HD-IHEP 96-19
December 1996

# Diffraktive Phänomene in der Elektron-Proton-Streuung bei HERA

Stefan Tapprogge

Institut für Hochenergiephysik, Universität Heidelberg

INAUGURAL-DISSERTATION
zur
Erlangung der Doktorwürde
der
Naturwissenschaftlich-Mathematischen
Gesamtfakultät
der
Ruprecht-Karls-Universität
Heidelberg

vorgelegt von
Dipl.-Phys. Stefan Tapprogge
aus Frankfurt/Main

Tag der mündlichen Prüfung: 18. Dezember 1996

# Diffraktive Phänomene in der Elektron-Proton-Streuung bei HERA

Gutachter: Prof. Dr. Karlheinz Meier
Prof. Dr. Otto Nachtmann

**Kurzfassung**

Im Rahmen dieser Arbeit wurden diffraktive Phänomene in der Elektron-Proton-Streuung bei HERA mit den Daten des Detektors H1 untersucht. Die Beschreibung der diffraktiven Streuung in Hadron-Hadron-Wechselwirkungen wird in der Regge-Phänomenologie dominiert durch den Austausch der Pomeron-Trajektorie. Bisher ist noch keine vollständige Beschreibung dieser nicht-perturbativen Prozesse im Rahmen der Quanten-Chromo-Dynamik als der Theorie der starken Wechselwirkung gelungen.

Diffraktive Streuung zeichnet sich durch das Auftreten eines führenden, von den restlichen erzeugten Teilchen im Phasenraum getrennten, farbneutralen Systems aus. Diese Signatur einer Lücke in der Rapiditätsverteilung der erzeugten Teilchen wird bei HERA zur Selektion dieser Ereignisse verwendet. Die tiefinelastische Streuung eines Elektrons erlaubt eine Untersuchung der Struktur dieses Prozesses. Die erste Analyse dieser Arbeit baut auf der Messung des Wirkungsquerschnitts für Ereignisse der tiefinelastischen Streuung mit einer Rapiditätslücke durch H1 auf, anhand derer die Dominanz eines diffraktiven Prozesses gezeigt sowie der Nachweis einer partonischen Struktur geführt werden konnte. Die in dieser Arbeit durchgeführte detaillierte Untersuchung des hadronischen Endzustands ergibt ein konsistentes Bild für die Interpretation als Elektron-Parton-Streuung. Zudem werden Hinweise auf notwendige Beiträge der Quanten-Chromo-Dynamik zur Bildung des Endzustands gefunden. Die beste Beschreibung der Daten erfolgt durch ein Modell der tiefinelastischen Elektron-Pomeron-Streuung mit partonischer Struktur des Pomerons.

Der zweite Teil dieser Arbeit beschreibt die erste Suche nach der elastischen Produktion der pseudoskalaren Mesonen $\eta$ und $\eta'$ bei HERA. Die Mesonen werden über die Fusion zweier Photonen erzeugt. Bei HERA besteht die Möglichkeit eines zusätzlichen Beitrags zur $\eta$- und $\eta'$-Produktion durch Photon-Odderon-Fusion. Hierbei bezeichnet das Odderon den Partner des Pomerons mit negativer $C$-Parität. In der Hadron-Hadron-Streuung konnten mögliche Beiträge durch Odderon-Austausch nicht nachgewiesen, aber auch nicht vollständig ausgeschlossen werden. Bei einer zur Verfügung stehenden integrierten Luminosität von 0.2 pb$^{-1}$ wurde kein Signal gefunden. Die resultierenden oberen Grenzen für die Wirkungsquerschnitte sind mit einer Modellrechnung verträglich.

**Abstract**

The subject of this thesis is the study of diffractive phenomena in electron-proton scattering at HERA using data obtained with the H1 detector. The description of diffrative scattering in hadron-hadron interactions is performed by means of the Pomeron trajectory in terms of Regge phenomenology. However, so far no complete description of these mainly non-perturbative processes has been achieved using Quantum Chromo Dynamics as the theory of strong interactions.

Diffractive scattering is characterized by the appearance of a leading colour-neutral system, separated from the rest of the particles produced. This rapidity gap signature is used at HERA to select events of this process. Deep inelastic scattering of an electron allows for the determination of the underlying structure in the exchange. The first part of this thesis starts from the measured cross section for events in deep inelastic scattering with a large rapidity gap. This measurement by H1 has shown that this process is dominantly of a diffractive nature, and evidence for a partonic substructure has been found. A detailed investigation of the hadronic final state in this process is presented. The measurement leads to a consistent picture of electron parton scattering as the underlying process. Evidence is presented that contributions from Quantum Chromo Dynamics are needed in the formation of the final state. The best description of the measured data is found to be given by a model of deep inelastic electron Pomeron scattering with a partonic structure of the pomeron.

The second part of this thesis presents the first search for elastic production of the pseudoscalar mesons $\eta$ und $\eta'$ in deep inelastic scattering at HERA. The production mechanism is the two photon fusion process. However, an additional contribution might be possible due to photon odderon fusion. Here Odderon means the $C = -1$ partner of the Pomeron. Existing data on hadron-hadron interactions does not require such a contribution but cannot ruled it out completely. Using an integrated luminosity of $0.2\ \mathrm{pb}^{-1}$, no signal has been found. The extracted upper limits on the cross section are compatible with a model calculation.

