \sin\psi
\end{aligned}$$

Anhand der Hilfsfunktionen erkennt man die Abhängigkeit der differentiellen Zerfallsraten von der Polarisation $\mathrm{P_\tau}$ und dem Kopplungsparameter ξ_{had}. Auch in diesen Zerfällen gibt es genau wie im Zerfall $\tau^- \to \nu_\tau \pi^-$ nur einen Parameter, nämlich ξ_{had}, der den Einfluß der Kopplungen $\mathrm{g_A}$ und $\mathrm{g_V}$ beschreibt. Die Definition entspricht dabei der, die in (2.21) für das Pion gegebenen wurde: $\xi_{\mathrm{had}} = 2\Re\mathfrak{e}(\mathrm{g_V g_A})/(\mathrm{g_V^2} + \mathrm{g_A^2})$. Im folgenden soll der Parameter für den Zerfall in zwei Pionen als ξ_ρ und der Parameter im Fall der Endzustände mit drei Pionen als $\xi_{\mathrm{a_1}}$ bezeichnet werden. Für beide erwartet man im Standardmodell $\xi_\rho = \xi_{\mathrm{a_1}} = 1$.

Mit Hilfe von (2.26) und (2.27) kann man die Zerfallsverteilungen (2.24) und (2.25) durch Umordnen in folgende Form bringen:

$$\begin{aligned}
\frac{d\Gamma}{d\vec{x}}(\tau \to \nu_\tau 2\pi) &= f_B(\vec{x}) + \xi_\rho P_\tau \cdot g_B(\vec{x}) \\
&= f(\vec{x}) W_B + \xi_\rho P_\tau \cdot g(\vec{x}) W_B
\end{aligned} \quad (2.28)$$

$$\frac{d\Gamma}{d\vec{x}}(\tau \to \nu_\tau 3\pi) = f(\vec{x}) + \xi_{a_1} P_\tau \cdot g_1(\vec{x}) + \xi_{a_1} \cdot g_2(\vec{x}) + P_\tau \cdot g_3(\vec{x}) \quad (2.29)$$

In $\vec{x}$ sind dabei alle auftretenden kinematischen Variablen zusammengefaßt. Die Zerfallsbreite (2.28) hängt wie der Zerfall in ein Pion nur von dem Produkt $\xi_\rho \cdot \mathrm{P}_\tau$ ab, dagegen gibt es in (2.29) sowohl Terme die vom Produkt aus Kopplungsstärke ξ_{a_1} und Polarisation P_τ abhängen, als auch Terme, die nur proportional zu einem der beiden Parameter sind. Letztere verschwinden erst nach einer Integration sowohl über α als auch über $\cos\beta$. Außerdem soll noch auf eine Besonderheit in (2.28) hingewiesen werden. Da in diesem Zerfall nur die Strukturfunktion $\mathrm{W_B}$ auftritt, können $\mathrm{f_B}$ und $\mathrm{g_B}$ in der obigen Zerfallsverteilung faktorisiert werden, so daß f und g nicht mehr von der Dynamik des hadronischen Stromes abhängen. Dadurch wird die Observable (vgl. Kapitel 5), die für die Messung in diesem Kanal verwendet werden wird, unabhängig von $\mathrm{W_B}$. Es gibt also keine Unsicherheit durch die Beschreibung der Dynamik des hadronischen Stromes[9], weshalb auf $\mathrm{W_B}$ nicht näher eingegangen wird. Dies gilt nicht für das a_1, da hier insgesamt vier Strukturfunktionen auftreten.

Die Strukturfunktionen W_X im 3π – Zerfall

Die vier Strukturfunktionen lauten [36]:

$$\begin{aligned}
W_A &= (x_1^2 + x_3^2)|F_1|^2 + (x_2^2 + x_3^2)|F_2|^2 + (x_1 x_2 - x_3^2)\mathfrak{Re}(F_1 F_2^*) \\
W_C &= (x_1^2 - x_3^2)|F_1|^2 + (x_2^2 - x_3^2)|F_2|^2 + (x_1 x_2 + x_3^2)\mathfrak{Re}(F_1 F_2^*) \\
W_D &= 2\left[x_1 x_3 |F_1|^2 - x_2 x_3 |F_2|^2 + x_3(x_2 - x_1)\mathfrak{Re}(F_1 F_2^*)\right] \\
W_E &= -2x_3(x_1 + x_2)\mathfrak{Im}(F_1 F_2^*)
\end{aligned} \tag{2.30}$$

wobei die Hilfsvariablen x_1, x_2 und x_3 durch die Komponenten der Viererimpulse der drei Pionen im hadronischen Ruhesystem bestimmt sind:

$$x_1 = q_1^x - q_3^x \qquad x_2 = q_2^x - q_3^x \qquad x_3 = q_1^y$$

Die Annahmen über die Dynamik des hadronischen Stromes stecken hier in den Formfaktoren $\mathrm{F_1(s_1, s_2, Q^2)}$ und $\mathrm{F_2(s_1, s_2, Q^2) = F_1(s_2, s_1, Q^2)}$. Im folgenden sollen zwei Modelle zur Berechnung dieser Formfaktoren, die den Zerfall $a_1 \to \rho\pi$ beschreiben, kurz erläutert werden.

Das Modell von Kühn und Santamaria. In diesem Modell [36, 38], das durch chirale Lagrange – Funktionen[10] und das Vektordominanzmodell[11] motiviert ist, lauten die Formfaktoren:

$$F(s_1, s_2, Q^2) = -\frac{2\sqrt{2}i}{3f_\pi} BW_{a_1}\left(Q^2\right) \cdot B_\rho(s_2) \tag{2.31}$$

$\mathrm{BW_{a_1}}$ ist eine Breit – Wigner – Funktion für das $\mathrm{a_1}$, deren Breite von der invarianten Masse der drei Pionen abhängt, und B_ρ beschreibt eine Mischung aus der ρ – Resonanz und einem kleinen Anteil von ρ'. Die Parameter, die in die Formfaktoren eingehen, wurden durch eine Anpassung an τ – Daten gewonnen [38]. Für eine ausführlichere Beschreibung sei auf Anhang A verwiesen.

[9] Es bleibt nur die Annahme bestehen, daß es sich um einen Spin 1 Zustand handelt.
[10] Zur Vorhersage von F bei kleinen Q^2.
[11] Zur Sättigung der Formfaktoren bei hohen Q^2.

Das Modell von Feindt. Dieses Modell [39] beschreibt den Zerfall $a_1 \to \rho\pi \to 3\pi$ durch Zustände mit wohldefiniertem Bahndrehimpuls zwischen dem ρ und dem π. Die Zerfallsamplitude berechnet sich dann aus der Überlagerung einer S – Welle und einer D – Welle. In [40] wurde gezeigt, daß es ausreicht, die Formfaktoren $\mathrm{F_i}$ aus (2.31) zu modifizieren, um die differentielle Zerfallsverteilung für das Modell von Feindt zu bekommen[12]. Der Faktor $\mathrm{B}_\rho(\mathrm{s}_2)$(vgl. (A.3)) in (2.31) muß durch folgenden Ausdruck ersetzt werden:

$$\begin{aligned} & B_\rho(s_2) \cdot \left(1 - \tfrac{1}{3}A_1\right) + \tfrac{2}{3}B_\rho(s_1) \cdot A_2 + \\ & \qquad \boldsymbol{\delta} \cdot \left[B_\rho(s_2) \cdot \left(1 - \tfrac{1}{3}B_1 C_1\right) + \tfrac{2}{3}B_\rho(s_1) \cdot B_2 C_2\right] \end{aligned} \tag{2.32}$$

mit den Hilfsfunktionen:

$$A_i = \frac{s_3 - s_i}{Q^2 - m_\pi^2 + s_j + 2\sqrt{Q^2 s_j}} \qquad B_i = \frac{\frac{1}{4}(Q^2 - m_\pi^2 + s_j)^2 - Q^2 s_j}{Q^2}$$

$$C_i = \frac{(s_3 - s_i)(Q^2 - m_\pi^2 + s_j + 4\sqrt{Q^2 s_j})}{(Q^2 - m_\pi^2 + s_j)^2 - 4Q^2 s_j} \qquad i = 1, 2 \quad i \neq j$$

Dabei beschreibt der Parameter $\boldsymbol{\delta}$ die Beimischung der D – Welle in der Zerfallsamplitude.

[12] Auch hier werden die skalaren Beiträge vernachlässigt.

Kapitel 3

Experimenteller Aufbau

Der Detektor ALEPH (Apparatus for LEp PHysics), dessen Daten für die vorliegende Analyse verwendet wurden, ist eines von vier Experimenten[1] am Speicherring LEP am CERN. Da sich in der Literatur ausführliche Beschreibungen von LEP [41, 42, 43] und ALEPH [44, 45] finden lassen, sollen hier nur kurz die wichtigsten Punkte, die für das Verständnis der Analyse notwendig sind, erläutert werden.

3.1 Der Speicherring LEP

LEP und die Detektoren wurden im August 1989 in Betrieb genommen. Bis Oktober 1995 wurden Daten bei Schwerpunktsenergien um 91 GeV im Bereich der Masse des Z^0 – Bosons $M_{Z^0} = 91.17\,\mathrm{GeV}$) aufgenommen. Durch den Einbau neuer supraleitender Kavitäten wird es möglich, die Energie des Rings schrittweise auf über 190 GeV zu erhöhen. In dieser zweiten Stufe (LEP 2) steht die Untersuchung der Physik der Vektorbosonen W^+ und W^-, die oberhalb von 160 GeV paarweise erzeugt werden, im Vordergrund. Ein weiterer Schwerpunkt des experimentellen Programmes bildet die Suche nach neuer Physik außerhalb des Standardmodells.

Der Elektron – Positron – Speicherring (Abb. 3.1) hat einen Umfang von 26.66 km und ist mit älteren Maschinen, die die Teilchen auf 22 GeV vorbeschleunigen, verbunden. LEP hat nun die Aufgabe die Elektronen und Positronen, die entgegengesetzt umlaufen, auf Energien bis zur nominellen Energie zu beschleunigen, zu speichern und an den Wechselwirkungspunkten zur Kollision zu bringen. An vier von acht Wechselwirkungspunkten, an denen die Detektoren stehen, werden die Teilchenstrahlen durch Quadrupole fokussiert, um die Wahrscheinlichkeit einer Wechselwirkung zu erhöhen. Je nach Betriebsmodus werden Elektronen und Positronen jeweils in vier beziehungsweise acht Bündel gepackt, die im Ring kreisen. Dabei findet alle $22\,\mu\mathrm{s}$ ($11\,\mu\mathrm{s}$ für acht Bündel) eine Kollision in den Wechselwirkungspunkten statt. Typische Größenordnung für den gesamten Strom in der Maschine sind 4 – 8 mA, die möglichst gleichmäßig auf die einzelnen Bündel, deren Länge bei einer radialen Ausdehnung von $250\,\mu\mathrm{m}$ und vertikalen von $15\,\mu\mathrm{m}$ etwa 1.8 cm beträgt, verteilt werden. Auf der Z^0 – Resonanz wurden so Luminositäten bis zu $2.1 \cdot 10^{31}\,\mathrm{cm}^{-2}\,\mathrm{s}^{-1}$ erreicht. Ein neuer Betriebsmodus, der zur weiteren Steigerung der Luminosität besonders

[1] Die weiteren Detektoren sind: OPAL, DELPHI und L3.

im Hinblick auf LEP 2 entwickelt wurde und seit 1995 eingesetzt wird, sind die sogenannten „bunch trains“. Dabei werden bis zu vier Bündel Elektronen bzw. Positronen zu insgesamt vier „Zügen“ mit einer Länge von maximal 220 m ($\simeq$ 750 ns) zusammengefaßt. Allerdings haben sich die hohen Erwartungen an die Steigerung der Luminosität aufgrund vieler praktischer Probleme zumindest auf der Z^0 – Resonanz nicht erfüllt.

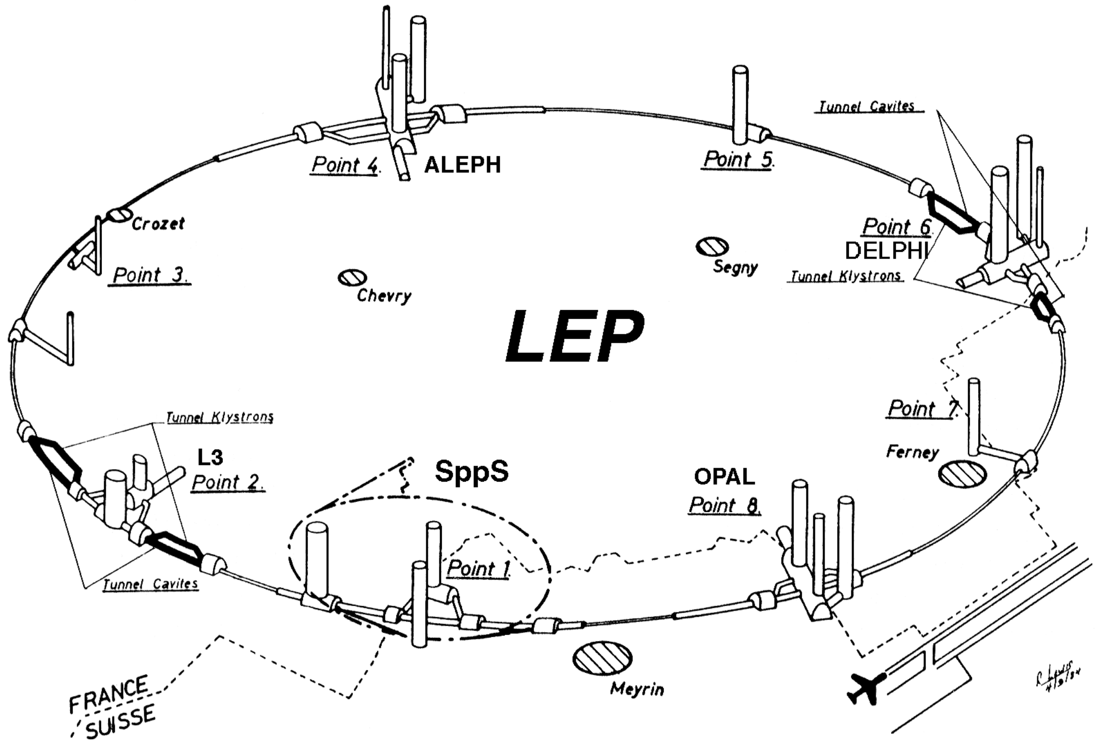

Abbildung 3.1: Der Speicherring LEP

3.2 Der Detektor ALEPH

ALEPH wurde konstruiert, um ein breites Spektrum der Physik an der Z^0 – Resonanz [46] und oberhalb der W^+W^- – Schwelle (LEP 2, [47]) zu studieren. Um dies zu erreichen, deckt der Detektor fast den gesamten Raumwinkelbereich von 4π ab und sammelt für jedes Ereignis soviel Information wie möglich. Abbildung 3.2 zeigt den Aufbau des Detektors, der einen zylindrischen Zentralteil besitzt und durch Endkappen auf beiden Seiten abgeschlossen wird.

Die einzelnen Teildetektoren sind schalenförmig um den Wechselwirkungspunkt angeordnet. Dicht um das Strahlrohr befindet sich der Vertexdetektor (VDET), gefolgt von den beiden Spurkammern, der Inneren Spurkammer (ITC) und der Zeitprojektionskammer (TPC). Damit eine präzise Impulsmessung der geladenen Teilchen in den Spurkammern möglich wird, erzeugt eine supraleitende Spule ein Magnetfeld von 1,5 Tesla. Noch innerhalb der Spule befindet sich das elektromagnetische Kalorimeter (ECAL), das zur Identifikation und Messung der Energie von Photonen und Elektronen dient. Daran schließt sich das hadronische Kalorimeter (HCAL) an, dessen Eisenplatten gleichzeitig als Rückflußjoch der Spule dienen und die tragende Struktur des Detektors darstellen. Um die Myonen, die neben den nicht nachweisbaren Neutrinos praktisch als einzige Teilchen den Detektor verlassen können, zu identifizieren, umgeben zwei Lagen von Myonkammern das hadronische Kalorimeter. Schließlich befinden sich in größerem Abstand vom Wechselwirkungspunkt noch mehrere Luminositätskalorimeter zur exakten Bestimmung der Luminosität aus Bhabha – Ereignissen unter kleinen Streuwinkeln.

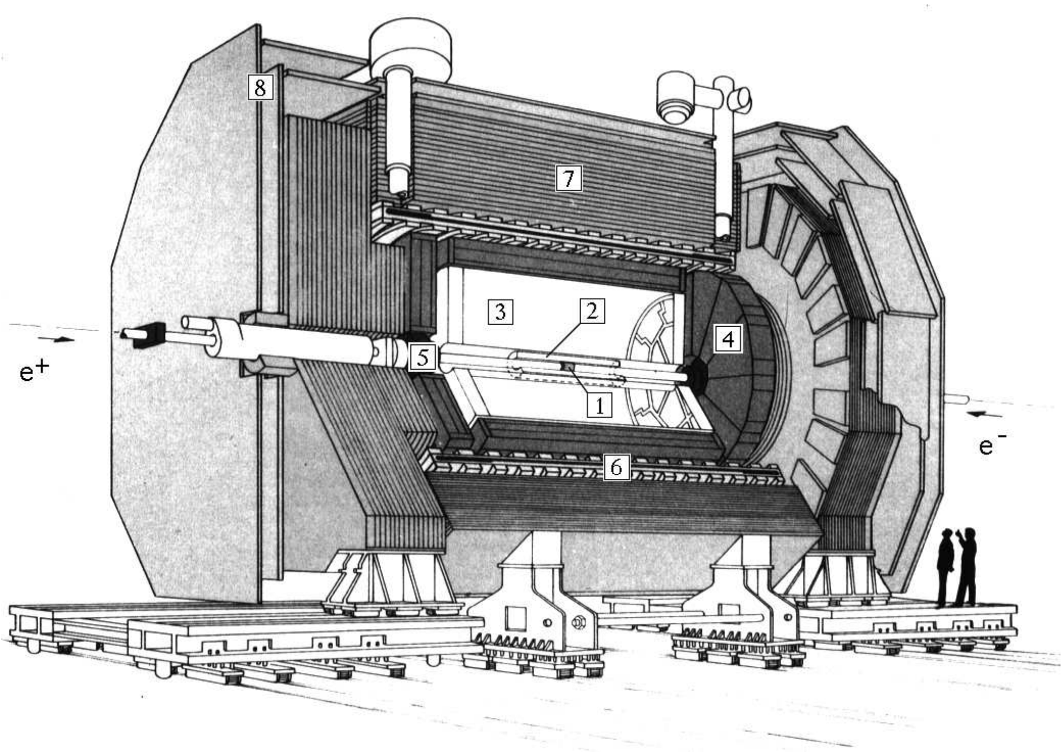

Abbildung 3.2: *Der Detektor ALEPH: 1. der Vertexdetektor (VDET), 2. die innere Spurkammer (ITC), 3. die Zeitprojektionskammer (TPC), 4. das elektromagnetische Kalorimeter (ECAL), 5. das Luminositätskalorimeter (LCAL), 6. die Spule, 7. das hadronische Kalorimeter (HCAL), 8. die Myonkammern*

Zur Beschreibung des Detektors werden sowohl kartesische Koordinaten als auch Kugelkoordinaten verwendet. Die z – Richtung im kartesischen System ist durch die Flugrichtung des Elektronstrahls gegeben, die x – Achse zeigt zum Mittelpunkt des LEP – Rings und die y – Achse senkrecht nach oben. Im Kugelkoordinatensystem wird neben des radialen Abstands vom Ursprung der Polarwinkel θ zur Strahlachse und der Azimutwinkel ϕ zur x – Achse verwendet.

Im folgenden sollen die wichtigsten Teildetektoren kurz beschrieben werden. Für eine ausführliche Beschreibung sei auf [44, 45] verwiesen.

3.3 Die Spurdetektoren

3.3.1 Der Vertexdetektor (VDET)

Beim Vertexdetektor handelt es sich um einen zweilagigen Silizium – Streifen – Detektor, dessen 20 cm lange Lagen einen Radius von 6.3 cm beziehungsweise von 11 cm haben. Jede Lage besteht aus zwei Schichten zueinander senkrechter Siliziumstreifen, wobei die zur Strahlachse (z – Achse) parallelen Streifen die Information über die $r-\phi$ – Koordinate liefern. Die dazu senkrechte Schicht bestimmt die z – Koordinate. Die Auflösung des Detektors beträgt in $r-\phi$ ca. 12 μm und für die z – Koordinate etwa 10 μm. Seit 1991 wird der VDET zur Datennahme eingesetzt.

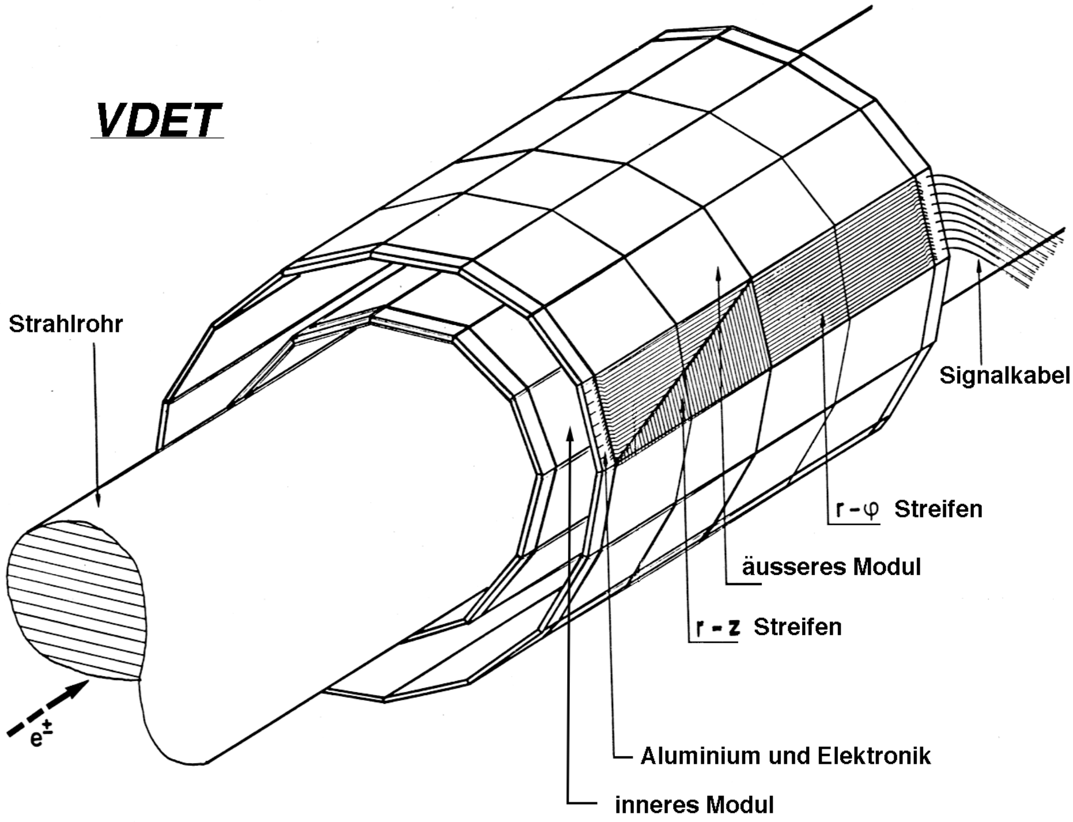

Abbildung 3.3: Schematische Abbildung des Vertexdetektors

3.3.2 Die Innere Spurkammer (ITC)

Die ITC ist eine konventionelle, zylindrische Vieldrahtdriftkammer, deren Drähte über eine Länge von 2.0 m parallel zur z – Achse gespannt sind. Der Innenradius der Spurkammer beträgt 12.8 cm, ihr Außenradius 28.5 cm. Die hexagonalen Driftzellen sind in acht konzentrischen Lagen angeordnet. Sie bestehen aus einem Signaldraht (goldbeschichtetes

Wolfram, ø 30 μm) auf positivem Potential von etwa 2 kV, sowie sechs umgebenden, geerdeten Potentialdrähten (goldbeschichtetes Aluminium, ø 147 μm). Als Füllgas dient eine Mischung aus Argon und CO_2 (80 %:20 %) unter Atmosphärendruck. Aufgrund der Geometrie erhält man die maximal acht r – ϕ – Koordinaten aus der Driftzeit der Elektronen, die durch die Ionisierung des Kammergases entstehen, und der Lage der angesprochenen Drähte. Aus der Differenz der Ankunftszeiten der Ladungspulse an beiden Enden des Signaldrahtes kann die z – Koordinate bestimmt werden.

Aufgrund der geringen Größe ihrer Driftzellen stellt die ITC in nur 500 ns Spurinformationen für die erste Stufe des Triggers zur Verfügung. Außerdem hilft sie entscheidend bei der Unterdrückung des Untergrundes aus kosmischer Strahlung, weil die ITC nur aus einem Zeitfenster von 150 ns nach einer Kollision, welche alle 11 μs stattfindet, Information liefert.

3.3.3 Die Zeitprojektionskammer (TPC)

Das Herzstück des Detektors zum Nachweis geladener Spuren ist eine große dreidimensional abbildende Driftkammer, deren Aufbau in Abbildung 3.4 gezeigt ist. Sie liefert bis zu 21 r – ϕ – z – Spurpunkte und Information über die spezifische Ionisation der geladenen Teilchen. Das zum magnetischen Feld parallele, axiale elektrische Feld (E=115 V/cm) wird über eine Hochspannungsmembran in der Mitte zwischen den beiden geerdeten Endplatten erzeugt. Das zylindrische Volumen wird durch Feldkäfige, die mit ringförmigen Elektroden zur Verbesserung der Feldhomogenität versehen sind, abgeschlossen.

In der TPC erzeugen durchfliegende geladene Teilchen freie Elektronen durch die Ionisation des Kammergases. Diese Elektronen bewegen sich mit einer konstanten Driftgeschwindigkeit von 5.2 cm/μs auf die Endplatten zu. Die Konstanz der Driftgeschwindigkeit resultiert aus dem dynamischen Gleichgewicht, das sich zwischen der beschleunigenden Kraft des elektrischen Feldes und den abbremsenden Stößen der Elektronen mit den Gasmolekülen einstellt. Einflüsse auf die Ortsauflösung von Geschwindigkeitskomponenten senkrecht zum axialen Feld, die ebenfalls durch die Stöße entstehen, werden durch das magnetische Feld stark reduziert, weil dieses die Elektronen auf enge Spiralbahnen um die ursprüngliche Richtung zwingt.

Die Endplatten bestehen aus jeweils achtzehn ebenen, einlagigen Vieldrahtproportionalkammern („Sektoren", siehe Abb. 3.5), in denen die Driftelektronen nachgewiesen werden. Diese Elektronen erzeugen in der Nähe der Signaldrähte, die auf positiver Hochspannung liegen, Ladungslawinen. Dadurch werden zwei bis drei Segmente (Größe 6.2 x 30 mm^2) der sehr stark unterteilten Kathodenebene angesprochen. Aus dem Schwerpunkt des Ladungspulses erhält man die ϕ – Koordinate. Die Kathodensegmente sind in 21 Reihen angeordnet. Aus dem Radius der angesprochenen Reihe ergibt sich die r – Koordinate. Die z – Koordinate läßt sich schließlich aus der Ankunftszeit der Ladungslawine bestimmen.

Außerdem wird auch die Pulshöhe auf den Signaldrähten ausgelesen. Daraus erhält man die Information über den Energieverlust dE/dx der geladenen Primärteilchen. Zuletzt seien noch kurz die Gitterdrähte erwähnt. Diese verhindern, daß Ionen, die bei der Lawinenbildung entstehen, in den Driftraum gelangen und dort lokale Störungen des elektrischen Feldes hervorrufen.

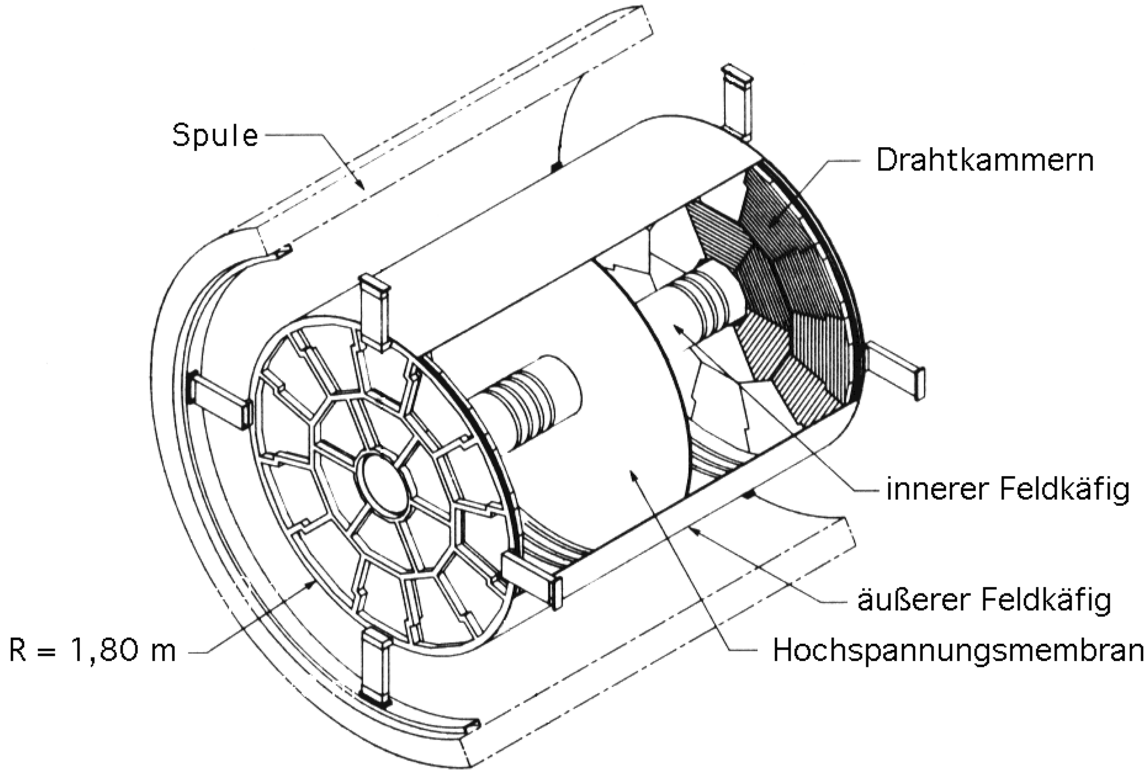

Abbildung 3.4: *Der Aufbau der TPC*

Um die Driftgeschwindigkeit möglichst genau bestimmen und eventuell vorhandene Feldinhomogenitäten studieren zu können, besitzt die TPC ein Laserkalibrationssystem. Damit kann man bis zu dreißig gerade Spuren unter verschiedenen Winkeln erzeugen. So läßt sich z.B. aus der Differenz der Ankunftszeiten der Driftelektronen von Spuren mit gleichem Polarwinkel θ, aber unterschiedlichen Azimutwinkeln ϕ die Driftgeschwindigkeit mit einer Genauigkeit von 0.1 % bestimmen.

Auflösung der TPC:

- r - ϕ – Koordinate: ca. 180 μm
- z – Koordinate: ca. 0.8 mm bei θ=90^0
- Impuls: $\Delta\,\mathrm{p}/\mathrm{p}^2 = 1.2 \cdot 10^{-3}(\mathrm{GeV/c})^{-1}$ bei 45 GeV

3.3.4 Die Spurrekonstruktion

Bevor man darangehen kann, aus den Koordinaten Spuren zu bilden, müssen alle Komponenten der drei Spurdetektoren genau ausgerichtet und ihre Position absolut und relativ zueinander bestimmt werden [48].

Mit Hilfe vermessungstechnischer Methoden wurden beim Einbau die Positionen der TPC – Sektoren auf 100 μm genau bestimmt. Ebenso wurden die Module des Vertexdetektors optisch vermessen. Hierbei erreicht man eine Genauigkeit von 2 μm für die r – ϕ – und

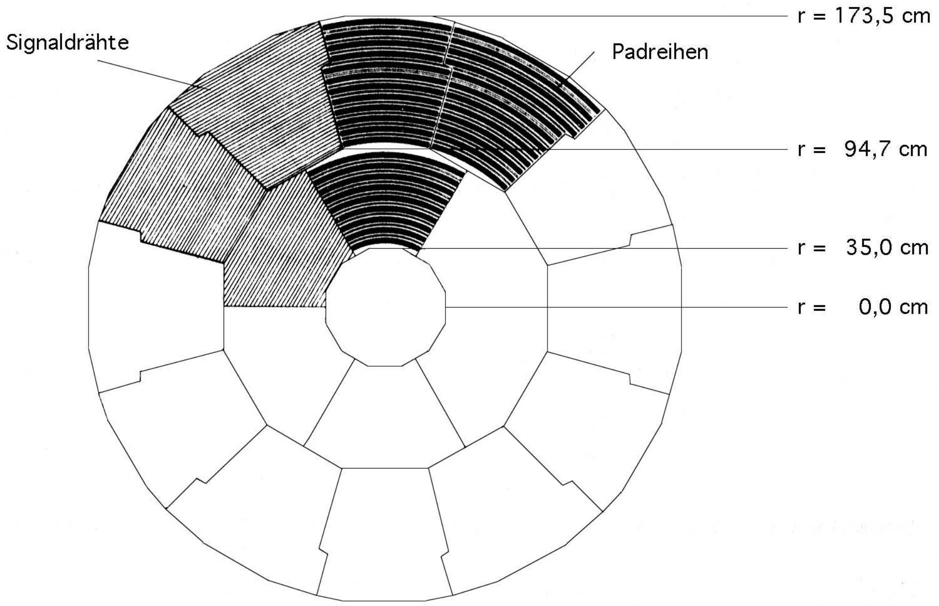

Abbildung 3.5: *Aufbau einer TPC – Endplatte*

z – Koordinaten, sowie 10 μm für die radiale Position. Die nächsten Schritte bestehen nun darin, die interne Ausrichtung der Spurdetektoren zu verbessern und ihre relative Position zueinander zu ermitteln. Dazu werden von ALEPH aufgenommene Daten herangezogen, insbesondere Myonen aus kosmischer Höhenstrahlung und aus dem Prozeß $Z \to \mu^+ \mu^-$.

Zuerst wird die ITC global nach der TPC ausgerichtet. Dies geschieht durch Minimierung des Unterschiedes zwischen den erwarteten Hit – Koordinaten in der ITC, die man durch Extrapolation aus der TPC erhält, und den tatsächlich gemessenen Koordinaten. Mit dem gleichen Verfahren wird der VDET an das System aus ITC und TPC angepaßt. Danach werden Spuren aus dem Prozeß $Z \to \mu^+ \mu^-$ getrennt für ITC, sowie für die inneren und die äußeren Sektoren der TPC rekonstruiert. Aus Verschiebungen an den einzelnen Grenzen kann man Korrekturen für die Koordinaten ermitteln und die relative Ausrichtung der TPC – Sektoren verbessern.

Aufgrund der hohen Meßgenauigkeit des Vertexdetektors wird dessen Ausrichtung mit mehreren unabhängigen Verfahren getestet, wobei so wenig Spurinformation wie möglich aus den äußeren Spurkammern verwendet wird, um Verzerrungen durch dort noch übriggebliebene kleine Effekte zu verhindern (*Single* und *double constrained residuals* [48]).

Im letzten Schritt wird schließlich die z – Position der TPC – Sektoren relativ zum VDET ermittelt, indem die beiden Spuren aus Myon – Paar – Ereignissen zu einer einzigen Spur zusammengefaßt werden. Damit lassen sich eine Verschiebung in z – Richtung bezüglich der nominellen Position und eine Rotation der TPC – Sektoren um ihren Mittelpunkt in der r – z – Ebene feststellen und korrigieren.

Aussagen über den Impuls, die Richtung und Enstehungspunkt, sowie die Zahl der geladenen Teilchen erhält man durch die Verbindung zusammengehöriger Koordinaten zu Spuren. Mit der Rekonstruktion beginnt man in den äußeren Sektoren der TPC, weil hier die räumliche Separation der Spuren besser ist. Die wichtigsten Rekonstruktionsschritte

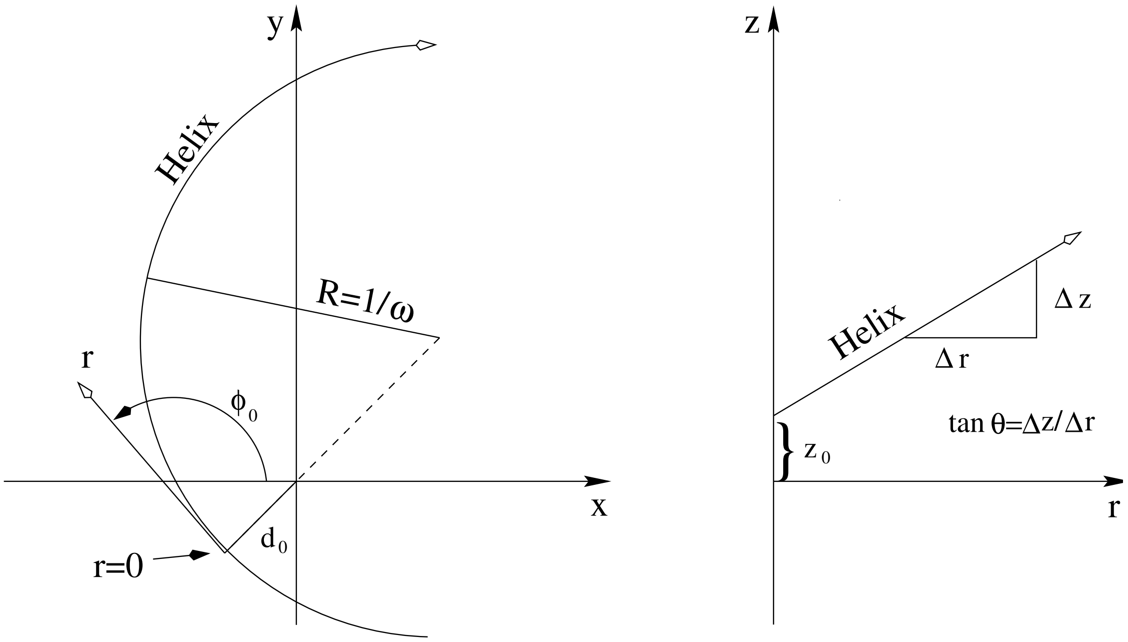

Abbildung 3.6: *Die Helixparameter: der Krümmungsradius R, die Impaktparameter* d_0 *und* z_0*, der Azimutwinkel* ϕ_0 *und der Polarwinkel* θ*.*

sind im folgenden aufgezählt:

- Bildung von Ketten aus TPC – Spurpunkten, wobei die Ketten mit einer Helix verträglich sein müssen. Über die Aufnahme einer Koordinate entscheidet ein χ^2 – Test.
- Ermittlung von Spurkandidaten durch Zusammensetzung solcher Ketten, denn zur Spur eines Teilchen können mehrere Ketten gehören[2].
- Entfernen überlappender Spurpunkte, um falsche Koordinatenzuweisungen zu verhindern.
- Helixfit unter Berücksichtigung von Vielfachstreuung (Helixparameter siehe Abb. 3.6).
- Spurextrapolation in die ITC. Hierbei wird jede ITC – Koordinate mittels χ^2 – Test höchstens einer Spur zugeordnet.
- Globaler Helixfit für TPC – und ITC – Koordinaten mit Vielfachstreuung.
- Berücksichtigung von VDET – Treffern entsprechend dem Verfahren für die ITC.

Für Spuren, die in allen drei Subdetektoren rekonstruiert werden, erhält man folgende Auflösungen:

- Impaktparamter in r – ϕ: 25 μm

[2]z.B. falls es im Magnetfeld spiralt.

- Impaktparameter in r – z: $29\,\mu$m
- Impulsauflösung $\Delta\, p/p^2$: $0.6 \cdot 10^{-3} (GeV/c)^{-1}$

3.4 Die Kalorimeter

3.4.1 Das elektromagnetische Kalorimeter (ECAL)

Das elektromagnetische Kalorimeter besitzt einen Zentralteil („barrel") und zwei Endkappen, die zusammen einen Raumwinkel von $3.9\,\pi$ sr überdecken[3]. Alle drei Komponenten werden von zwölf Moduln, die jeweils ein Segment von 30^0 im Azimutwinkel ϕ darstellen, gebildet. Dabei sind die Endkappenmoduln um 15^0 gegenüber dem Zentralteil verdreht. Aufgebaut ist ein Modul aus 45 Lagen Bleiplatten, die als passives Material dienen. Die ersten 33 Platten haben eine Dicke von 2 mm, die letzten 12 Lagen eine Dicke von 4 mm. Dazwischen befinden sich zum Nachweis der elektromagnetischen Schauer Proportionalzählrohre.