# Inhaltsverzeichnis

# Kapitel 1

# Einleitung

In den letzten 100 Jahren, beginnend mit der Entdeckung des Elektrons, hat sich das Bild vom Aufbau der Materie entscheidend weiterentwickelt. Die immer leistungsfähigeren Beschleuniger führten zur Entdeckung einer Vielzahl von Teilchen, zu deren Klassifikation (ähnlich dem Periodensystem der Atome) fundamentale Bausteine eingeführt wurden. Seit Ende der 70er Jahre gibt es das bis heute gültige Standardmodell der Teilchenphysik. In diesem bilden zwei Sorten von Fermionen (die Leptonen und die Quarks) die fundamentalen Bausteine der Materie. Die Kräfte zwischen den Teilchen (die elektromagnetische, die schwache und die starke Kraft[1]) werden durch Teilchen mit Spin 1, den sogenannten Eichbosonen, vermittelt.

Die elektroschwache Theorie, die die elektromagnetische und die schwache Wechselwirkung vereinigt, ist mit großer Präzision überprüft worden. Bis zum heutigen Zeitpunkt[2] wurden keinerlei bestätigte und allgemein anerkannte Abweichungen gefunden. Auch die Quantenchromodynamik (QCD) als die Theorie der starken Wechselwirkung ist in den Bereichen, in denen störungstheoretische Rechnungen möglich sind, detailliert getestet worden. In Bereichen, in denen die Kopplungskonstante der QCD nicht klein gegen Eins, d.h. die Störungstheorie nicht anwendbar ist, ist nur eine phänomenologische Beschreibung möglich. Dies ist z.B. bei der Beschreibung des Übergangs von den Quarks zu den beobachtbaren Hadronen und bei der „weichen“ Streuung von Hadronen an Hadronen der Fall. Fortschritte sind u.a. durch Rechnungen, die auf Gittereichtheorien (d.h. der Diskretisierung des Raum-Zeit Kontinuums) basieren, erreicht worden.

Der Speicherring HERA mit den beiden großen Experimenten H1 und ZEUS steht in der Reihe einer Vielzahl von Experimenten, in denen durch Streuung von Leptonen an Materie Aufschluß über den Aufbau der Nukleonen gewonnen wurde. Im Gegensatz zu den bisherigen Experimenten[3] werden bei HERA zwei Strahlen (ein Elektron[4]- und ein Protonstrahl) zur Kollision gebracht. Hiermit wird die Schwerpunktsenergie deutlich vergrößert und damit das mögliche Auflösungsvermögen (die Möglichkeit, kleine Strukturen aufzulösen) stark erhöht; zudem wird der kinematisch zugängliche Bereich für tiefinelastische Streuung (insbesondere der Bereich hoher Teilchendichten) vergrößert.

[1] Die zwischen allen mit Masse behafteten Teilchen wirkende Gravitation wird im folgenden nicht weiter berücksichtigt.

[2] Hiermit ist der Wissensstand zum Zeitpunkt der Rochester-Konferenz im Juli 1996 in Warschau gemeint.

[3] Allesamt sogenannte „fixed target“ Experimente, d.h. es wird ein Leptonstrahl auf ein ruhendes Materieobjekt geschossen.

[4] Hier wie im folgenden wird der Name Elektron stets synonym für Elektronen wie Positronen gebraucht,da in dem in dieser Arbeit verwendeten kinematischen Bereich die Streuprozesse nicht zwischen der Ladung des Leptons unterscheiden können.

Bereits im ersten Jahr der Datennahme bei HERA wurde eine neue Klasse von tiefinelastischen Ereignissen gefunden. Diese Ereignisse zeichnen sich durch die Abwesenheit von Teilchenproduktion in einem Phasenraumbereich (der sogenannten Rapiditätslücke) aus. Anhand des gemessenen Wirkungsquerschnitts konnte der zugrundeliegende Prozeß als dominant diffraktiv klassifiziert werden, d.h. er unterliegt ähnlichen Gesetzmäßigkeiten wie die diffraktive Hadron-Hadron-Streuung. Insbesondere kann die Streuung über den Austausch der Pomeron-Trajektorie beschrieben werden. Dieses Konzept der Regge-Theorie wurde in den 60er Jahren eingeführt, um die beobachteten Eigenschaften der Hadron-Hadron-Streuung zu beschreiben. Weiterhin konnte gezeigt werden, daß in diesem Beitrag zur tiefinelastischen Streuung eine Substruktur existiert.

In dieser Arbeit wird eine detaillierte Untersuchung des mit dem Detektor H1 gemessenen Endzustands dieser Ereignisklasse vorgestellt. Unter der Annahme einer partonischen Struktur des Pomeron und der Quantenchromodynamik als Theorie der starken Wechselwirkung können für die gemessenen Endzustandseigenschaften Vorhersagen gemacht und diese mit den Daten verglichen werden. Weiter können die Eigenschaften dieser Ereignisse mit denen von Ereignissen „normaler“ tiefinelastischer Streuung verglichen werden. Ziel dieser Analyse ist die Bereitstellung vollständig auf Detektoreffekte korrigierter Ereigniseigenschaften in Abhängigkeit von kinematischen Variablen und die Untersuchung, ob eine konsistente Beschreibung der Daten unter den oben gemachten Annahmen möglich ist.

Im zweiten Teil dieser Arbeit wird die erste Suche nach Beiträgen diffraktiver Prozesse, die durch einen Austausch negativer $C$-Parität[5] (im folgenden als Odderon bezeichnet) hervorgerufen werden, in der Elektron-Proton-Streuung bei HERA durchgeführt. In der Hadron-Hadron-Streuung würde sich das Vorhandensein eines solchen Beitrags z.B. in einer endlichen Differenz der Wirkungsquerschnitte für Teilchen-Teilchen- und Teilchen-Antiteilchen-Streuung bei großen Energien bemerkbar machen. Die bisher verfügbaren Daten geben keinen eindeutigen Hinweis auf die Notwendigkeit eines solchen Beitrags, können diesen aber auch nicht vollständig ausschließen. Bei HERA sollte ein Effekt des Odderons nach einem Vorschlag von Schäfer, Mankiewicz und Nachtmann [SCH91b] in der elastischen Produktion von pseudoskalaren Mesonen über die Kopplung an ein Odderon und ein Photon auftreten. Diese Kopplung würde einen zusätzlichen Beitrag zum Wirkungsquerschnitt für die elastische Produktion pseudoskalarer Mesonen aus Zwei-Photon-Prozessen darstellen. Ziel dieser Analyse ist die erste Suche nach elastischer Produktion von $\eta$- und $\eta'$-Mesonen bei HERA . Das Verhältniss der Wirkungsquerschnitte für $\eta$- und $\eta'$-Produktion ist sensitiv auf mögliche Effekte durch einen Odderon-Beitrag.

Die Arbeit gliedert sich wie folgt: Nach einer Einleitung werden im zweiten Kapitel relevante theoretische Grundlagen der Elementarteilchenphysik vorgestellt. Das Standardmodell der Elementarteilchenphysik wird kurz diskutiert, gefolgt von einer Darstellung verschiedener Beschreibungen der starken Wechselwirkung. Es folgt eine Besprechung der Konzepte der tiefinelastischen Streuung und ein kurzer Abriß über Prozesse der Zwei-Photon-Physik. Im letzten Teil wird der Effekt eines Odderon-Beitrags zur elastischen Mesonproduktion bei HERA diskutiert.

Das nächste Kapitel stellt einige ausgewählte, außerhalb von HERA gewonnene Resultate vor. Es werden Beispiele zur Hadron-Hadron-Streuung vorgestellt (Messung totaler Wirkungsquerschnitte, Untersuchung der elastischen Streuung sowie Hinweise auf harte Prozesse in diffraktiver Streuung), gefolgt von einer kurzen Diskussion der Bedeutung tiefinelastischer Streuung zur Untersuchung der Materie. Abschließend werden einige Ergebnisse der Zwei-Photon-Physik aufgeführt.

[5] Parität unter Ladungskonjugation

Im vierten Kapitel wird der Beschleuniger HERA vorgestellt und die Datennahmeperioden der Jahre 1992 bis 1995 beschrieben. Weiter wird der Detektor H1 mit den für die Analyse relevanten Komponenten diskutiert; dies schließt eine kurze Beschreibung des Datennahmesystems sowie der Konzepte für die Physikanalyse ein.

Das nächste Kapitel beginnt mit einer Beschreibung der möglichen Methoden zur Rekonstruktion der kinematischen Variablen in der Elektron-Proton-Streuung bei HERA. Mögliche Fragenstellungen und Ergebnisse in zwei kinematisch getrennten Ereignisklassen (die Photoproduktion und die tiefinelastische Streuung) werden vorgestellt. Das Kapitel schließt mit der Beschreibung der Beobachtung von Ereignissen der tiefinelastischen Streuung, die im Endzustand eine Lücke (ohne Teilchenproduktion) in der Rapiditätsverteilung besitzen. Die Identifizierung dieser Ereignisse mit diffraktiven Prozessen und erste Untersuchungen zur partonischen Struktur werden diskutiert sowie Modelle der diffraktiven tiefinelastischen Streuung vorgestellt.

Das sechste Kapitel enthält die erste Analyse dieser Arbeit. Die Untersuchung des hadronischen Endzustands wird motiviert und die Fragestellung definiert. Es folgt eine kurze Diskussion der verwendeten Modelle für den hadronischen Endzustand sowie eine Beschreibung der Ereignisselektion. Nach einer Beschreibung der charakteristischen Eigenschaften des Endzustands werden die als Observablen verwendeten Ereignisparameter definiert. Korrekturen auf Detektoreffekte werden bestimmt und mögliche Quellen systematischer Effekte untersucht. Die Vorstellung der Ergebnisse wird von deren Interpretation gefolgt. Am Ende des Kapitels werden neuere, nach der Veröffentlichung der beschriebenen Analyse gewonnene, vorläufige Ergebnisse der H1-Kollaboration vorgestellt und mit den Ergebnissen dieser Analyse verglichen.

Im nächsten Kapitel wird die zweite Analyse vorgestellt. Die Suche nach elastischer Produktion pseudoskalarer Mesonen wird motiviert und die Datenselektion beschrieben. Zur Untersuchung der Rekonstruktion pseudoskalarer Mesonen über ihren Zerfall in zwei Photonen werden zuerst inklusive Messungen in Ereignissen tiefinelastischer Streuung vorgestellt, danach folgt eine Diskussion der Auswahl von Ereignissen, die der elastischen Produktion zuzuordnen sind. Für die Wirkungsquerschnitte der elastischen $\eta$- und $\eta'$-Meson-Produktion werden obere Grenzen angegeben. Das Kapitel schließt mit einem Ausblick auf die Möglichkeiten, die sich mit den Daten der Jahre 1996 und folgender ergeben werden, für die ein Satz spezieller Triggerbedingungen entworfen wurde.