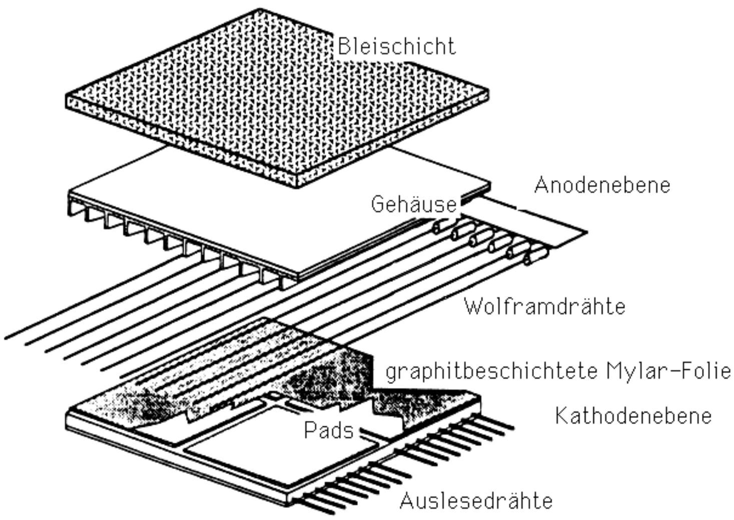

Abbildung 3.7: Schnittzeichnung einer Ebene des elektromagnetischen Kalorimeters

Die Proportionalkammern bestehen aus zusammenhängenden Aluminiumröhren mit quadratischem Querschnitt, die an einer Seite offen sind. Diese offene Seite wird von der Kathodenebene, die sich hinter einer Widerstandsschicht (mit Graphit überzogenes Mylar) befindet, abgeschlossen (siehe Abb. 3.7). Die Kathodenebenen aller 45 Schichten sind in kleine Plättchen unterteilt, die zu insgesamt 73728 projektiven, d. h. auf den Wechselwirkungspunkt zeigenden Türmen zusammengefaßt sind. Die Türme werden in drei Tiefen-

[3]Spalte bilden im Zentralteil 2 % und in den Endkappen 6 % der Oberfläche.

abschnitten ausgelesen. Der erste Abschnitt umfaßt 10 Bleilagen, was vier elektromagnetischen Strahlungslängen X_0 entspricht. Der zweite Abschnitt enthält 23 Lagen ($\simeq 9X_0$), und die letzten 12 Lagen ($\simeq 9X_0$) bilden den dritten Tiefenabschnitt. Da die Türme am unteren Ende einen Querschnitt von nur etwa 30 x 30 mm^2 haben, erreicht man eine sehr hohe Granularität mit einer Winkelauflösung von $\sigma_\phi = \sigma_\theta / \sin\theta = 0.32 + 2.7/\sqrt{\mathrm{E\,(GeV)}}$. Die Energieauflösung der Kathodenauslese beträgt $\sigma/\mathrm{E} = 0.01 + 0.19/\sqrt{\mathrm{E\,(GeV)}}$.

Außerdem werden in jedem Modul die Drähte lagenweise zusammengefaßt und ausgelesen. Dies ergibt eine etwas bessere Energieauflösung von $\sigma/\mathrm{E} = 0.01 + 0.17/\sqrt{\mathrm{E\,(GeV)}}$ und liefert ein genaues Tiefenprofil der elektromagnetischen Schauer.

Die Form der elektromagnetischen Schauer kann zur Trennung von Elektronen und Hadronen verwendet werden. Zu diesem Zweck werden zwei Estimatoren definiert, die die Entwicklung der Schauer in transversaler bzw. longitudinaler Richtung verwenden. Die diskriminierende Größe in transversaler Richtung ist:

$$R_T = \frac{E_4/p - \langle E_4/p \rangle}{\sigma_{E_4/p}} \tag{3.1}$$

$\mathrm{E_4}$ ist die Summe der Energien in den vier zentralen Türmen, p der Impuls der Spur, $\langle \mathrm{E_4/p} \rangle$ die erwartete Energiedeposition eines Elektrons und $\sigma_{\mathrm{E_4/p}}$ die Auflösung. Der Estimator in longitudinaler Richtung ist:

$$R_L = \frac{X_L - \langle X_L \rangle}{\sigma_{X_L}} \quad \text{wobei} \quad X_L = \frac{E_4}{\sum_{i=j}^{4} \sum_{j=i}^{3} E_i^j S_j} \tag{3.2}$$

$\mathrm{S_j}$ ist hier die mittlere Tiefe der Energiedeposition im j – ten Tiefenabschnitt. $\mathrm{X_L}$ ist also das Inverse der mittleren Position der vom Teilchen in longitudinaler Richtung abgegebenen Energie. $\mathrm{R_L}$ schätzt somit, wie gut die gemessene Schauerform mit der für ein Elektron erwarteten übereinstimmt.

3.4.2 Das hadronische Kalorimeter (HCAL)

Ebenso wie das ECAL hat das hadronische Kalorimeter eine Sandwich – Struktur. Als Schauermaterial dienen hier 22 Lagen Eisenplatten, die bis auf die Abschlußlage (10 cm dick) eine Dicke von 5 cm haben. Dies entspricht ungefähr sieben hadronischen Wechselwirkungslängen. Zwischen den Lagen sind „Streamerröhren“, die als Nachweisgeräte dienen, längs der einzelnen Module angebracht. Diese werden einmal über Kathodensegmente, die zu Türmen zusammengefaßt sind[4], ausgelesen. Für das Energiesignal erreicht man dabei eine Auflösung von $\sigma/\mathrm{E} = 84\,\%/\sqrt{\mathrm{E\,(GeV)}}$. An der Unterseite jeder Röhre befinden sich zum Signaldraht parallele Aluminiumstreifen. Spricht eine Röhre an, so erhält man am Rohrende ein Signal, das digitalisiert wird. Dadurch wird ein zweidimensionales Muster der Energiedeposition im HCAL erzeugt, das eine wesentlich bessere Ortsauflösung in der r – ϕ – Ebene liefert als die Kathodenauslese. Dieses Muster kann zur Teilchenidentifikation herangezogen werden.

[4] Ähnlich wie im ECAL, aber die Segmentierung ist wegen der größeren hadronischen Schauer gröber.

3.5 Die Myonkammern

Das hadronische Kalorimeter wird umgeben von zwei Doppellagen Streamerröhren, den Myonkammern. Der Aufbau dieser Röhren entspricht dem der Röhren im HCAL. Jede Lage wird über Aluminiumstreifen, die sich sowohl an der Ober – als auch an der Unterseite befinden, ausgelesen. Da diese Streifen zueinander senkrecht angeordnet sind, erhält man bis zu zwei dreidimensionale Spurpunkte mit einer Winkelauflösung von 10 – 15 mrad.

3.6 Die Luminositätskalorimeter

Die Ereignisrate im Detektor hängt zum einen von den Wirkungsquerschnitten σ der möglichen physikalischen Prozesse ab, zum anderen von der Luminosität $\mathcal{L}$, die die momentanen Eigenschaften der Strahlen im Ring beschreibt:

$$\frac{dN}{dt} = \mathcal{L} \cdot \sigma \qquad\qquad N = \sigma \cdot \int \mathcal{L} dt \tag{3.3}$$

Die Luminosität ist dabei folgendermaßen definiert:

$$\mathcal{L} = N_B \cdot \frac{I^+ \cdot I^-}{4\pi \cdot e^2 \cdot f \cdot \sigma_x \cdot \sigma_y} \tag{3.4}$$

N_B	:	Zahl der umlaufenden Teilchenbündel
I^+, I^-	:	Positronen – und Elektronenstrom pro Bündel
f	:	Umlauffrequenz eines Bündels
σ_x, σ_y	:	Horizontale und vertikale Ausdehnung des Strahls

Viele Analysen, wie etwa die Messung von Wirkungsquerschnitten, sind auf die genaue Kenntnis der Luminosität angewiesen. Zu ihrer Bestimmung verwendet man die Streuung der Elektronen und Positronen aneinander („Bhabha – Streuung“), da für diesen Prozeß der Wirkungsquerschnitt sehr genau berechnet werden kann. Die Winkelverteilung der gestreuten Teilchen ist proportional $1/\sin^4\theta$, weshalb man dedizierte Kalorimeter möglichst nahe am Strahlrohr mit guter Winkelauflösung zum Nachweis der Elektronen und Positronen benötigt.

3.6.1 LCAL

Das Luminositätskalorimeter LCAL besteht aus vier halbkreisförmigen Modulen, die in den beiden Endkappen um das Strahlrohr angebracht sind. Die Module sind ähnlich wie die des elektromagnetische Kalorimeters aufgebaut und überdecken einen Raumwinkelbereich zwischen 45 mrad und 160 mrad auf jeder Seite des Detektors. Mit diesem Kalorimeter erreicht man eine Genauigkeit von $\Delta\mathcal{L}/\mathcal{L} \approx 0.4\%$ auf die Luminositätsmessung.

3.6.2 SICAL

1992 wurde das Silizium – Luminositätskalorimeter SICAL [49], das eine höhere Genauigkeit für die Luminositätsmessung liefert ($\Delta\mathcal{L}/\mathcal{L} < 0.1\%$), in den Detektor eingebaut.

SICAL befindet sich direkt vor LCAL in einer Entfernung von jeweils 250 cm vom Wechselwirkungspunkt. Da SICAL näher am Strahlrohr liegt, beträgt der abgedeckte Winkelbereich 24 mrad bis 58 mrad. Das Kalorimeter besteht aus zwölf Lagen Wolfram als Schauermaterial und dazwischenliegenden Siliziumzählern zur Messung der Energie und Position der eingefallenen Elektronen und Positronen.

3.7 Der Trigger

Kurz soll an dieser Stelle auch auf den Trigger eingegangen werden. Da die Rate physikalisch interessanter Ereignisse bei LEP relativ gering ist [5], wurde der Trigger so konzipiert, daß er möglichst keine Z^0 – Ereignisse innerhalb der Akzeptanz des Detektors verliert, gleichzeitig aber noch eine effektive Unterdrückung von Untergrundereignissen gewährleistet, um die Triggerrate und damit die Totzeit[6], die praktisch vollständig durch die Auslese des Detektors hervorgerufen wird, so gering wie möglich zu halten.

Der Trigger ist in drei Stufen aufgebaut. Die ersten beiden Stufen bestehen aus speziellen Hardwarekomponenten, die nach Signalen in mindestens einem der sechzig Raumwinkelsegmente (fünf Segmente in θ x zwölf Segmente in ϕ), in die der Detektor für die Triggerentscheidung aufgeteilt ist, suchen. Auf Stufe 1 werden die Spurinformation der ITC, die deponierte Kalorimeterenergie in einem Segment des elektromagnetischen oder hadronischen Kalorimeters, sowie die Gesamtenergien (ECAL) im Zentralbereich und den Endkappen verwendet. Aus diesen Informationen werden dann die einzelnen Triggerbedingungen gebildet. Die wichtigsten Bedingungen für Ereignisse aus dem Zerfall des Z^0 – Bosons sind:

- Spurkandidat der ITC in Koinzidenz mit einer Energiedeposition von mindestens einem GeV im selben Triggersegment im ECAL („single – charged – electromagnetic trigger“).
- Spurkandidat der ITC in Koinzidenz mit Treffern in mindestens vier Doppellagen im selben Triggersegment im HCAL („single – muon trigger“).
- Energiedeposition von mindestens einem GeV (zwei GeV) in einem Triggersegment im Zentralteil (in einer Endkappe) des ECAL („single – neutral – electromagnetic trigger“).
- Energiedeposition von mindestens fünf GeV im Zentralteil oder in einer Endkappe des ECAL, oder Energiedeposition von mindestens 1.7 GeV in beiden Endkappen des ECAL gleichzeitig („total energy triggers“).

Dabei wurden die Triggerbedingungen so aufgesetzt, daß physikalisch interessante Ereignisse nicht nur von jeweils einem Trigger erkannt werden, sondern immer mehrere Trigger ansprechen. Durch diese Redundanz läßt sich die Ansprechwahrscheinlichkeit des Triggers anhand der Daten selber überprüfen. Außerdem liefern noch LCAL und SICAL Triggersignale, um die für die Luminositätsmessung notwendigen Bhabha – Ereignisse herausfiltern

[5] Bei einer Luminosität von $10^{31}\,\mathrm{cm}^{-2}\,\mathrm{s}^{-1}$ werden Z^0 – Bosonen mit einer Rate von etwa 0.5 Hz erzeugt.
[6] Die Totzeit beträgt weniger als 1 %/Hz.

zu können. Schon nach 5 μs steht die Entscheidung zur Verfügung, schnell genug, um den Detektor bei negativer Entscheidung für das nächste Aufeinandertreffen von Elektronen und Positronen (alle 11 μs) wieder bereitzustellen. Fällt die Entscheidung auf Stufe 1 positiv aus, werden auf Stufe 2 für reine Spurtrigger und einige Koinzidenztrigger mit niedrigen Schwellen im ECAL die TPC – Spuren anstelle der ITC – Information verwendet. Dies führt zu einer weiteren Reduzierung der Rate, da die TPC für den Trigger dreidimensionale Spuren liefert, während die ITC nur in r und ϕ nach Spuren sucht, um die Signale schneller bereitstellen zu können. Bei positiver Entscheidung wird der Detektor ausgelesen. Typische Triggerraten auf Stufe 1 liegen je nach Luminosität und Untergrundbedingungen zwischen 2 Hz und 10 Hz. Eine ausführliche Beschreibung der ersten Stufe des Triggers, die auch auf die Details der technischen Realisierung eingeht, findet sich in [50]. Stufe 3 schließlich besteht aus einer Software – Analyse der gesamten Detektorinformation nach der Auslese und entscheidet, ob ein Ereignis gespeichert oder endgültig verworfen wird.

Kapitel 4

Ereignisselektion

Bevor in Kapitel 5 die Methode der Analyse vorgestellt werden soll, wird zunächst dargelegt, wie die Ereignisse selektiert und die einzelnen τ – Zerfälle, die in der Analyse Verwendung finden, identifiziert werden. Gegenstand der ersten beiden Abschnitte dieses Kapitels wird sein, zu erläutern, wie eine möglichst reine Menge von $\tau\tau$ – Ereignissen selektiert werden kann. Zu diesem Zweck müssen alle anderen Prozesse, die neben der Erzeugung von τ – Paaren auftreten, herausgefiltert werden. Im einzelnen sind das folgende Prozesse:

- Bhabha – Ereignisse und μ – Paare.
- Hadronische Ereignisse aus der Annihilation.
- Zwei – Photon – Prozesse mit einem Leptonpaar oder Hadronen im Endzustand.
- Kosmische Myonen.
- Ereignisse aus Strahl – Restgas – Wechselwirkungen.

Besondere Bedeutung für die richtige Zuordnung der beiden Hemisphären eines Ereignisses zu den einzelnen Zerfällen haben die Teilchenidentifizierung, die Rekonstruktion der Photonen, sowie die Suche nach π^0s. Deshalb werden diese Punkte auch den Schwerpunkt des auf die τ – Selektion folgenden Abschnitts bilden. Daran schließt sich dann die Erläuterung der Identifizierung der τ – Zerfälle an.

4.1 Vorselektion der Dileptonereignisse

Der erste Schritt in der langen Kette der Selektion und Rekonstruktion der $\tau\tau$ – Ereignisse ist die Auswahl der Dileptonkandidaten. Dabei wird ausgenutzt, daß die Schwerpunktsenergie bei LEP im Vergleich zu den Massen der erzeugten Primärteilchen sehr hoch ist. Dadurch wird zum einen die Multiplizität in hadronischen Ereignissen sehr groß, gleichzeitig sind die Spuren aus den τ – Zerfällen aufgrund des großen Lorentz – Boosts stark kollimiert und somit in gegenüberliegenden Regionen des Detektors zu finden. Folgende Kriterien müssen erfüllt sein, damit ein Ereignis weiter berücksichtigt wird:

1. Genau zwei Spuren mit jeweils mindestens vier TPC – Spurpunkten, $|z_0| < 10\,\mathrm{cm}$, $|p| < 0.1\,\mathrm{GeV/c}$ und $|d_0| < 5\,\mathrm{cm}$ oder zwischen zwei und acht Spuren mit der verschärften Bedingung $|d_0| < 2\,\mathrm{cm}$[1].

2. Mindestens eine Spur mit $|d_0| < 2\,\mathrm{cm}$ oder mindestens ein Photon muß einen Impuls größer als $2\,\mathrm{GeV/c}$ haben.

3. Falls mehr als vier Spuren mit den unter 1. definierten Kriterien gefunden werden, muß für die Öffnungswinkel η der Spuren in den beiden Hemisphären des Ereignisses bezüglich ihrer Achse gelten: $\cos\eta > 0.85$.

Durch die Schnitte auf d_0 und z_0 werden kosmische Myonen und Ereignisse aus Prozessen zwischen Strahl und Restgas verworfen, da diese Ereignisse im allgemeinen nicht vom Wechselwirkungspunkt kommen. Die Zurückweisung hadronischer Ereignisse erfolgt durch die Schnitte auf die Multiplizität und den Öffnungswinkel der Spuren.

4.2 Auswahl der $\tau\tau$ – Kandidaten

Die Abtrennung der $\tau\tau$ – Ereignisse erfolgt in zwei Stufen. Begonnen wird mit der Selektion, die für die Messungen des Wirkungsquerschnittes und der Vorwärts – Rückwärts – Asymmetrie des τ – Leptons entwickelt wurde [51, 52]. Diese Selektion basiert auf globalen Eigenschaften der Ereignisse und greift nicht auf Besonderheiten einzelner Zerfallskanäle zurück, wodurch erreicht wird, daß die Nachweiswahrscheinlichkeit nur in sehr geringem Maße von der Topologie abhängt.

Als erstes werden die Ereignisse in zwei Hemisphären unterteilt. Dies geschieht durch eine Ebene senkrecht zur Thrust – Achse, die die Richtung angibt bezüglich der die Summe der Longitudinalimpulse aller sichtbaren Teilchen im Detektor maximal ist. Aufgrund des großen Lorentz – Booste enthält dann jede der Hemisphären die Zerfallsprodukte eines τ – Leptons. Bevor die Abtrennung von Ereignissen aus Untergrundprozessen beginnt, müssen verschiedene Qualitätskriterien erfüllt sein:

- Das Ereignis liegt innerhalb der geometrischen Akzeptanz: $|\cos\theta^*| < 0.9$, wobei die Definition des Streuwinkels θ^* lautet: $\cos\theta^* = \cos\frac{1}{2}(\theta_- + \pi - \theta_+)/\cos\frac{1}{2}(\theta_- - \pi + \theta_+)$, wobei θ^+ und θ^- die Polarwinkel der Jets in den beiden Hemisphären sind.

- In jeder Hemisphäre gibt es mindestens eine „gute“ Spur, wobei für die Gesamtzahl der Spuren zusätzlich gilt: $2 \leq N_{\mathrm{guteSpuren}} \leq 8$. „Gute“ Spuren sind wie folgt definiert:

$N_{\mathrm{TPC}} \geq 4$	Zahl der Spurpunkte in der TPC
$\|p\| > 0.1\,\mathrm{GeV/c}$	Impuls
$\|d_0\| < 2\,\mathrm{cm}$	$\|z_0\| < 10\,\mathrm{cm}$
$\|\cos\theta\| < 0.95$	Winkel θ zur Strahlachse

Die Schnitte zur Reduzierung der Untergrundereignisse wurden aufgrund der spezifischen Eigenschaften der einzelnen Prozesse festgelegt, wobei für jeden in Frage kommenden Untergrund ein eigener Satz von Bedingungen aufgestellt wurde. Diese sollen im folgenden erläutert werden.

[1] Die Definitionen von d_0 und z_0 finden sich in Abbildung 3.6.

Zwei – Photon – Ereignisse enstehen aus der Wechselwirkung zweier Photonen, die von den Elektronen bzw. Positronen im Strahlrohr emittiert wurden. Daraus ergeben sich die typischen Eigenschaften dieser Ereignisse, nämlich geringe sichtbare Energie und ein kleinerer Winkel zwischen den beiden Hemisphären (Akollinearität), da die Photonen im allgemeinen geringe und unterschiedliche Energien haben. Ein Ereignis wird verworfen, falls:

$$\text{Akollinearität } \eta \leq 160^\circ$$
$$|\Delta p_{\text{transversal}}| < 0.066 \cdot E_{\text{Strahl}} \quad \text{falls} \quad E_{\text{Gesamt}} < 0.35 \cdot E_{\text{Strahl}}$$

Kosmische Myonen besitzen keine räumliche Korrelation mit dem Wechselwirkungspunkt, weshalb Ereignisse verworfen werden, die folgende Bedingung nicht erfüllen: Für mindestens eine Spur gilt $|d_0| < 1\,\text{cm}$ und $|z_0| < 5\,\text{cm}$, falls es weniger als vier Spuren gibt.

Hadronische Ereignisse, die die Vorselektion überlebt haben, können noch weiter reduziert werden. Falls es keine Hemisphäre gibt, die nur eine gute Spur enthält und eine invariante Masse kleiner als ein GeV hat, wird die Erfüllung folgender Kriterien verlangt, um ein Ereignis als τ – Ereignis zu akzeptieren:

$$N^{\text{Objekte}}_{\text{Hemisphäre 1}} \cdot N^{\text{Objekte}}_{\text{Hemisphäre 2}} < 75$$
$$\Theta^{\text{Öffnungswinkel}}_{\text{Hemisphäre 1}} + \Theta^{\text{Öffnungswinkel}}_{\text{Hemisphäre 1}} < 0.25\,\text{rad}$$

Die Zahl der Objekte in einer Hemisphäre umfaßt dabei alle Spuren und neutralen Kalorimeterobjekte[2].

Die Summe der Energien der führenden Spur[3] jeder Hemisphäre eignet sich sehr gut zur Abtrennung des größten Teils der Bhabha – und μ – Paar – Ereignisse, da in diesen Prozessen im Gegensatz zu den τ – Zerfällen keine Neutrinos, die im Detektor nicht nachweisbar sind, erzeugt werden. Ein Ereignis wird als τ – Kandidat verworfen, falls:

$$E^{\text{führende Spur}}_{\text{Hemisphäre 1}} + E^{\text{führende Spur}}_{\text{Hemisphäre 2}} > 1.6 \cdot E_{\text{Strahl}}$$

Um eine weitere Reduktion des Untergrundes aus diesen beiden Quellen zu erreichen, wird ein Teil der Ereignisse genauer untersucht. Hierzu wird eine sehr grobe Identifikation von Elektronen und Myonen vorgenommen, mit deren Hilfe Ereignisse als „myon – artig“ bzw. als „bhabha – artig“ klassifiziert werden. Durch diese Kennzeichnung sollen möglichst alle Untergrundereignisse erfaßt werden, ohne dabei jedes τ – Ereignis den entsprechenden Schnitten unterwerfen zu müssen.

„Myon – artige“ Ereignisse werden folgendermaßen definiert: Entweder sind beide führenden Spuren Myonen, oder eine Spur ist ein Myon und die andere hat einen Impuls p größer als $0.9 \cdot E_{\text{Strahl}}$. Eine Spur wird als Myon bezeichnet, falls gilt:

$N_{\text{HCAL}} > 9$	Zahl der Treffer in den Lagen des HCAL
$N_{10} > 4$	Zahl der Treffer in den letzten 10 Lagen des HCAL
$N_\mu \geq 1$	Zahl der Treffer in den Myonkammern

Diese myon – artigen Ereignissse werden verworfen, falls $E_{\text{Gesamt}} > 1.8 \cdot E_{\text{Strahl}}$, wobei die

[2]Darunter fallen z.B. Photonen, aber auch Objekte im hadronischen Kalorimeter, die keiner Spur zugeordnet wurden.

[3]D.h. die Spur mit dem größten Impuls.

Gesamtenergie auch einen Beitrag der radiativen Energie aus der Strahlung im Anfangszustand enthalten kann. Diese Energie wird unter der Annahme, daß die Photonen parallel zur Strahlachse emittiert werden, berechnet.

Bhabha – Ereignisse liegen vor, wenn alle Spuren als Elektronen erkannt werden. Für die Elektronidentifikation wird dabei verlangt, falls $p > 5\,\mathrm{GeV/c}$:

	$R_T > -5$	transversaler Schauerestimator (vgl. 3.1)
oder	$d_{\mathrm{Spalt}} < 3\,\mathrm{cm}$	Abstand der extrapolierten Spur zum nächsten ECAL – Spalt
oder	$\lvert p \rvert > 41\,\mathrm{GeV/c} \quad \wedge \quad \lvert R_L \rvert < 2.5$	longitudinaler Schauerestimator (vgl. 3.2)

Falls $p < 5\,\mathrm{GeV/c}$, wird nur gefordert, daß der gemessene Energieverlust dE/dx in der TPC mit der Elektronhypothese kompatibel ist:

$$R_D = \frac{\frac{dE}{dx}_{\mathrm{gemessen}} - \frac{dE}{dx}_{\mathrm{erwartet}}}{\sigma_{dE/dx}} > -3$$

Entsprechend dem Vorgehen bei myon – artigen Ereignissen, werden bhabha – artige durch Schnitte auf die totale Energie einschließlich der radiativen Energie geprüft. Diese Ereignisse werden unter folgenden Bedingungen als Untergrund abgetrennt:

$$E_{\mathrm{Gesamt}} > 1.6 \cdot E_{\mathrm{Strahl}} \quad \text{falls} \quad D_{\mathrm{Spalt}} > 6\,\mathrm{cm}$$

$$E_{\mathrm{Gesamt}} > 1.4 \cdot E_{\mathrm{Strahl}} \quad \text{falls} \quad D_{\mathrm{Spalt}} < 6\,\mathrm{cm}$$

D_{Spalt} gibt hier den minimalen Abstand der führenden Spuren, die durch das elektromagnetische Kalorimeter extrapoliert werden, zu einem Spalt des ECAL an.

Damit ist der wesentliche Teil der Selektion der $\tau\tau$ – Ereignisse abgeschlossen. Die so erzielte globale Nachweiswahrscheinlichkeit beträgt $(78.12 \pm 0.23)\,\%$ [51], wobei bereits die geometrische Akzeptanz eine Reduktion auf 85.7 % bedeutet. Innerhalb der Akzeptanz erhält man also eine Nachweiswahrscheinlichkeit von über 91 %. Der verbleibende Untergrund von insgesamt $(1.64 \pm 0.16)\,\%$ wird dominiert von Bhabha – Ereignissen $(0.66\% \pm 0.14\,\%)$, während die anderen Untergrundquellen alle etwa mit 0.2 % beitragen.

Für globale Analysen hat man damit ein akzeptables Untergrundniveau erreicht. Will man aber wie in der vorliegenden Arbeit die einzelnen Zerfallskombinationen getrennt analysieren, so wird der Dileptonuntergrund hauptsächlich den Ereignisklassen zugeordnet, in denen beide τ – Leptonen in Elektronen bzw. in Myonen zerfallen. Es lohnt sich deshalb der Versuch, diesen Untergrund weiter zu reduzieren. In [53] wurde gezeigt, daß dies möglich ist. Die einzelnen Schnitte sollen an dieser Stelle nicht im Detail besprochen (Genaueres findet sich in Anhang C), sondern nur deren Auswirkungen kurz referiert werden. Mit Hilfe dieser zusätzlichen Schnitte gelingt es, den Bhabha – Untergrund auf 0.28 % und den aus μ – Paaren auf gerade noch 0.08 % zu drücken. Außerdem werden Zwei – Photon – Ereignisse mit zwei Leptonen im Detektor um etwa 45 % verringert und praktisch alle kosmischen Myonen aus der Ereignismenge entfernt. Für hadronische Ereignisse werden keine weiteren Schnitte angewandt, denn diese lassen sich alleine durch die Forderung einer ausgeglichenen Ladungsbilanz[4] um 70 % reduzieren. Letztendlich kann man so den Untergrund auf insgesamt $(0.8 \pm 0.1)\,\%$ halbieren, wobei der Verlust an $\tau\tau$ – Ereignissen

[4] D.h. eine Hemisphäre mit $q = +1$ und eine mit $q = -1$.

nur 0.13 % absolut beträgt.

4.3 Werkzeuge zur Klassifizierung der τ – Ereignisse

Dieser Abschnitt ist der Beschreibung der Werkzeuge, die für die Klassifizierung der τ – Zerfälle notwendig sind, gewidmet. Ein Schwerpunkt bilden neben der Teilchenidentifikation die Algorithmen zur Erkennung von Photonen im elektromagnetischen Kalorimeter. Eine besondere Schwierigkeit tritt hierbei in semileptonischen Zerfällen auf, denn geladene Pionen und Kaonen aus diesen Zerfällen beginnen oft schon im elektromagnetischen Kalorimeter mit der Schauerbildung. Der Rekonstruktionsalgorithmus tendiert nun aber dazu Fluktuationen dieser Schauer als Photonen zu interpretieren. Die Methode, wie solche „falschen" Photonen erkannt und verworfen werden, soll ebenfalls im Abschnitt über Photonen erläutert werden.

Da die Wahrscheinlichkeit einer Photonkonversion im Detektormaterial einige Prozent beträgt, ist es zur Verbesserung der Nachweiswahrscheinlichkeit und zur Reduzierung von Untergrund notwendig, Photonkonversionen in den Spurkammern zu finden. Deren Suche wird der nächste Punkt im Abschnitt über Photonrekonstruktion sein. Abschließend wird noch darauf eingegangen wie aus den gefundenen Photonen π^0 – Teilchen, die praktisch zu 100 % in zwei Photonen zerfallen, rekonstruiert werden können.

4.3.1 Teilchenidentifikation

Aufgabe der Teilchenidentifikation ist es, geladene Spuren einer der drei Klassen Elektron, Myon und Pion[5] zuzuordnen. Für diesen Zweck wird eine Likelihood – Methode verwendet, die speziell für $\tau\tau$ – Ereignisse entwickelt wurde [54]. Die Trennung der drei Klassen basiert dabei auf zwei Estimatoren, wobei einer Elektronen von Pionen und der andere Myonen von Pionen unterscheidet. Damit hat man auch automatisch eine Trennung von Elektronen und Myonen erreicht, denn die Signaturen dieser Teilchen im Detektor unterscheiden sich so stark, daß es bereits durch die zwei Estimatoren möglich ist, eine Zuordnung von Elektronen in die Myonklasse und umgekehrt von Myonen in die Elektronklasse zu verhindern.

Jeder Estimator wird aus mehreren Variablen gebildet. Die Trennung von Elektronen und Pionen beruht dabei im wesentlichen auf der dE/dx Messung der TPC und Variablen, die auf die Form der Schauer im elektromagnetischen Kalorimeter sensitiv sind. Für den zweiten Estimator, der Myonen und Pionen separieren soll, wird dagegen nur Information der Myonkammern und des hadronischen Kalorimeters, dessen digitales Muster der getroffenen Röhren sehr charakteristisch für die verschiedenen Teilchensorten ist (vgl. Abbildung 4.1), verwendet. Das digitale Muster wird durch ein spezielles Rekonstruktionsprogramm [55] ausgewertet. Es verbindet benachbarte Treffer zu „Bäumen" mit einer gewissen Anzahl von „Ästen", deren Eigenschaften wie z.B. Länge oder Krümmung als diskriminierende Variablen benutzt werden können. Die Variablen zur e – π – Trennung sind:

[5] Unter Pionen fallen in diesem Zusammenhang auch Kaonen, da sich diese bei den in τ – Zerfällen typischen Energien nicht mehr durch den Energieverlust dE/dx in der TPC separieren lassen.

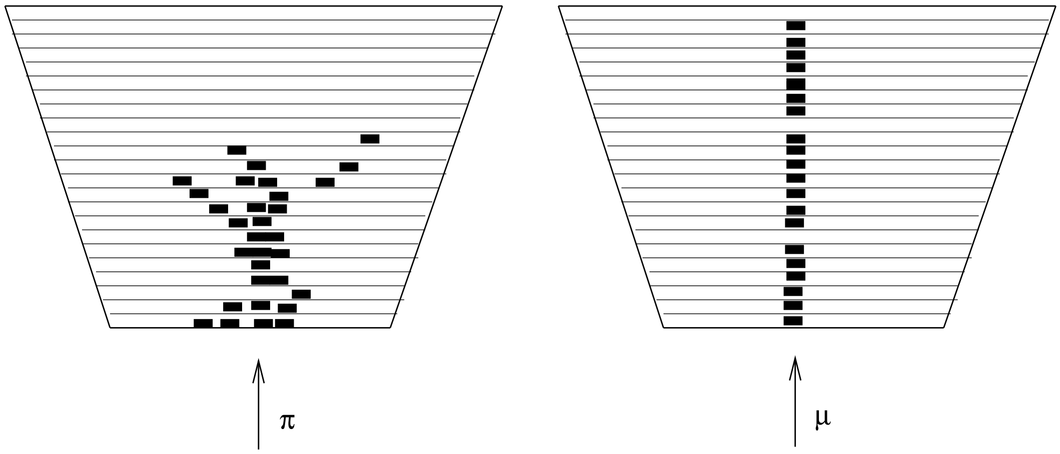

Abbildung 4.1: Schematische Darstellung der typischen zweidimensionalen digitalen Muster, die von einem Pion(links) und einem Myon (rechts) im hadronischen Kalorimeter erzeugt werden.

- dE/dx Messung in der TPC, genauer die Abweichung der Messung von der Elektronhypothese: $\mathrm{R_I} = \mathrm{dE/dx}_{\mathrm{gemessen}} - \langle \mathrm{dE/dx} \rangle^{\mathrm{e}}_{\mathrm{erwartet}} / \sigma_{\mathrm{dE/dx}}$.
- Der Estimator $\mathrm{R_T}$ (siehe (3.1)) für die transversale Schauerform im ECAL.
- Die Summe $\mathrm{E_4}$ der Energien der vier zentralen Türme im ersten Tiefenabschnitt des elektromagnetischen Kalorimeters.
- Distanz in $\mathrm{r}\theta$ zwischen dem Schauer im ECAL und der Extrapolation der Spur
- Die Länge des längsten HCAL – „Baumes“, der zur Spur gehört.

Und zur $\mu - \pi$ – Separation:

- Anzahl und kleinster Abstand der Treffer zur Spur in den Myonkammern.
- Hadronische Energie der Spur.
- Winkel zwischen der Spur und dem längsten „Baum“.
- Abstand zwischen Spur und längstem „Baum“ an dessen Ende.
- Länge des längsten „Baumes“.
- χ^2 einer parabolischen Anpassung an den Hauptast des längsten „Baumes“.
- Winkeldispersion der Baumsegmente.
- Anzahl der getroffenen Röhren, normiert auf die Länge des „Baumes“.

Für die eben festgelegten Variablen werden mit Hilfe simulierter Ereignisse Referenzverteilungen, unterteilt in sechs Impulsintervalle[6] und vier bzw. fünf Bereiche in $\cos\theta$[7], für Elektronen und Pionen im Falle des $e-\pi-$Estimators und für Myonen und Pionen im Falle des zweiten Estimators, erzeugt. Daraus werden dann die Wahrscheinlichkeiten, ein Elektron bzw. Myon gefunden zu haben, berechnet:

$$\mathcal{P}(e) = \prod_i \frac{\mathcal{L}^e_{jk}(x_i)}{\mathcal{L}^e_{jk}(x_i) + \mathcal{L}^{\pi_e}_{jk}(x_i)} \qquad \mathcal{P}(\mu) = \prod_i \frac{\mathcal{L}^\mu_{jk}(x_i)}{\mathcal{L}^\mu_{jk}(x_i) + \mathcal{L}^{\pi_\mu}_{jk}(x_i)} \tag{4.1}$$

j,k geben dabei den Impuls– bzw. Winkelbereich an, x_i ist der Wert der Variablen i. Im Falle der $\mu-\pi-$Separation geht die Myonkammerinformation nicht in den Estimator ein, denn eine Spur wird bereits als Myon bezeichnet, falls es zur Spur gehörige Treffer gibt. In den verbleibenden Fällen (etwa 5 % der Myonen und 98 % der Pionen) wird der Estimator unter Berücksichtigung der Zusammensetzung dieser Menge gebildet, d.h. $\mathcal{L}^\mu$ und $\mathcal{L}^\mu\pi$ werden mit geeigneten Gewichtsfaktoren versehen.

	$\tau-$Zerfall			
Klasse	$e\bar{\nu}\nu$	$\mu\bar{\nu}\nu$	$\pi\nu$	$\pi + n\pi^0\nu$
Elektron	**99.5**	0.0	0.5	0.8
Myon	0.0	**99.7**	1.0	1.4
Pion	0.5	0.3	**98.5**	**97.7**

Tabelle 4.1: Identifikationswahrscheinlichkeiten für die einzelnen $\tau-$Zerfälle. Alle Angaben sind in Prozent.

4.3.2 Photon– und π^0–Rekonstruktion

Bei der Rekonstruktion der Photonen werden zunächst die Tiefenabschnitte der Türmchen im ECAL nach der Größe der Energiedeposition geordnet. Beginnend mit dem energiereichsten Tiefenabschnitt werden diesem in der Reihenfolge abnehmender Energie benachbarte Tiefenabschnitte eines Türmchens zugeordnet, falls es eine gemeinsame Seite mit einem bereits zugeordneten Tiefenabschnitt gibt. Ist die Zuordnung zu einem Cluster beendet, so wird der energiereichste noch nicht assoziierte Tiefenabschnitt als Ausgangspunkt eines neuen Clusters gewählt. Damit ein Cluster als Photon bezeichnet wird, muß es mindestens einen Tiefenabschnitt eines Turmes mit mehr als 90 MeV und zwei mit über 30 MeV geben. Aus dem Schwerpunkt eines so gebildeten Energieclusters erhält man die Richtung des Photons, die danach noch auf die endliche Größe der Kalorimeterzellen korrigiert wird (S–Form–Korrektur [45]). Wegen der hohen Granularität des Kalorimeters lassen sich Photonen auch noch in einem Abstand von 2 cm von geladenen Spuren rekonstruieren. Die Energie des Photons, die mindestens 300 MeV betragen muß, wird dabei

[6] Die Impulsintervalle sind: $0-2, 2-4, 4-6, 6-8, 8-20, > 20$ GeV

[7] Die Bereiche für $\cos\theta$ orientieren sich an den Grenzen für Barrel, Überlapp und Endkappen der Kalorimeter.

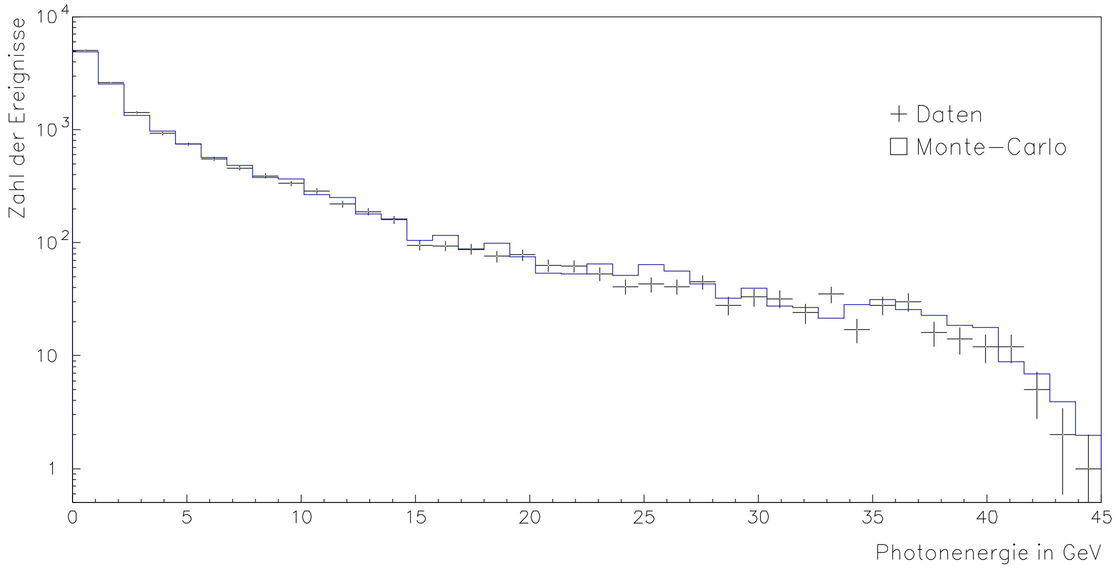

Abbildung 4.2: Die Rekonstruktion von Photonen im gesamten Energiebereich im Vergleich zwischen Daten und Simulation für Myonereignisse, in denen es keine Probleme mit falschen Photonen gibt.

aus den vier zentralen Türmen des Clusters ermittelt. Dies verschlechtert zwar die Energieauflösung im Vergleich zur Auflösung des Kalorimeters auf $\sigma/\mathrm{E} = 0.25/\sqrt{\mathrm{E}\,(\mathrm{GeV})}$, verringert aber den Einfluß nahe gelegener Spuren und der Clusterprozedur selber auf die Energiemessung.