Im Anhang findet sich die Herleitung der in Kapitel 6 benutzten Erwartung für die Richtung des gestreuten Quarks sowie eine vergleichende Untersuchung von Ereigniseigenschaften aus den Daten der ersten Analyse und den zugehörigen Modellrechnungen. Weiter werden die tabellierten Meßwerte der ersten Analyse und die Untersuchung der Ereigniseigenschaften für die Daten der zweiten Analyse gezeigt. Der Anhang schließt mit einer Diskussion der Beschreibung von Zwei-Photon-Prozessen in der Elektron-Proton-Streuung.

# Kapitel 2

# Theoretische Grundlagen

In diesem Kapitel wird ein kurzer Überblick der theoretischen Grundlagen der Teilchenphysik gegeben. Nach kurzer Diskussion der wesentlichsten Punkte des Standardmodells der Elementarteilchenphysik wird die starke Wechselwirkung genauer vorgestellt (eine ausführliche Diskussion ist z.B. in [HAL84, HUA92, NAC86] zu finden). Hierbei werden zwei unterschiedliche Ansätze behandelt: einerseits die „moderne" Quantenchromodynamik, die die starke Wechselwirkung auf die Wechselwirkung von farbgeladenen Quarks und Gluonen zurückführt; andererseits die Regge-Phänomenologie, die Hadron-Hadron-Wechselwirkungen durch den Austausch von Teilchenfamilien (Trajektorien) beschreibt. Im nächsten Abschnitt wird die tiefinelastische Streuung als Methode zur Untersuchung des Aufbaus von Materie beschrieben. Es folgt eine Diskussion der Zwei-Photon-Wechselwirkung, insbesondere der Resonanzproduktion. Am Ende des Kapitels wird die Idee von Schäfer, Mankiewicz und Nachtmann zur Suche nach Odderon-induzierten Prozessen bei HERA vorgestellt.

## 2.1 Standardmodell der Elementarteilchenphysik

### 2.1.1 Die Bausteine der Materie

Nach dem heutigen Verständnis können die fundamentalen Bausteine (Fermionen) der Materie in drei „Familien" angeordnet werden:

$$\begin{bmatrix} \nu_e & u \\ e^- & d \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} \nu_\mu & c \\ \mu^- & s \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} \nu_\tau & t \\ \tau^- & b \end{bmatrix}, \tag{2.1}$$

Jede dieser Familien besteht aus sechs als punktförmig angenommenen Spin-$\frac{1}{2}$-Teilchen (sowie den zugehörigen Antiteilchen). Es sind dies zwei linkshändige Leptonen und zwei linkshändige Quarks sowie ein rechtshändiges (geladenes) Lepton und zwei rechtshändige Quarks:

$$\begin{bmatrix} \nu_l & q_u \\ l^- & q_d \end{bmatrix} \equiv \begin{pmatrix} \nu_l \\ l^- \end{pmatrix}_L, \quad \begin{pmatrix} q_u \\ q_d \end{pmatrix}_L, \quad l_R^-, \quad (q_u)_R, \quad (q_d)_R, \tag{2.2}$$

Die Neutrinos $\nu_l$ kommen nur als linkshändige Teilchen (bzw. rechtshändige Antiteilchen) vor, dies ist eine Folge der Struktur der schwachen Wechselwirkung. Die geladenen Leptonen $l^-$ haben eine elektrische Ladung von $\mp 1$. Die Quarks von Typ $q_u$ ($u$, $c$, $t$) haben eine elektrische Ladung von $\pm\frac{2}{3}$, die Quarks vom Typ $q_d$ ($d$, $s$, $b$) eine Ladung von $\mp\frac{1}{3}$. Die Quarksorte ($u$, $d$, …) wird auch als Quark-Flavour bezeichnet.

Für die geladenen Leptonen sind die Massen sehr genau gemessen, es ergeben sich die folgenden Werte (aus [BAR96b]) [1]:

$$\begin{array}{rcl} m_e &=& (0.51099906 \pm 0.00000015)\ \ \mathrm{MeV}/c^2, \\ m_\mu &=& (105.658389 \pm 0.000034)\ \ \mathrm{MeV}/c^2, \\ m_\tau &=& (1777.0 \pm 0.3)\ \ \mathrm{MeV}/c^2. \end{array} \tag{2.3}$$

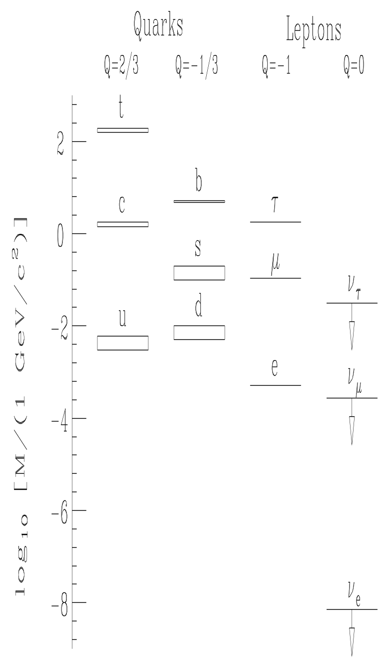


**Abbildung 2.1:** ***Die Massen von Quarks und Leptonen***
*Auf einer logarithmischen Skala sind die Massen der Quarks – zusammen mit der bekannten Ungenauigkeit – sowie die Massen der geladenen Leptonen dargestellt (aus [ROS94]). Für die Neutrinos sind obere Grenzen an die Masse gezeigt*

Bei den Quarks ist die direkte Bestimmung der Masse nicht möglich, da bis heute keine freien Quarks beobachtet wurden und dies aufgrund ihrer Farbladung und der Eigenschaften der starken Wechselwirkung („confinement“, s.u.) auch nicht erwartet wird. Im folgenden sind die in [BAR96b] angegebenen Bereiche für die Massen aufgeführt:

$$\begin{array}{rcl} m_d &=& (2-8)\ \ \mathrm{MeV}/c^2, \\ m_u &=& (5-15)\ \ \mathrm{MeV}/c^2, \\ m_s &=& (100-300)\ \ \mathrm{MeV}/c^2, \\ m_c &=& (1-1.6)\ \ \mathrm{GeV}/c^2, \\ m_b &=& (4.1-4.5)\ \ \mathrm{GeV}/c^2, \\ m_t &=& (180 \pm 12)\ \ \mathrm{GeV}/c^2. \end{array} \tag{2.4}$$

In Abbildung 2.1 ist auf einer logarithmischen Massenskala ein Überblick der Massen der Quarks und Leptonen gegeben. Die Massen der geladenen Bausteine überdecken etwa 5 Größenordnungen, während für die neutralen Bausteine (die Neutrinos) bis heute nur obere Grenzen für deren Massen bekannt sind.

### 2.1.2 Die Wechselwirkungen als Eichtheorien

#### Die Eichtransformationen und die Eichfelder

In Analogie zur klassischen Mechanik wird in der relativistischen Quantenfeldtheorie zur Beschreibung der Dynamik eine Lagrange-Dichte verwendet. Für ein freies Dirac-Teilchen (Fermion) $\Psi(\mathsf{x})$ lautet diese:

$$\mathcal{L}_0 = i\,\overline{\Psi}(\mathsf{x})\gamma^\mu\partial_\mu\Psi(\mathsf{x}) - m\,\overline{\Psi}(\mathsf{x})\Psi(\mathsf{x})\,. \tag{2.5}$$

Die Lagrange-Dichte $\mathcal{L}_0$ ist invariant unter einer globalen ($U(1)$-) Transformation des Dirac-Feldes $\Psi(x) \overset{\mathrm{U(1)}}{\longrightarrow} \Psi'(\mathsf{x}) \equiv \exp\{iQ\theta\}\,\Psi(\mathsf{x})$ mit einer beliebigen Phase $Q\theta$. Wird eine lokale $U(1)$-Transformation angewandt, d.h. die Phase $Q\theta = Q\theta(\mathsf{x})$ ist eine Funktion des Raum-Zeit-Punkts $\mathsf{x}$, ist $\mathcal{L}_0$ nicht mehr invariant.

Die Forderung der Invarianz führt auf die Existenz eines Feldes $A_\mu(\mathsf{x})$ (das sogenannte „Eichfeld“ mit Spin 1), das sich wie folgt transformiert

$$A_\mu(\mathsf{x}) \overset{\mathrm{U(1)}}{\longrightarrow} A'_\mu(\mathsf{x}) \equiv A_\mu(\mathsf{x}) + \frac{1}{e}\,\partial_\mu\theta\,. \tag{2.6}$$

[1] In der Hochenergiephysik ist es üblich, in Formeln ein Einheitensystem zu verwenden, in dem gilt $c = \hbar = 1$, d.h. Energie, Impuls und Masse haben die gleiche Einheit (GeV), während die Einheit der Länge $\mathrm{GeV}^{-1}$ ist. In dieser Arbeit wird diese Konvention in Formeln und Ausdrücken verwendet, Meßwerte und Beschriftungen in Abbildungen werden hingegen in vollen Einheiten angegeben (Ausnahme bilden einige Abbildungen aus anderen Quellen)

Die Lagrange-Dichte

$$\mathcal{L} \equiv i\,\overline{\Psi}(\mathbf{x})\gamma^\mu D_\mu \Psi(\mathbf{x}) \;-\; m\,\overline{\Psi}(\mathbf{x})\Psi(\mathbf{x}) \;=\; \mathcal{L}_0 \;+\; eQA_\mu(\mathbf{x})\,\overline{\Psi}(\mathbf{x})\gamma^\mu\Psi(\mathbf{x}) \qquad (2.7)$$

ist invariant unter lokalen $U(1)$-Transformationen. Dabei bezeichnet $D_\mu$ die kovariante Ableitung

$$D_\mu\Psi(\mathbf{x}) \;\equiv\; [\partial_\mu - ieQA_\mu(\mathbf{x})]\;\Psi(\mathbf{x})\,. \qquad (2.8)$$

Die Forderung der Invarianz der Lagrange-Dichte gegenüber lokalen Eichtransformationen führt zu einer Wechselwirkung zwischen dem Dirac-Feld $\Psi$ und dem Eichfeld $A_\mu$, die nichts anderes darstellt als die bekannte Kopplung eines Photons an ein geladenes Teilchen.