In Ereignissen mit semileptonischen Zerfällen tritt wie schon am Anfang des Kapitels erwähnt eine zusätzliche Schwierigkeit auf. Häufig werden Fluktuationen bereits im ECAL beginnender hadronischer Schauer durch den eben beschriebenen Algorithmus als Photonen rekonstruiert. Diese falschen Photonen beeinflußen nicht nur die Nachweiswahrscheinlichkeit und den Untergrund in den semileptonischen Zerfallskanälen negativ, sie stellen auch eine Quelle systematischer Unsicherheit dar, da die Simulation die Fluktuationen hadronischer Schauer und damit die Zahl der falschen Photonen nicht richtig beschreibt. In der Tat findet man in den Daten im Vergleich zur Simulation einen deutlichen Überschuß von etwa 20 % im Zentralteil und von etwa 40 % in den Endkappen des ECAL. Es ist also notwendig diese falschen Photonen zu erkennen und zu verwerfen. Auch für diesen Zweck wurde ein Likelihood – Estimator entwickelt [56].

Zur Diskriminierung werden drei Variablen verwendet, die sensitiv auf spezifische Eigenschaften der falschen Photonen sind:

- Die Photonenergie, da man falsche Photonen praktisch nur bei kleinen Energien findet.

- Der Anteil der Energie im ersten Tiefenabschnitt des elektromagnetischen Kalorimeters. Im Gegensatz zu den Schauern echter Photonen, entwickeln sich hadronische Schauer erst relativ spät im ECAL. Falsche Photonen haben deshalb nur zu einem kleinen Teil Energiedepositionen im ersten Tiefenabschnitt.

- Der Abstand des Photons zur nächsten geladenen Spur, denn Fluktuationen der hadronischen Schauer erwartet man in der Nähe der auslösenden Spuren. Der Abstand hat ein Vorzeichen, das negativ ist, falls Photonen tangential zur Spur sind[8].

Entsprechend dem Vorgehen bei der Teilchenidentifikation wird aus Referenzverteilungen guter und falscher Photonen für alle drei Variablen ein Estimator $\mathcal{P}(\gamma)$, der die Wahrscheinlichkeit angibt, daß das betrachtete Photon ein falsches ist, gebildet. In Abbildung 4.3 finden sich die Verteilungen der drei diskriminierenden Variablen vor und nach dem Schnitt auf den Estimator ($\mathcal{P}(\gamma) < 0.8$). Der aus simulierten Ereignissen bestimmte Anteil falscher Photonen ist ebenfalls abgebildet und soll einen Eindruck von der Form der zugehörigen Verteilungen geben. Die Normierung dieses Anteils wurde nicht an die Daten angepaßt, weshalb der in den Daten vorhandene Überschuß in den Histogrammen auf der linken Seite deutlich zu sehen ist.

Photonen haben eine Wahrscheinlichkeit von etwa 7% im Detektormaterial zu konvertieren. Um Konversionen zu finden, muß im Detektor nach Spurpaaren unterschiedlicher Ladung, die einen gemeinsamen Vertex und eine sehr kleine invariante Masse haben, gesucht werden. Folgende Kriterien werden verlangt, damit ein solches Spurpaar als Konversion akzeptiert wird:

- Der Abstand der zwei Spuren am rekonstruierten Vertex ist in der xy – Ebene kleiner als 0.4 cm.

- Die invariante Masse der zwei Spuren ist kleiner als 50 MeV bzw. 100 MeV falls mindestens eine der Spuren als Elektron identifiziert ist.

In manchen Fällen kann es passieren, daß eine Spur einer Konversion verlorengeht, weil z.B. ihr Impuls zu klein war und deshalb nicht rekonstruiert wurde. Um auch solche asymmetrischen Konversionen zu berücksichtigen, werden auch einzelne Elektronen, falls sie einen Konversionspunkt in der Wand einer Spurkammer haben, als Photonen bezeichnet. Der Konversionspunkt wird dabei durch den Berührungspunkt zwischen der Spur und ihrer Tangente durch den Wechselwirkungspunkt bestimmt.

Nachdem die Photonen rekonstruiert sind, kann man darangehen nach π^0 – Teilchen, die praktisch zu 100% in zwei Photonen zerfallen und eine Masse von 134.98 MeV [8] haben, zu suchen. Hierfür wird nach Paaren von Photonen aus der gleichen Hemisphäre gesucht, deren invariante Masse im Intervall zwischen 0.08 und 0.22 GeV/c^2 liegt. Die Energieauflösung dieser π^0s, die durch die Auflösung des Kalorimeters limitiert ist, kann durch eine χ^2 – Anpassung mit der kinematischen Zwangsbedingung der π^0 – Masse stark verbessert werden. Diese Anpassung läßt auch eine Variation des Öffnungswinkels der beiden Photonen zu, um einen „bias“ insbesondere bei hochenergetischen π^0s zu verhindern. Hervorgerufen wird ein solcher „bias“ durch den Rekonstruktionsalgorithmus für die Photonen, denn bei sich berührenden Clustern, wie das bei Photonen schneller π^0s der Fall ist, tendiert der Algorithmus zu einer Vergrößerung der Asymmetrie zwischen den Photonen. Die Auflösung, die man durch die kinematische Anpassung für die Energie der π^0s erhält, liegt für σ/E bei etwa 6.5% und zeigt praktisch keine Energieabhängigkeit [45].

In Abbildung 4.4 ist ein Vergleich zwischen Daten und Simulation für einige charakteristische Größen der π^0s gezeigt. Neben der invarianten Masse der $\gamma\gamma$ – Kombinationen

[8] Bremsstrahlungsphotonen haben z.B. ein negatives Vorzeichen.

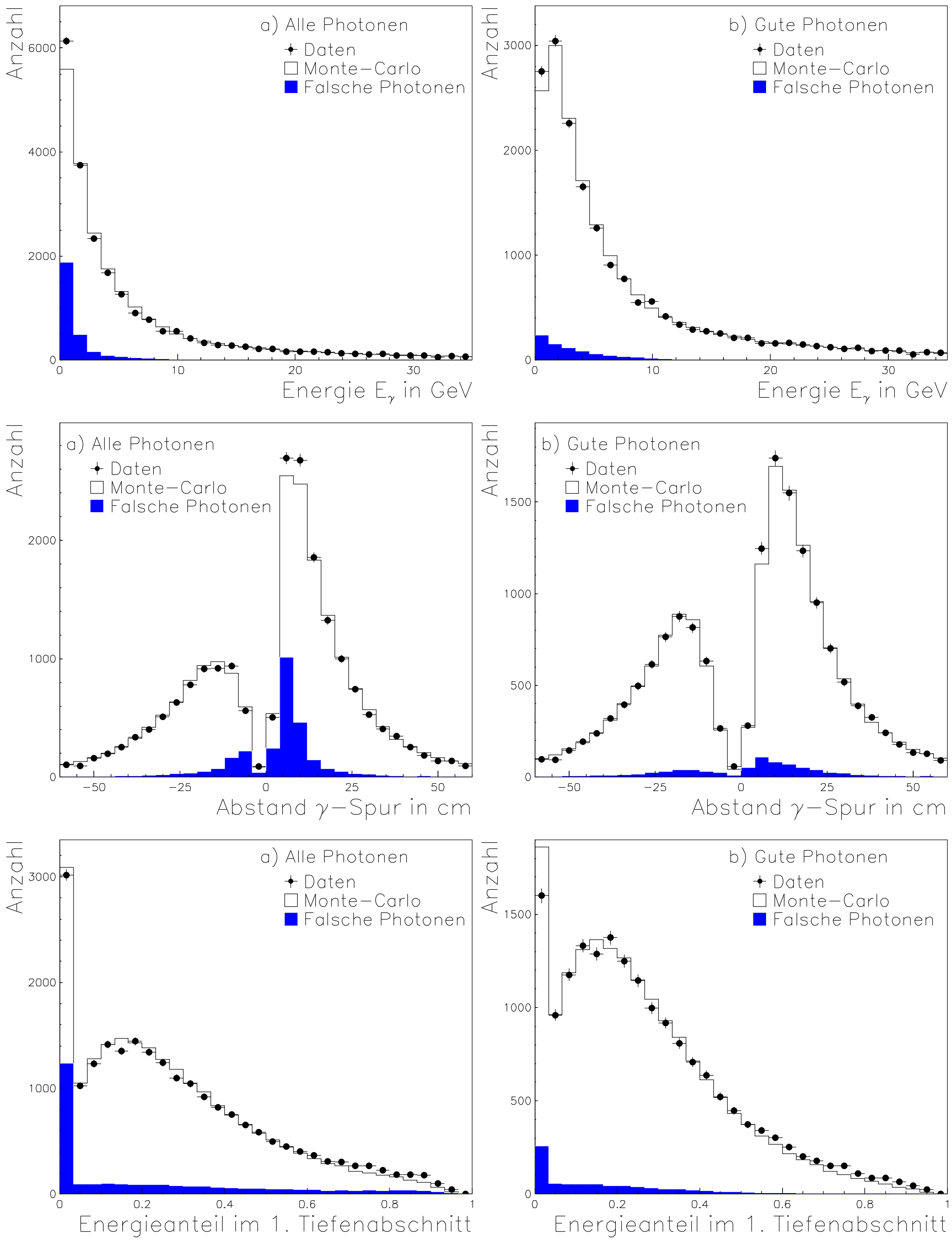

Abbildung 4.3: Die diskriminierenden Variablen des Photonestimators vor der Selektion der „guten“ Photonen (links) und nach dem Schnitt $\mathcal{P}(\gamma) < 0.8$ (rechts). Die schraffierten Histogramme zeigen den mit Hilfe simulierter Ereignisse bestimmten Anteil „falscher“ Photonen (siehe Text).

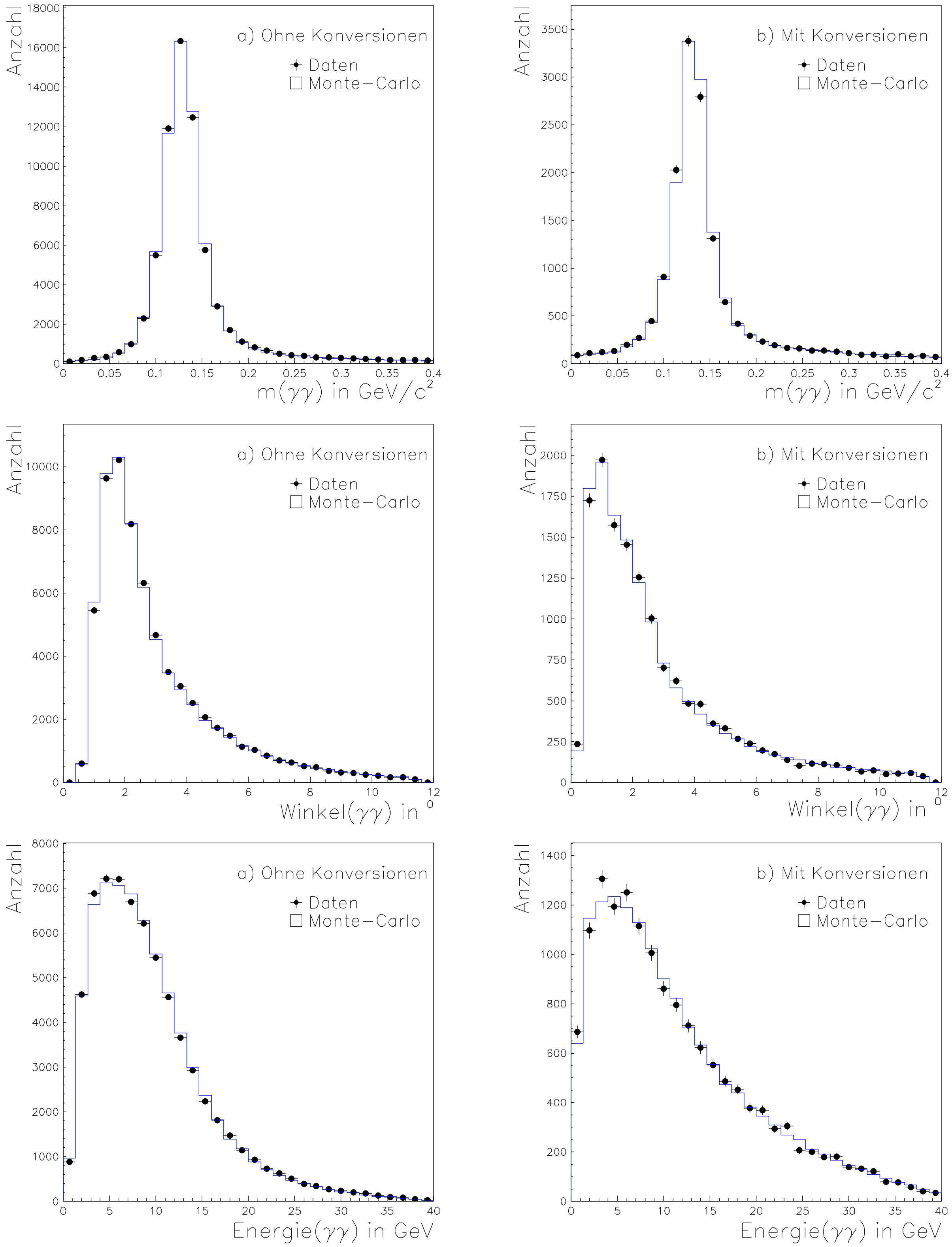

Abbildung 4.4: Die invariante Masse, die Energie und der Öffnungswinkel der beiden Photonen der rekonstruierten π^0s, die aus a) zwei als Photonen identifizierten elektromagnetischen Schauern bestehen und b) mindestens eine konvertiertes Photon enthalten.

sind der Öffnungswinkel der beiden Photonen und die Energie der π^0s gezeigt, wobei unterschieden wird zwischen π^0s die rekonstruierte Konversionen enthalten und solchen die aus zwei als Photonen identifizierten elektromagnetischen Schauern bestehen.

4.4 Identifizierung der Zerfälle

Nachdem die wesentlichen Werkzeuge im vorangehenden Abschnitt besprochen wurden, kann jetzt der letzte Schritt der Selektion, die Identifizierung der in der Analyse verwendeten Zerfälle des τ – Leptons erläutert werden. Jede Hemisphäre eines Ereignisses wird dabei auf die Zugehörigkeit zu einer der sechs Zerfälle $\tau^- \rightarrow \nu_\tau a_1^- \rightarrow \nu_\tau 2\pi^-\pi^+$, $\tau^- \rightarrow \nu_\tau a_1^- \rightarrow \nu_\tau 2\pi^0\pi^-$, $\tau^- \rightarrow \nu_\tau \rho^- \rightarrow \nu_\tau \pi^-\pi^0$, $\tau^- \rightarrow \nu_\tau \pi^-$, $\tau^- \rightarrow \nu_\tau \overline{\nu}_\mu \mu^-$ und $\tau^- \rightarrow \nu_\tau \overline{\nu}_e e^-$ geprüft. Dabei wird in der eben angegebenen Reihenfolge absteigender Komplexität der Zerfälle vorgegangen. Sobald eine Hemisphäre identifiziert wurde, bricht die Suche ab, um (sehr seltene) Mehrfachzuweisungen zu verhindern. Findet man für eine Hemisphäre keine Zuordnung, wird sie als „unbekannt“ eingestuft. Im folgenden werden die Schnitte für die verschiedenen Zerfälle erläutert. Der Schnitt auf den Estimator $\mathcal{P}(\gamma)$ wird dabei abhängig vom semileptonischen Zerfallskanal gesetzt, um für jeden Endzustand das beste Verhältnis von Nachweiswahrscheinlichkeit und Untergrund zu bekommen. Unter guten Photonen sollen in den nächsten Abschnitten neben den durch $\mathcal{P}(\gamma)$ und ihre Energie gefundenen elektromagnetischen Schauern auch Konversionen verstanden werden.

Die leptonischen Zerfälle. Die Erkennung dieser Endzustände beruht vollständig auf der Teilchenidentifikation. Für den Zerfall in $\nu_\tau \overline{\nu}_e e^-$ wird gefordert:

1. Eine gute Spur mit folgenden zusätzlichen Qualitätskriterien: Der Abstand zum nächsten ECAL – Spalt am Eintrittspunkt zum Kalorimeter muß größer als ein Zentimeter sein, und die Spur darf das Kalorimeter nicht vor dem zweiten Tiefenabschnitt verlassen. Für Spuren mit weniger als 2 GeV muß dE/dx – Information vorliegen.

2. Für den e – π – Estimator gilt: $\mathcal{P}(\mathrm{e}) > 0.7$.

3. Falls es Photonen gibt, darf kein $\gamma\gamma$ – Paar eine invariante Masse in der Nähe der π^0 – Masse ($0.08\,\mathrm{GeV/c^2} < \mathrm{m}_{\gamma\gamma} < 0.22\,\mathrm{GeV/c^2}$) haben.

Im Falle des Endzustandes $\nu_\tau \overline{\nu}_\mu \mu^-$ verlangt man für die einzige gute Spur in der Hemisphäre nur, daß sie konsistent ist mit der Hypothese eines Myons, d.h. der zweite Estimator $\mathcal{P}(\mu)$ zur μ – π – Separation hat einen Wert größer als 0.5. Zusätzlich wird auch hier das π^0 – Kriterium verlangt, das aber genauso wie im vorhergehenden Fall nur ganz wenige Ereignisse verwirft.

Der Zerfall $\boldsymbol{\tau^- \rightarrow \nu_\tau \pi^-}$. Eine Hemisphäre muß folgende Kriterien erfüllen, damit sie als Pionzerfall klassifiziert wird:

1. Eine gute Spur, die nicht in einem Spalt des ECAL landet (genaue Definition siehe oben), die als Pion identifiziert ist, d.h. $\mathcal{P}(\mathrm{e})$ und $\mathcal{P}(\mu)$ sind kleiner als 0.7 bzw. 0.5, und deren Impuls größer als 2 GeV ist.

2. Keine guten Photonen, d.h keine Konversionen und keine Photonen für die gilt:

- Im Zentralbereich des ECAL: $\mathcal{P}(\gamma) < 0.8$ und $E_\gamma > 0.4$ GeV.
- In den Endkappen des ECAL: $\mathcal{P}(\gamma) < 0.8$ und $E_\gamma > 0.5$ GeV.

3. Zusätzlich wird verlangt, daß $E_{ECAL}/E_{TPC} < 0.9$ und $E_{ECAL+HCAL}/E_{TPC} < 1.9$ bzw. < 1.7 ist, falls der längste „Baum“ des HCAL – Schauers mehr als sieben HCAL – Ebenen umfaßt[9].

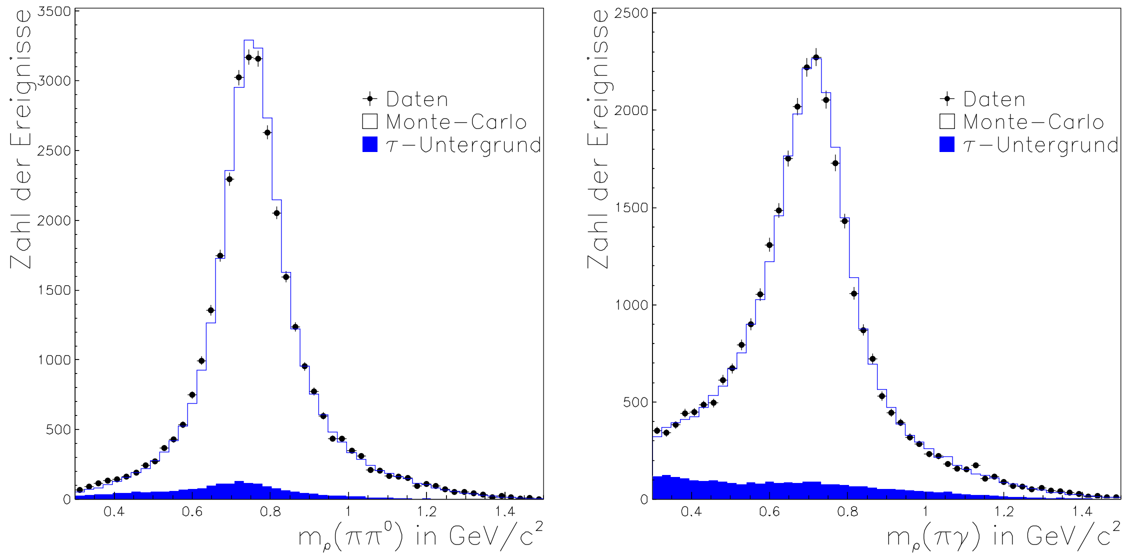

Abbildung 4.5: Die invarianten Massen für die identifizierten ρ – Mesonen aus $\pi\pi^0$(links) bzw. $\pi\gamma$(rechts).

Der Zerfall $\tau^- \to \nu_\tau\rho^- \to \nu_\tau\pi^-\pi^0$. Um ein ρ zu identifizieren, unterscheidet man zwei Fälle, die sich in der Rekonstruktion des π^0s unterscheiden: a) das π^0 wurde tatsächlich aus zwei Photonen rekonstruiert und b) es gibt nur ein Photon. Letzteres passiert bei hochenergetischen π^0s, da die Zerfallsphotonen in diesem Fall einen so geringen Öffnungswinkel haben, daß der Photonrekonstruktionsalgorithmus die zwei Schauer nicht mehr auflösen kann. Möglicherweise wurde auch ein Photon nicht rekonstruiert, weil es zu geringe Energie hatte oder in einem Spalt verschwunden ist. Die Definition von guten Photonen entspricht für diesen Zerfall der oben für $\tau^- \to \nu_\tau\pi^-$beschriebenen. Ebenso wird eine Spur mit den gleichen Schnitten auf die Estimatoren wie oben als Pion klassifiziert. Die Schnitte für diesen Zerfall lauten:

1. Genau ein π^0 rekonstruiert: In diesem Fall verlangt man eine gute Spur und keine weiteren guten Photonen. Ausserdem muß für die invariante $\pi\pi^0$ – Masse gelten: $0.3\,\mathrm{GeV/c^2} < m_{\pi\pi^0} < 1.6\,\mathrm{GeV/c^2}$.

2. Genau ein gutes Photon: Die gute Spur muß als Pion identifiziert sein. Auch hier muß die für die invariante Masse gelten: $0.3\,\mathrm{GeV/c^2} < m_{\pi\gamma} < 1.6\,\mathrm{GeV/c^2}$.

[9] Dieser Schnitt soll K_L^0s verwerfen.

In Abbildung 4.6 ist die relative Verteilung der beiden Fälle gegeben und in Abbildung 4.5 finden sich die invarianten Massenverteilungen der $\pi\pi^0-$ und $\pi\gamma-$Kombinationen.

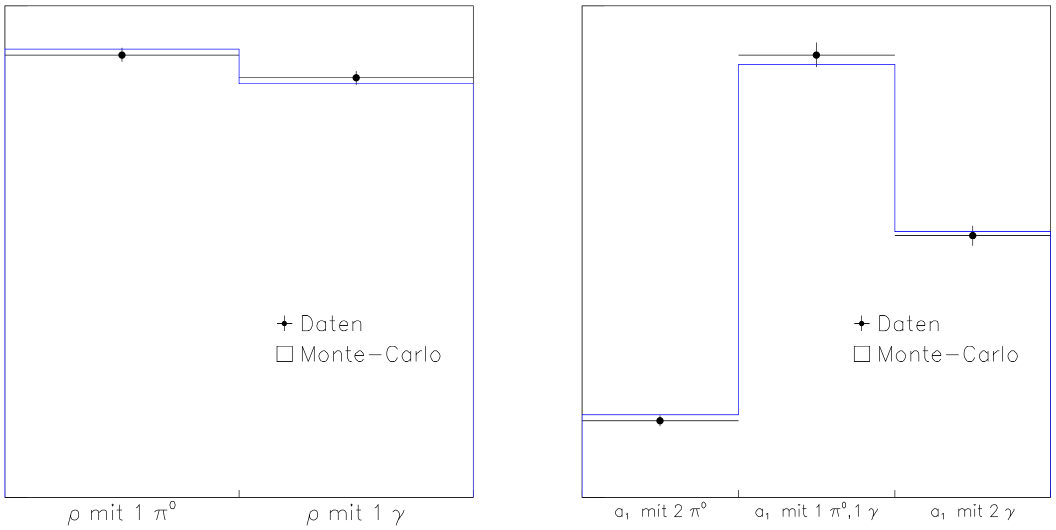

Abbildung 4.6: Die relativen Anteile der zwei unterschiedenen Fälle für das ρ(links) und der drei Möglichkeiten für das a_1 mit π^0s im Endzustand(rechts).

Der Zerfall $\tau^- \rightarrow \nu_\tau a_1^- \rightarrow \nu_\tau 2\pi^0\pi^-$. Ebenso wie im $\rho-$Zerfall muß man hier mehrere Möglichkeiten unterscheiden, je nach Anzahl der gefundenen Photonen und π^0s. Die Definition für gute Photonen wird für diesen Kanal geändert, um das Untergrundniveau, das sehr viel höher ist als im vorhergehenden Kanal, zu drücken. Die Energieschnitte bleiben die gleichen, aber der Schnitt auf $\mathcal{P}(\gamma)$ wird bei 0.3 angesetzt. Insgesamt unterscheidet man drei Fälle:

1. Zwei π^0s rekonstruiert: Eine gute Spur und keine weiteren guten Photonen. Außerdem gibt es noch Schnitte auf die invarianten Massen. Es wird verlangt, daß eine $\pi\pi^0$ Kombination mit der $\rho-$Masse verträglich ist: $0.6\,\mathrm{GeV/c^2} < \mathrm{m}_{\pi\pi^0} < 1.2\,\mathrm{GeV/c^2}$, und die invariante $3\pi-$Masse kleiner als die $\tau-$Masse ist.

2. Ein π^0 ein gutes Photon: Es gilt entsprechend das unter 1. Gesagte.

3. Zwei gute Photonen: Zusätzlich zu den Massenschnitten wird noch verlangt, daß die einzige gute Spur ein Pion (Definition wie oben) ist.

Die invarianten Massenverteilungen für die drei Möglichkeiten sind in Abbildung 4.7 gezeigt und die relativen Häufigkeiten finden sich ebenfalls in Abbildung 4.6.

Der Zerfall $\tau^- \rightarrow \nu_\tau a_1^- \rightarrow \nu_\tau 2\pi^-\pi^+$. Um eine Hemisphäre diesem Zerfall zuzuordnen müssen folgende Kriterien erfüllt sein:

1. Drei gute Spuren, wobei höchstens für zwei $\mathcal{P}(\mathrm{e}) > 0.9$[10] gelten darf.

[10] Diese Spuren dürfen nicht aus Konversionen stammen.

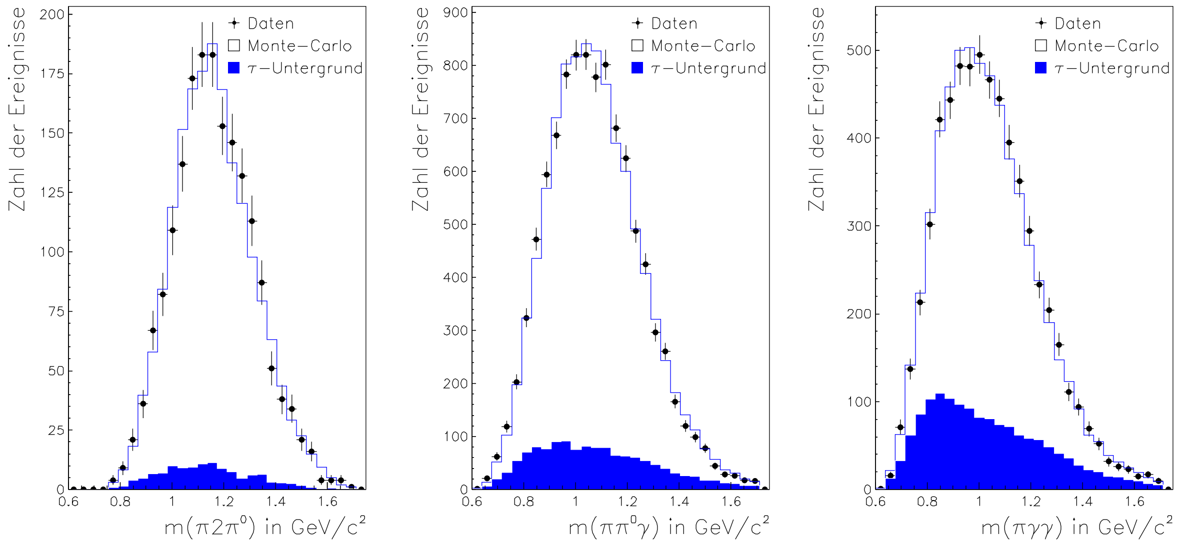

Abbildung 4.7: Die invarianten Massen für die identifizierten a_1 – Mesonen aus $\pi 2\pi^0$ (links),$\pi\pi^0\gamma$ (Mitte) und $\pi\gamma\gamma$ (rechts).

2. Keine guten Photonen ($\mathcal{P}(\gamma) < 0.3$).

3. Kein K^0, d.h. kein Paar entegengesetzt geladener Spuren mit gemeinsamen Vertex außerhalb eines Radius von 3 cm und einer invarianten Masse m mit $|m - m_{K^0}| <$ 20 Mev.

4. Mindestens eine $\pi^+\pi^-$ – Masse ist größer als 0.56 GeV und die invariante 3π – Masse kleiner als die τ – Masse.

Nachweiswahrscheinlichkeit und Untergrund

Zum Schluß soll noch kurz auf die Ergebnisse eingegangen werden, die man mit der in diesem Kapitel vorgestellten Selektion erzielt. Tabelle 4.2 enthält eine Aufstellung der Nachweiswahrscheinlichkeiten, des Untergrundes aus τ – Ereignissen und des aus anderen Prozessen wie Bhabha – Ereignissen oder μ – Paaren verbleibenden Anteils in den einzelnen Kanälen. Die Angaben wurden mit Hilfe simulierter Ereignisse ermittelt und berücksichtigen nur statistische Fehler. Neben den Resultaten für die einzelnen Zerfälle finden sich dort auch die entsprechenden Angaben über die verschiedenen Ereignisklassen, bei denen beide Hemisphären identifiziert werden konnten.

Bereits in Abschnitt 4.2 wurde erwähnt, daß der dominierende Untergrund von Bhabha – Ereignissen kommt. Da man hier zwei Elektronen im Endzustand hat, findet man besonders viele der verbleibenden Bhabhas in der Ereignisklasse e – e. Neben diesen Ereignissen, die etwa 70% des Non – τ – Untergrundes in der Elektronklasse ausmachen, findet man noch Ereignisse aus dem Prozeß $\gamma\gamma \to ee$. Für die Klasse μ – μ gilt entsprechendes. In dieser Klasse sammelt sich ebenfalls der Untergrund aus anderen Prozessen, der bestimmt wird durch Endzustände mit zwei Myonen. Allerdings sind hier μ – Paare und

Ereignis-klasse	Nachweiswahr-scheinlichkeit	Untergrund aus anderen $\tau-$Zerfällen	Prozessen
$\boldsymbol{e}$	**70.88 ± 0.11**	**1.12 ± 0.03**	**1.03 ± 0.07**
$e-e$	62.66 ± 0.40	2.23 ± 0.15	3.04 ± 0.42
$e-\mu$	67.25 ± 0.28	3.11 ± 0.12	0.02 ± 0.02
$e-\pi$	55.26 ± 0.36	9.11 ± 0.27	0.14 ± 0.08
$e-\rho$	57.88 ± 0.24	12.47 ± 0.20	0.19 ± 0.06
$e-\pi 2\pi^0$	39.81 ± 0.40	24.35 ± 0.48	0.07 ± 0.07
$e-3\pi^{\pm}$	55.35 ± 0.41	9.70 ± 0.32	0.00 ± 0.00
$\boldsymbol{\mu}$	**75.88 ± 0.11**	**1.80 ± 0.04**	**0.54 ± 0.05**
$\mu-\mu$	71.08 ± 0.39	3.90 ± 0.19	2.92 ± 0.42
$\mu-\pi$	58.78 ± 0.36	9.40 ± 0.27	0.14 ± 0.08
$\mu-\rho$	61.97 ± 0.24	13.43 ± 0.20	0.04 ± 0.03
$\mu-\pi 2\pi^0$	42.89 ± 0.41	24.30 ± 0.47	0.00 ± 0.00
$\mu-3\pi^{\pm}$	58.43 ± 0.41	10.61 ± 0.32	0.00 ± 0.00
$\boldsymbol{\pi}$	**60.41 ± 0.15**	**7.82 ± 0.10**	**0.08 ± 0.03**
$\pi-\pi$	42.47 ± 0.62	16.69 ± 0.66	0.00 ± 0.00
$\pi-\rho$	49.12 ± 0.30	18.25 ± 0.30	0.05 ± 0.04
$\pi-\pi 2\pi^0$	33.28 ± 0.47	30.18 ± 0.67	0.00 ± 0.00
$\pi-3\pi^{\pm}$	46.40 ± 0.51	16.40 ± 0.51	0.00 ± 0.00
$\boldsymbol{\rho}$	**63.26 ± 0.10**	**11.72 ± 0.08**	**0.07 ± 0.02**
$\rho-\rho$	50.94 ± 0.29	22.26 ± 0.30	0.03 ± 0.02
$\rho-\pi 2\pi^0$	34.84 ± 0.33	32.69 ± 0.45	0.05 ± 0.05
$\rho-3\pi^{\pm}$	46.66 ± 0.34	19.80 ± 0.36	0.03 ± 0.03
$\boldsymbol{\pi 2\pi^0}$	**42.66 ± 0.17**	**23.74 ± 0.20**	**0.03 ± 0.02**
$\pi 2\pi^0-\pi 2\pi^0$	23.50 ± 0.68	42.53 ± 0.24	0.00 ± 0.00
$\pi 2\pi^0-3\pi^{\pm}$	30.94 ± 0.53	31.58 ± 0.79	0.01 ± 0.01
$\boldsymbol{3\pi^{\pm}}$	**57.79 ± 0.17**	**8.99 ± 0.13**	**0.02 ± 0.01**
$3\pi^{\pm}-3\pi^{\pm}$	39.55 ± 0.81	17.79 ± 0.91	0.00 ± 0.00

Tabelle 4.2: Die Nachweiswahrscheinlichkeiten, der Untergrund aus $\tau-$Ereignissen und aus anderen Prozessen. Alle Angaben sind in Prozent.

Zwei – Photon – Ereignisse etwa gleich häufig.

Mit Ausnahme der eben erwähnten zwei Ereignisklassen dominiert in allen anderen Klassen, in denen beide Hemisphären identifiziert wurden, der Untergrund aus falsch klassifizierten τ – Zerfällen. Während man Elektronen und Myonen aufgrund der guten Teilchenidentifikation sehr rein bei gleichzeitig hoher Nachweiswahrscheinlichkeit finden kann, hat man in den semileptonischen Zerfällen mit einem größeren Untergrund zu kämpfen. Ursache hierfür ist im wesentlichen die Problematik der Rekonstruktion der Photonen und des Verwerfens der falschen Photonen. Je größer die Zahl der zu findenden Photonen bzw. π^0s wird, desto schwieriger wird es, alle Photonen korrekt zu identifizieren. Die Folge für die semileptonischen Zerfälle ist, daß nicht nur die Nachweiswahrscheinlichkeit abnimmt, sondern auch der Untergrund aus anderen Zerfällen mit hoher Photonmultiplizität wächst.

Kapitel 5

Methode der Messung

Nachdem im vorigen Kapitel ausführlich die Selektion der Ereignisse erläutert wurde, ist dieses zentrale Kapitel der Darstellung der Methode zur Messung der Michel – Parameter und der ν_τ – Helizität gewidmet. In Kapitel 2 wurde gezeigt, daß die volle Information, die im Zerfall des τ – Leptons in zwei oder drei Pionen steckt, nur ausgenutzt werden kann, wenn man die τ – Flugrichtung kennt. Im ersten Abschnitt wird deshalb erläutert, wie diese Richtung rekonstruiert werden kann und welche Auflösung mit dem Detektor ALEPH erreichbar ist. Im folgenden Abschnitt werden dann die Variablen, die zur Messung verwendet werden, eingeführt. Danach wird die Anpassungsprozedur vorgestellt. Ausgangspunkt der Messung sind Referenzverteilungen, die aus simulierten Ereignissen gewonnen werden. Durch die Maximierung einer geeignet gewählten Likelihood – Verteilung erhält man dann die Werte der Michel – Parameter und der ν_τ – Helizität, die die Daten am besten beschreiben. Im letzten Abschnitt werden schließlich die Ergebnisse dieser Anpassung präsentiert.

5.1 Rekonstruktion der τ – Flugrichtung

Zur vollständigen Bestimmung der in einem τ – Zerfall enthaltenen Information ist es notwendig, die Flugrichtung des τ – Leptons zu kennen. Da das τ bei LEP wegen seiner kurzen Lebensdauer von $\tau_\tau = 290.21 \pm 1.15\,\mathrm{fs}$ [9] nur etwa 2 – 3 mm fliegt, zerfällt es bereits in der Strahlröhre und kann nicht selbst gemessen werden. Für eine Rekonstruktion der Flugrichtung muß deshalb auf die gemessenen Impulse der Zerfallsteilchen zurückgegriffen werden. Im folgenden soll kurz diskutiert werden, in welchen $\tau\tau$ – Ereignissen dies überhaupt möglich ist.

Semileptonische Zerfälle lassen sich, faßt man das hadronische System zu einem Teilchen zusammen, als Zweikörperzerfälle ansehen. Unter der Annahme, daß die Energie des τ – Leptons gleich der Strahlenergie ist, erhält man aus der Forderung nach Impuls – und Energieerhaltung bei nur zwei Teilchen im Endzustand aus der Messung des hadronischen Systems die Energie und den Betrag des Impulses des anderen Teilchens, des unbeobachtbaren Neutrinos[1]. Da aber die Richtung des Neutrinos nicht bekannt ist, kann man die Flugrichtung des τ – Leptons nur relativ zum Impuls des hadronischen Systems festlegen,

[1]Die Neutrinos werden als masselos angenommen.

d.h. den Winkel θ zwischen τ und Hadron. Anschaulich gesagt, muß der Impulsvektor des τ – Leptons auf einem Kegelmantel mit einem Öffnungswinkel θ um die Richtung des Hadrons liegen. In rein leptonischen Zerfällen, in denen neben dem geladenen Lepton noch zwei Neutrinos enstehen, ist die relative Richtung des τ – Leptons dagegen nicht mehr festzulegen, da hier zwei von drei Teilchen unbeobachtet bleiben. Man kann nur noch den maximalen Öffnungswinkel, der durch die Hypothese, daß die Impulse der Neutrinos parallel sind, gegeben ist, berechnen. Dies reicht nicht aus, um die τ – Flugrichtung in leptonischen Zerfällen sinnvoll einzuschränken, da das Spektrum der geladenen Leptonen zu großen Energien hin und damit kleinen maximalen Öffnungwinkeln stark abnimmt[2] (vgl. Abbildung 5.5).