Um auch dem Eichfeld Dynamik zu geben, d.h. die Propagation von $A_\mu$ zu erlauben, muß noch ein kinematischer Term der Form

$$\mathcal{L}_{\text{Kin}} \;\equiv\; -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}\,, \qquad (2.9)$$

hinzugeführt werden. Ein Massenterm $\frac{1}{2}m^2A^\mu A_\mu$ für das Eichfeld ist hingegen nicht erlaubt, da er die Eichinvarianz brechen würde. Das Photonfeld ist masselos.

### Die Symmetrien der Wechselwirkungen

Die Struktur der Eichtheorie wird durch die zugrundeliegende Symmetrie bestimmt. Die möglichen Eichtransformationen bilden eine Gruppe. Anhand der Eigenschaften dieser Gruppe folgen die wesentlichen Merkmale der Eichtheorie.

Die Symmetrie $SU(3)_C$ der starken Wechselwirkung ist eine ungebrochene Symmetrie; die zugrundeliegenden Quark- und Gluonfelder transformieren sich gemäß der Triplett- bzw. Oktettdarstellung der $SU(3)_C$.

Die elektromagnetische und die schwache Wechselwirkung sind im Weinberg-Salam-Modell vereinheitlicht. Die elektroschwache Wechselwirkung [PIC94, PIC96] besitzt die Symmetrie[2] $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$. Die linkshändigen Felder sind Dubletts unter der $SU(2)_L$, während die rechtshändigen Felder Singuletts darstellen. Zu der Theorie gehören die 4 Eichbosonen $\gamma$, $Z^0$ und $W^\pm$. Weiter sind mindestens zwei komplexe skalare Felder (Higgs-Felder) erforderlich, die sich als Dubletts unter $SU(2)_L$ transformieren. Durch spontane Symmetriebrechung („SSB“) erhält eines der Felder einen nichtverschwindenden Vakuumerwartungswert $v$, wird also massiv. Dadurch wird die $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$-Symmetrie gebrochen:

$$SU(2)_L \otimes U(1)_Y \;\stackrel{\text{SSB}}{\longrightarrow}\; U(1)_{QED}\,. \qquad (2.10)$$

Die Felder sind nun nur noch unter der $U(1)_{QED}$ invariant. Die verbleibenden drei Higgs-Felder werden von Eichbosonen der schwachen Wechselwirkung absorbiert und geben diesen Masse.

### Die Feynman-Diagramme

Eine anschauliche Darstellung der aus der Lagrange-Dichte berechenbaren Amplitude für einen Prozeß bieten die Feynman-Diagramme. Hierbei wird die Amplitude $\mathcal{M}$ als Summe über Produkte mathematischer Ausdrücke geschrieben. Es werden drei Klassen von Ausdrücken unterschieden:

**externe Linien** sind durch den untersuchten Prozeß bestimmt, d.h. durch die Teilchen im Anfangszustand und die möglichen Endzustände,

[2] Hierbei bezeichnet $Y$ die schwache Hyperladung und $L$ den schwachen Isospin

**interne Linien** verbinden die externen Linien des Anfangs- und des Endzustands,

**Vertizes** stellen die Koppplung von Teilchen an andere Teilchen dar.

Für die mathematischen Ausdrücke dieser Zerlegung ergibt sich eine einfache graphische Darstellung. Der Wirkungsquerschnitt für einen Prozeß ergibt sich – bis auf einen Proportionalitätsfaktor – aus den entsprechenden Betragsquadraten $|\mathcal{M}|^2$ der Amplituden durch Summation über alle möglichen Endzustände (und Polarisationen) und durch Mittelung der Anfangszustandspolarisationen.

#### Die Störungstheorie

Die Ausdrücke für die Vertizes der beschriebenen Feynman-Diagramme enthalten die Kopplungskonstanten der zugrundliegenden Theorie.

Werden die einzelnen Terme nach Potenzen der Kopplungskonstanten $g$ geordnet ergibt sich eine Reihe. Für den Fall, daß $g \ll 1$ ist, kann die unendliche Reihe durch Abbrechen nach der $n$-ten Ordnung genähert werden.

#### Die Renormierung

Bei der Berechnung des Beitrags von Feynman-Diagrammen, die geschlossene Schleifen enthalten, zur Amplitude eines Prozesses treten divergente Ergebnisse auf.

Die Methode der Renormierung führt wieder zu einem endlichen Ergebnis, indem entweder die in der Lagrange-Dichte auftretenden Massen, Kopplungskonstanten und Felder umdefiniert werden oder zusätzliche Terme (sogenannte „counter terms“) zur Lagrange-Dichte hinzugefügt werden.

Die für die divergenten Beiträge veranwortlichen Terme werden durch eine Regularisierung (z.B. das Einführen eines Abschneideparameters für einen Impuls) leichter sichtbar. Diese Methode enthält allerdings einen dimensionsbehafteten Parameter (eine Skala), von dem die Resultate der Renormierung scheinbar abhängen. Dies kann aber nicht sein, da die gemessenen physikalischen Größen nicht von einer Skala abhängig sind. Die Forderung, daß die (renormierten) Größen unabhängig von dieser Skala sind, führt u.a. auf eine Abhängigkeit der Kopplungskonstanten von der Skala, die im folgenden mit $\mu$ bezeichnet ist. Diese ist in der sogenannten Renormalisierungsgruppen-Gleichung (RGE)[3] enthalten:

$$\mu \frac{\partial g(\mu)}{\partial \mu} = \beta(g), \tag{2.11}$$

wobei $\beta(g)$ die sogenannte Beta-Funktion bezeichnet, die die Charakteristik der Skalenabhängigkeit von $g$ enthält (für die Kopplungskonstante der QCD siehe Gleichung 2.51).