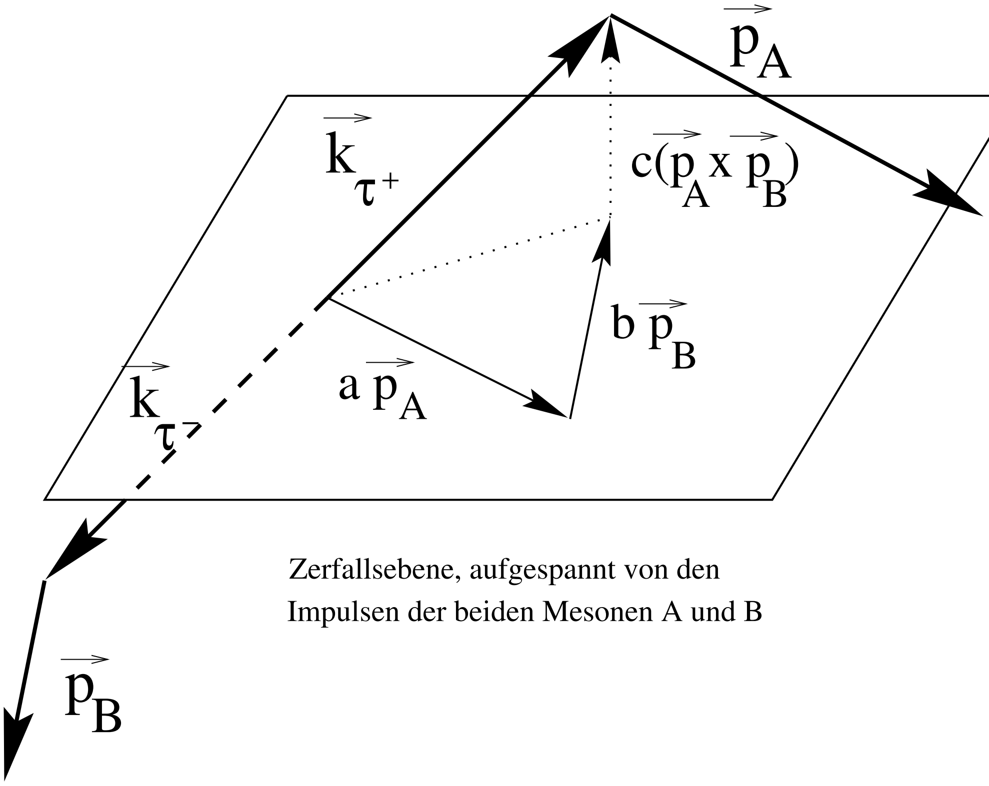

Abbildung 5.1: Die Rekonstruktion der τ – Flugrichtung.

Die Information, die man über einen einzelnen τ – Zerfall im Detektor sammeln kann, reicht also nicht aus, um die τ – Flugrichtung zu rekonstruieren. Erst die paarweise Erzeugung der τ – Leptonen und die Messung beider Endzustände ermöglicht es, in Ereignissen mit zwei semileptonischen Zerfällen die Flugrichtung zu bestimmen. In solchen Ereignissen hat man wie oben dargelegt die Öffnungwinkel sowohl des positiven als auch des negativen hadronischen Systems zur Richtung des zugehörigen τ – Leptons. Geht man wieder von der Voraussetzung aus, daß die Energie der τ – Leptonen gleich der Strahlenergie ist, ihre Impulse also antiparallel sind, sucht man jetzt nach den Richtungen, die gleichzeitig

[2]Zerfälle in denen das geladene Lepton hohe Energie hat werden außerdem durch die Schnitte der Ereignisselektion gegen Bhabhas und μ – Paare stark reduziert.

die zwei Bedingungen für die Winkel zwischen den τ – Leptonen und ihren Zerfallshadronen erfüllen. Im oben eingeführten Bild zweier Kegel sind dies gerade die Schnittpunkte der zwei Kegel im Raum, nachdem einer der beiden am Produktionsvertex der τ – Leptonen gespiegelt wurde[3]. Vernachlässigt man Auflösungseffekte des Detektors, müssen sich unter den gegebenen Voraussetzungen die Kegel immer schneiden oder mindestens berühren, d.h. man hat im allgemeinen zwei Lösungen für die τ – Flugrichtung[4]. Zerfällt mindestens ein τ – Lepton rein leptonisch, gibt es zwar noch die Schnittpunkte der Kegel, die korrespondierenden Richtungen sind aber nicht die einzigen Lösungen, da man auf der leptonischen Seite nur den maximalen Öffnungswinkel kennt. Wie stark der erlaubte Raumwinkelbereich eingeschränkt werden kann, hängt wieder von der Größe der Impulse der geladenen Teilchen ab. Entsprechend dem oben Gesagten, kann man auch durch die zusätzliche Information der dem leptonischen Zerfall gegenüberliegenden Hemisphäre für diese Ereignisse keine τ – Flugrichtung rekonstruieren. Im folgenden wird deshalb für die Bestimmung der Flugrichtung nur noch auf doppelt semileptonische Ereignisse eingegangen.

Nachdem anschaulich erklärt wurde, daß für Ereignisse, in denen beide τ – Leptonen semileptonisch zerfallen, eine Rekonstruktion der τ – Flugrichtung bis auf eine Ambiguität, über deren Auflösung noch zu reden sein wird, möglich ist, soll jetzt gezeigt werden, wie die Impulsvektoren der τ – Leptonen aus den Impulsen der beiden hadronischen Systeme berechnet werden können [57]. Im Koordinatensystem, aufgespannt durch die normierten Impulse $\hat{\mathbf{p}}_\mathrm{A}$ und $\hat{\mathbf{p}}_\mathrm{B}$ der beiden hadronischen Systeme, sowie der Normalen auf die von diesen Vektoren aufgespannte Ebene (vgl. Abbildung 5.1), lautet der Impulsvektor des τ^+:

$$\vec{\mathbf{k}}_{\tau^+} = a \cdot \hat{\mathbf{p}}_A + b \cdot \hat{\mathbf{p}}_B \pm c \cdot \frac{(\hat{\mathbf{p}}_A \times \hat{\mathbf{p}}_B)}{|\hat{\mathbf{p}}_A \times \hat{\mathbf{p}}_B|} \tag{5.1}$$

Die Faktoren a, b und c lassen sich aus den Skalarprodukten von $\vec{\mathbf{k}}_{\tau^+}$ mit $\hat{\mathbf{p}}_\mathrm{A}$, $\hat{\mathbf{p}}_\mathrm{B}$ und $(\hat{\mathbf{p}}_\mathrm{A} \times \hat{\mathbf{p}}_\mathrm{B})$ berechnen. Sie lauten im einzelnen:

$$a = \frac{\alpha_A + \alpha_B \cdot (\hat{\mathbf{p}}_A \hat{\mathbf{p}}_B)}{1 - (\hat{\mathbf{p}}_A \hat{\mathbf{p}}_B)^2} \qquad b = -\frac{\alpha_B + \alpha_A \cdot (\hat{\mathbf{p}}_A \hat{\mathbf{p}}_B)}{1 - (\hat{\mathbf{p}}_A \hat{\mathbf{p}}_B)^2}$$

$$c = \sqrt{E_\tau^2 - m_\tau^2 - a^2 - b^2 - 2ab \cdot (\hat{\mathbf{p}}_A \hat{\mathbf{p}}_B)} \tag{5.2}$$

und für die Koeffizienten α_i gilt:

$$\alpha_i = \sqrt{E_\tau^2 - m_\tau^2} \cdot \cos\theta_i = \frac{2E_\tau E_i - m_\tau^2 - Q_i^2}{2|\hat{\mathbf{p}}_i|} \qquad i = A, B$$

θ_i ist der oben erwähnte Öffnungswinkel zwischen τ und Hadron, E_τ ist laut Voraussetzung gleich der Strahlenergie und Q^2 ist die invariante Masse des hadronischen Systems. Aus 5.1 ersieht man, daß sich die Ambiguität in der Rekonstruktion im Vorzeichen des Koeffizienten c widerspiegelt. Wie eine Entscheidung zwischen den beiden Lösungen getroffen werden kann, soll im nächsten Abschnitt besprochen werden.

[3] Die kurze Fluglänge der τ – Leptonen wird vernachlässigt.

[4] Wenn sich die Kegel berühren hat man genau eine Lösung.

Auflösung der Ambiguität

Die Richtung des Normalenvektor auf die Zerfallsebene der beiden Hadronen zeigt immer in die gleiche Richtung, unabhängig davon ob das τ^+ oberhalb oder unterhalb der Ebene zerfallen ist. Findet man einen Vektor, der darauf sensitiv ist, so kann man aus dem Vorzeichen des Skalarprodukts zwischen diesem Vektor und der Normalen das Vorzeichen von c bestimmen, und damit die Ambiguität auflösen.

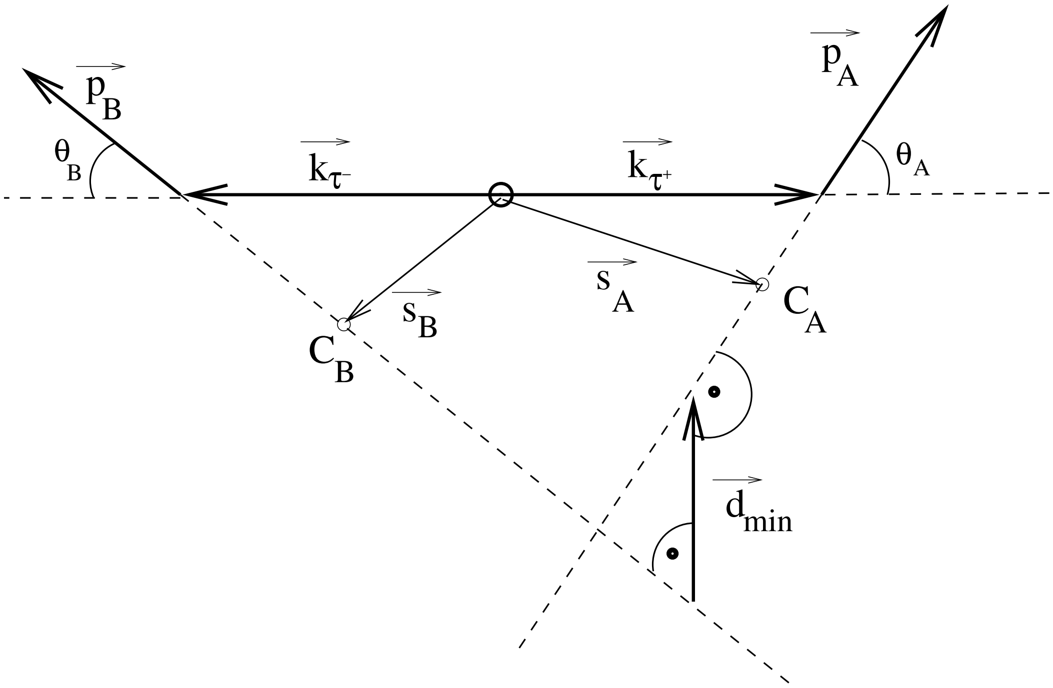

Abbildung 5.2: Der Vektor $\vec{d}_{min}$. C_A und C_B sind die Punkte größter Annäherung an den Vertex.

Bisher wurde die Fluglänge der τ – Leptonen vernachlässigt. Bezieht man sie in die Überlegung mit ein, ergibt sich die in Abbildung 5.2 dargestellte Situation. Aufgrund der Fluglänge kann man einen Vektor $\vec{\mathbf{d}}_{\mathrm{min}}$ konstruieren, der den minimalen Abstand der beiden Geraden, die durch die Hadronimpulse festgelegt sind, angibt. Die Richtung dieses Vektors, gemessen vom negativen zum positiven Hadron, liefert genau die Information, die zur Auflösung der Ambiguität nötig ist [58], denn dieser Vektor steht per definitionem ebenfalls senkrecht auf der Zerfallsebene der beiden hadronischen Systeme. Berechnen läßt er sich folgendermaßen:

$$\vec{\mathbf{d}}_{min} = (\vec{\mathbf{s}}_A + \eta_A \cdot \hat{\mathbf{p}}_A) - (\vec{\mathbf{s}}_B + \eta_B \cdot \hat{\mathbf{p}}_B) \tag{5.3}$$

η_{A} und η_{B} erhält man aus den Skalarprodukten von $\vec{\mathbf{d}}_{\mathrm{min}}$ mit $\hat{\mathbf{p}}_{\mathrm{A}}$ und $\hat{\mathbf{p}}_{\mathrm{B}}$:

$$\eta_i = -\frac{(\hat{\mathbf{p}}_i\vec{\mathbf{s}}_i) - (\hat{\mathbf{p}}_i\vec{\mathbf{s}}_j) + \left[(\hat{\mathbf{p}}_j\vec{\mathbf{s}}_j) - (\hat{\mathbf{p}}_j\vec{\mathbf{s}}_i)\right] \cdot (\hat{\mathbf{p}}_i\hat{\mathbf{p}}_j)}{1 - (\hat{\mathbf{p}}_i\hat{\mathbf{p}}_j)^2} \qquad i,j = A,B \quad \text{und} \quad i \neq j \tag{5.4}$$

$\vec{\mathbf{s}}_{\mathrm{A}}$ und $\vec{\mathbf{s}}_{\mathrm{B}}$ sind die Vektoren vom Wechselwirkungspunkt zu den Punkten größter Annäherung $\mathrm{C_A}$ und $\mathrm{C_B}$ an den Vertex.

Klasse	Auflösung	Klasse	Auflösung
$\pi - \pi$	10.3	$\pi - \rho$	13.5
$\pi - \pi 2\pi^0$	12.6	$\pi - 3\pi^\pm$	9.1
$\rho - \rho$	15.3	$\rho - \pi 2\pi^0$	13.9
$\rho - 3\pi^\pm$	11.4	$\pi 2\pi^0 - \pi 2\pi^0$	13.5
$\pi 2\pi^0 - 3\pi^\pm$	11.4	$3\pi^\pm - 3\pi^\pm$	8.3

Tabelle 5.1: Die in simulierten Ereignissen ermittelten Auflösungen der τ – Flugrichtung für die einzelnen Zerfallskombinationen. Alle Angaben sind in mrad.

Experimentelle Aspekte

Nachdem in den vorhergehenden Abschnitten gezeigt wurde, daß es im Prinzip möglich ist in Ereignissen, in denen beide τ's semileptonisch zerfallen, die τ – Flugrichtung eindeutig zu rekonstruieren, soll jetzt erläutert werden, wie gut die Bestimmung in der Praxis funktioniert. Neben der experimentellen Auflösung gibt es auch einen physikalischen Prozeß, nämlich die Strahlung im Anfangszustand, die zu Unsicherheiten in der Rekonstruktion führt. Strahlt ein einfallendes Elektron oder Positron (oder beide) ein Photon ab[5], gilt die oben gemachte Annahme, daß die Energie beider τ – Leptonen gleich der Strahlenergie ist, nicht mehr. Durch die Abstrahlung eines oder mehrerer Photonen ist also das Laborsystem nicht mehr das Schwerpunktsystem der e^+e^- – Annihilation, weshalb die Impulse der τ – Leptonen nicht mehr antiparallel sind. Dies führt in Ereignissen, in denen ein solches Photon mehr als ein Prozent der Strahlenergie mitnimmt, bereits vor Detektoreffekten zu einer Auflösung für die Flugrichtung von etwa 9 mrad. Da die Wahrscheinlichkeit ein Photon einer bestimmten Energie abzustrahlen vom Wirkungsquerschnitt der e^+e^- – Annihilation bei der Energie nach der Abstrahlung abhängt, ist auf der Z^0 – Resonanz die Zahl der höherenergetischen Photonen gering[6]. Gemittelt über alle Ereignisse bedeutet das eine Auflösung von ca. 2 – 3 mrad für die Rekonstruktion der τ – Flugrichtung. Neben der Strahlung im Anfangszustand bekommt man auch einen zusätzlichen sehr kleinen Beitrag von der Strahlung im Endzustand.

Die erreichbare Auflösung wird aber im wesentlichen von den experimentellen Gegebenheiten bestimmt, wobei sich je nach den betrachteten Endzuständen leichte Unterschiede ergeben. Die einzelnen Auflösungen für alle betrachteten Zerfallskombinationen sind in Tabelle 5.1 aufgeführt. Generell läßt sich sagen, daß die Auflösung besser ist, wenn keine π^0s zu rekonstruieren sind. Dies liegt an der im Vergleich zur Messung der Energie und Richtung der Photonen im elektromagnetischen Kalorimeter genaueren Rekonstruktion geladener Teilchen in den Spurkammern (vgl. die in Kapitel 3 gegebenen Auflösungen). Außerdem wird die Auflösung bei höherer Multiplizität des Endzustandes besser. Das a_1 aus drei geladenen Pionen hat im Vergleich zum Pionendzustand eine bessere Auflösung, weil der relative Fehler auf die Impulsmessung proportional zum Impuls selber ist. Da die Pionen aus dem a_1 im Mittel eine viel kleinere Energie haben, ist der Impulsfehler auf

[5]Diese Photonen können nicht nachgewiesen werden, da sie in der Strahlröhre verschwinden.

[6]Oberhalb der Z^0 – Resonanz werden dagegen bevorzugt Photonen abgestrahlt, die zu einer Rückkehr auf das Maximum der Z^0 – Resonanz führen. Die mittlere Auflösung ist dadurch schlechter.

das a_1, gemessen aus den drei Impulsen der Zerfallspionen, aufgrund der quadratischen Addition der Fehler geringer als der Fehler für ein einzelnes Pions mit demselben Impuls wie das a_1. Im Vergleich zwischen ρ und a_1 mit 2 π^0s im Endzustand machen sich die Unterschiede in der Auflösung der einzelnen Teilchen kaum bemerkbar. Die etwas bessere Auflösung ist hier auf eine Verschiebung des Energiespektrums des a_1 zu höheren Energien gegenüber dem Spektrum des ρ – Mesons zurückzuführen.

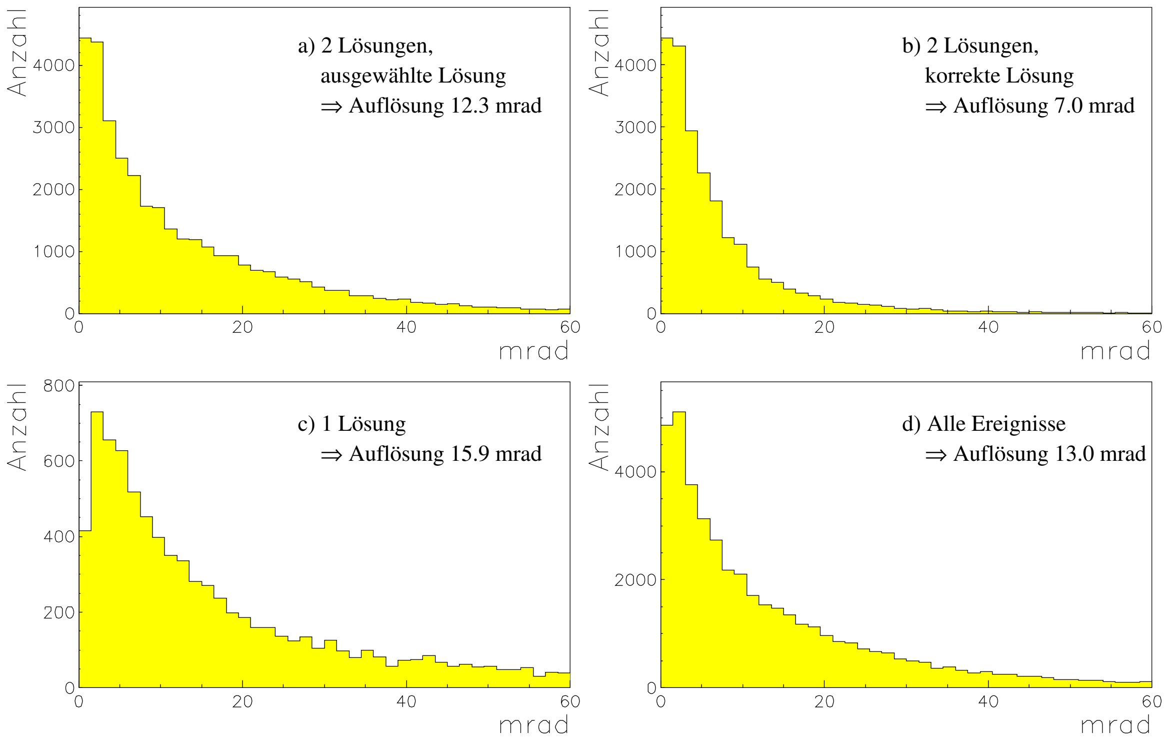

Abbildung 5.3: Die Auflösungen der Rekonstruktion der τ – Flugrichtung bei 2 Lösungen, 1 Lösung und gemittelt über alle Ereignisse.

Der Ausdruck für den Koeffizienten c, in dessen Vorzeichen sich die Ambiguität spiegelt, weist noch eine zweite Besonderheit auf. Da die Funktion der Hadronenergie unter einer Wurzel steht, können die experimentelle Auflösung oder die Strahlung im Anfangszustand dazu führen, daß der Ausdruck unter der Wurzel negativ wird und damit c nicht mehr berechnet werden kann. Die beiden Kegel, auf denen die τ – Flugrichtung liegen muß und deren Öffnungswinkel durch die Hadronenergie bestimmt ist, schneiden sich dann nicht mehr. Um auch in diesen Ereignissen eine Approximation der Flugrichtung benutzen zu können, wird in solchen Fällen, die etwa 22% aller Ereignisse, in denen die τ – Flugrichtung rekonstruiert wird, ausmachen, auf die Projektion des τ – Impulses auf die Zerfallsebene der beiden Mesonen zurückgegriffen (siehe Abb. 5.1). Diese Projektion, die durch die Koeffizienten a und b bestimmt ist, läßt sich immer berechnen und ist zudem eindeutig. Diese Approximation wird umso besser, je größer die Impulse der beiden Hadronen werden. Im Mittel ist die Auflösung für diese Ereignisse sogar besser als die für Ereignisse, bei denen von den zwei möglichen Lösungen die falsche ausgewählt wurde. Die

Auflösungen für die verschiedenen Möglichkeiten zweier oder einer Lösung gemittelt über alle Zerfallkombinationen finden sich in Abb. 5.3. Wie die Wahl zwischen zwei Lösungen experimentell getroffen wird, soll im nächsten Abschnitt besprochen werden.

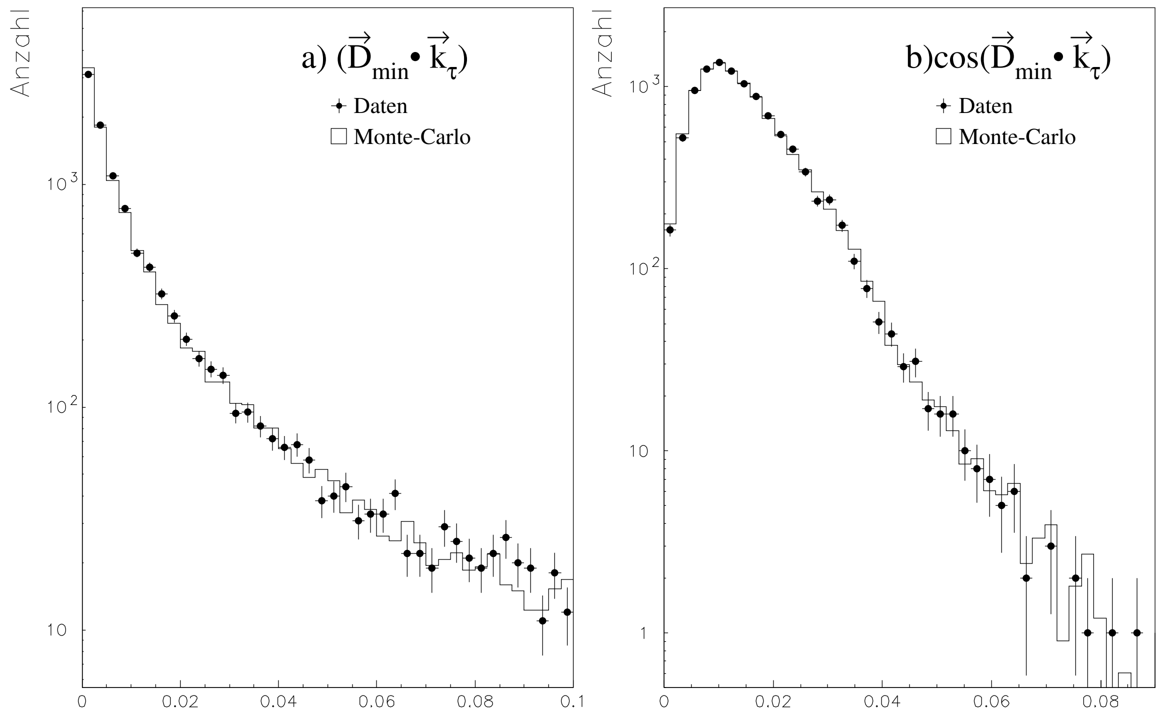

Abbildung 5.4: Vergleich zwischen Daten und simulierten Ereignissen für a) die Länge der Projektion von $\vec{d}_{min}$ auf die τ – Flugrichtung und b) der Kosinus des Winkels zwischen $\vec{d}_{min}$ und $\vec{k}_\tau$.

Der Abstandsvektor $\vec{\mathbf{d}}_{\mathrm{min}}$, der darauf sensitiv ist, ob das τ^+ oberhalb oder unterhalb der durch die Hadronimpulse aufgespannten Ebene zerfällt, muß für jedes Ereignis rekonstruiert werden. Im Prinzip benötigt man die Punkte $\mathrm{C_A}$ und $\mathrm{C_B}$ (Abb. 5.2) der größten Annäherung der beiden hadronischen Systeme an den Wechselwirkungspunkt zur Rekonstruktion dieses Vektors. Leider reicht die Richtungsauflösung der neutralen Teilchen im Detektor für diesen Zweck nicht aus. Man muß deshalb diese Punkte durch die Punkte der größten Annäherung der geladenen Spuren im Ereignis ersetzen. Diese Punkte lassen sich aus den Spurparametern $\mathrm{d_0}$, $\mathrm{z_0}$ und ϕ_0 (Abb. 3.6) bestimmen. Mit ihrer Hilfe lauten die Vektoren $\vec{\mathbf{s}}_\mathrm{i}$ aus (5.3): $\vec{\mathbf{s}}_i = (\mathrm{d}_0^i \sin\phi_0^i, -\mathrm{d}_0^i \sin\phi_0^i, \mathrm{z}_0^i)$.

Zum Schluß soll noch kurz diskutiert werden, wie gut zwischen den beiden Lösungen unterschieden werden kann. Wiederum hängt der Anteil der richtigen Entscheidungen von der betrachteten Zerfallskombination ab. Im Mittel trifft man in 65.4% der Ereignisse mit zwei Lösungen für die τ – Flugrichtung die richtige Entscheidung durch die Wahl des Vorzeichens des Koeffizienten c mit Hilfe des minimalen Abstandsvektors $\vec{\mathbf{d}}_{\mathrm{min}}$. Am besten funktioniert die Methode, wenn beide τ – Leptonen in $\pi\nu_\tau$ zerfallen. Hier trifft man in 84.3% der Fälle die korrekte Entscheidung. Je mehr π^0s im Ereignis auftreten, desto schlechter wird die Trefferquote, weil die Punkte größter Annäherung des Hadrons und der Spur an den Vertex immer weniger korreliert sind. Die schlechteste Trefferquote von gut 59% ergibt sich, wenn beide τ – Leptonen in $\pi 2\pi^0$ zerfallen. Abbildung 5.4, in der die Länge von $\vec{\mathbf{d}}_{\min}$ und der Winkel zur τ – Flugrichtung abgebildet sind, zeigt, daß diese Zahlen, die aus simulierten Ereignissen entnommen wurden, auch für die Daten Gültigkeit haben. Insbesondere die Beschreibung des Winkels, der für die richtige Entscheidung wesentlich ist, wird von den simulierten Ereignissen gut reproduziert.

5.2 Variablen für die Zerfallskanäle

Bevor die Methode zur Messung der Parameter vorgestellt wird, ist es sinnvoll, noch kurz auf die Variablen einzugehen, die hierfür Verwendung finden sollen. Die theoretischen Zerfallsverteilungen, die bereits in Kapitel 2 vorgestellt wurden, können bei der Auswahl der geeigneten Variablen als Leitfaden dienen.

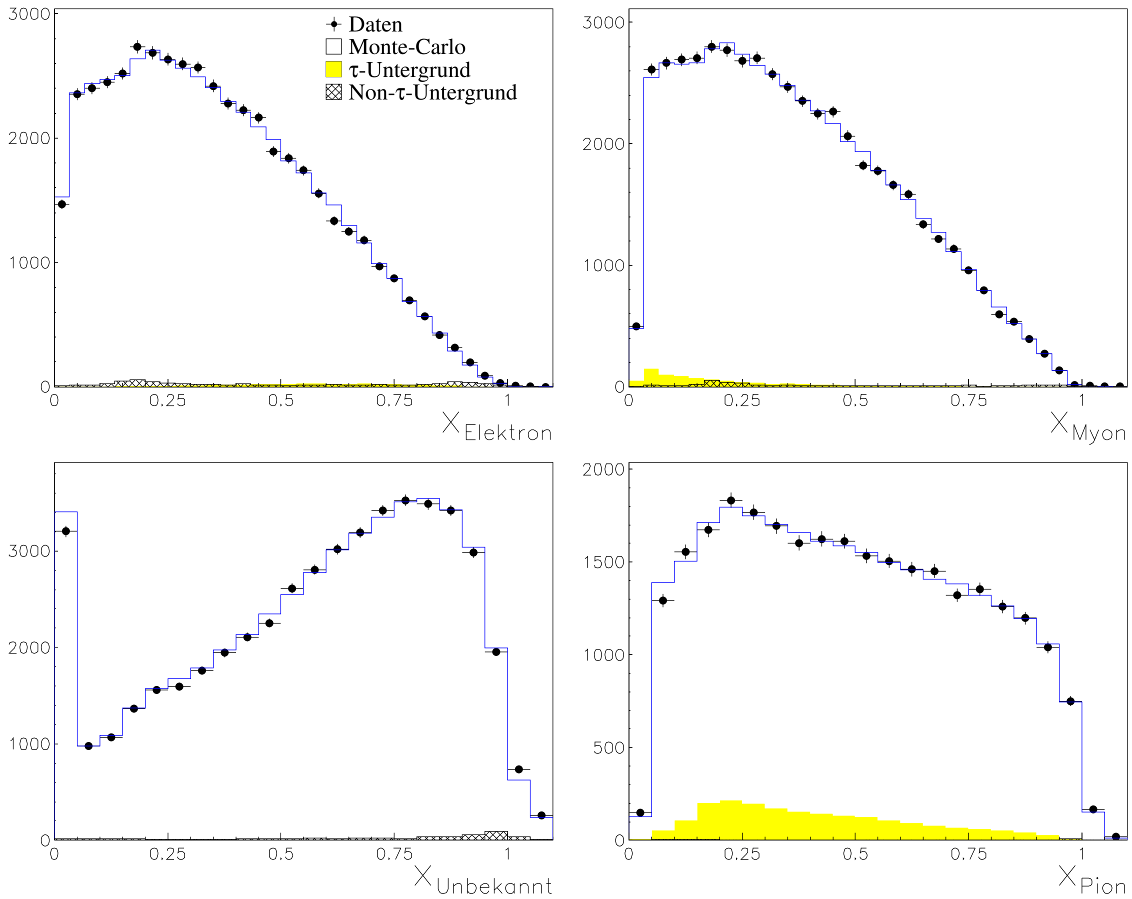

Abbildung 5.5: Die Verteilungen der kinematischen Variablen für Elektron (links oben), Myon (rechts oben), Pion (rechts unten) und nicht identifizierte Hemisphären (links unten). $x = E/E_{Strahl}$ ist die reduzierte Energie.

In den leptonischen Zerfällen des τ gibt es nur eine beobachtbare Größe, die Energie der geladenen Leptonen. Im Prinzip ließe sich die Sensitivität auf die zu messenden Parameter noch erhöhen, könnte man den Winkel θ^*, der in der Zerfallsverteilung im Ruhesystem des τ – Leptons in (2.9) neben der Energie auftaucht, messen. Hierfür müßte aber die τ – Flugrichtung auch in Ereignissen mit mindestens einem leptonischen Zerfall rekonstruiert werden können, was, wie im vorhergehenden Abschnitt gezeigt, nicht möglich ist. Die Energie des Myons wird aus dem in den Spurkammern gemessenen Impuls berechnet. Neben der Information aus der Spurkammer hat man für das Elektron auch die Möglichkeit, die im elektromagnetischen Kalorimeter gemessene Energie zu verwenden, denn Elektronen werden im Gegensatz zu Myonen und Pionen dort vollständig absorbiert und geben ihre gesamte Energie ab. Die Auflösung der Spurkammer ist zwar bei Energien bis zu 44 GeV besser als die Kalorimeterauflösung[7], die Impulsmessung unterliegt aber für Elektronen einer systematischen Fehlmessung. Die Emission eines Bremsstrahlungsphotons, die für Elektronen im Gegensatz zu Myonen oder Pionen eine sehr große Wahrscheinlichkeit hat, führt zu einer größeren Krümmung der Spur nach der Abstrahlung. Da aber der Spurfit den Knick nicht erkennt, kommt es durch die Anpassung der Spurparameter zu einer Mittelung zwischen den Impulsen vor und nach der Abstrahlung. Selbst durch die Messung des abgestrahlten Photons läßt sich dieser Effekt nicht vermeiden, da der gemessene Impuls auch nicht mit dem Impuls nach der Abstrahlung übereinstimmt. Deshalb wird als Estimator für die Elektronenergie, die mit den Drähten[8] des elektromagnetischen Kalorimeters gemessene Energie verwendet, wobei über die gesamte Hemisphäre summiert wird, um auch die abgestrahlten Photonen zu berücksichtigen.

Ebenso wie für die leptonischen Zerfälle ist im Zerfall $\tau^- \to \nu_\tau \pi^-$ die Energie, die für das Pion ebenfalls aus dem Spurimpuls ermittelt wird, die alleinige beobachtbare Größe. Allerdings ist dies im Gegensatz zum leptonischen Endzustand auch prinzipiell die einzige Variable[9], insbesondere bedeutet dies, daß eine Rekonstruktion der τ – Flugrichtung für diesen Zerfall keine zusätzliche Information mehr bringt.

Zusätzlich zu Ereignissen, in denen beide Hemisphären identifiziert werden konnten, sollen auch Ereignisse mit nur einer identifizierten Hemisphäre verwendet werden, falls die nicht klassifizierte Hemisphäre genau eine oder drei geladene Spuren enthält. Für solche Hemisphären wird die Summe der Energien der geladenen Spuren und der neutralen Objekte im Detektor als Variable für diese Hemisphäre verwendet. Abbildung 5.5 zeigt die Verteilungen der Variablen für Elektronen, Myonen, Pionen und die nichtidentfizierten Hemisphären, wobei die gesamte zur Verfügung stehende Datenstatistik verwendet wurde. Die Energien wurden dabei jeweils auf die Strahlenergie normiert, weil die analysierten Daten bei mehreren Schwerpunktsenergien um das Maximum der Z^0 – Resonanz aufgenommen wurden.

Komplizierter stellen sich die Zerfälle mit zwei und drei Pionen im Endzustand dar, denn die zugehörigen Zerfallsverteilungen, die in (2.24) und (2.25) gegeben sind, hängen von vier bzw. sieben beobachtbaren Größen ab. Will man eine möglichst große Sensitivität auf die zu bestimmenden Parameter bekommen, so muß man alle diese Variablen auch messen. Für einen gebinnten Fit zur Extraktion der Michel – Parameter und der ν_τ – Helizität aus den Daten, wie er in dieser Arbeit verwendet wird, ist es bei der li-

[7] Dieses Limit gilt, falls es Treffer im Vertexdetektor gibt.
[8] Die Drähte haben eine etwas bessere Auflösung als die Plättchen.
[9] Es sei daran erinnert, daß das Pion Spin 0 hat und der Zerfall ein Zweikörperzerfall ist.

mitierten Statistik aber nicht sinnvoll Verteilungen mit mehr als zwei Dimensionen zu verwenden. Ein Ausweg[10] bietet die für die Messung der Polarisation entwickelte Observable ω, deren eindimensionale Verteilung den gleichen statistischen Fehler liefert, wie die multidimensionale Verteilung [37]. Ausgehend von der allgemeinen Form der Verteilung $\mathrm{W}(\vec{x}) = \mathrm{f}(\vec{x}) + P\mathrm{g}(\vec{x})$, die für die Messung der Polarisation wegen der Annahme $\xi_{\mathrm{had}} = 1$ für ρ und a_1 gleich sind (siehe (2.24) und (2.25)), zeigt sich, daß man mit dieser Variablen definiert als $\omega = \mathrm{g}(\vec{x})/\mathrm{f}(\vec{x})$ dieselbe Maximum – Likelihood – Gleichung für eine Menge von N Messungen $(\vec{x}_i)$ erhält wie die ursprüngliche Verteilung:

$$\frac{\partial}{\partial P}\log\mathcal{L} = \sum_i \frac{\mathrm{g}(\vec{x}_i)}{\mathrm{f}(\vec{x}_i) + P\cdot\mathrm{g}(\vec{x}_i)} = \sum_{i=1}^{\mathrm{N}} \frac{\omega_i}{1 + P\omega_i} = 0 \tag{5.5}$$

In $\vec{x}$ sind dabei alle auftretenden kinematischen Variablen zusammengefaßt.

Da die Zerfallsverteilungen aller Zerfälle neben den Michel – Parameter und der ν_τ – Helizität auch von der Polarisation der τ – Leptonen abhängen, ist es naheliegend die Polarisation ebenfalls als zu messenden Parameter anzusehen. Zum einen berücksichtigt man damit automatisch die Korrelationen zwischen der Polarisation und den anderen Parametern, zum anderen wird man unabhängig von einer Annahme über den Wert der Polarisation und kann zusätzlich den gemessenen Wert mit den anderen Messungen der Polarisation, die von der V – A – Hypothese ausgehen, vergleichen. Für das ρ und das a_1 will man also zwei Parameter aus den Zerfallsverteilungen bestimmen, was bedeutet, daß man zwei Maximum – Likelihood – Gleichungen gleichzeitig lösen muß. Dies kann einen Einfluß auf die Definition von ω haben. Im Falle des Endzustandes mit zwei Pionen erhält man folgende Gleichungen:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial P}\log\mathcal{L} &= \sum_{i=1}^{\mathrm{N}} \frac{\xi_\rho\cdot\mathrm{g}(\vec{x}_i)}{\mathrm{f}(\vec{x}_i) + \xi_\rho P\cdot\mathrm{g}(\vec{x}_i)} = \sum_{i=1}^{\mathrm{N}} \frac{\xi_\rho\cdot\omega_i}{1 + \xi_\rho P\cdot\omega_i} = 0 \\
\frac{\partial}{\partial \xi_\rho}\log\mathcal{L} &= \sum_{i=1}^{\mathrm{N}} \frac{P\cdot\mathrm{g}(\vec{x}_i)}{\mathrm{f}(\vec{x}_i) + \xi_\rho P\cdot\mathrm{g}(\vec{x}_i)} = \sum_{i=1}^{\mathrm{N}} \frac{P\cdot\omega_i}{1 + \xi_\rho P\cdot\omega_i} = 0
\end{aligned} \tag{5.6}$$

Die Definition von ω kann also wie für die Messung der Polarisation definiert werden: $\omega = \mathrm{g}(\vec{x})/\mathrm{f}(\vec{x})$. Hier sei nochmal erwähnt, daß diese Definition der Variablen nicht mehr von der Strukturfunktion $\mathrm{W_B}$, die den hadronischen Strom beschreibt, abhängt, da sich sowohl f als auch g bezüglich $\mathrm{W_B}$ faktorisieren lassen (siehe (2.24)).

Für das a_1 ist die Situation etwas anders. Hier hängt die Zerfallsverteilung (2.25) nicht mehr nur von dem Produkt $\xi\cdot P$ ab, sondern es gibt auch Terme proportional ξ und proportional P. Deshalb muß die Variable ω etwas anders definiert werden. Die Maximum – Likelihood – Gleichungen lauten:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial P}\log\mathcal{L} &= \sum_{i=1}^{\mathrm{N}} \frac{\xi_{\mathrm{a}_1}\cdot\mathrm{g}_1(\vec{x}_i) + \mathrm{g}_3(\vec{x}_i)}{\mathrm{f}(\vec{x}_i) + \xi_{\mathrm{a}_1}P\cdot\mathrm{g}_1(\vec{x}_i) + \xi_{\mathrm{a}_1}\cdot\mathrm{g}_2(\vec{x}_i) + P\cdot\mathrm{g}_3(\vec{x}_i)} = 0 \\
\frac{\partial}{\partial \xi_{\mathrm{a}_1}}\log\mathcal{L} &= \sum_{i=1}^{\mathrm{N}} \frac{P\cdot\mathrm{g}_1(\vec{x}_i) + \mathrm{g}_2(\vec{x}_i)}{\mathrm{f}(\vec{x}_i) + \xi_{\mathrm{a}_1}P\cdot\mathrm{g}_1(\vec{x}_i) + \xi_{\mathrm{a}_1}\cdot\mathrm{g}_2(\vec{x}_i) + P\cdot\mathrm{g}_3(\vec{x}_i)} = 0
\end{aligned} \tag{5.7}$$

[10] Eine andere Möglichkeit wäre ein „single – entry“ – Fit (siehe aber nächsten Abschnitt).