### 2.1.3 Die Grenzen des Standardmodells

Das beschriebene Standardmodell ist in den 70er Jahren entwickelt worden und hat bis heute, vor allem in der elektroschwachen Physik, allen experimentellen Tests standgehalten. Allerdings wird das Standardmodell nicht als letzte Stufe im Verständnis des Aufbaus der Natur gesehen. Schon die große Zahl an freien (d.h. aus Experimenten zu bestimmenden) Parametern[4] zeigt, daß es sich noch nicht um eine wirklich fundamentale Theorie handelt. Auch bleiben viele Fragen innerhalb des Standardmodells offen, so wird

[3] Renormalization Group Equation

[4] Im Falle masseloser Neutrinos sind es 17: drei Kopplungskonstanten, die Masse des $W$-Bosons, die Massen der drei geladenen Leptonen, die Massen der 6 Quarks sowie vier Parameter zur Beschreibung der Mischung der Quarks in der schwachen Wechselwirkung

z.B. nicht die Quantisierung der Ladung erklärt und auch die Erzeugung der Massen ist zwar durch den Higgs-Kibble-Mechanismus beschrieben, das beobachtete Massenspektrum, das sich über 5 Größenordnungen erstreckt, wird aber nicht erklärt. Ebenso wird die Zahl der beobachteten Familien von Teilchen nicht vorhergesagt.

## 2.2 Starke Wechselwirkung

Bei hohen Energien wird erwartet, daß die Struktur der starken Wechselwirkung in Streuprozessen einfacher wird und durch eine überwiegend imaginäre Amplitude beschrieben werden kann. Im Rahmen des optischen Theorems stellt die elastische Streuung den „Schatten“ der inelastischen Prozesse dar und erhält einen diffraktiven Charakter.

Diffraktive Streuung wird erfolgreich durch eine Verallgemeinerung des Ein-Teilchen-Austausch-Modells beschrieben: der Regge-Theorie. In ihr wird die Wechselwirkung zwischen Hadronen auf den Austausch einer Familie von Teilchen („Trajektorie“) zurückgeführt. Zur Beschreibung der experimentellen Daten wird eine zusätzliche Trajektorie benötigt (die Pomeron-Trajektorie), die bis jetzt noch nicht mit entsprechenden gebundenen Zuständen in Beziehung gesetzt werden konnte.

Die Quantenchromodynamik stellt eine mikroskopische Theorie der starken Wechselwirkung dar, deren fundamentale Bausteine die Quarks und die Gluonen sind. Die Wechselwirkung wird durch die farbgeladenen Gluonen vermittelt. Eine wesentliche Eigenschaft der Quantenchromodynamik ist die „asymptotische Freiheit“, die es erlaubt störungstheoretische Rechnung für Prozessse durchzuführen, die auf kurzen Abständen (Skalen) ablaufen. Für langreichweitige Phänomene (z.B. im Bereich des „confinement'“) ist die Störungsrechnung nicht anwendbar. Eine Möglichkeit besteht in der Durchführung sogenannter Gittereichrechnungen, die die Berechnung von statischen Eigenschaften erlauben. Eine konsistente Anwendung der Quantenchromodynamik in alle Bereichen (große wie kleine Skalen, weiche und harte) ist noch nicht gelungen.

In den folgenden Abschnitten werden Beispiele zur Modellierung der starken Wechselwirkung vorgestellt.

### 2.2.1 Beugungsphänomene (Diffraktion) und geometrische Modelle

Im Rahmen der Huygenschen Theorie tritt Beugung an einer Lochblende auf, wenn die Wellenlänge sehr klein gegenüber dem Durchmesser $R$ der Blende ist: $kR \gg 1$, wobei $k = 2\pi/\lambda$ die Wellenzahl ist.

Die Streuamplitude $f(\vec{q})$ kann als Fourier-Transformierte einer Funktion $\Gamma(\vec{a})$ geschrieben werden:

$$f(\vec{q}) = \frac{\mathrm{i}k}{2\pi} \int \mathrm{d}^2 a \Gamma(\vec{a}) e^{\mathrm{i}\vec{q}\cdot\vec{a}}. \tag{2.12}$$

Hierbei bezeichnet $\vec{q}$ den Impulsübertrag. Die sogenannte Profilfunktion $\Gamma(\vec{a})$ kann ihrerseits als Fourier-Transformierte der Streuamplitude ausgedrückt werden:

$$\Gamma(\vec{a}) = \frac{1}{2\pi \mathrm{i}k} \int \mathrm{d}^2 q f(\vec{q}) e^{-\mathrm{i}\vec{q}\cdot\vec{a}}. \tag{2.13}$$

Für die Streuung einer ebenen Welle an einer Kreisscheibe mit Radius $R$ ergibt sich die Streuamplitude zu

$$f(\vec{q}) = \mathrm{i}kR^2 \frac{J_1(qR)}{qR}, \tag{2.14}$$

wobei $J_1$ die erste Besselsche Funktion ist.