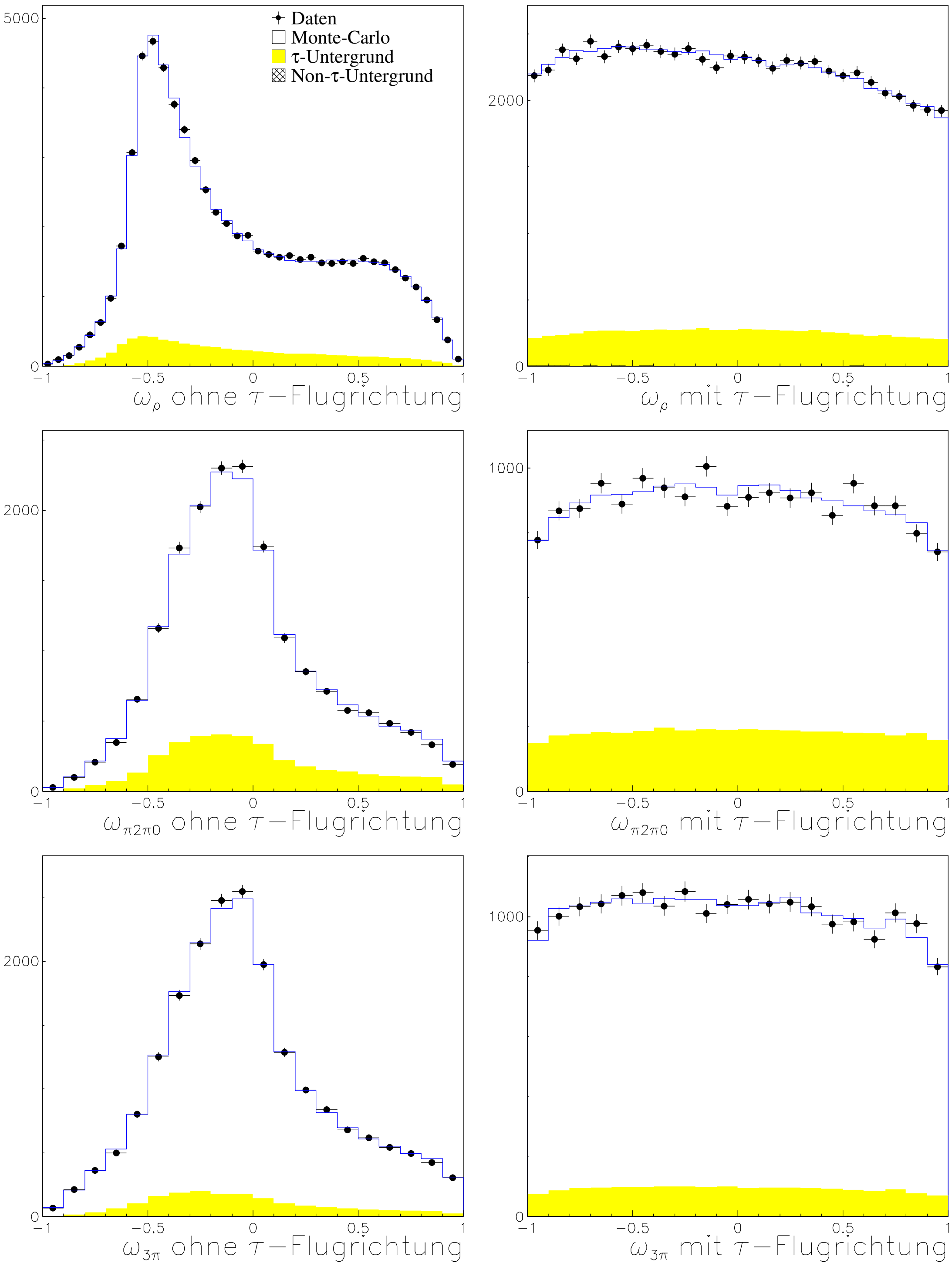

Abbildung 5.6: Die Verteilungen der Variablen ω für den Endzustand mit zwei Pionen (oben), für $\pi 2\pi^0$ (Mitte) und für 3π (unten). Die Bilder auf der linken Seite enthalten die Ereignisse ohne τ – Flugrichtung, die auf der rechten Ereignisse, in denen eine Rekonstruktion der τ – Flugrichtung möglich war.

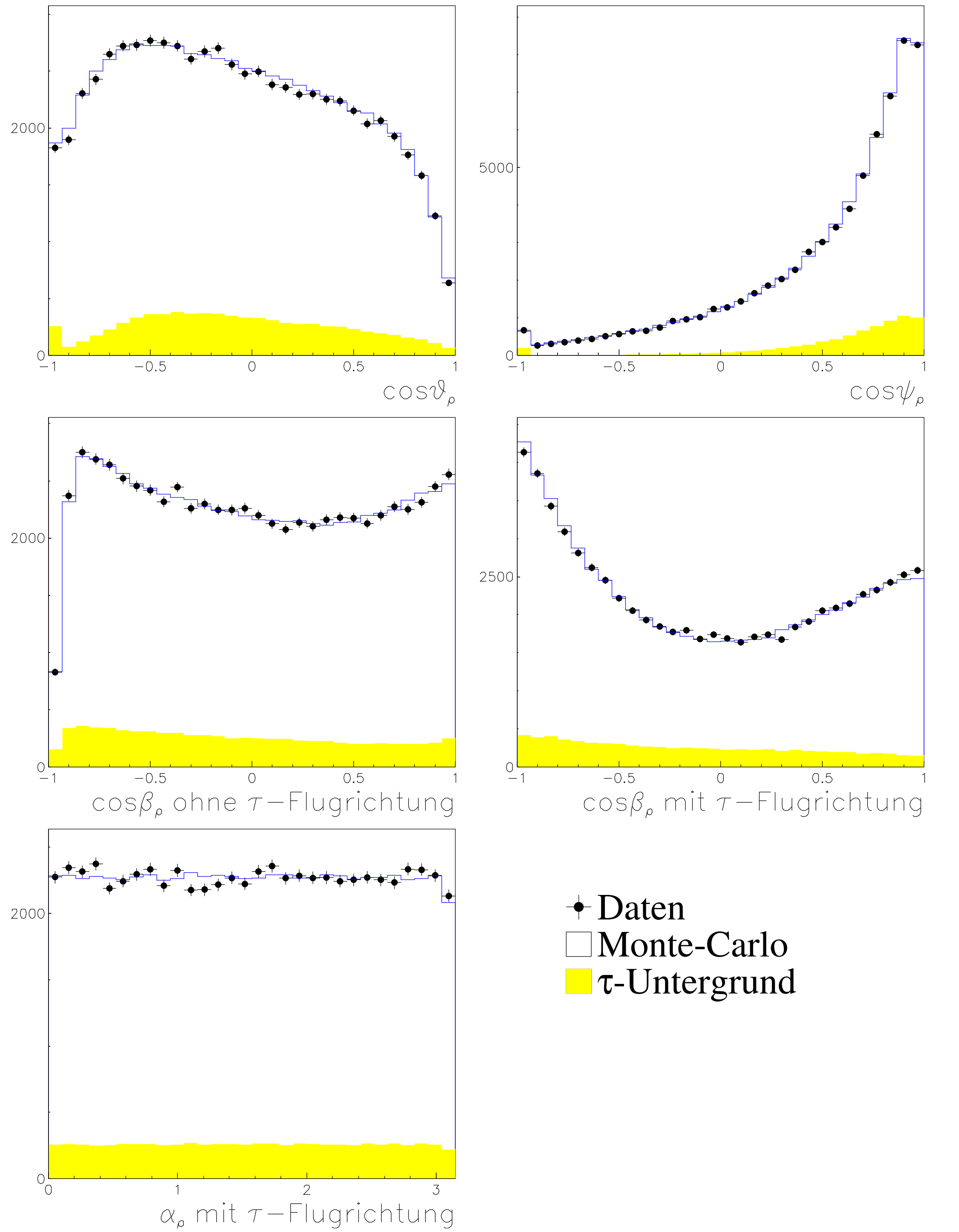

Abbildung 5.7: Die kinematischen Variablen zur Berechnung von ω für den $\pi\pi^0-$ Endzustand.

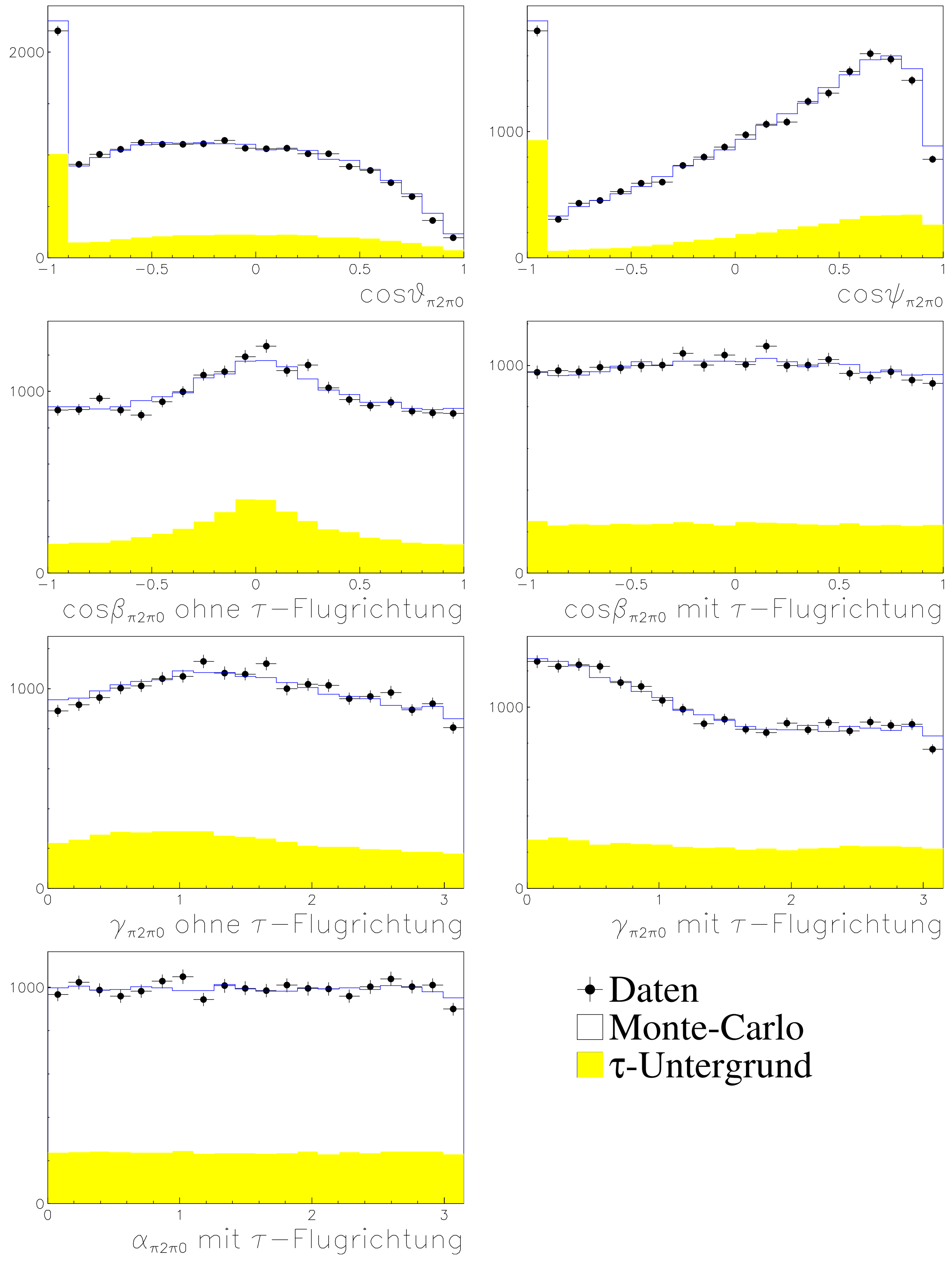

Abbildung 5.8: Die kinematischen Variablen zur Berechnung von ω für den $\pi 2\pi^0$–Endzustand.

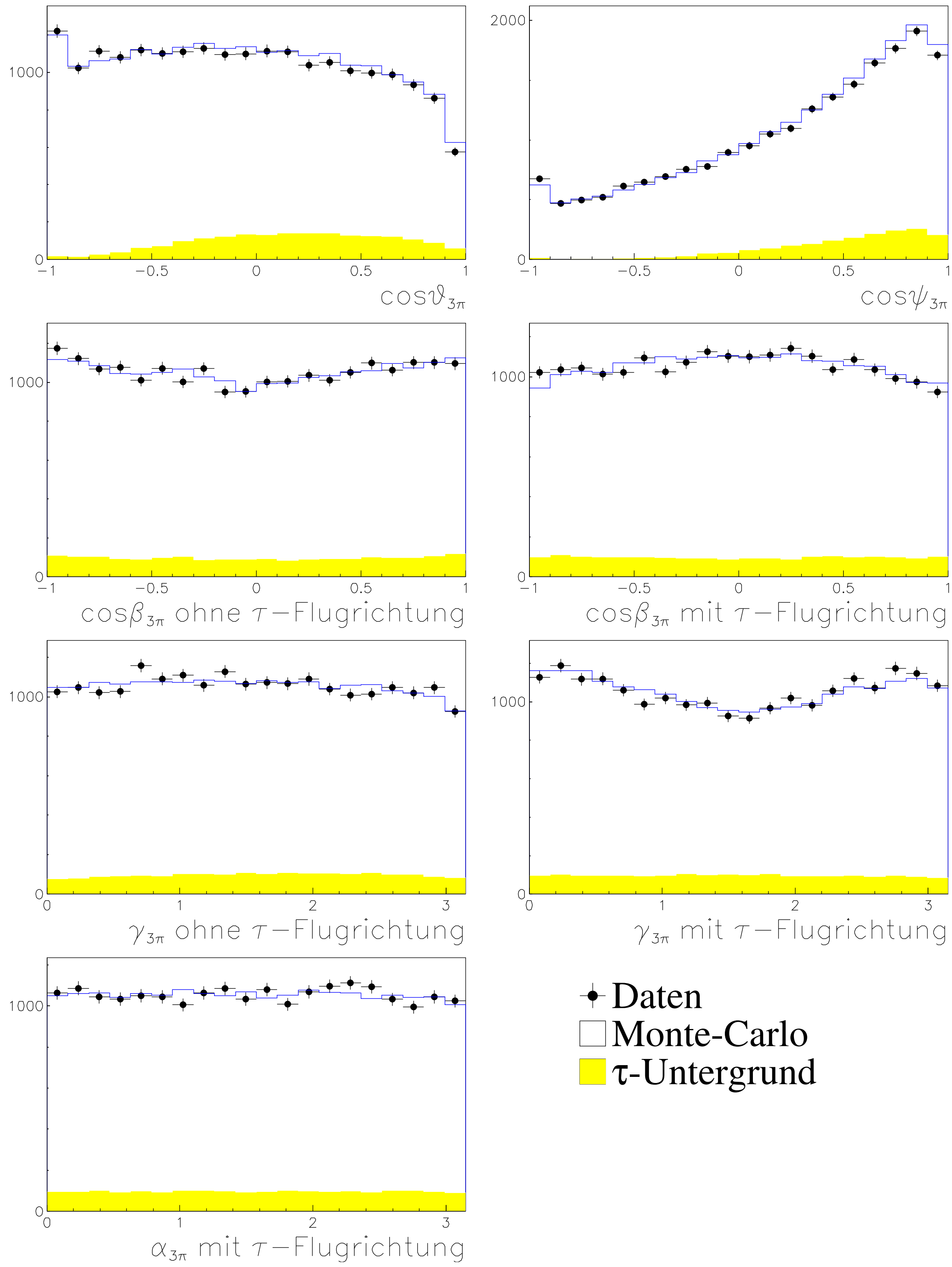

Abbildung 5.9: Die kinematischen Variablen zur Berechnung von ω für den $3\pi-$Endzustand.

Da die Variable keine Abhängigkeit der Parameter haben darf und g_1 die meiste Information über den Zerfall des a_1 enthält, lautet die Definition $\omega = g_1/f$.

Wie bereits in Kapitel 2.2.2 erläutert wurde, hängen sowohl die Zerfallsverteilung in zwei Pionen als auch in drei Pionen von dem Winkel α ab, der nur berechnet werden kann, wenn die τ – Flugrichtung rekonstruiert wird. In Abschnitt 5.1 wurde gezeigt, daß dies für Ereignisse, in denen beide τ – Leptonen semileptonisch zerfallen, möglich ist. Deshalb wird die Variable ω unter Verwendung des Winkels α berechnet, falls die Flugrichtung bestimmt wurde. In allen anderen Fällen, also falls ein τ leptonisch zerfallen ist oder die gegenüberliegende Hemisphäre nicht identifiziert werden konnte, wird auf die über den Winkel α integrierte Verteilung zur Bestimmung von ω zurückgegriffen. Es sei an dieser Stelle kurz erwähnt, daß zur Berechnung der Strukturfunktionen im Zerfall des a_1 das Modell von Feindt (siehe Abschnitt 2.2.2) mit $\delta = -2.1$ gewählt wurde. Für eine ausführliche Diskussion dieser Wahl sei auf Abschnitt 6.5 verwiesen.

In den Abbildungen 5.6 bis 5.9 sind die Verteilungen der Variablen ω und der zu ihrer Berechnung nötigen kinematischen Größen für die gesamte in der Analyse verwendete Datenstatistik dargestellt.

5.3 Beschreibung der Methode

Mit den in den vorangehenden Kapiteln und Abschnitten beschriebenen notwendigen Vorarbeiten, kann jetzt mit der Beschreibung der Extraktion der zu messenden Parameter aus den Daten begonnen werden. Es wurde schon mehrfach angedeutet, daß in der Analyse nicht nur einzelne Hemisphären verwendet werden, sondern das gesamte Ereignis in die Messung einbezogen wird. Grund hierfür ist eine Verbesserung der Sensitivität durch die Ausnutzung der Korrelationen zwischen den beiden τ – Zerfällen [59]. Da die τ – Leptonen paarweise im Zerfall des Z^0 – Bosons bei Energien, die weit über der Schwelle der τ – Paarproduktion liegen, erzeugt werden, sind die Spins der beiden τ – Leptonen vollständig korreliert[11]. Genauer gesagt sind die Helizitäten der beiden τ – Leptonen entgegengesetzt (siehe Abb. 2.2). Diese Spin – Spin – Korrelation führt zu einer Korrelation der Energien der geladenen Teilchen aus den beiden Zerfällen im Ereignis, denn die Helizität des τ – Leptons beeinflußt die Zerfallsverteilungen. Als einfachstes Beispiel sei wieder der Zerfall $\tau^- \to \nu_\tau \pi^-$ herangezogen. Aus der (2.21) gegeben Verteilung erhält man für negative Helizität bzw. positive Helizität des τ: $dN/dx = \frac{1}{2}\big(1 \mp \xi_\pi(2x-1)\big)$. Hat man also ein sehr niederenergetisches π^- gemessen, so stammt es mit sehr großer Wahrscheinlichkeit aus dem Zerfall eines τ^- mit negativer Helizität, während umgekehrt ein π^- mit einer Energie in der Nähe von x=1 auf den Zerfall eines τ^- mit positiver Helizität hindeutet. Entsprechendes gilt für den Zerfall des τ^+ in der gegenüberliegenden Hemisphäre.

Eine ausführliche Analyse der Verbesserungen, die durch die Verwendung der korrelierten Spektren erzielt werden kann, findet sich in [59]. Unter der Annahme eines idealen Detektors erhält man z.B. für die leptonischen Parameter ξ und $\xi\delta$ eine Reduzierung des statistischen Fehlers um etwa einen Faktor 1.7, was im wesentlichen auf die Ausnutzung der Korrelationen in den Lepton – Pion – Ereignissen zurückzuführen ist. Die beiden anderen leptonischen Parameter ρ und η profitieren dagegen nur wenig von der Ausnutzung

[11] Korrekturen hierzu sind von der Größenordnung $m_\tau^2/m_{Z^0}^2 \approx 4 \cdot 10^{-4}$.

der Korrelationen, da sie den isotropen Teil der Verteilung beschreiben, der nicht von der Helizität des τ – Leptons abhängt.

Die korrelierten Spektren

Die allgemeine Form der korrelierten Zerfallsverteilungen lautet unter der oben erläuterten Annahme vollständiger Spinkorrelation der beiden τ – Leptonen:

$$\frac{1}{\Gamma}\frac{d^2\Gamma}{dy_1 dy_2} = \frac{1+P_\tau}{2}\mathrm{W}_1^+(y_1)\mathrm{W}_2^+(y_2) + \frac{1-P_\tau}{2}\mathrm{W}_1^-(y_1)\mathrm{W}_2^-(y_2) \tag{5.8}$$

wobei $\mathrm{W}_i^\pm$ die Verteilungen der Zerfälle für positive bzw. negative Helizität des τ – Leptons sind und y_i die Variable ist, die zur Beschreibung eines Zerfalls verwendet wird, d.h. die reduzierte Energie $\mathrm{x=E/E_{Strahl}}$ oder für ρ und a_1 die Variable ω. Der Einfachheit halber soll (5.8) anhand eines konkreten Beispiels, nämlich der Zerfallskombination π – ρ, weiter umgeformt werden. Die Zerfallsverteilungen für π und ρ lauten (vgl. Abschnitt 2.2.2):

$$\mathrm{W}^\pm(x_\pi) = \mathrm{f}_\pi(x_\pi) \pm \xi_\pi \cdot \mathrm{g}_\pi(x_\pi) \qquad \mathrm{W}^\pm(\omega_\rho) = \mathrm{f}_\rho(\omega_\rho) \pm \xi_\rho \cdot \mathrm{g}_\rho(\omega_\rho) \tag{5.9}$$

Daraus ergibt sich mit (5.8) die korrelierte Zerfallsverteilung:

$$\begin{aligned}\frac{1}{\Gamma}\frac{d^2\Gamma}{dx_\pi d\omega_\rho} = {} & \mathrm{f}_\pi(x_\pi)\mathrm{f}_\rho(\omega_\rho) + \xi_\pi\xi_\rho \cdot \mathrm{g}_\pi(x_\pi)\mathrm{g}_\rho(\omega_\rho) + \\ & P_\tau\xi_\pi \cdot \mathrm{g}_\pi(x_\pi)\mathrm{f}_\rho(\omega_\rho) + P_\tau\xi_\rho \cdot \mathrm{f}_\pi(x_\pi)\mathrm{g}_\rho(\omega_\rho)\end{aligned} \tag{5.10}$$

Entsprechend diesem Beispiel lassen sich die korrelierten Spektren aller in der Analyse verwendeten Zerfallskombinationen aus den in Abschnitt 2.2.2 gegebenen Verteilungen berechnen. Es sei an dieser Stelle noch einmal betont, daß diese korrelierten Verteilungen für alle in der Analyse verwendeten Zerfallskombinationen aufgrund der im vorigen Abschnitt beschriebenen Wahl der Variablen nur zweidimensional sind, sich also für einen gebinnten Fit, wie er im nächsten Abschnitt beschrieben wird, eignen.

Die Referenzverteilungen

Die korrelierten Spektren dienen nun als Ausgangspunkt der Messung der Michel – Parameter und der ν_τ – Helizität. Im Prinzip gibt es zwei Wege diese Parameter aus den Daten zu bestimmen. Eine Möglichkeit ist, mit den analytischen Formeln für die korrelierten Spektren zu beginnen. Diese müssen aber, bevor sie an die Daten angepaßt werden können, so modifiziert werden, daß sie alle Effekte, die ihre Form beeinflußen, berücksichtigen. Dies sind z.B. Strahlungskorrekturen, die Auflösung des Detektors, Einflüsse der Selektion oder der Untergrund aus den verschiedenen Quellen. Will man den Vorteil der analytischen Form, nämlich einen ungebinnten, sogenannten „Single – Entry“ – Fit durchzuführen, nutzen, so müssen alle diese Effekte in einer analytischen Form oder wenigstens in einer geeigneten Parametrisierung vorliegen. Zumindest die Strahlungskorrekturen für die Zerfälle in e, μ und π existieren in einer semianalytischen Form [46]. Dies gilt nicht mehr für die Zerfälle mit mehreren Pionen im Endzustand. Ebenso wie bei allen

Detektoreffekten ist man hier auf Parametrisierungen angewiesen, die man aus simulierten Ereignissen gewinnen muß. Angesichts der Vielzahl der Zerfallskombinationen, die berücksichtigt werden sollen, wäre das Finden geeigneter Parametrisierungen mit riesigem Aufwand verbunden. Erschwerend kommt hinzu, daß die Daten über mehrere Jahre gesammelt wurden und der Detektor jeweils unter leicht unterschiedlichen Bedingungen lief. Dies muß bei der inzwischen sehr hohen verfügbaren Statistik berücksichtigt werden. Deshalb soll hier ein anderer Weg zur Extraktion der Parameter aus den Daten gegangen werden.

Die in dieser Arbeit benutzte Methode beruht auf der Verwendung von Referenzverteilungen, die aus simulierten Ereignissen einschließlich der vollen Detektorbeschreibung gewonnen werden. Die Referenzverteilungen werden dabei nicht jeweils neu generiert, sondern durch Umgewichtung aus den schon zur Verfügung stehenden simulierten Ereignissen mit Standardmodellkopplungen erzeugt. Deren große Zahl, die etwa der zehnfachen Datenstatistik entspricht, erlaubt es die statistische Unsicherheit der simulierten Ereignisse auf etwa ein Drittel des statistischen Fehlers der Daten zu drücken. Wie sich zeigen wird, ist dieser Fehler damit immer noch eine der größten Quellen der systematischen Unsicherheit auf die zu messenden Parameter. Wollte man also die Referenzverteilungen jeweils neu generieren, so müßte man eine Zahl von Ereignissen in derselben Größenordnung, d.h. circa zwei Millionen $\tau\tau-$Ereignisse, einschließlich der Detektorsimulation generieren. Ein Aufwand, der für eine einzelne Analyse nicht gerechtfertigt erscheint.

Im folgenden soll die Erzeugung der Referenzverteilungen näher erläutert werden. Der Klarheit wegen soll dies wieder anhand einer speziellen Zerfallskombination, nämlich $\pi-\rho$, geschehen. Ausgangspunkt ist das korrelierte Spektrum (5.10). Dieses Spektrum ist eine Linearkombination von Produkten der Funktionen f_π, g_π, f_ρ und g_ρ, die nicht von den zu messenden Parametern abhängen. Die Abhängigkeit von diesen Parametern steckt vollständig in den Koeffizienten dieser Linearkombination. Man benötigt also die zweidimensionalen Verteilungen $\mathrm{f}_\pi\mathrm{f}_\rho$, $\mathrm{g}_\pi\mathrm{g}_\rho$, $\mathrm{f}_\pi\mathrm{g}_\rho$ und $\mathrm{f}_\rho\mathrm{g}_\pi$ als Referenzverteilungen. Eine Anpassung der Linearkombination an die Daten durch die Variation der Koeffizienten liefert dann die gesuchten Parameter.

Wie erhält man nun diese Referenzverteilungen aus den simulierten Ereignissen? Der erste Schritt besteht darin, daß für jedes generierte Ereignis, das zu einer der verwendeten Zerfallskombinationen gehört, entsprechend den zu erzeugenden Referenzverteilungen je ein Gewicht berechnet wird, im gewählten Beispiel also vier Gewichte für die vier benötigten Verteilungen der $\pi-\rho-$Zerfallskombination. Die Gewichte, die das Verhältnis der zugehörigen Referenzverteilung über die in der Simulation verwendete Gesamtverteilung darstellen, werden mit Hilfe der in Kapitel 2 gegebenen Zerfallsverteilungen berechnet. Dabei ist aufgrund der Form der Verteilungen in allen Kanälen sichergestellt, daß die totalen Verteilungen jeweils den gesamten Phasenraumbereich der zugehörigen Referenzverteilungen vollständig überdecken, und damit auch, daß überall, wo die Referenzverteilungen nicht verschwinden, Ereignisse generiert werden. Außerdem gibt es keine Bereiche, in denen einzelne Ereignisse durch diese Prozedur ein sehr großes Gewicht bekommen, was zur Verzerrung der umgewichteten Verteilungen durch die statistischen Schwankungen der in solchen Bereichen generierten Ereignisse führen würde.

Es sei an dieser Stelle kurz eine Bemerkung über Strahlungskorrekturen eingeschoben. Es ist nicht notwendig diese in die Beschreibung der Zerfallsverteilungen einzuschließen,

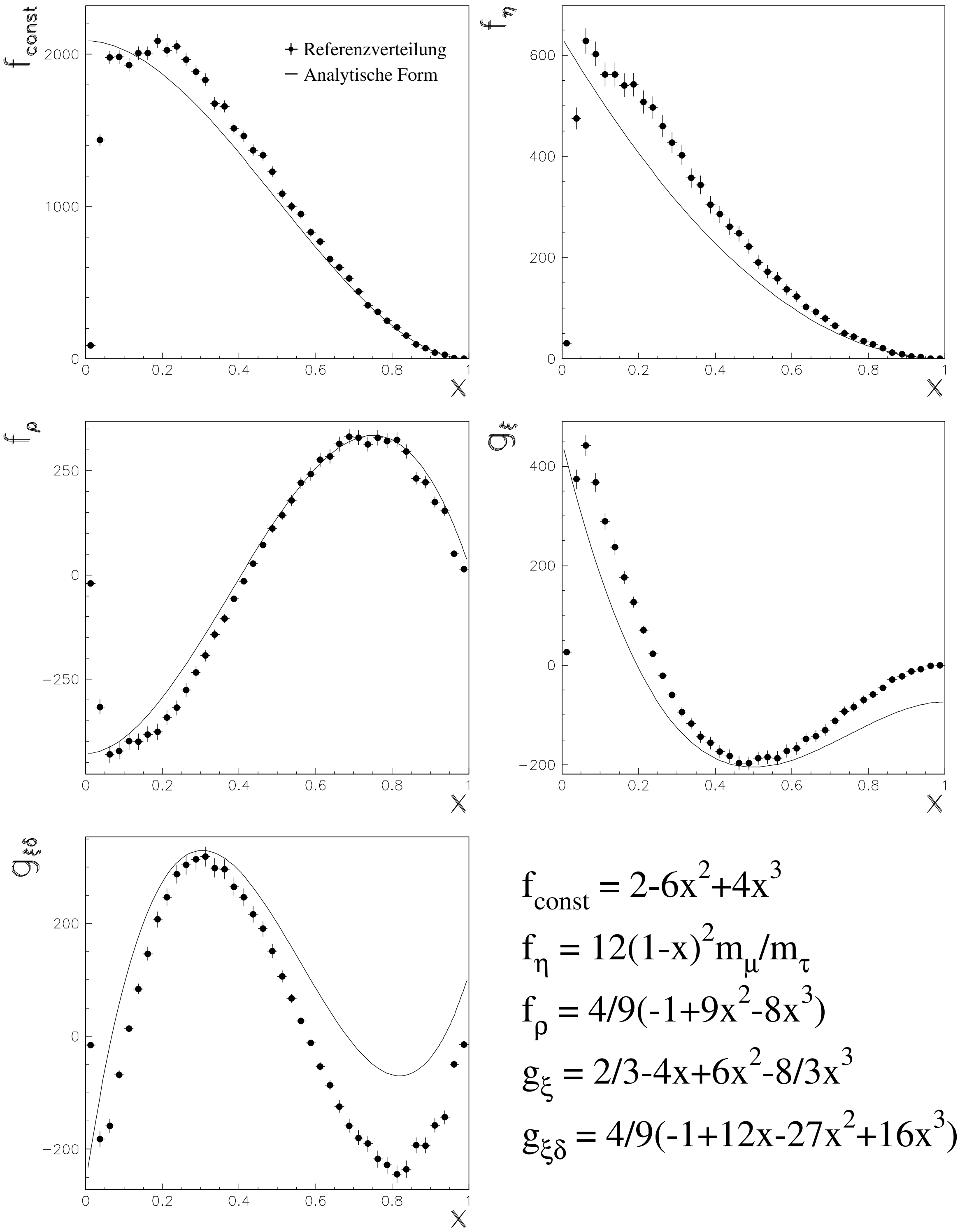

Abbildung 5.10: Die umgewichteten Verteilungen im Vergleich zu den analytischen Formeln am Beispiel der Myonverteilungen.

weil in den simulierten Ereignissen die geeignete Information zur Verfügung steht. Aus der Historie des generierten Ereignisses erhält man die Energie des τ – Leptons direkt vor dem

Zerfall und die des geladenen Zerfallsteilchens direkt nach dem Zerfall. Dadurch sind alle elektroschwachen Strahlungskorrekturen, soweit sie im Monte – Carlo – Generator[12] implementiert sind und die Produktion der τ – Leptonen betreffen, berücksichtigt. Insbesondere der Strahlung im Anfangszustand, die zu einer relativ starken und nicht zu vernachlässigenden Veränderung der Spektren führt, wird so automatisch Rechnung getragen. Ebenso werden Korrekturen vor dem Zerfall und zum Endzustand nach dem Zerfall, speziell die Bremsstrahlung im Detektor, berücksichtigt. Nur die Vertexkorrekturen im Zerfall des τ – Leptons werden auf diese Weise nicht korrekt einbezogen, denn diese Korrekturen hängen zusätzlich noch von den zu messenden Parametern ab, die ja gerade die Kopplung am τ – Zerfallsvertex beschreiben. Solange man aber keine oder nur kleine Abweichungen vom Standardmodell findet, kann man den dadurch gemachten Fehler vernachlässigen. Dies liegt daran, daß der zu erwartenden Fehler auf die Messung viel größer ist als Effekte in höherer Ordnung in α_{QED}.

Der nächste Schritt, nachdem die Gewichte für die in den entsprechenden Zerfallskombinationen generierten Ereignisse berechnet sind, besteht nun darin, die zweidimensionalen, gebinnten Referenzverteilungen zu füllen. Hierfür geht man vom Generatorniveau auf das Niveau nach der vollen Detektorsimulation. Jedes rekonstruierte, selektierte und richtig identifizierte Ereignis wird mit dem jeweiligen Gewicht in alle zugehörigen Referenzverteilungen gefüllt, wobei der Eintrag an der Stelle erfolgt, die durch die Werte der rekonstruierten Variablen gegeben ist. Dieses Vorgehen stellt sicher, daß alle Effekte, die durch die Rekonstruktion auftreten, berücksichtigt werden. Da nur selektierte Ereignisse für die Verteilungen verwendet werden, erhält man so die Einschränkung des Phasenraums durch die Selektion. Alle anderen Effekte der Rekonstruktion, wie z.B. die Auflösung der einzelnen Detektorkomponenten werden durch die Verwendung der Information auf Detektorniveau einbezogen. Da diese Referenzverteilungen aus simulierten Ereignissen erzeugt werden, muß sichergestellt sein, daß die Beschreibung im Monte – Carlo gut mit den in den Daten beobachteten Effekten übereinstimmt. Abweichungen zwischen beiden werden Ursache von systematischen Fehlern sein. Untersuchungen hierzu werden im nächsten Kapitel beschrieben. In Abbildung 5.10 finden sich als Beispiel die umgewichteten Referenzverteilungen des Myons im Vergleich zu den analytischen Formeln.

Es ist übrigens notwendig, daß ein Ereignis in alle Referenzverteilungen eingetragen wird, diese Verteilungen also statistisch voll korreliert sind. Nur dadurch ist bei der zur Verfügung stehenden endlichen Statistik gewährleistet, daß die Anpassungsprozedur nicht durch statistische Fluktuationen zwischen den Referenzverteilungen beeinflußt wird und diese sich in den zu messenden Parametern niederschlagen.

Die Zahl der zu erzeugenden Referenzverteilungen hängt von den einzelnen Zerfallskombinationen ab. Die größte Zahl von Verteilungen, nämlich 20, hat man in den Kanälen $\mathrm{e}-\mu$ und $\mu-\mathrm{a}_1$. Zusätzlich werden in Kanälen, für die die τ – Flugrichtung rekonstruiert wird, auch Gewichte ohne Verwendung dieser Information berechnet, um die Verbesserung der Sensitivität unter Berücksichtigung der Detektoreffekte ermitteln zu können.

Zusätzlich werden die Daten noch in elf Datensätze geteilt, die den verschiedenen Jahren der Datennahme und den unterschiedlichen Schwerpunktsenergien entsprechen (vgl Tabelle 5.2. Die Aufspaltung nach den einzelnen Jahren der Datennahme ist notwendig,

[12] Der verwendete Generator zur Erzeugung der τ – Leptonen ist KORALZ, Version 4.0 [60].

Jahr	Daten 89.50 GeV	91.25 GeV	93.00 GeV	Monte – Carlo 89.50 GeV	91.25 GeV	93.00 GeV
1991	2.22	7.55	2.17	47.05	60.81	30.06
1992	—	20.94	—	—	247.97	—
1993	8.07	14.45	8.69	191.93	249.16	287.47
1994	—	49.09	—	—	308.78	—
1995	8.30	17.16	9.35	166.98	182.43	131.00
	Gesamtluminosität:		148.01 pb^{-1}	Gesamtluminosität:		1903.64 pb^{-1}

Tabelle 5.2: Die in den einzelnen Jahren aufgenommenen Luminositäten in pb^{-1} und ihre Verteilung über die Schwerpunktsenergien (links), sowie die zur Verfügung stehende Statistik an simulierten Ereignissen (rechts).

da sich die Bedingungen, unter der der Detektor lief, und die Kalibration jeweils unterscheiden. Die simulierten Ereignisse wurden entsprechend diesen Bedingungen generiert. Eine Bemerkung sei noch zu den Daten von 1991 angebracht. Sowohl unterhalb als auch oberhalb der Resonanz wurden Daten bei drei verschiedenen Schwerpunktsenergien (88.8, 89.5, 90.2, 91.95, 93.0 und 93.7 GeV) genommen. Da deren Statistik aber sehr gering ist, wurden jeweils die drei unter bzw. über dem Maximum liegenden Punkte zusammengefaßt. Die unterschiedliche Luminosität der einzelnen Punkte wurde bei der Generierung der simulierten Ereignisse berücksichtigt.

Die Maximum – Likelihood – Anpassung

Nachdem erläutert wurde, wie man die Referenzverteilungen bekommt, soll dieser Abschnitt der Beschreibung der Anpassungsprozedur, die zur Messung der Michel – Parameter und der ν_τ – Helizität notwendig ist, gewidmet sein. Die Methode, die zur Bestimmung der Parameter verwendet wird, ist eine Maximum – Likelihood – Anpassung. Das Prinzip dieser Methode sei hier kurz erläutert: Eine Zufallsgröße x sei nach der Wahrscheinlichkeitsdichte f(x,p_j) verteilt, wobei die p_j die gesuchten Parameter sind. Die Wahrscheinlichkeit, bei einem Experiment n Zufallsgrößen x_i zu finden, lautet dann:

$$\mathcal{L} = \prod_{i=1}^{n} f(\mathrm{x}_i, p_j)$$

Gesucht ist nun derjenige Satz von Parameter p_j, der die a posteriori Wahrscheinlichkeit $\mathcal{L}$ maximiert.

In der vorliegenden Messung, die von gebinnten Verteilungen ausgeht, entsprechen die Zufallsgrößen x_i, der Zahl der Einträge in den einzelnen Bins der zweidimensionalen Verteilungen. Für die Wahrscheinlichkeitsverteilungen in den einzelnen Bins, die in den Ausläufern der Verteilungen nur wenige Einträge enthalten können, nimmt man eine Poisson – Verteilung[13] an. Die Likelihood – Verteilung, deren Maximum gesucht wird[14],

[13] Eine χ^2 – Anpassung ist deshalb nicht möglich, da hierfür eine Gaußverteilung vorausgesetzt wird.
[14] In der Praxis wird der negative Logarithmus der Likelihood – Verteilung minimiert.

Klasse	Ereignisse	Klasse	Ereignisse	Klasse	Ereignisse
$e-e$	4106	$\mu-\rho$	12311	$\rho-\rho$	8059
$e-\mu$	8379	$\mu-\pi 2\pi^0$	3228	$\rho-\pi 2\pi^0$	4305
$e-\pi$	4897	$\mu-3\pi^{\pm}$	3715	$\rho-3\pi^{\pm}$	4868
$e-\rho$	11686	$\mu-X$	8435	$\rho-X$	11386
$e-\pi 2\pi^0$	3051	$\pi-\pi$	1293	$\pi 2\pi^0-\pi 2\pi^0$	588
$e-3\pi^{\pm}$	3627	$\pi-\rho$	6689	$\pi 2\pi^0-3\pi^{\pm}$	1298
$e-X$	8431	$\pi-\pi 2\pi^0$	1785	$\pi 2\pi^0-X$	2972
$\mu-\mu$	4543	$\pi-3\pi^{\pm}$	2046	$3\pi^{\pm}-3\pi^{\pm}$	680
$\mu-\pi$	5056	$\pi-X$	4771	$3\pi^{\pm}-X$	3305
Summe aller verwendeten Ereignisse: 135510					

Tabelle 5.3: Die 27 verwendeten Zerfallskombinationen und die Zahl der rekonstruierten Ereignisse.

hat dann folgende Form:

$$\mathcal{L} = \prod_{S=1}^{11} \prod_{K=1}^{27} \prod_{B=1}^{n} \frac{e^{-\mathrm{E}_{S,K,B}(\mathcal{P})} \cdot \mathrm{E}_{S,K,B}(\mathcal{P})^{\mathrm{N}_{S,K,B}}}{\mathrm{N}_{S,K,B}!} \tag{5.11}$$

wobei $\mathcal{P}$ für die zu messenden Parameter steht:

$$\mathcal{P} = \left(\rho_e, \xi_e, (\xi\delta)_e, \eta_\mu, \rho_\mu, \xi_\mu, (\xi\delta)_\mu, , \xi_\pi, \xi_\rho, \xi_{a_1}, P_\tau\right)$$

und N die Zahl der in den Daten beobachteten Ereignisse ist. Es gilt folgende Normierungsbedingung:

$$\sum_{B=1}^{n} \mathrm{E}_{S,K,B}(\mathcal{P}) = \mathrm{N}_{S,K}^{\mathrm{Daten}} \tag{5.12}$$

S bezeichnet die insgesamt elf Datensätze, die durch die verschiedenen Jahre und Schwerpunktsenergien gegeben sind (siehe Tabelle 5.2), K gibt die 27 Zerfallskombinationen an, die in Tabelle 5.3 noch einmal aufgelistet sind, und der Index B läuft schließlich über alle Bins der zweidimensionalen Verteilungen. Die zweidimensionalen Verteilungen für die Datensätze bei 91.25 GeV werden in 15x15 Intervalle unterteilt, während die Verteilungen bei anderen Energien aufgrund der geringeren Statistik nur in 10x10 Intervalle unterteilt werden. Die Erwartung $\mathrm{E}_{S,K,B}(\mathcal{P})$ in jedem einzelnen Bin setzt sich folgendermaßen zusammen:

- Die Linearkombination der Referenzverteilungen für den betrachteten Datensatz und für die entsprechende Zerfallskombination. Die Koeffizienten sind aus den momentanen Werten der Parameter berechnet.

- Addition der Verteilungen des Untergrundes aus $\tau-$Zerfällen, wobei die Verteilungen positiver und negativer Helizität des $\tau-$Leptons getrennt berücksichtigt werden, damit man unabhängig von der Polarisation der generierten Ereignisse ist. Die Verteilungen werden dann mit dem jeweiligen Wert der Polarisation aus der Anpassung neu gewichtet.

- Addition der Verteilungen des Untergrundes aus anderen Prozessen normiert auf die richtige Luminosität. Folgende Prozesse werden berücksichtigt:

  1. Bhabha – Ereignisse
  2. μ – Paare aus dem Prozeß $Z^0 \to \mu^+\mu^-$
  3. Hadronische Ereignisse aus $Z^0 \to q\bar{q}$
  4. $\gamma\gamma$ – Ereignisse mit folgenden Endzuständen: ee, $\mu\mu$, $\tau\tau$ und $q\bar{q}$.

  Die zur Verfügung stehende Statistik an generierten Ereignissen entspricht in etwa der doppelten Datenmenge.

- Die Erwartung wird entsprechend (5.12) auf die Gesamtzahl der Ereignisse in der betrachteten Datenverteilung normiert.

Die gesamte Anpassungsprozedur wurde ausgiebig getestet. Zum einen wurde die Selbskonsistenz des Verfahrens überprüft, indem die zur Erzeugung der Referenzverteilungen verwendeten Ereignisse wieder gefittet wurden. Dabei konnten die eingestellten Werte der Parameter sehr genau auf etwa 10^{-4} reproduziert werden. Dies zeigt zudem, daß die gewählte Einteilung der zweidimensionalen Verteilungen, die eine Mittelung über den entsprechenden Phasenraumbereich darstellt, fein genug ist, um physikalische Effekte nicht auszuwaschen. Neben diesem Test wurden auch statistisch unabhängige Monte – Carlo – Ereignisse als Datenereignisse verwendet. Die Ergebnisse für die Parameter entsprachen innerhalb der statistischen Unsicherheit den eingestellten Werten.

Ergebnisse

Die Ergebnisse der Maximum – Likelihood – Anpassung sind in den Tabellen 5.4 zu finden. In diesen Ergebnissen ist die gesamte Datenstatistik von 1991 – 1995 enthalten, wobei die angegebenen Fehler nur statistischer Natur sind. Im Rahmen dieser Fehler stimmen die Ergebnisse gut mit den im Standardmodell erwarteten Werten überein. Diese Aussage muß aber noch durch systematische Studien bestätigt werden. Die Untersuchungen dazu werden im nächsten Kapitel beschrieben.

Die Güte der Anpassung läßt sich im vorliegenden Fall vollständig durch den graphischen Vergleich zwischen Daten und Fitergebnissen überprüfen. Da nur zweidimensionale Verteilungen verwendet werden, ist man nicht nur auf Projektionen angewiesen, sondern kann auch die Schnitte längs der beiden Achsen einer Verteilung, entsprechend der Unterteilung in Intervalle, einzeln vergleichen. Die Übereinstimmung zwischen Daten und Fitergebnis ist sehr gut. Aus Platzgründen können hier nur die Projektionen gezeigt werden, denn die Zahl der Schnitte für die über die Jahre summierten Verteilungen beträgt 1350. In den Abbildungen 5.11 bis 5.14 finden sich die Ergebnisse der Anpassung für die Daten auf dem Resonanzmaximum und für die Energiepunkte außerhalb des Maximums. Zusätzlich wurden die Projektionen noch über die Zerfallskombinationen summiert.

Parameter	Ergebnis	SM
ρ_e	0.747 ± 0.019	0.75
$(\xi\delta)_e$	0.788 ± 0.066	0.75
ξ_e	1.01 ± 0.094	1.00
η_μ	0.16 ± 0.15	0.00
ρ_μ	0.776 ± 0.045	0.75
$(\xi\delta)_\mu$	0.786 ± 0.066	0.75
ξ_μ	1.03 ± 0.12	1.00
ξ_π	0.994 ± 0.020	1.00
ξ_ρ	0.987 ± 0.012	1.00
ξ_{a_1}	1.000 ± 0.016	1.00
P_τ	-0.1350 ± 0.0075	

Parameter	Ergebnis	SM
η_l	0.086 ± 0.071	0.00
ρ_l	0.752 ± 0.017	0.75
$(\xi\delta)_l$	0.782 ± 0.045	0.75
ξ_l	1.002 ± 0.069	1.00
ξ_{had}	0.9924 ± 0.0070	1.00
P_τ	-0.1350 ± 0.0075	

Tabelle 5.4: Fitergebnisse mit statistischen Fehlern. Die jeweils rechten Spalten der beiden Tabellen enthalten die im Standardmodell erwarteten Werte. Die Ergebnisse in der rechten Tabelle gelten unter den Annahmen e – μ – Universalität und $\xi_\pi = \xi_\rho = \xi_{a_1}$.

Eine besondere Diskussion verdient der Parameter η_μ. Aus der Tabelle 5.5, die die Korrelationskoeffizienten der Parameter enthält, entnimmt man, daß die Korrelation zwischen ρ_μ und η_μ 91% beträgt. Ursache hierfür ist die zugrundeliegende Form der Zerfallsverteilung. Abbildung 2.3 zeigt, daß man nur bei kleinen Werten der Energie sensitiv auf η ist. Gleichzeitig ist dies aber auch der Bereich der größten Empfindlichkeit für den Parameter ρ, der ebenfalls den isotropen Teil der Verteilung beeinflußt. Jede Änderung von η kann deshalb durch korrespondierende Änderungen in ρ ohne starken Einfluß auf die anderen Parameter kompensiert werden. Die Folge dieser Korrelation läßt sich am Fitergebnis für ρ verdeutlichen. Vergleicht man das Ergebnis von ρ_μ mit dem von ρ_e, so sieht man, daß der Fehler auf ρ_μ um einen Faktor 2.3 schlechter ist, als der von ρ_e, obwohl in beiden Fällen etwa die gleiche Zahl von Ereignissen verwendet wird. Neben einer Verschlechterung des Fehlers, hat der relativ große Wert von η_μ noch den Effekt, den Zentralwert von ρ_μ zur Kompensation nach oben zu schieben (vgl. Abb. 2.3). Setzt man η_μ im Fit auf 0, so erhält man $\rho_\mu = 0.733 \pm 0.018$, einen Fehler also, der in Übereinstimmung ist mit dem Fehler auf ρ_e.

Zum Schluß soll noch gezeigt werden, welche Verbesserung sich durch die Verwendung der τ – Flugrichtung ergibt. In der folgenden Tabelle sind die statistischen Fehler auf die hadronischen Parameter aufgelistet:

Parameter	Mit τ – Flugrichtung	Ohne τ – Flugrichtung	Verbesserung
ξ_ρ	±0.012	±0.021	47.6 %
ξ_{a_1}	±0.016	±0.033	51.5 %
ξ_π	±0.020	±0.024	16.7 %

Durch die Ausnutzung der vollen Information, die in der Zerfallsverteilung steckt, kann man also eine signifikante Verbesserung der Sensitivität um etwa 50 % auf die hadronischen Parameter ξ_ρ und ξ_{a_1} erreichen. Eine Verbesserung, die den größeren Aufwand in

	$(\xi\delta)_e$	ξ_e	η_μ	ρ_μ	$(\xi\delta)_\mu$	ξ_μ	ξ_π	ξ_ρ	ξ_{a_1}	P_τ
ρ_e	0.00	-0.23	-0.02	0.02	0.00	-0.02	0.10	0.00	0.00	0.26
$(\xi\delta)_e$		0.05	0.01	0.00	0.00	-0.02	-0.12	0.01	0.01	-0.01
ξ_e			0.01	0.01	-0.02	-0.01	-0.06	-0.02	-0.01	0.02
η_μ				0.91	0.29	0.58	0.03	-0.02	-0.01	0.02
ρ_μ					0.25	0.45	0.06	-0.02	-0.01	0.13
$(\xi\delta)_\mu$						0.14	-0.07	-0.02	-0.01	-0.03
ξ_μ							-0.01	-0.04	-0.02	0.07
ξ_π								-0.28	-0.20	0.06
ξ_ρ									-0.08	0.06
ξ_{a_1}										0.01

	ρ_l	$(\xi\delta)_l$	ξ_l	ξ_{had}	P_τ
η_l	0.59	0.13	0.22	0.00	0.00
ρ_l		0.09	-0.04	0.08	0.29
$(\xi\delta)_l$			0.02	-0.11	-0.02
ξ_l				-0.09	0.05
ξ_{had}					0.10

Tabelle 5.5: Die Korrelationskoeffizienten zwischen den Parametern. Die Werte in der unteren Tabelle gelten unter den Annahmen e – μ – Universalität und $\xi_\pi = \xi_\rho = \xi_{a_1}$.

der Rekonstruktion in jedem Falle lohnt. Daß sich auch der Fehler auf ξ_π um 16.7 % reduziert, liegt an der Verwendung zweidimensionaler Verteilungen, d.h. der Ausnutzung der Spin – Spin – Korrelationen der beiden τ – Leptonen. Die leptonischen Parameter bleiben dagegen weitgehend unverändert, da die Rekonstruktion der τ – Flugrichtung für die Sensitivität auf den Spin des τ – Leptons unter Berücksichtigung der Auflösung nur etwa 10 % beträgt [37].

Eine letzte Bemerkung sei noch zur Messung der Polarisation erlaubt. Dieser Parameter kann als Test der Konsistenz mit dem Wert der Standardanalyse der τ – Polarisation, die explizit Standardmodellkopplungen annimmt, verglichen werden. Hierbei ist zu beachten, daß die Ergebnisse der Anpassung auf die effektiven Kopplungen des Standardmodells korrigiert werden. Die Korrekturen betragen etwa +0.004 und berücksichtigen die γ – Z – Interferenz, die Strahlung im Anfangszustand und die Tatsache, daß die Messung nicht am Pol des Z^0 gemacht wird. Das nicht korrigierte Resultat von ALEPH für den gleichen Datensatz ist: $P_\tau = -0.137 \pm 0.006$ [54], in guter Übereinstimmung mit dem Resultat dieser Analyse.

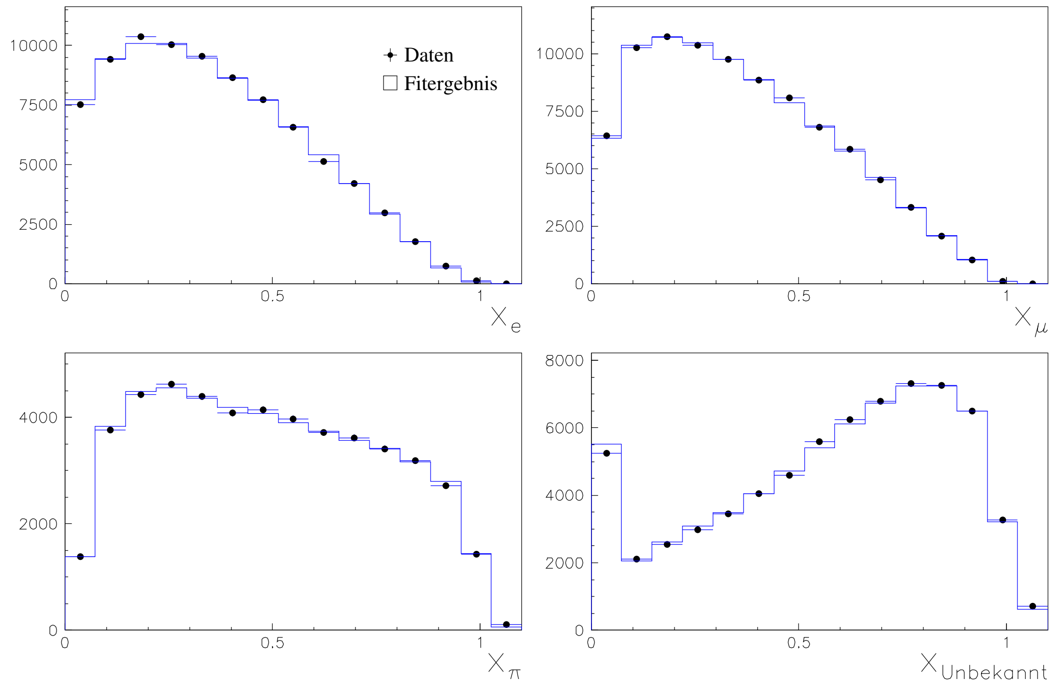

Abbildung 5.11: Die Ergebnisse des Fits für Elektronen (links oben), Myonen (rechts oben), Pionen (links unten) und nicht identifizierte Hemisphären (rechts unten) für die Daten auf der Z^0 – Resonanz.

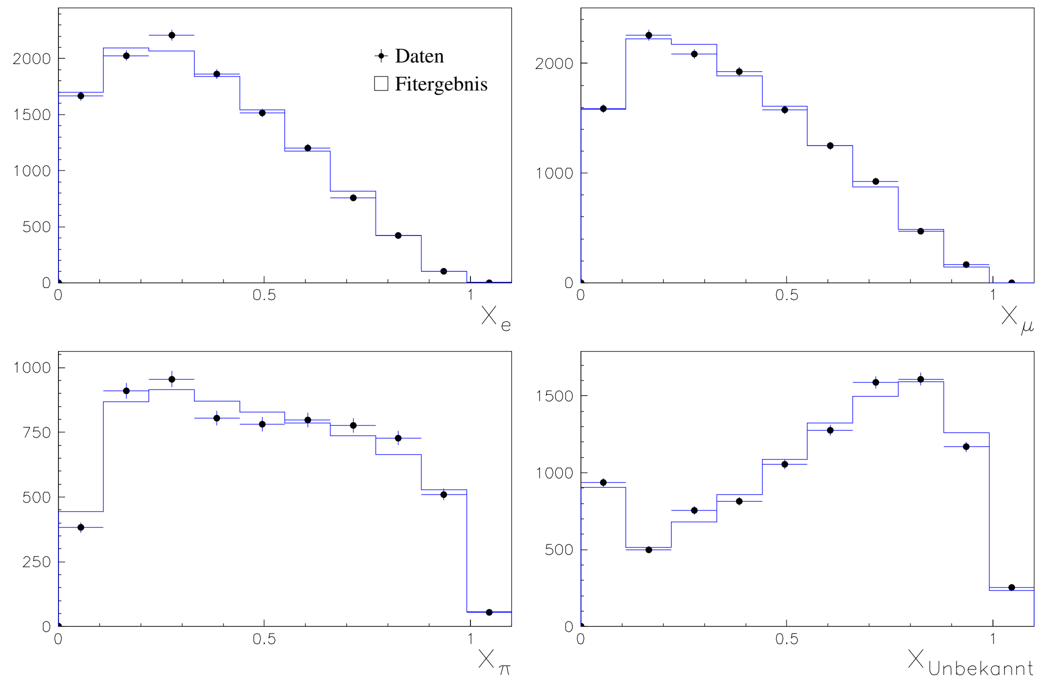

Abbildung 5.12: Die Ergebnisse des Fits für Elektronen (links oben), Myonen (rechts oben), Pionen (links unten) und nicht identifizierte Hemisphären (rechts unten) für die Daten außerhalb der Z^0 – Resonanz.

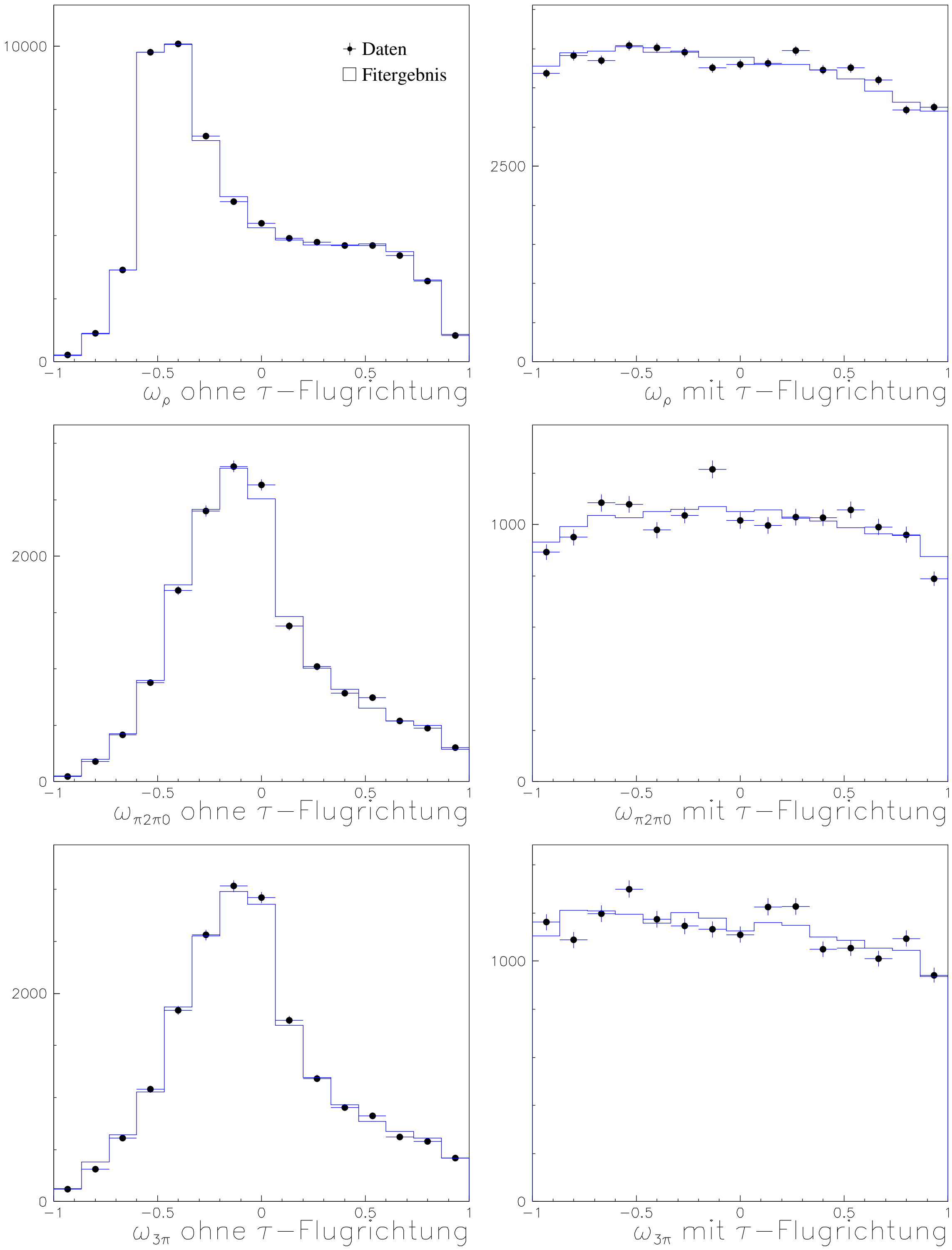

Abbildung 5.13: Die Ergebnisse des Fits für ρ (oben), $\pi 2\pi^0$ (Mitte) und 3π (unten) für die Daten auf der Z^0 – Resonanz.

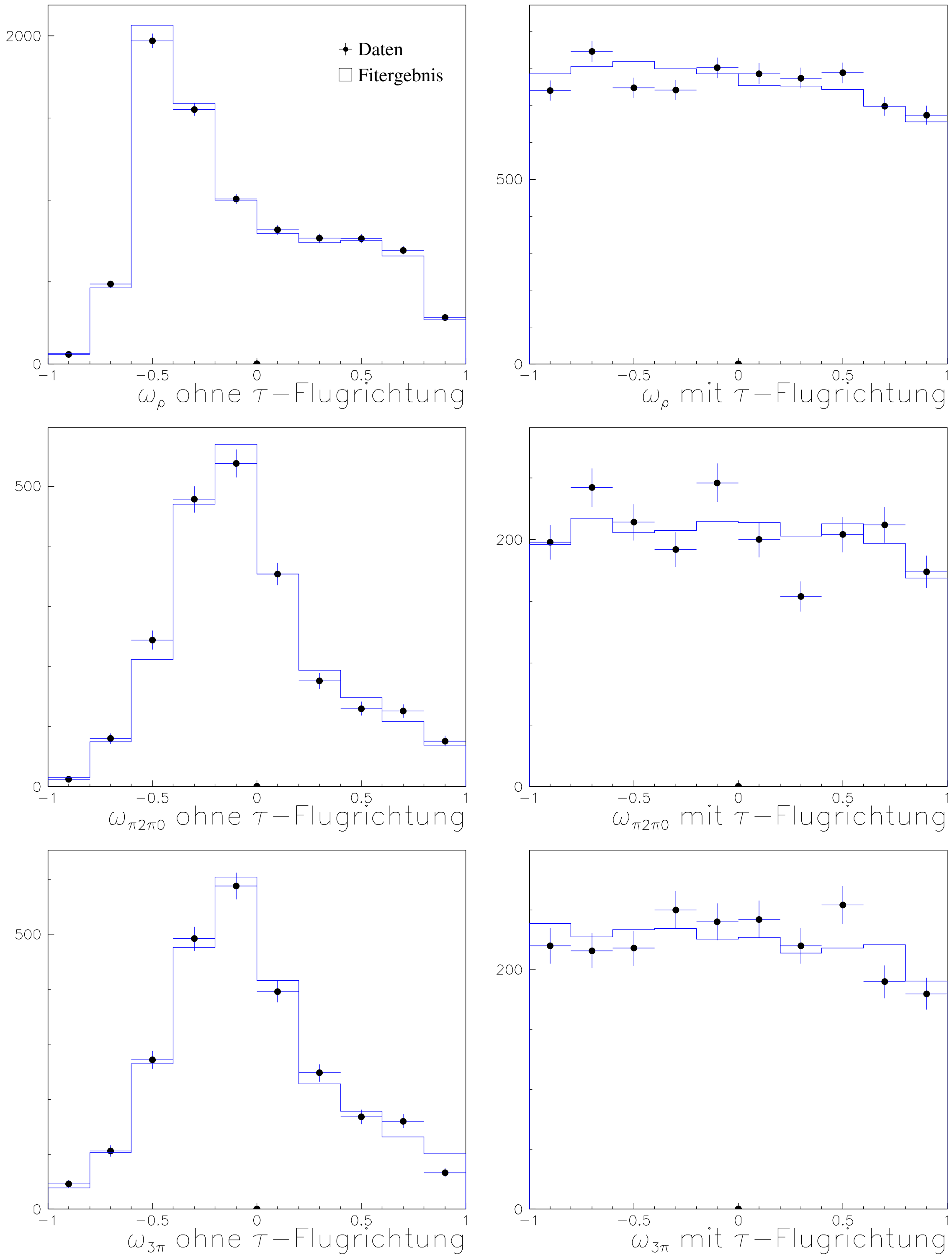

Abbildung 5.14: Die Ergebnisse des Fits für ρ (oben), $\pi 2\pi^0$ (Mitte) und 3π (unten) für die Daten außerhalb der Z^0 – Resonanz.

Kapitel 6

Systematische Studien

Die vorliegende Analyse verwendet zur Messung der Michel – Parameter und der ν_τ – Helizität Referenzverteilungen, die aus simulierten Ereignissen gewonnen wurden. Das bedeutet, daß die Ergebnisse sehr stark von der Güte der im Monte – Carlo implementierten Beschreibung des Detektors abhängen. In diesem Kapitel soll deshalb gezeigt werden, wie gut die Übereinstimmung für wesentliche Größen, die in die Messung eingehen, tatsächlich ist, und welche systematischen Unsicherheiten sich daraus ergeben. Ein zentraler Punkt wird die Kalibration des Detektors sein, die besonders die Endpunkte der Spektren für Elektronen, Myonen und Pionen, an denen man sehr sensitiv auf einige Parameter ist, beeinflußt. Eine schlechte Kalibration oder ein großer Unterschied zwischen Daten und simulierten Ereignissen kann deshalb zu starken systematischen Verschiebungen für solche Parameter führen. Ausführlich wird auch auf die Ereignisselektion und die hierfür verwendeten Werkzeuge eingegangen. Da der Untergrund aus anderen Prozessen nur an bestimmten Stellen des Phasenraums auftritt, führt die Selektion notwendigerweise zu Änderungen in der Form der Verteilungen. Werden diese Änderungen durch das Monte – Carlo nicht richtig beschrieben, bekommt man systematische Effekte auf die Parameter, denn die erhält man durch die Anpassung an die Form der Verteilungen. Weitere Punkte, die behandelt werden, sind die Unsicherheit, die durch die endliche Statistik der simulierten Ereignisse verursacht werden, und die Modellabhängigkeit des hadronischen Stromes im Zerfall des a_1.

6.1 Kalibration des Detektors

Für viele Analysen im Bereich der τ – Physik hat es sich gezeigt, daß die Standardkalibration des Detektors für die inzwischen auf diesem Gebiet erreichte statistische Präzision nicht mehr ausreicht. Es wurde deshalb insbesondere im Hinblick auf die Messung der Polarisation des τ – Leptons eine große Anstrengung unternommen, die Kalibration der Spurkammern und des elektromagnetischen Kalorimeters für die Jahre 1991 – 1995 zu verbessern [54]. Von dieser verbesserten Kalibration profitiert auch die vorliegende Arbeit, denn sie verwendet dieselbe Detektorinformation zur Messung. Im folgenden sollen die Kalibrationen und die damit zusammenhängenden systematischen Fehler kurz beschrieben werden.

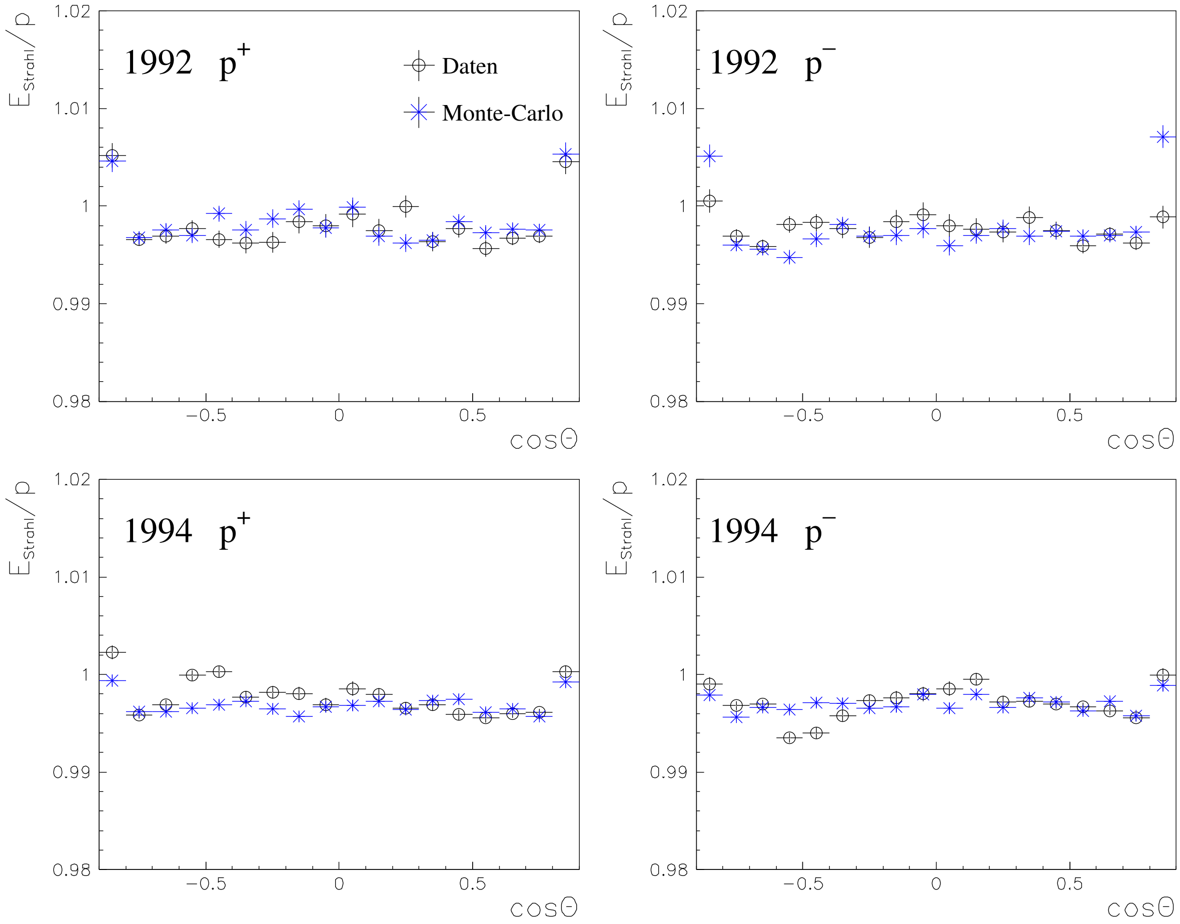

Abbildung 6.1: Die Kalibration der TPC am Beispiel der Jahre 1992 (oben) und 1994 (unten), getrennt für positive (links) und negative Myonen (rechts).

Kalibration der TPC

Es gibt im Prinzip für eine gegebene Richtung im Raum zwei Quellen, die zu Fehlern in der Messung des Impulses aus der Krümmung der Spur im Magnetfeld der TPC führen können. Die erste entspricht einer radialen Verzerrung oder einer Feldstörung und hat die gleiche Größe und das gleiche Vorzeichen für Spuren entgegengesetzter Ladung. Eine solche Störung ändert also die Normierung der Impulsmessung. Die zweite Quelle, hervorgerufen von nicht perfekter Ausrichtung der TPC – Sektoren bzw. der Spurkammern untereinander oder einem ExB – Effekt, führt zu Fehlmessungen der Impulse, die unterschiedliches Vorzeichen für die beiden Ladungen haben und im allgemeinen vom Polarwinkel θ und Azimutwinkel ϕ abhängen. Zum Studium dieser Störungen und zur Ermittlung notwendiger Korrekturen [61] müssen Ereignisse verwendet werden, deren nominalen Impuls man kennt. Ein geeigneter Datensatz läßt sich aus dem Prozeß $Z \rightarrow \mu^+\mu^-$ gewinnen, indem man genau zwei Myonen im Ereignis verlangt mit einer Akollinearität kleiner als -0.999. Letztere Bedingung stellt sicher, daß der Einfluß von Photonabstrahlungen vernachlässigbar ist und die Myonen tatsächlich Strahlenergie haben.

Für einen Sagitta – Fehler Δs gilt folgende Beziehung[62]:

$$\left(\frac{1}{p_{\text{trans}}} - \frac{1}{p_{\text{nom}}}\right) = 0.027 \cdot \frac{\Delta s}{L^2 B} \tag{6.1}$$

Dabei ist L die Länge der in die x – y – Ebene projizierten Spur und B das Magnetfeld. Da sich mit der Ladung der Spur auch die Richtung des Effektes auf die Impulsmessung ändert, lassen sich die Korrekturen aus den Verteilungen für $1/p_t^+ - 1/p_t^-$ bestimmen. Die Daten werden zu diesem Zweck für jedes Jahr in 20x6 Intervalle in $\cos\theta$ und ϕ unterteilt und die Korrekturfaktoren ermittelt. Die Korrektur dieses Effektes ist dann additiv: $\mathrm{E_{Strahl}/p_t = E_{Strahl}/p_t + Q \cdot c_{sag}}$, wobei Q die Ladung der Spur ist. Die Korrektur des ersten Effektes, der die absolute Normierung der Impulsmessung beeinflußt, wird aus einem Vergleich der Verteilungen für $1/p_t^+ + 1/p_t^-$ zwischen Daten und simulierten Ereignissen gewonnen. Dies liefert eine multiplikative Korrektur: $\mathrm{p = p(1 + c_{norm})}$. Diese Korrektur dient dazu, die Unterschiede in der Beschreibung der Impulsmessung zwischen Daten und simulierten Ereignissen zu verbessern. In Abbildung 6.1 ist das Ergebnis dieser Kalibrationen am Beispiel der Jahre 1992 und 1994 gezeigt.

Zur Bestimmung der systematischen Fehler, die aus der Kalibration der Impulsmessung resultieren, werden die Fehler auf die Korrekturfaktoren verwendet. In Anbetracht der Form der Verteilungen, die insbesondere bei großen Werten für $\cos\theta$ nicht mehr gaußförmig sind, wird die systematische Unsicherheit für die Skalenkorrektur und für die Sagittakorrektur aus dem doppelten Fehler bestimmt. Da zur Ermittlung dieser Faktoren das gesamte zur Verfügung stehende Myon – Monte – Carlo verwendet wurde, sind die Fehler zwischen den Jahren korreliert. Dies wurde berücksichtigt, indem die Korrekturen für die einzelnen Jahre gleichzeitig variiert wurden. Die Resultate finden sich in Tabelle 6.1. Für die Parameter des Elektrons sind hierfür keine systematischen Fehler angegeben, da die Elektronenergie im Kalorimeter gemessen wird und die Korrelationen zu den anderen Parametern nur zu vernachlässigbaren Effekten im Vergleich zu anderen Fehlern führen.

Kalibration des elektromagnetischen Kalorimeters

Die Information, die das elektromagnetische Kalorimeter liefert, geht in mehrfacher Weise in die Analyse ein. Zum einen wird die Information der Drähte dazu verwendet, die Energie der Elektronen zu berechen, und zum anderen werden die Photonen im ECAL nachgewiesen. Für deren Identifikation und Energiemessung benötigt man die Segmentierung der Plättchen. Es ist also notwendig beide Energien des Kalorimeters zu kalibrieren. Dabei ist aber zu beachten, daß die Signale einem Sättigungseffekt unterliegen, wodurch die gemessenen Energien nicht mehr linear mit den wahren Energien skalieren. Diese Nichtlinearität kann folgendermaßen parametrisiert werden [62]:

$$E_{gemessen} = E_{wahr}(1 - \alpha \cdot E_{wahr}) \tag{6.2}$$

α ist der Sättigungskoeffizient, der die Größe der Nichtlinearität angibt. Dieser Sättigungskoeffizient wurde in Teststrahlmessungen zu $\alpha = (7.8 \pm 0.6 \cdot 10^{-4})\mathrm{GeV}^{-1}$ bestimmt. Allerdings wurde diese Messung ohne Magnetfeld, das einen großen Einfluß auf die Energieauflösung hat, durchgeführt. Deshalb wurden die Sättigungskoeffizienten aus den Daten

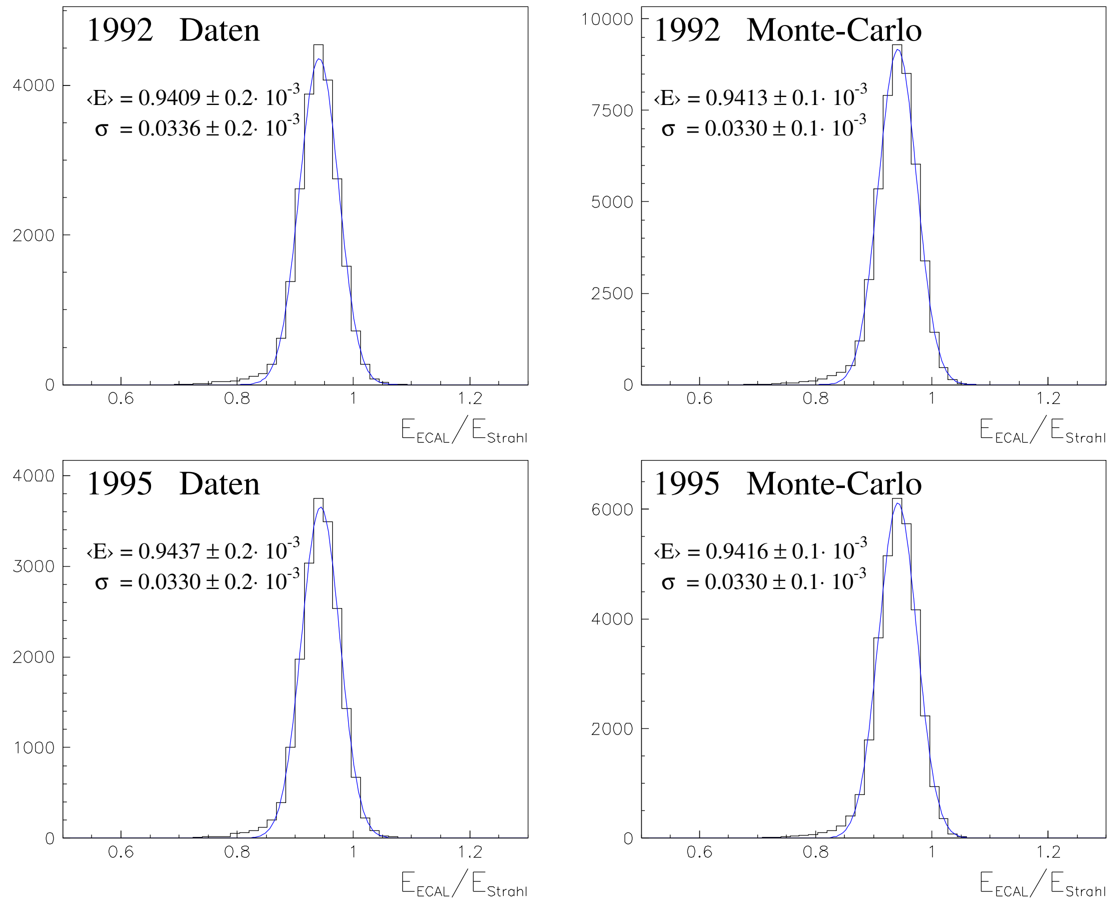

Abbildung 6.2: Die Kalibration des ECAL am Beispiel der Jahre 1992 (oben) und 1995 (unten), getrennt für Daten (links) und Monte – Carlo (rechts). Die Resultate eines Gaußfits an die Verteilungen sind jeweils angegeben.

bestimmt [63, 54]. Dazu werden nicht – radiative Bhabha – Ereignisse und Elektronen aus τ – Zerfällen selektiert. Um unabhängig vom Energieverlust durch Strahlung zu werden, trägt man das Verhältnis des Monte – Carlo zu den Daten der Größe $\langle \mathrm{E_{ECAL}/E_{TPC}} \rangle$ über $\mathrm{E_{TPC}}$ auf. Da das Monte – Carlo keine Sättigung enthält, ergibt sich ein linearer Anstieg, dessen Steigung gerade der Sättigungskoeffizient α ist. Es ergaben sich folgende Werte für α [63, 54]:

$$\begin{aligned} \text{Zentralbereich:} \quad & \alpha = (10.4 \pm 0.3) \cdot 10^{-4}\mathrm{GeV}^{-1} \\ \text{Endkappen:} \quad & \alpha = (8.1 \pm 0.6) \cdot 10^{-4}\mathrm{GeV}^{-1} \end{aligned} \tag{6.3}$$

Der gefundene Wert für den Sättigungskoeffizienten ist im Zentralbereich des ECAL also deutlich größer als aus den Teststrahlresultaten erwartet. Diese Sättigungskoeffizienten werden benutzt, um die Energiemessung in den simulierten Ereignissen zu korrigieren. Nach der Sättigungskorrektur kann man aus dem Energiepunkt bei der Strahlenergie, der durch Bhabha – Elektronen gegeben ist, die relative Kalibration zwischen Daten und simulierten Ereignissen bestimmen und letztere damit korrigieren. Abbildung 6.2 zeigt

	TPC		ECAL Drähte		ECAL Plättchen		
	Sagitta	Norm	Kalib.	Sättigung	Kalib.	Sättigung	Clustering
ρ_e	—	—	0.2	0.7	—	—	—
$(\xi\delta)_e$	—	—	0.1	0.3	—	—	—
ξ_e	—	—	0.1	0.4	—	—	—
η_μ	0.8	1.3	—	—	—	—	—
ρ_μ	0.2	0.9	—	—	—	—	—
$(\xi\delta)_\mu$	0.1	0.5	—	—	—	—	—
ξ_μ	0.4	0.1	—	—	—	—	—
ξ_π	0.03	0.3	—	—	0.2	0.3	0.2
ξ_ρ	0.1	0.03	—	—	0.1	0.1	0.4
ξ_{a_1}	0.1	0.3	—	—	0.2	0.1	0.1
P_τ	0.002	0.04	0.01	0.02	0.03	0.04	0.08
η_l	0.3	0.2	0.4	0.2	—	—	—
ρ_l	0.02	0.1	0.1	0.2	—	—	—
$(\xi\delta)_l$	0.3	0.5	0.05	0.2	—	—	—
ξ_l	0.03	0.4	0.2	0.4	—	—	—
ξ_{had}	0.03	0.02	—	—	0.2	0.1	0.2
P_τ	0.1	0.05	0.01	0.02	0.03	0.04	0.08

Tabelle 6.1: Die systematischen Fehler der Detektorkalibration in Einheiten von 10^{-2}. Die Ergebnisse unten sind die Unsicherheiten auf die Parameter unter den Annahmen e – μ – Universalität und $\xi_\pi = \xi_\rho = \xi_{a_1}$.

einen Vergleich zwischen Daten und simulierten Ereignissen für die Jahre 1992 und 1995.

Die systematischen Fehler auf die Sättigung für die Plättchen und die Drähte erhält man durch Variation von α innerhalb der gemessenen Fehler. Zur Bestimmung der systematischen Unsicherheit auf die Kalibration wurden für die einzelnen Jahre die verbleibenden Unterschiede zwischen Daten und simulierten Ereignissen getrennt für Zentralbereich und Endkappen ermittelt. Dazu wurden die Energien von Bhabha – Ereignissen sowohl mit den Drähten als auch mit den Plättchen gemessen. Aus Gaußfits an die Energieverteilungen wurde die Differenz zwischen Daten und Monte – Carlo bestimmmt. Waren die Unterschiede kleiner als der Fehler, wurde der Fehler als Differenz verwendet. Für die Plättchen, sowie die Drähte in den Endkappen ergaben sich Unterschiede in der Größenordnung von etwa $10^{-3} \cdot \mathrm{E_{Strahl}}$, während die Drähte im Zentralbereich sogar noch besser kalibriert sind.

Zusätzlich tritt bei der Messung der Energie der Photonen noch eine systematische Unsicherheit durch die Simulation der Schwellen in den einzelnen Türmchen auf. Die Unterschiede zu den Daten in der Beschreibung dieses Effekts, der die Clusterbildung und damit die Energie der Photonen beeinflußt, lassen sich durch $\Delta \mathrm{E/E} = 0.01/\sqrt{\mathrm{E}}$ parametrisieren [54]. Die Anwendung dieser Korrektur, die für den Zentralbereich und die Endkappen identisch ist, auf die Energie der Photonen, wird als systematischer Fehler für diesen Cluster – Effekt genommen. Die Aufstellung über die einzelnen systematischen

	Referenz-verteilungen	Untergrund aus	
		$ee \to \tau\tau$	$ee \nrightarrow \tau\tau$
ρ_e	0.6	0.2	0.2
$(\xi\delta)_e$	2.0	0.7	0.4
ξ_e	3.2	1.1	0.5
η_μ	4.8	0.5	0.7
ρ_μ	1.4	0.1	0.2
$(\xi\delta)_\mu$	2.0	0.8	0.3
ξ_μ	4.0	2.5	0.6
ξ_π	0.6	0.3	0.03
ξ_ρ	0.4	0.2	—
ξ_{a_1}	0.6	0.3	—
P_τ	0.3	0.2	0.02

	Referenz-verteilungen	Untergrund aus	
		$ee \to \tau\tau$	$ee \nrightarrow \tau\tau$
η_l	2.2	1.1	0.5
ρ_l	0.6	0.2	0.1
$(\xi\delta)_l$	1.5	0.5	0.2
ξ_l	2.3	0.8	0.3
ξ_{had}	0.2	0.1	—
P_τ	0.3	0.2	0.02

Tabelle 6.2: Die systematischen Unsicherheiten aus der endlichen Monte – Carlo – Statistik in Einheiten von 10^{-2}. Die Ergebnisse rechts sind die Unsicherheiten auf die Parameter unter den Annahmen e – μ – Universalität und $\xi_\pi = \xi_\rho = \xi_{a_1}$.

Fehler findet sich ebenfalls in Tabelle 6.1.

6.2 Monte – Carlo – Statistik

Der, wie sich zeigen wird, größte systematische Fehler für fast alle Parameter ist eigentlich kein systematischer Fehler, sondern eher statistischer Natur, da er von der endlichen Anzahl der simulierten Ereignisse herrührt. Der Fehler auf die Zahl der Ereignisse, die für die Erzeugung der Referenzverteilungen benutzt werden, läßt sich folgendermaßen ermitteln. Die Zahl der Ereignisse in einem Bin wird unter der Annahme einer Poisson – Verteilung für die Einträge fluktuiert, worauf die Anpassung der Parameter mit den veränderten Verteilungen neu durchgeführt wird. Diese Prozedur wurde tausend mal wiederholt. Die Breite der sich ergebenden Verteilungen für die zu messenden Parameter sind dann ein Maß für die statistische Unsicherheit der simulierten Ereignisse. Die Breiten wurden mit Hilfe eines Gaußfits bestimmt, da die Werte für die Parameter aufgrund der großen Zahl der Fluktuationen normalverteilt sind. Die Resultate finden sich in der ersten Spalte von Tabelle 6.2.

Neben den Referenzverteilungen unterliegen auch die Verteilungen für den Untergrund aus $\tau\tau$ – Ereignissen und aus anderen Prozessen statistischen Fluktuationen. Hier wurde die gleiche Prozedur wie eben angewandt, nur mit dem Unterschied, daß die Zahl der Iterationen halbiert wurde. Die mittlere Spalte von Tabelle 6.2 enthält die Fehler für den τ – Untergrund und in der rechten Spalte sind die bereits für alle sieben Untergrundquellen[1] zusammengefaßten Ergebnisse aufgeführt. Dominiert werden diese Fehler im Falle der Parameter des Elektrons durch den statistischen Fehler der Bhabha – Ereignisse, während

[1] Bhabhas, μ – Paare, q$\bar{q}$ – Ereignisse und $\gamma\gamma$ – Prozesse mit den Endzuständen ee, $\mu\mu$, $\tau\tau$ und q$\bar{q}$.

die Unsicherheiten auf die Parameter des Myons wesentlich durch μ – Paare bestimmt werden. Die Prozesse mit Hadronen im Endzustand liefern dagegen praktisch keinen Beitrag zu den Fehlern.

6.3 Ereignisselektion und Untergrund

In diesem Abschnitt soll erläutert werden, wie die systematischen Unsicherheiten auf die Selektion und die dafür verwendeten Werkzeuge bestimmt werden. Zu diesem Zweck werden jeweils geeignete Datenmengen in den simulierten Ereignissen und in den Daten definiert, anhand derer die Auswirkungen der betrachteten Selektionsschritte getestet werden. Das Verhältnis Daten zu Monte – Carlo der relativen Nachweiswahrscheinlicheiten bezüglich der definierten Testmenge aufgetragen über die in der Messung verwendeten Variablen, liefert dann die notwendige Information zur Bestimmung des systematischen Fehlers. Im allgemeinen ist es möglich, den Verlauf dieses Verhältnisses durch eine Gerade anzupassen. Die Steigung der Gerade und der zugehörige Fehler werden dann benutzt, um das entsprechende Spektrum in den simulierten Ereignissen umzugewichten. Daraufhin wird die Anpassung wiederholt und aus den neuen Ergebnissen der systematische Fehler bestimmt. Ist die Steigung der Gerade größer als ihr Fehler wird die Steigung selber zur Umgewichtung verwendet, ansonsten wird das $1-\sigma$ – Intervall zur Bestimmung des systematischen Fehlers verwendet. Im Prinzip könnte man sich überlegen, die Parameter entsprechend den aus der Steigung erhaltenen Ergebnissen zu korrigieren. Davon wird hier aber abgesehen, da, summiert über die Ergebnisse aller systematischen Studien, im Vergleich zum Gesamtfehler auf die einzelnen Parameter nur vernachlässigbare Korrekturen übrigbleiben. Es sei noch erwähnt, daß eine konstante Verschiebung normalerweise keinen systematischen Effekt hat, da in der Messung der Parameter die Referenzverteilungen für jede Zerfallskombination einzeln auf die Zahl der in den Daten vorhandenen Ereignisse normiert wird.

6.3.1 Selektion der τ – Ereignisse

Zur Überprüfung der Selektion der $\tau\tau$ – Ereignisse anhand der Daten muß zunächst eine geeignete Testmenge definiert werden. Die vorselektierten Lepton – Lepton – Ereignisse (vgl. Abschnitt 4.1) eignen sich hierfür nicht besonders gut, da in dieser Menge praktisch noch alle Untergrundereignisse aus Prozessen mit zwei Leptonen enthalten sind. Dadurch wäre man im wesentlichen sensitiv auf den zentralen Bereich der Untergrundverteilungen, während der verbleibende Untergrund von den Ausläufern dieser Verteilungen, die sehr viel schwieriger zu simulieren sind, bestimmt wird. Deshalb soll eine geeignetere Testmenge definiert werden, mit deren Hilfe die Auswirkungen der Selektion in den kritischen Bereichen nahe den Schnitten, insbesondere den Schnitten auf die Energien, besser getestet werden kann. Eine gute Testmenge erhält man durch die Lockerung der Schnitte der in Abschnitt 4.2 vorgestellten Selektion der $\tau\tau$ – Ereignisse. Am stärksten werden die Schnitte auf die Energien geändert. Der Schnitt auf die Energie der führenden Spuren wird genauso wie die Energien für die Bhabha – Schnitte auf $1.75 \cdot \mathrm{E_{Strahl}}$ gesetzt, die gegen die Myon – Paare auf 0.95 bzw. $1.9 \cdot \mathrm{E_{Strahl}}$. Die Testmenge, die man so erhält, wird

	$\tau\tau$ Selektion	Normierung $ee \nrightarrow \tau\tau$	τ – MC Verzw.Verh.	Teilchen-identifikation
ρ_e	0.5	0.2	0.4	0.4
$(\xi\delta)_e$	0.4	0.1	1.0	0.3
ξ_e	1.5	0.2	0.6	1.4
η_μ	0.8	0.5	1.7	2.5
ρ_μ	0.2	0.3	0.5	0.5
$(\xi\delta)_\mu$	0.6	1.0	1.2	0.9
ξ_μ	0.7	0.5	0.8	0.8
ξ_π	0.6	—	0.6	0.6
ξ_ρ	0.4	—	0.1	0.2
ξ_{a_1}	0.6	—	0.6	0.2
P_τ	0.1	0.01	0.1	0.1
η_l	0.8	0.5	1.7	2.7
ρ_l	0.3	0.1	0.3	0.4
$(\xi\delta)_l$	0.5	0.1	0.5	1.5
ξ_l	1.0	0.2	0.7	1.4
ξ_{had}	0.1	—	0.2	0.1
P_τ	0.1	0.01	0.1	0.1

Tabelle 6.3: Die systematischen Unsicherheiten aus der $\tau\tau$ – Selektion, der Normierung der Untergrundprozesse, den Verzweigungsverhältnissen im MC und der Teilchenidentifikation in Einheiten von 10^{-2}. Die Ergebnisse unten sind die Unsicherheiten auf die Parameter unter den Annahmen e – μ – Universalität und $\xi_\pi = \xi_\rho = \xi_{a_1}$.

verwendet, um eine Pseudonachweiswahrscheinlichkeit bezüglich der darauf angewandten $\tau\tau$ – Selektion zu bestimmen. Nach dem in der Einleitung dieses Kapitels beschriebenen Verfahren wird dann der systematische Fehler für die einzelnen Zerfallskombinationen bestimmt. Der Vergleich des Verhältnisses von Daten und simulierten Ereignissen erfolgt dabei einzeln für die verschiedenen Jahre. In den Abbildungen 6.3 und 6.4 finden sich anhand einiger Beispiele die Ergebnisse des Vergleichs. Die resultierenden systematischen Unsicherheiten sind in der linken Spalte von Tabelle 6.3 aufgeführt.

Die eben definierte Testmenge erlaubt nicht nur die Auswirkungen der Selektion zu testen, sondern auch die Unsicherheit in der Normierung der einzelnen Untergrundprozesse in einem Bereich festzulegen, in dem die nach der Selektion übrigbleibenden Ereignisse tatsächlich liegen. Zu diesem Zweck wurden die Verteilungen für Elektronen und Myonen verwendet. Die Normierung der einzelnen Prozesse wurde dabei so lange verändert bis sich die Steigung des Verhältnisses von Daten zu simulierten Ereignissen um 1 σ verändert hatte. Die sich so ergebenden neuen Normierungen der Prozesse mit zwei Elektronen oder zwei Myonen im Endzustand, die im allgemeinen für die verschiedenen Jahre zwischen 20 und 30 % von den aus der Luminosität bestimmten abwichen, wurden dann für eine neue Anpassung der Michel – Parameter verwendet. Dies geht nicht für die hadronischen Untergrundprozesse. Hier wurde die Normierung einfach zwischen 0 und 200 % variiert, was immer noch einen vernachlässigbaren Fehler ergab. Die Ergebnisse finden sich ebenfalls in Tabelle 6.3.

An dieser Stelle soll noch kurz auf eine andere systematische Unsicherheit eingegangen werden, die den Untegrund aus $\tau\tau$ – Ereignisse betrifft. Im Monte – Carlo sind die Verzweigungsverhältnisse der über zwanzig wichtigsten Zerfallskanäle mit ihren Weltmittelwerten implementiert. Variationen dieser Werte führen zu einer unterschiedlichen Zusammensetzung des Untergrunds und damit zu einer Änderung der Form des Untergrundes. Zur Abschätzung dieser Unsicherheit (siehe Tab. 6.3) wurden die Verzweigungsverhältnisse aller wichtigen Untergrundbeiträge innerhalb des Fehlers auf den Weltmittelwert variiert.

6.3.2 Teilchenidentifikation

Die Untergrundprozesse mit zwei Leptonen im Endzustand schaffen zwar Probleme in der Analyse, sind aber auch für die Überprüfung der Teilchenidentifikation sehr hilfreich, denn mit ihrer Hilfe lassen sich sehr reine Testmengen von Elektronen und Myonen in den Daten selektieren. Die Spuren zum Test der Elektronidentifikation und Myonidentifikation werden folgendermaßen selektiert: In Ereignissen mit nur zwei guten Spuren wird zunächst nach dem Zufallsprinzip eine Hemisphäre als Testhemisphäre festgelegt, die andere dient der Markierung („Tag“). In der Tag – Hemisphäre wird ein Elektron bzw. ein Myon verlangt[2] und zusätzlich abhängig vom Prozeß gefordert:

- $\mathrm{Z} \to ee$, $\mu\mu$: $\mathrm{E_{TPC}} > 0.7 \cdot \mathrm{E_{Strahl}}$.
- $\gamma\gamma \to ee$, $\mu\mu$: Akollinearität $\cos\eta > -0.8$ und $|\mathrm{E^1_{TPC}} - \mathrm{E^2_{TPC}}|/(\mathrm{E^1_{TPC}} + \mathrm{E^2_{TPC}}) < 0.35$.

In der Testhemisphäre wird außerdem noch verlangt:

- $\mathrm{Z} \to ee$: Fehlende Masse $\mathrm{MM}^2 < 2000\,(\mathrm{GeV/c^2})^2$.
- $\mathrm{Z} \to \mu\mu$: Fehlende Masse $\mathrm{MM}^2 < 1000\,(\mathrm{GeV/c^2})^2$ und $\mathrm{E_{ECAL}} < 20\,\mathrm{GeV}$ und $\mathrm{E^{recoil}_{ECAL}} < 5\,\mathrm{GeV}$.
- $\gamma\gamma \to ee$, $\mu\mu$: $\mathrm{E_{TPC}} < 0.25 \cdot \mathrm{E_{Strahl}}$.

Für eine reine Piontestmenge kann man die Zerfälle des τ – Leptons selber heranziehen, was den Vorteil hat, daß der gesamte Impulsbereich abgedeckt wird. Die Zerfälle in mehrere geladene Pionen oder mit π^0s können dabei zur Definition verwendet werden. Man wählt Spuren die folgende Bedingungen erfüllen:

- Genau drei gute Spuren, wovon zwei zufällig ausgewählte als Pionen identifiziert wurden. Die dritte Spur wird dann für den Test verwendet.
- Genau eine gute Spur, die ausgewählt wird, falls es ein π^0 gibt, dessen Photonen mindestens 10 cm von der nächsten Spur entfernt sind, oder falls es Photonen gibt, deren invariante Masse mit der Spur größer als $0.6\,\mathrm{GeV/c^2}$ ist.

[2]Die Identifikation von Spuren ist unabhängig zwischen den Hemisphären.

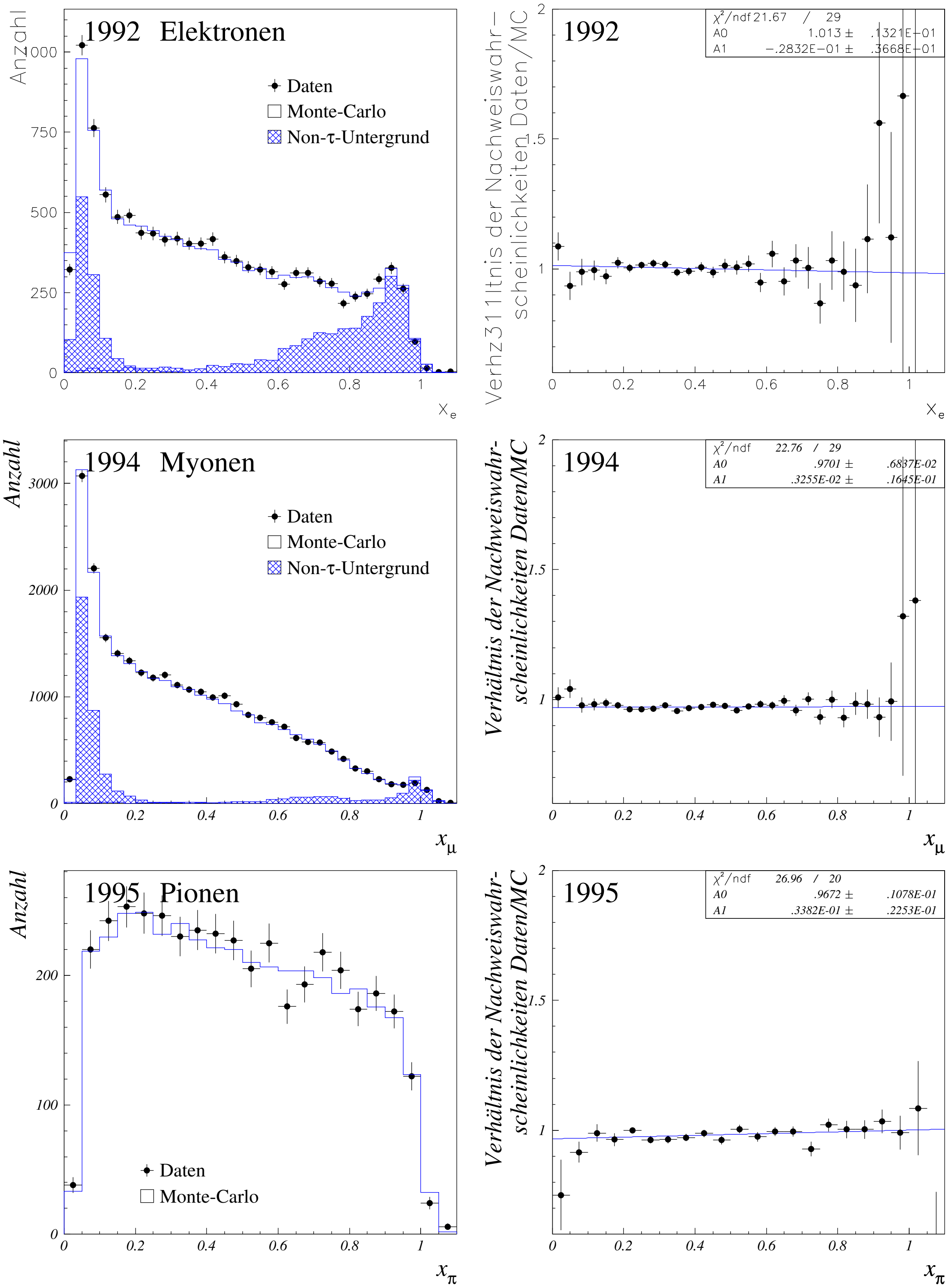

Abbildung 6.3: Auf der linken Seite sieht man für Elektronen, Myonen und Pionen die Verteilungen der Kontrollmenge für die τ – Selektion. Rechts ist das Verhältnis der „Pseudo“ – Nachweiswahrscheinlichkeiten der τ – Selektion von Daten zu Monte – Carlo zusammen mit dem Ergebnis eines Geradenfits gezeigt.

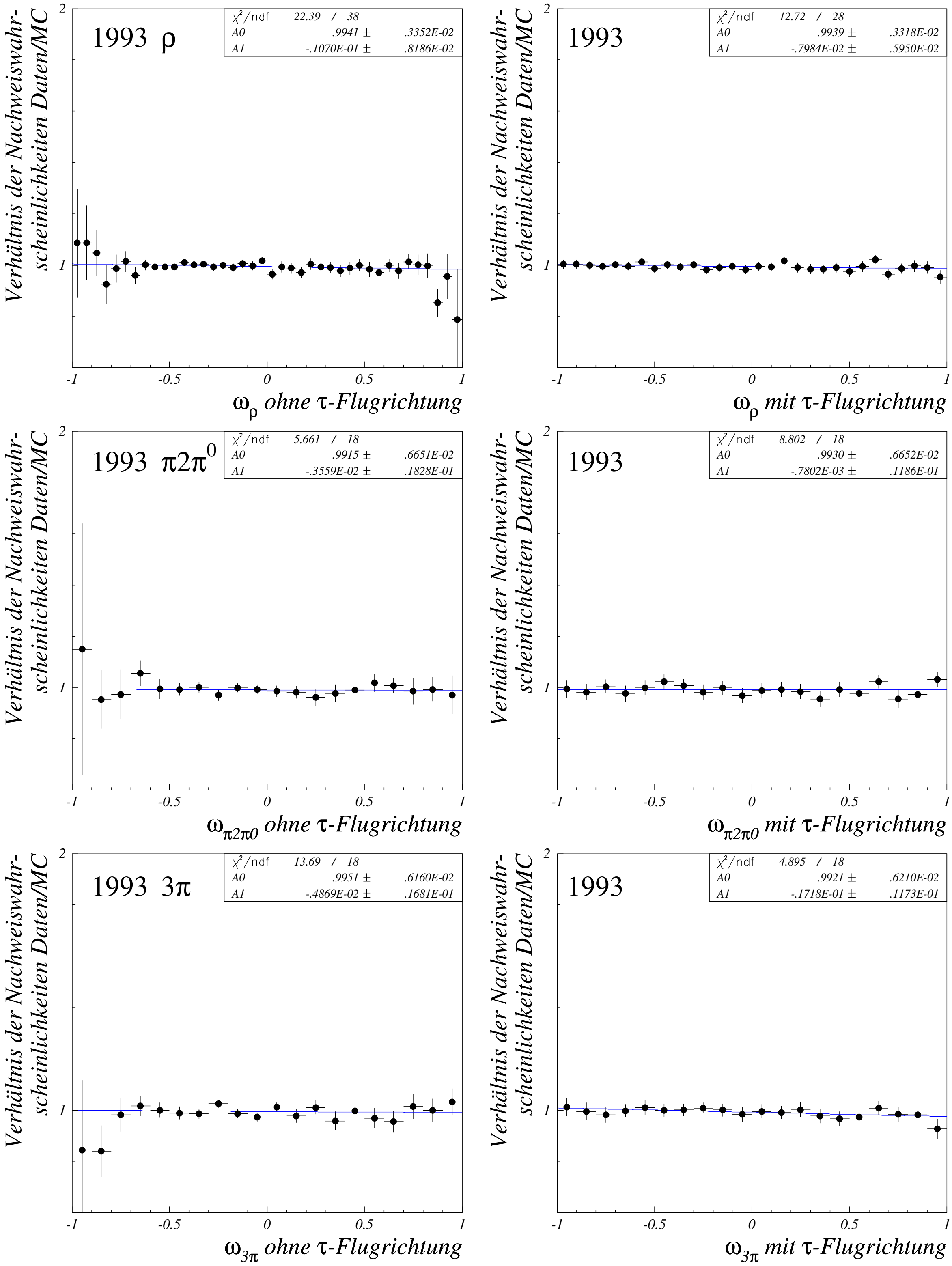

Abbildung 6.4: Für die Zerfälle in ρ, $\pi 2\pi^0$ und 3π sind die Verhältnisse der „Pseudo“–Nachweiswahrscheinlichkeiten der τ–Selektion von Daten zu Monte–Carlo zusammen mit dem Ergebnis eines Geradenfits gezeigt.

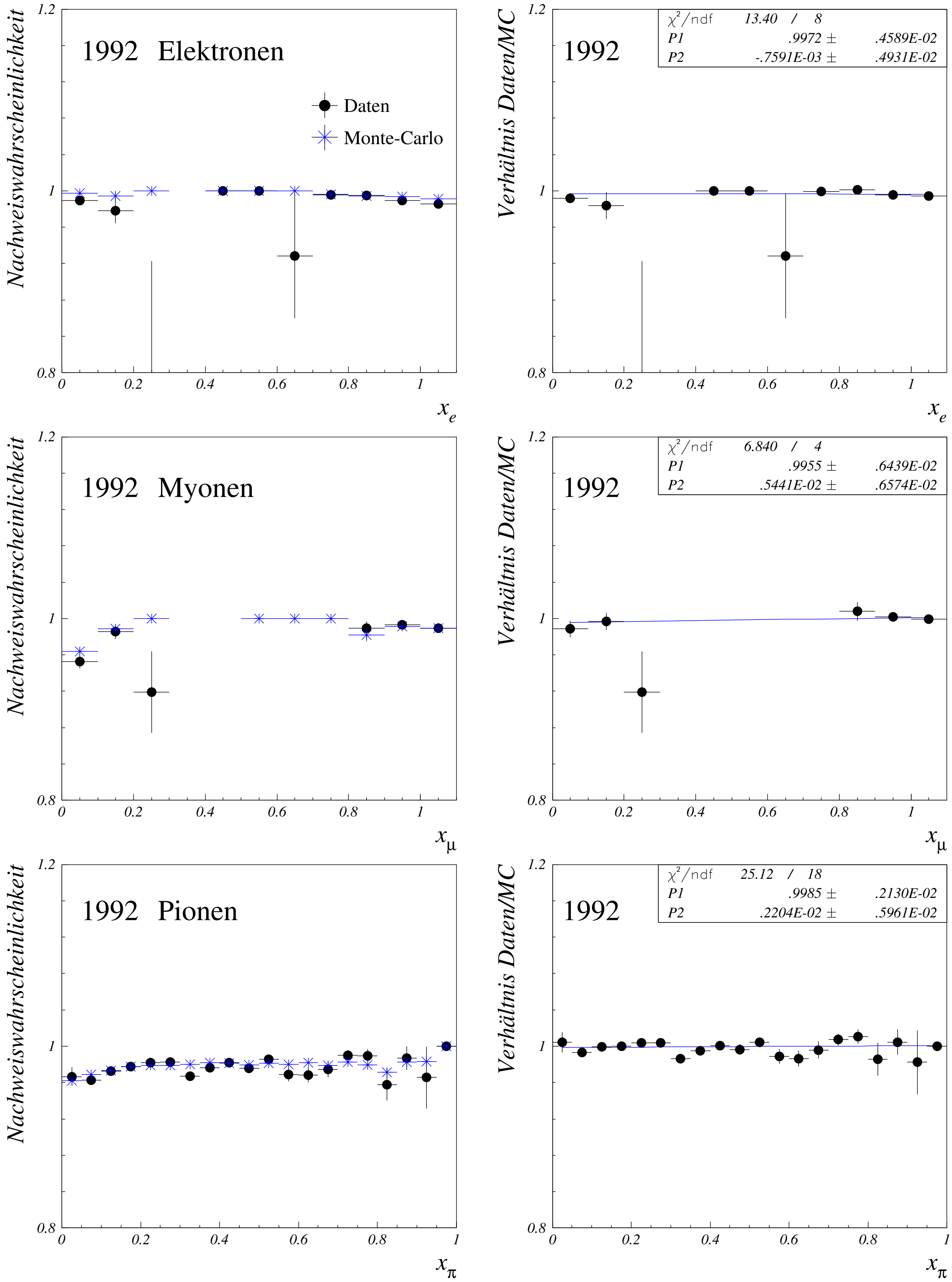

Abbildung 6.5: Die Nachweiswahrscheinlichkeiten der Teilchenidentifikation für Daten und Monte – Carlo (links), sowie das zugehörige Verhältnis zusammen mit dem Ergebnis eines Geradenfits (rechts).

Diese Selektionen garantieren sehr reine Kontrollmengen für Elektronen, Myonen und Pionen. Um eine mögliche Verzerrung durch verbleibenden Untergrund in den Daten zu vermeiden, wird dieser noch auf statistischer Basis subtrahiert.

Wie bereits mehrfach angewendet, wird auch hier der systematische Fehler aus dem Verhältnis der Nachweiswahrscheinlichkeiten von Daten zu Monte – Carlo für die einzelnen Jahre ermittelt. In Abbildung 6.5 finden sich Beispiele der Nachweiswahrscheinlichkeit und des Verhältnisses, aufgetragen über die Energie der Spuren. Zusätzlich wurden auch noch die Misidentifikationswahrscheinlichkeiten zwischen Daten und Monte – Carlo verglichen. Die in Tabelle 6.3 angegebenen Fehler enthalten sowohl die Unsicherheiten aus dieser Quelle, als auch die Fehler aus der Identifikationswahrscheinlichkeit, deren Beiträge zu den einzelnen Parametern in etwa vergleichbar sind.

6.3.3 Photonen und π^0s

Als nächstes soll der kritische Punkt der falschen Photonen diskutiert werden. In Abschnitt 4.3.2 wurde eine Methode vorgestellt, wie die falschen Photonen, deren Ursache Fluktuationen hadronischer Schauer sind, verworfen werden können. Aus dieser Selektion können zwei systematische Effekte resultieren. Zum einen kann der Likelihood – Estimator für Daten und Monte – Carlo ein unterschiedliches Verhalten zeigen, und zum anderen könnte es sein, daß es in den Daten weiter einen Überschuß falscher Photonen gibt. Zur Überprüfung der ersten Frage lassen sich Photonen, die mit großer Wahrscheinlichkeit aus π^0 – Zerfällen stammen, verwenden. Ein Photon wird dabei zum Markieren verwendet, das andere wird der Testmenge zugeordnet. Folgende Bedingungen muß das Tag – Photon erfüllen:

- $0.4\,\mathrm{GeV} < \mathrm{E}_\gamma < 15\,\mathrm{GeV}$, $\mathrm{d}_{\mathrm{Spur}-\gamma} > 8\,\mathrm{cm}$, es muß Energie im ersten Tiefenabschnitt vorhanden sein und der Anteil der Energie in den ersten beiden Tiefenabschnitten muß größer als 0.7 sein.

- Zusätzlich wird gefordert: $0.095\,\mathrm{GeV/c^2} < \mathrm{m}_{\gamma\gamma} < 0.175\,\mathrm{GeV/c^2}$ und $0.67\,\mathrm{GeV/c^2} < \mathrm{m}_{\pi^\pm\gamma\gamma} < 1.2\,\mathrm{GeV/c^2}$

Damit erhält man eine reine Menge von guten Photonen, mit deren Hilfe man die Energieabhängigkeit der Nachweiswahrscheinlichkeit des Likelihood – Estimators bestimmen kann. In Abbildung 6.6 ist am Beispiel der Daten von 1995 die Nachweiswahrscheinlichkeit für Daten und Monte – Carlo gezeigt. Zur Bestimmung des systematischen Fehlers in den betroffenen Zerfallskanälen $\pi\pi^0$ und $\pi 2\pi^0$ werden wieder Geradenanpassungen der Verhältnissse von Daten zu Monte – Carlo verwendet, wobei diesmal nicht nur nach Jahren unterschieden wird, sondern die Untersuchung wird auch für Zentralbereich und Endkappen getrennt durchgeführt, da diese im allgemeinen ein unterschiedliches Verhalten zeigen.

Der zweite mögliche Effekt, der von einem Überschuß falscher Photonen in den Daten herrühren kann, wird aus dem Vergleich der Energiespektren der selektierten Photonen zwischen Daten und Monte – Carlo abgeschätzt. Hierbei kann sich ein Überschuß bei kleinen Energien zeigen, man kann also nicht unbedingt ein lineares Verhalten im Vergleich zwischen Daten und Monte – Carlo in diesem Energiebereich annehmen. Aus diesem Grund werden die ersten Bins bei niedrigen Energien getrennt behandelt, und die Geradenanpassung erst bei höheren Energien begonnen, wo es keine falschen Photonen

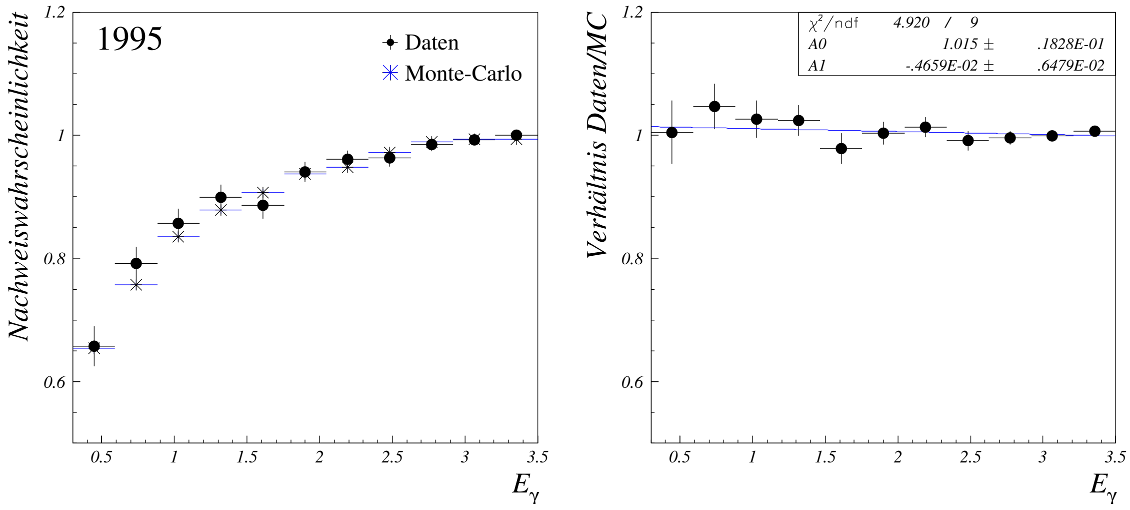

Abbildung 6.6: Die Nachweiswahrscheinlichkeit der Photonidentifikation für Daten und Monte – Carlo (rechts), sowie das zugehörige Verhältnis zusammen mit dem Ergebnis eines Geradenfits.

mehr gibt. Beim Vergleich stellt man fest, daß in manchen Jahren noch ein kleiner Überschuß von wenigen Prozent vorhanden ist. Dieser Überschuß wird dann zur Bestimmung des systematischen Fehlers bei kleinen Energien verwendet.

In den Zerfallskanälen $\pi\pi^0$ und $\pi 2\pi^0$ werden aber nicht nur Photonen verwendet, sondern auch rekonstruierte π^0s. Da die Energiespektren der neutralen Pionen leichte Unterschiede zwischen Daten und Monte – Carlo zeigen (vgl. Abbildung 4.4) wird ein systematischer Fehler hierfür bestimmt. Diesen erhält man durch Umgewichten des Spektrums der π^0s im Monte – Carlo auf statistischer Basis. Die sich ergebende Änderung in den Parametern wird als systematischer Fehler angegeben. Wie auch schon bei den obigen Untersuchungen wird wieder zwischen Zentralbereich und Endkappen des Detektors unterschieden. Die Ergebnisse der systematischen Studien dieses Abschnitts finden sich

	Photonen	π^0 Energie	Übrige Effekte
ξ_π	—	—	0.2
ξ_ρ	0.8	0.08	0.1
ξ_{a_1}	0.5	0.1	0.2
P_τ	0.02	0.07	0.02
ξ_{had}	0.2	0.1	0.1
P_τ	0.02	0.07	0.02

Tabelle 6.4: Die systematischen Fehler aus den Untersuchungen der Abschnitte 6.3.3 und 6.3.4 in Einheiten von 10^{-2}. Die Ergebnisse unten sind die Unsicherheiten auf die Parameter unter den Annahmen e – μ – Universalität und $\xi_\pi = \xi_\rho = \xi_{a_1}$.

in Tabelle 6.4.

6.3.4 Identifikation der Hemisphären

Zum Abschluß des Abschnitts zur Selektion sollen noch kurz die systematischen Untersuchungen zu den verbleibenden Schnitten erwähnt werden. Folgende Schnitte wurden noch untersucht:

- Die Schnitte der kalorimetrischen Selektion des Pions (siehe Abb. 6.7).
- Der Schnitt auf die Zahl der Photonen für die Zerfälle $\tau^- \to \nu_\tau \pi^-$ und $\tau^- \to \nu_\tau a_1^- \to \nu_\tau 2\pi^-\pi^+$.
- Die Massenschnitte in den Kanälen mit mehreren Pionen im Endzustand.

Hierfür wird sowohl in den Daten als auch im Monte – Carlo eine Pseudonachweiswahrscheinlichkeit berechnet, indem die Zahl der Kandidaten vor und nach dem jeweiligen Schnitt verglichen wurde. Die Ergebnisse dieser Studien finden sich ebenfalls in Tabelle 6.4 in der Spalte „übrige Effekte“.

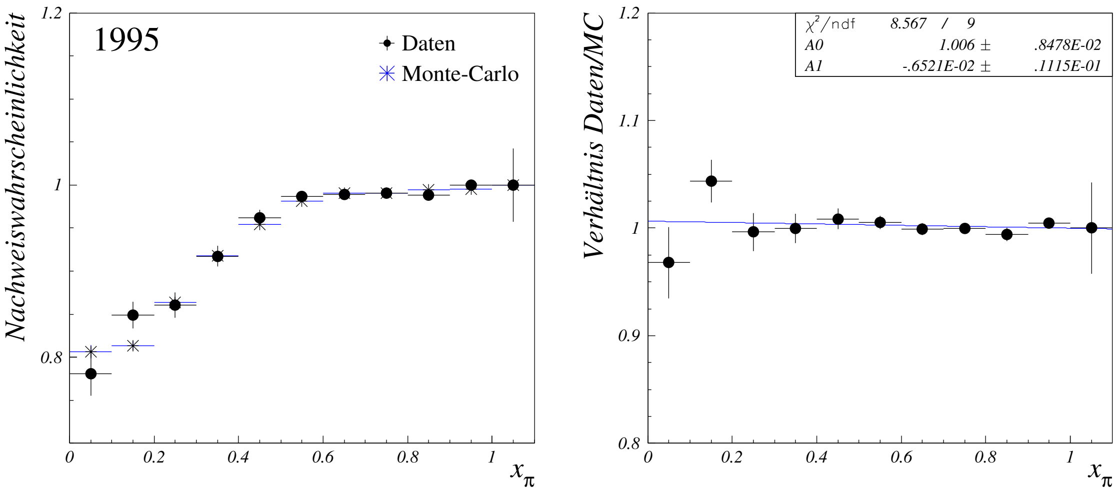

Abbildung 6.7: Die „Pseudo“ – Nachweiswahrscheinlichkeit der kalorimetrischen Selektion des Pions für Daten und Monte – Carlo (rechts), sowie das zugehörige Verhältnis zusammen mit dem Ergebnis eines Geradenfits.

6.4 Rekonstruktion der τ – Flugrichtung

Um die Systematik, die mit der Rekonstruktion der τ – Flugrichtung verbunden ist, zu bestimmen, muß auf den Winkel α, der die Information der τ – Flugrichtung in den Zerfallsverteilungen von ρ und a_1 enthält, zurückgegriffen werden. Sollte es Unterschiede in der Rekonstruktion der Flugrichtung zwischen Daten und simulierten Ereignissen geben, so machen sich diese in der Verteilung dieser Variablen bemerkbar. Aus einem Vergleich zwischen Daten und Monte – Carlo ergeben sich folgende Fehler: $\Delta\xi_\rho = \pm 0.001$ und $\Delta\xi_{a_1} = \pm 0.002$. Die Auswirkungen auf ξ_π und die Polarisation sind dagegen vernachlässigbar.

6.5 Modellabhängigkeit des $\mathbf{a_1}$

Zum Abschluß des Kapitels über systematische Studien soll die Modellabhängigkeit des hadronischen Stromes im Zerfall des a_1 – Mesons näher diskutiert werden. In Kapitel 2 wurden zwei Modelle zur Beschreibung vorgestellt. In [40] wurde ein Vergleich zwischen beiden Modellen und mit den Daten von ALEPH des Jahres 1991 durchgeführt. Eine Anpassung des Modells von Feindt an das Modell von Kühn und Santamaria ergab $\delta = -0.9 \pm 0.2$ für den Parameter δ, der die Beimischung einer D – Welle beschreibt. Die Anpassung an die Daten ergab dagegen $\delta = -2.1 \pm 0.3$. Die Daten scheinen also einen wesentlichen stärkeren Beitrag der D – Welle zu bevorzugen. Aus diesem Grunde wurde für die Analyse das Modell von Feindt mit $\delta = -2.1$ gewählt. Das Ergebnis für ξ_{a_1} ist bei einer Variation von δ zwischen -1.5 und -2.7 sehr stabil und variiert nur um etwa ± 0.005. Erst bei deutlich kleineren Werten kommt es zu einer starken Änderung von ξ_{a_1}. Für Werte von δ zwischen -1.1 und -0.5 liegt ξ_{a_1} bei etwa 0.98, einem Wert, der sich auch bei Verwendung des Modells von Kühn und Santamaria ergibt. Der systematische Fehler auf ξ_{a_1} durch die Modellabhängigkeit wird deshalb zu $+0.005$ und -0.02 angenommen. Im Falle der Universalität von ξ_{had} für die semileptonischen Zerfälle erhält man so $+0.001$ und -0.005. Der Einfluß auf die Polarisation ist etwa ± 0.002. Es sei noch kurz auf eine Messung des hadronischen Stromes im Zerfall des τ – Leptons in drei geladene Pionen von OPAL [64] hingewiesen. Auch in dieser Messung ergaben sich große Unterschiede aufgrund der verschiedenen Modelle. Zur Beschreibung einer D – Wellen – Beimischung wurde allerdings ein anderes Modell mit einer unterschiedlichen Definition des Verhältnisses D/S verwendet [65], so daß ein direkter Vergleich nicht ohne weiteres möglich ist.

Im Rahmen der Modellabhängigkeit wurde auch ein möglicher skalarer Beitrag untersucht. Da es keine Beobachtung einer solchen Beimischung gibt, ist man auf Annahmen angewiesen. Eine Modellierung entsprechend der in Anhang B gegebenen Beschreibung führt zu einer vernachlässigbaren Abhängigkeit der Parameter. Entsprechend kann man auch im Falle des Endzustandes mit zwei Pionen annehmen, daß ein möglicher skalarer Beitrag ebenfalls zu keinem meßbaren Effekt führt. Mögliche Tensorkopplungen wurden nicht berücksichtigt. Allerdings ist durch die Verwendung der vollen Zerfallsverteilung, die den Spin des intermediären Mesons mißt, die Abhängigkeit von solchen Kopplungen reduziert, da diese das Verhältnis der Helizitäten des Mesons verändern [66].

Kapitel 7

Ergebnisse und Zusammenfassung

In diesem letzten Kapitel sollen die Ergebnisse zusammengefaßt und kurz diskutiert werden. Die Resultate dieser Messung der Michel – Parameter und der ν_τ – Helizität im τ – Zerfall lauten:

$$
\begin{aligned}
\rho_e &= 0.747 && \pm \quad 0.019_{\rm stat} && \pm \quad 0.014_{\rm sys} \\
(\xi\delta)_e &= 0.788 && \pm \quad 0.066_{\rm stat} && \pm \quad 0.024_{\rm sys} \\
\xi_e &= 1.011 && \pm \quad 0.094_{\rm stat} && \pm \quad 0.038_{\rm sys} \\
\eta_\mu &= 0.16 && \pm \quad 0.15_{\rm stat} && \pm \quad 0.06_{\rm sys} \\
\rho_\mu &= 0.776 && \pm \quad 0.045_{\rm stat} && \pm \quad 0.019_{\rm sys} \\
(\xi\delta)_\mu &= 0.786 && \pm \quad 0.066_{\rm stat} && \pm \quad 0.028_{\rm sys} \\
\xi_\mu &= 1.03 && \pm \quad 0.12_{\rm stat} && \pm \quad 0.05_{\rm sys} \\
\xi_\pi &= 0.994 && \pm \quad 0.020_{\rm stat} && \pm \quad 0.014_{\rm sys} \\
\xi_\rho &= 0.987 && \pm \quad 0.012_{\rm stat} && \pm \quad 0.011_{\rm sys} \\
\xi_{a_1} &= 1.000 && \pm \quad 0.016_{\rm stat} && \pm \quad 0.013_{\rm sys}\,{}^{+0.005}_{-0.020}{}_{\rm Modell} \\
P_\tau &= -0.1350 && \pm \quad 0.0075_{\rm stat} && \pm \quad 0.0060_{\rm sys}
\end{aligned}
$$

und für die Annahmen e – μ – Universalität und $\xi_\pi = \xi_\rho = \xi_{a_1}$:

$$
\begin{aligned}
\eta_l &= 0.086 && \pm \quad 0.071_{\rm stat} && \pm \quad 0.033_{\rm sys} \\
\rho_l &= 0.752 && \pm \quad 0.017_{\rm stat} && \pm \quad 0.009_{\rm sys} \\
(\xi\delta)_l &= 0.782 && \pm \quad 0.045_{\rm stat} && \pm \quad 0.024_{\rm sys} \\
\xi_l &= 1.002 && \pm \quad 0.069_{\rm stat} && \pm \quad 0.032_{\rm sys} \\
\xi_{had} &= 0.992 && \pm \quad 0.0070_{\rm stat} && \pm \quad 0.0063_{\rm sys}\,{}^{+0.001}_{-0.005}{}_{\rm Modell} \\
P_\tau &= -0.1350 && \pm \quad 0.0075_{\rm stat} && \pm \quad 0.0050_{\rm sys}
\end{aligned}
$$

Im Rahmen der Genauigkeit dieser Messung gibt es also keine Abweichungen von der V – A – Struktur des Standardmodells. Betrachtet man die Ergebnisse genauer, so sieht man, daß die leptonischen Parameter noch statistisch limitiert sind. Da aber die vorliegende

Messung die gesamte Statistik, die von ALEPH während der ersten Phase von LEP an der Z^0 – Resonanz aufgenommen wurde[1], verwendet, kann mit dem Experiment ALEPH keine weitere Verbesserung mehr erzielt werden.

Während die leptonischen Parameter noch statistisch limitiert sind, ist das nicht mehr bei allen hadronischen Parametern der Fall. Aufgrund der Ausnutzung der vollen Sensitivität der Zerfallsverteilungen durch die Rekonstruktion der τ – Flugrichtung, hat man inzwischen eine statistische Präzision auf ξ_ρ und ξ_{a_1} erreicht, die in die Nähe der systematischen Fehler kommt, deren weitere Reduzierung nur schwer möglich wäre. Für den Parameter ξ_{a_1} hat sich zudem die Unsicherheit in der Modellierung des hadronischen Stromes als limitierender Faktor herausgestellt. Erst die vollständige Bestimmung der Struktur des Endzustandes mit drei Pionen wird dieses Problem lösen können. Inzwischen gibt es erste Messungen der hadronischen Strukturfunktionen im Zerfall in drei geladene Pionen [64], deren Resultate helfen können, Modelle zu finden, die eine bessere Beschreibung der Daten ermöglichen.

In den Abbildungen 7.1 und 7.2 findet sich eine Einordnung der Ergebnisse dieser Analyse in die Reihe bereits existierender Messungen. Es zeigt sich, daß die vorliegende Messung bei allen Parametern einen signifikanten Beitrag zum Weltmittelwert leisten kann. Es fällt auf, daß nur zwei LEP – Kollaborationen bisher Ergebnisse zu den Michel – Parametern präsentiert haben, und L3 außerdem nur Daten bis einschließlich 1993 analysiert hat. Ein guter Teil, der bei allen vier LEP – Experimenten gesammelten Statistik, harrt also noch der Auswertung, weshalb weitere Verbesserungen der Weltmittelwerte in naher Zukunft möglich werden. Auch CLEO kann seine Ergebnisse noch weiter verbessern, da das Experiment noch einige Jahre laufen und seine Statistik erhöhen wird.

Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wurde eine neue Methode zur Messung der Michel – Parameter und der ν_τ – Helizität vorgestellt. Sie beruht auf einer globalen Anpassung von Referenzverteilungen in 27 verschiedenen Zerfallskombinationen der beiden τ – Leptonen an die Daten. Da diese Verteilungen durch Umgewichtung von simulierten Ereignissen gewonnen werden, erlauben sie es, die volle Statistik der simulierten Ereignisse auszunutzen und den systematischen Fehler durch die endliche Monte – Carlo – Statistik, der insbesondere für die leptonischen Parameter der bestimmende Fehler ist, stark zu reduzieren. Außerdem konnte gezeigt werden, daß durch die Rekonstruktion der τ – Flugrichtung und der dadurch möglichen vollen Ausnutzung der Information in den Zerfallsverteilungen der Endzustände mit zwei und drei Pionen, eine wesentliche Verbesserung der Sensitivität auf die ν_τ – Helizität um einen Faktor von etwa 2 zu erreichen ist. Die vorliegende Messung analysiert die gesamte von ALEPH gesammelte Statistik an τ – Zerfällen bei LEP I und liefert einen signifikanten Beitrag zu den Weltmittelwerten der Michel – Parameter und der ν_τ – Helizität. Im Rahmen der Fehler stimmen die Ergebnisse der Parameter mit den im Standardmodell erwarteten Werten überein, es konnte also keine Abweichung von der V – A – Struktur der schwachen Wechselwirkung im τ – Zerfall festgestellt werden.

[1] Die Daten der Jahre 1989 und 1990 sind statistisch vernachlässigbar.

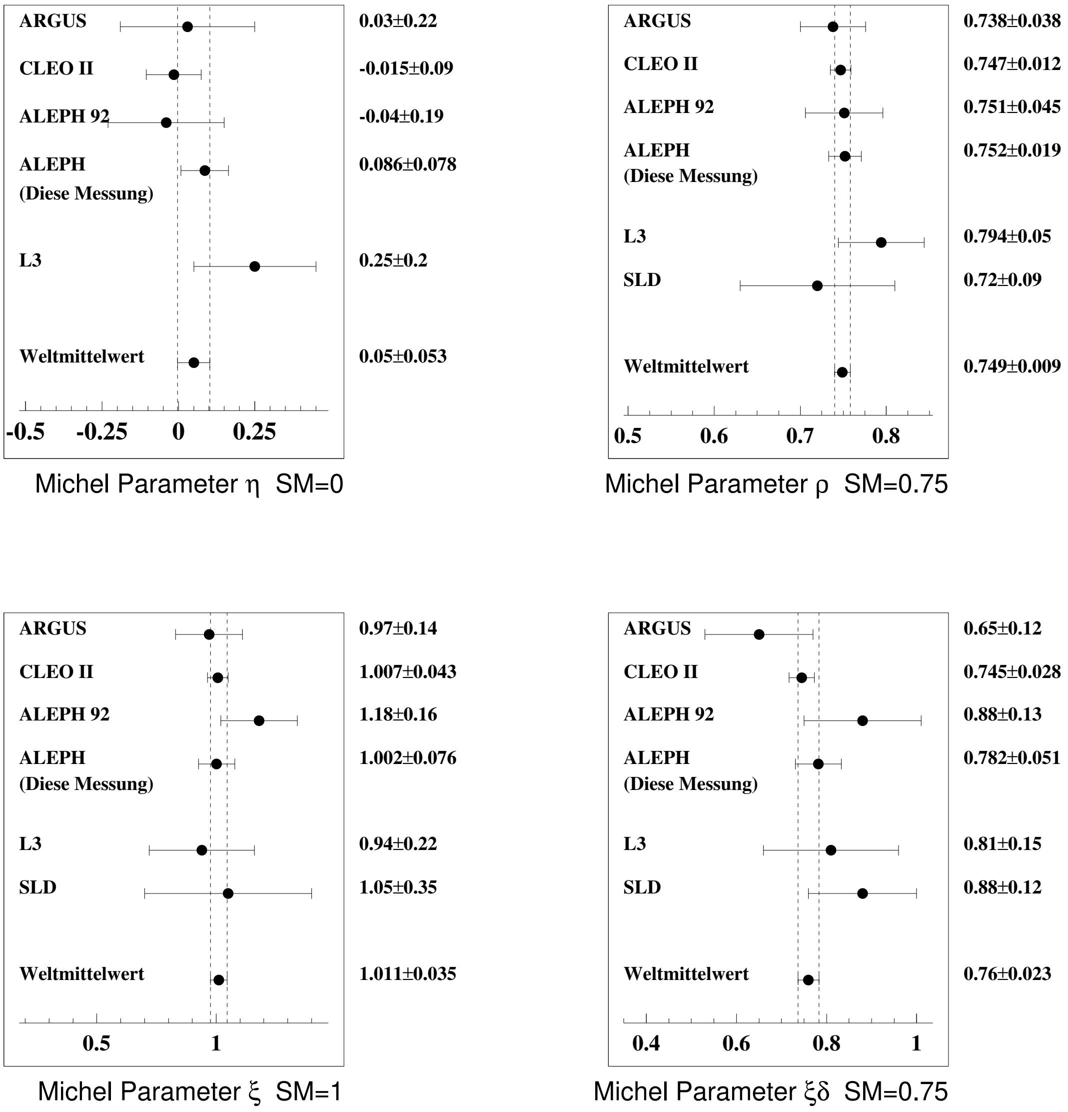

Abbildung 7.1: Die Ergebnisse der Michel – Parameter unter der Annahme der $e-\mu-$Universalität im Vergleich mit anderen Messungen. Die Referenzen sind: ARGUS [67], CLEO [68, 69], ALEPH 92 [70], L3 [71] und SLD [72].

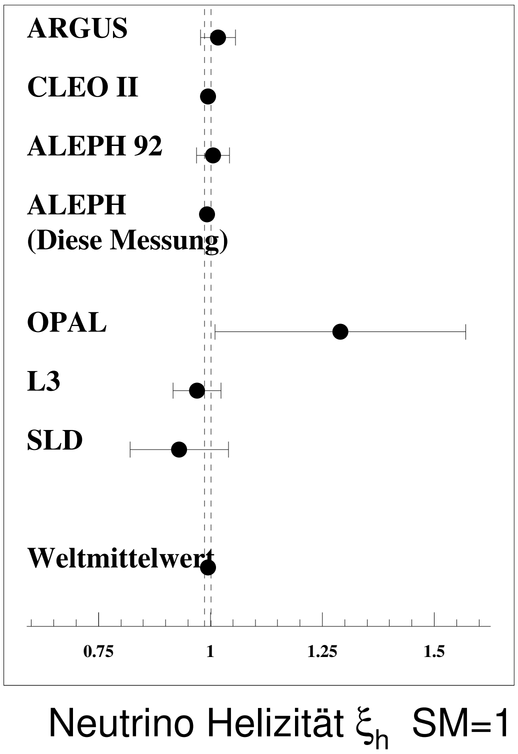

Abbildung 7.2: Das Ergebnis der ν_τ – Helizität unter der Annahme $\xi_\pi = \xi_\rho = \xi_{a_1}$ im Vergleich mit anderen Messungen. Die Referenzen sind:ARGUS [67], CLEO [68, 69], ALEPH 92 [70], L3 [71] SLD [72] und OPAL [64].

Anhang A

Das Modell von Kühn und Santamaria

Die Formfaktoren in diesem Modell [38] lauten:

$$
\begin{aligned}
F_1(s_1, s_2, Q^2) &= -\frac{2\sqrt{2}i}{3f_\pi} BW_{a_1}(Q^2) \cdot B_\rho(s_2) \\
F_1(s_1, s_2, Q^2) &= F_2(s_2, s_1, Q^2)
\end{aligned} \tag{A.1}
$$

Die auftretenden Breit – Wigner – Resonanzen haben folgende Form, wobei die Breite von Q^2 abhängt:

$$
BW_x(Q^2) = \frac{m_x^2}{m_x^2 - Q^2 - i m_x \Gamma_x(Q^2)} \qquad \text{mit} \qquad BW_x(Q^2) \xrightarrow{Q^2 \to 0} 1 \tag{A.2}
$$

B_ρ beschreibt eine Mischung aus ρ und einem kleinen Anteil von ρ':

$$
B_\rho(Q^2) = \frac{BW_\rho(Q^2) + \beta BW_{\rho'}(Q^2)}{1 + \beta} \qquad \text{mit} \qquad \beta = -0.145 \tag{A.3}
$$

Die Energieabhängigkeit der Breiten ist gegeben durch:

$$
\Gamma_{a_1}(Q^2) = \Gamma_{a_1} \frac{g(Q^2)}{g(m_{a_1}^2)} \qquad\qquad \Gamma_\rho(Q^2) = \Gamma_\rho \frac{m_\rho}{\sqrt{Q^2}} \left(\frac{p_\pi(Q^2)}{p_\pi(m_\rho^2)} \right)^3 \tag{A.4}
$$

Wobei $\mathrm{p}_\pi(\mathrm{Q}^2) = \sqrt{\mathrm{q}^2 - 4\mathrm{m}_\pi^2}/2$ und $\mathrm{g}(\mathrm{Q}^2)$ folgende Parametrisierung hat:

$$
g(Q^2) = \begin{cases} Q^2(1.623 + 10.38/Q^2 - 9.32/Q^4 + 0.65/Q^6) & Q^2 > (m_\rho + m_\pi)^2 \\ 4.1(Q^2 - 9m_\pi^2)^3 \left[1 - 3.3(Q^2 - 9m_\pi^2) + 5.8(Q^2 - 9m_\pi^2)^2\right] & \text{sonst} \end{cases}
$$

Die verwendeten numerischen Konstanten sind:

$$
f_\pi = 0.093\,\mathrm{GeV} \tag{A.5}
$$

$$
\begin{aligned}
m_{a_1} &= 1.251\,\mathrm{GeV} & m_\rho &= 0.773\,\mathrm{GeV} & m_{\rho'} &= 1.370\,\mathrm{GeV} \\
\Gamma_{a_1} &= 0.599\,\mathrm{GeV} & \Gamma_\rho &= 0.145\,\mathrm{GeV} & \Gamma_{\rho'} &= 0.510\,\mathrm{GeV}
\end{aligned} \tag{A.6}
$$

Anhang B

Skalarer Beitrag zum Endzustand mit drei Pionen

Will man in der differentiellen Zerfallsrate (2.25) auch einen skalaren Beitrag berücksichtigen, müssen fünf weitere Terme $\mathrm{L_X W_X}$ hinzugefügt werden. Die zusätzlichen Funktionen $\mathrm{L_X}$, die den leptonischen Teil beschreiben, lauten (linke Spalte ohne und rechte Spalte mit Rekonstruktion der τ – Flugrichtung):

$$\begin{aligned}
L_{SA} &= \mathbf{K}_2 & L_{SA} &= \mathbf{K}_2 \\
L_{SB} &= \bar{\mathbf{K}}_2 \sin\beta\cos\gamma & L_{SB} &= \mathbf{K}_2 \sin\beta\cos\gamma - \mathbf{K}_4(\cos\beta\cos\alpha\cos\gamma - \sin\alpha\sin\gamma) \\
L_{SC} &= 0 & L_{SC} &= \mathbf{K}_5(\cos\beta\sin\alpha\cos\gamma + \cos\alpha\sin\gamma) \\
L_{SD} &= -\bar{\mathbf{K}}_2 \sin\beta\sin\gamma & L_{SD} &= -\mathbf{K}_2 \sin\beta\sin\gamma + \mathbf{K}_4(\cos\beta\cos\alpha\sin\gamma + \sin\alpha\cos\gamma) \\
L_{SE} &= 0 & L_{SE} &= -\mathbf{K}_5(\cos\beta\sin\alpha\sin\gamma - \cos\alpha\cos\gamma)
\end{aligned} \tag{B.1}$$

Die Hilfsfunktionen $\mathbf{K}_\mathrm{i}$ sind in (2.27) definiert mit Ausnahme von: $\bar{\mathbf{K}}_2 = \mathbf{K}_2\cos\psi + \mathbf{K}_4\sin\psi$. Die zugehörigen Strukturfunktionen W_X haben folgende Form:

$$\begin{aligned}
W_{SA} &= Q^2|F_4|^2 \\
W_{SB} &= 2\sqrt{Q^2}\,[x_1\mathfrak{Re}(F_1F_4^*) + x_2\mathfrak{Re}(F_2F_4^*)] \\
W_{SC} &= -2\sqrt{Q^2}\,[x_1\mathfrak{Im}(F_1F_4^*) + x_2\mathfrak{Im}(F_2F_4^*)] \\
W_{SD} &= 2\sqrt{Q^2}x_3\,[\mathfrak{Re}(F_1F_4^*) - \mathfrak{Re}(F_2F_4^*)] \\
W_{SE} &= -2\sqrt{Q^2}x_3\,[\mathfrak{Im}(F_1F_4^*) - \mathfrak{Im}(F_2F_4^*)]
\end{aligned} \tag{B.2}$$

Der neu hinzugekommene Formfaktor $\mathrm{F_4(Q^2)}$ beschreibt die Dynamik des skalaren Zustandes. Es wird angenommen, daß dieser Zerfall dominant über ein $\pi'(1300)$ erfolgt. In diesem Fall erhält man:

$$F_4(s_1,s_2,Q^2) = -\frac{i g_{\pi'\rho\pi} g_{\rho\pi\pi} f_{\pi'}}{2m_\rho^4 m_{\pi'}^2} BW_{\pi'}(Q^2)\cdot[s_1(s_2-s_3)B_\rho(s_1) + s_2(s_1-s_3)B_\rho(s_2)] \tag{B.3}$$

Die Funktionen $\mathrm{BW}(\mathrm{Q}^2)$ und $\mathrm{B}_\rho(\mathrm{Q}^2)$ sind in Anhang A definiert. Die Q^2 – abhängige Breite des π' ist folgendermaßen parametrisiert:

$$\Gamma_{\pi'}(Q^2) = \Gamma_{\pi'} \left[\left(\frac{\sqrt{Q^2}}{m_{\pi'}} \right)^5 \left(\frac{1 - m_\rho^2/Q^2}{1 - m_\rho^2/m_\pi^2} \right)^3 \right] \tag{B.4}$$

Neben den in (A.5) angegebenen Konstanten werden zusätzlich benötigt:

$$\begin{aligned} f_{\pi'} &= 0.08\,\mathrm{GeV} & g_{\pi'\rho\pi} &= 5.8\,\mathrm{GeV} & g_{\rho\pi\pi} &= 6.08\,\mathrm{GeV} \\ m_{\pi'} &= 1.33\,\mathrm{GeV} & \Gamma_{\pi'} &= 0.3\,\mathrm{GeV} \end{aligned} \tag{B.5}$$

Dabei ist der Wert für $\mathrm{f}_{\pi'}$ sehr groß gewählt [36], was einer starken skalaren Beimischung entspricht.

Anhang C

Zusätzliche Schnitte zur Reduktion von Untergrundereignissen

Im folgenden wird die in Kapitel 4.3 vorgestellte Teilchenidentifikation zur Markierung von Elektronen, Myonen und Pionen verwendet.

Schnitte gegen Bhabha – Ereignisse. Besonderes Augenmerk wird auf die Reduzierung der Bhabha – Ereignisse gelegt, da dies der größte verbleibende Untergrund nach der ersten Stufe der Selektion ist. Aufgrund der ausgeprägten Vorwärts – Rückwärts – Asymmetrie des t – Kanal – Beitrags wurden die Schnitte für drei Bereiche des Streuwinkels θ^*(vgl. Kapitel 4.2) optimiert. Diese drei Bereiche sind definiert durch:

Region 1: $\cos\theta^* \geq 0.7$ Region 2: $\cos\theta^* \leq -0.7$ Region 3: $|\cos\theta^*| < 0.7$

Wenn die invariante Masse aller Teilchen in den beiden Hemisphären kleiner als 0.5 GeV ist, werden die Ereignisse auf folgende Kriterien geprüft:

1. Zwei Elektronen und
   - für Region 1: $E^1_{ECAL+HCAL} > 20$ GeV und $E^2_{ECAL+HCAL} > 40$ GeV.
   - für Region 2: $E^1_{ECAL+HCAL} > 30$ GeV und $E^2_{ECAL+HCAL} > 40$ GeV.
   - für Region 3: $E^1_{ECAL+HCAL} > 40$ GeV und $E^2_{ECAL+HCAL} > 40$ GeV.
2. Ein Elektron und ein Pion und
   - für Region 1: $E^e_{ECAL+HCAL} > 38$ GeV und $E^\pi_{ECAL} > 10$ GeV oder umgekehrte Limits.
   - für Region 2: $E^e_{ECAL+HCAL} > 38$ GeV und $E^\pi_{ECAL} > 10$ GeV.
   - für Region 3: $E^e_{ECAL+HCAL} > 38$ GeV und $E^\pi_{ECAL} > 20$ GeV.
3. Zwei Elektronen und
   - für Region 1 oder 2: $\Delta\phi < 1^\circ$ und $E_{Gesamt} > 1.1 \cdot E_{Strahl}$.
   - für Region 3: $\Delta\phi < 0.4^\circ$ und $E_{Gesamt} > 1.5 \cdot E_{Strahl}$.

   $\Delta\phi$ ist die Akollinearität in der r – ϕ – Ebene.

Schnitt gegen $\gamma\gamma \to ee$.

1. a) Zwei Elektronen, b)Akollinearität $> 170°$, c) $|p_1 + p_2|/|p_1 - p_2| < 0.4$,
   d) $E^{Hemi}_{ECAL+HCAL} < 35\,GeV$ für beide Hemisphären und
   e) $|E^1_{ECAL+HCAL} - E^2_{ECAL+HCAL}|/\sum_{Hemi=1,2} E^{Hemi}_{ECAL+HCAL} < 0.6$.

Schnitte gegen μ – Paare. Die zusätzlichen Kriterien, die diesen Untergrund verwerfen, lauten:

1. a) Zwei Myonen und b) für eine der beiden Spuren gilt $|p| > 43\,GeV/c$.
2. a) Ein Myon und ein Pion und
   b) $p(\mu) > 44\,GeV/c$ oder $p(\pi) > 44\,GeV/c \wedge E_{ECAL+HCAL}(\pi) < 10\,GeV$.

Schnitt gegen $\gamma\gamma \to \mu\mu$.

1. a) Zwei Myonen, b) Akollinearität $> 170°$, c) $|p_1 + p_2|/|p_1 - p_2| < 0.4$,
   d) $\sum_{Hemi=1,2} E^{Hemi}_{ECAL+HCAL} < 25\,GeV$ und
   e) $\sum_{Hemi=1,2} E^{Hemi}_{ECAL+HCAL} < 2 \cdot (|p_1| + |p_2|)$.

Schnitte gegen kosmische Myonen. Dieser Untergrund kann praktisch vollständig eliminiert werden, indem man ausnutzt, daß die Impulse der beiden Spuren und ihr Abstand zum Wechselwirkungspunkt stark korreliert sind, da sie vom gleichen Teilchen erzeugt wurden. Außerdem haben diese Ereignisse eine kleine Zahl von ITC – Spurpunkten, weil sie unabhängig von den Strahlkreuzungen und dem damit verbundenen Zeitfenster der ITC sind. Im einzelnen werden diese Ereignisse durch einen der folgende Schnitte abgetrennt, falls es in jeder Hemisphäre nur eine gute Spur gibt:

1. a) Zwei Myonen, b) Zahl der ITC – Spurpunkte < 5 bzw. < 6 und
   c) $|p_1 - p_2|/|p_1 + p_2| < 0.3$.
2. a) Ein Myon und ein Pion, b) Zahl der ITC – Spurpunkte < 5 für beide Spuren und
   c) $|p_1 - p_2|/|p_1 + p_2| < 0.3$.
3. a) Die Bedingungen a) und b) der Punkte 1. und 2. sind nicht erfüllt, b) keine der führenden Spuren ist ein Elektron, c) $|d_0| > 0.1\,cm$ für beide Spuren und
   d) $|d^1_0 + d^2_0|/(|d^1_0| + |d^2_0|) < 0.2$.

Literaturverzeichnis

[1] S. L. Glashow, *Nucl. Phys.* **B22** (1961) 579.

[2] S. Weinberg, *Phys. Rev. Lett.* **19** (1967) 1264.

[3] A. Salam, "Proceedings of the 8 th Nobel Symposium". Herausgegeben von Svartholm, Almqvist und Wiksell, Stockholm 1968.

[4] **UA1** Kollaboration, G Arnison et al., *Phys. Lett.* **B122** (1983) 103.

[5] **UA1** Kollaboration, G Arnison et al., *Phys. Lett.* **B126** (1983) 398.

[6] **UA2** Kollaboration, M Banner et al., *Phys. Lett.* **B122** (1983) 476.

[7] **UA2** Kollaboration, M Banner et al., *Phys. Lett.* **B129** (1983) 130.

[8] Particle Data Group, "Review of Particles Properties" *Phys. Rev.* **D54** (1996).

[9] P. Weber in *Proc. of the Fourth Workshop on Tau Lepton Physics, Estes Park, September 1996, herausgegeben von J. Smith und W. Toki, Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.)* **55C** (1997) 107.

[10] H. G. Evans in *Proc. of the Fourth Workshop on Tau Lepton Physics, Estes Park, September 1996, herausgegeben von J. Smith und W. Toki, Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.)* **55C** (1997) 257.

[11] G. Rolandi in *Proc. of the Fourth Workshop on Tau Lepton Physics, Estes Park, September 1996, herausgegeben von J. Smith und W. Toki, Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.)* **55C** (1997) 461.

[12] E. Fermi, *Z. Phys.* **88** (1934) 161.

[13] C. S. Wu et al., *Phys. Rev.* **105** (1957) 1413.

[14] T. D. Lee und C. N. Yang, *Phys. Rev.* **104** (1956) 254.

[15] R. P. Feynman und M. Gell – Mann, *Phys. Rev.* **109** (1958) 193.

[16] W. Fetscher, H. – J. Gerber und K. F. Johnson, *Phys. Lett.* **B173** (1986) 102.

[17] B. Balke, *Phys. Rev.* **D37** (1988) 587.

[18] W. Hollik und T. Sack, *Phys. Lett.* **B284** (1992) 427.

[19] A. Stahl, *Phys. Lett.* **B324** (1994) 121.

[20] J. Polak und M. Zralek, *Phys. Rev.* **D46** (1992) 3871.

[21] S. Jadach und Z. Was in *Z – Physics at LEP, Volume 1 & 2, herausgegeben von G. Altarelli, G. Kleiss, C. Verzegnassi* **CERN/89 – 08** (September, 1989) 235.

[22] L. Michel, *Proc. Phys. Soc.* **A63** (1950) 514.

[23] T. Kinoshita und A. Sirlin, *Phys. Rev.* **108** (1957) 844.

[24] S. – Y. Pi und A. I. Sanda, *Ann.Phys.* **106** (1977) 171.

[25] F. Scheck, *Phys. Rep.* **44** (1978) 187.

[26] W. Fetscher, *Phys. Rev.* **D42** (1990) 1544.

[27] P. Langacker und D. London, *Phys. Rev.* **D39** (1986) 266.

[28] A. Stahl in *Proc. of the Third Workshop on the τ – charm – factory, Marbella, Spain 1993, und* **Bonn – HE – 93 – 38** (1993).

[29] A. Rougé in *Proc. of 30. Rencontres de Moriond: Dark Matter in Cosmology, Clocks and Tests of Fundamental Laws, Les Arcs, France, Moriond 1995: Astrophysics* 247.

[30] H.-J. Gerber in *Proc. of the International Europhysics Conf. on High Energy Physics, Uppsala, Schweden 1987, herausgegeben von O. Bottner, European Physical Society* (1987) 936.

[31] K. Mursula, M. Roos und F. Scheck, *Nucl. Phys.* **B86** (1983) 321.

[32] C. Jarlskog, *Nucl. Phys.* **75** (1966) 659.

[33] A. Höcker in *Proc. of the Fourth Workshop on Tau Lepton Physics, Estes Park, September 1996, herausgegeben von J. Smith und W. Toki, Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.)* **55C** (1997) 379.

[34] Y. – S. Tsai, *Phys. Rev.* **D4** (1971) 2821.

[35] A. Stahl, *Z. Phys.* **C74** (1997) 73.

[36] J. H. Kühn und E. Mirkes, *Z. Phys.* **C56** (1992) 661.

[37] M. Davier, L. Duflot, F. Le Diberder und A. Rougé, *Phys. Lett.* **B306** (1993) 411.

[38] J. H. Kühn und A. Santamaria, *Z. Phys.* **C48** (1990) 445.

[39] M. Feindt, *Z. Phys.* **C48** (1990) 681.

[40] L. Duflot, *Dissertation, Universität Paris XI Orsay,* **LAL 93 – 09** (1993).

[41] "*Large Electron – Positron Storage Ring*" tech. rep., CERN Publications, 1989.

[42] R. Turlay, *Europhys. News* **20** (1989) 75.

[43] S. Myers et al., *Contemp. Phys.* **31** (1990) 387.

[44] **ALEPH** Kollaboration, D. Decamp et al., *Nucl. Inst. and Meth.* **A294** (1990) 121.

[45] **ALEPH** Kollaboration, D. Buskulic et al., *Nucl. Inst. and Meth.* **A360** (1995) 481.

[46] G. Altarelli, G. Kleiss, C. Verzegnassi, Herausgeber, "*Z – Physics at LEP, Volume 1 & 2*".

[47] G. Altarelli, T. Sjöstrand, F. Zwirner, Herausgeber, "*Physics at LEP2, Volume 1 & 2*" **CERN/96 – 01** (Februar, 1996).

[48] **ALEPH** Kollaboration, D. Decamp et al., *Nucl. Inst. and Meth.* **A323** (1992) 213.

[49] D. Bédérède et al., *Nucl. Inst. and Meth.* **A365** (1995) 117.

[50] B. Rensch, *Dissertation, Universität Heidelberg,* **HD – IHEP 92 – 9** (1992).

[51] **ALEPH** Kollaboration, D. Buskulic et al., *Z. Phys.* **C62** (1994) 539.

[52] G. Ganis, M. Girone und A. Gregorio, *ALEPH interne Mitteilung* **ALEPH 93 – 184** (1993).

[53] **ALEPH** Kollaboration, D. Buskulic et al., *Z. Phys.* **C70** (1996) 561.

[54] J. C. Brient, L. Passalacqua, A. Rougé und H. Videau, *ALEPH interne Mitteilung* **ALEPH 96 – 126** (1996).

[55] H. Videau, *ARBOR* Programmpaket.

[56] J. C. Brient, L. Passalacqua, A. Rougé und H. Videau, *ALEPH interne Mitteilung* **ALEPH 97 – 054** (1997).

[57] P. Overmann, **DO – TH 93 – 24** (1993).

[58] J. H. Kühn, *Phys. Lett.* **B313** (1993) 458.

[59] C. A. Nelson, *Phys. Rev.* **D40** (1989) 123. Erratum: *Phys. Rev.* **D41** (1990) 2327.

[60] S. Jadach, B. F. L. Ward und Z. Was, *Comput. Phys. Commun.* **79** (1994) 503.

[61] H. Videau, *ALEPH interne Mitteilung* **ALEPH 94 – 087** (1994).

[62] **ALEPH** Handbook 1995 Volume 1, herausgegeben von C. Bowdery.

[63] J. – C. Brient, H. Videau, *ALEPH interne Mitteilung* **ALEPH 94 – 088** (1994).

[64] **OPAL** Kollaboration, K. Ackerstaff et al, *Z. Phys.* **C75** (1997) 593.

[65] N. Isgur, C. Morningstar, C. Reader, *Phys. Rev.* **D39** (1989) 1357.

[66] C. A. Nelson, *Phys. Lett.* **B355** (1995) 561.

[67] H. Albrecht et al, *Phys. Rep.* **276** (1996) 223.

[68] J. P. Alexander et al, *Phys. Rev.* **D56** (1997) 5320.

[69] R. Ammar et al, *Phys. Rev. Lett.* **78** (1997) 4686.

[70] D. Buskulic et al, *Phys. Lett.* **B346** (1995) 379. Erratum: *Phys. Lett.* **B363** (1995) 265.

[71] M. Acciarri et al, *Phys. Lett.* **B377** (1996) 313.

[72] K. Abe et al, *Phys. Rev. Lett.* **78** (1997) 4691.

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich all jenen danken, die mich bei der Durchführung dieser Arbeit unterstützt haben.

Meinem Doktorvater Herrn Prof. Dr. K. Tittel danke ich dafür, daß er mir die Möglichkeit eröffnet hat, am Experiment ALEPH teilzunehmen und diese Arbeit durchzuführen.

Mein Dank gilt auch Herrn Prof. Dr. O. Nachtmann, der sich freundlicherweise bereit erklärt hat, als Gutachter tätig zu werden.

Bei Herrn Dr. C. Geweniger möchte ich mich für viele hilfreiche Gespräche und das Korrekturlesen dieser Arbeit bedanken.

Herrn Priv. Doz. Dr. M. Wunsch und der EDV – Gruppe, insbesondere Frau E. Grimm, danke ich herzlich für ihre Bereitschaft und Geduld, mich bei Computerproblemen zu unterstützen.

Nicht zuletzt sei auch Dr. J. C. Brient, Dr. L. Passalacqua und Dr. H. Videau mein Dank ausgesprochen für die vielfältige Hilfe in technischer Hinsicht, angefangen vom schnellen Datenformat FEMTAU über die Programmpakete zur Teilchenidentifikation bis hin zur Kalibration des Detektors.

Ganz besonders möchte ich mich bei meinen Kollegen Oliver Buchmüller, Selvam Dhamotharan, Gerret Hansper, Kambiz Mahboubi, Gordian Schmidt, Dr. Stefan Werner, dem ich auch für das Korrekturlesen dieser Arbeit dankbar bin, und stellvertretend für all jene, die inzwischen das Institut verlassen haben, bei Dr. Ursula Becker, Dr. Gerrit Graefe und Dr. Markus Schmidt bedanken. Sie alle haben durch ihre Freundschaft, die vielen Gespräche über Teilchenphysik, über Physik im allgemeinen und über die Dinge, die nichts damit zu tun haben, sowie die gemeinsamen Besuche der guten Restaurants in der Umgebung von Genf meine Jahre an diesem Institut zu sehr angenehmen gemacht.

Diese Arbeit wurde mit Mitteln des BMBF gefördert.