Abbildung 2.2 zeigt die resultierende Streuamplitude für zwei einfache Annahmen über die Profilfunktion. Im linken Teil ist die Winkelverteilung gezeigt, die einer Scheibe mit Radius $R$ entspricht. Die Winkelverteilung ist der Besselschen Funktion $J_1$ proportional und besitzt Nullstellen.

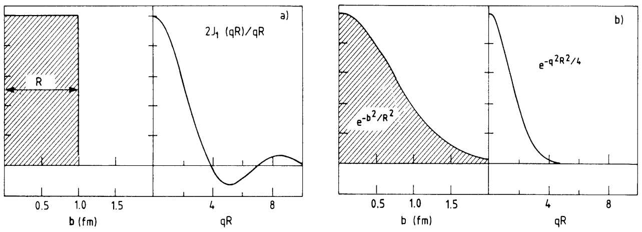


**Abbildung 2.2: *Streuamplituden und Profilfunktionen***
*Gezeigt sind in (a) und (b) der Zusammenhang zwischen der Profilfunktion und der resultierenden Streuamplitude für elastische Vorwärtsstreuung (aus [CAS85]) für zwei Annahmen der Profilfunktion: (a) für eine Rechteckverteilung, (b) für eine gaussförmige Verteilung*

Der rechte Teil zeigt die zu einer gaußförmigen Profilfunktion gehörende Streuamplitude, die als Fourier-Transformierte ebenfalls eine Gauß-Verteilung darstellt.

Für eine graue Scheibe (Opazität $X$) ergibt die optische Analogie einen konstanten totalen Wirkungsquerschnitt ($\sigma_{tot} = 2\pi R^2 X$) sowie eine Beugungsstruktur für die Streuung unter kleinen Winkeln (Vorwärtsrichtung). Wird angenommen, daß $R$ mit wachsender Energie ansteigt, ergibt sich ein Anstieg des totalen Wirkungsquerschnitts sowie ein schmaler werdendes Maximum für $\mathrm{d}\sigma/\mathrm{d}t$ bei $t = 0$.

Die Verteilung des Impulsübertrags gibt folglich Aufschluß über die Form der Hadronen. Dabei wird die Größe $\vec{a}$ als Impaktparameter definiert, der den minimalen Abstand zwischen zwei Hadronen beschreibt.

### 2.2.2 Teilchen-Austausch und Regge-Theorie

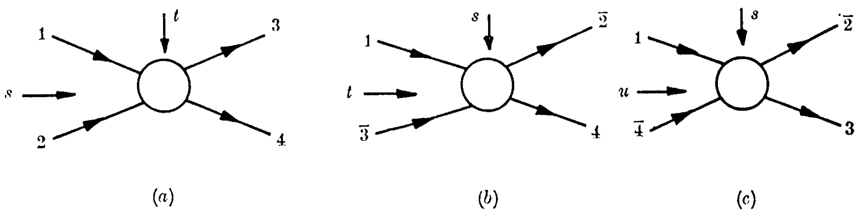


**Abbildung 2.3: *$s$- und $t$-Kanal-Reaktionen***
*Gezeigt ist die $s$-Kanal-Reaktion $AB \to CD$ (a) und die durch Kreuzen aus ihr hervorgehenden Reaktionen $A\bar{C} \to \bar{B}D$ (b) und $A\bar{D} \to \bar{B}C$ (c), die die Bedeutung der Variablen $s$, $t$ und $u$ veranschaulichen (aus [COL77])*

Zur Beschreibung der starken Wechselwirkung wurde in den 60er Jahren die S-Matrix-Theorie eingeführt.

Für eine Zwei-Teilchen-Reaktion

$$A + B \to C + D$$

(siehe Abbildung 2.3) können aus den Vierer-Impulsen $\mathbf{p}_i$ der Teilchen $i$ ($i = A \ldots D$) die folgenden drei sogenannten Mandelstam-Variablen (die lorentzinvariant sind) definiert werden:

$$s = (\mathbf{p}_A + \mathbf{p}_B)^2, \tag{2.15}$$

$$t = (\mathbf{p}_A - \mathbf{p}_C)^2, \tag{2.16}$$

$$u = (\mathbf{p}_A - \mathbf{p}_D)^2. \tag{2.17}$$

Für die Reaktion $A + B \to C + D$ ist $s$ das Quadrat der Schwerpunktsenergie, $t$ das Quadrat des Impulsübertrags von Teilchen A auf Teilchen B. Für identische Massen $m$ der vier Teilchen sind $t$ und $u$ stets negativ, d.h. raumartig. $t$ hängt mit dem Streuwinkel $\vartheta_t$ der Streuung im Schwerpunktsystem zusammen:

$$\cos \vartheta_t = 1 + \frac{2s}{t - 4m^2}. \tag{2.18}$$

Der minimale Wert von $-t$ wird für einen Streuwinkel von $\vartheta_t = 0$ erreicht, der maximale Wert bei $\vartheta_t = \pi$.

$s$, $t$ und $u$ hängen über die Summe der Massenquadrate der Teilchen zusammen:

$$s + t + u = \sum_{i=A}^{D} m_i^2. \tag{2.19}$$

Abbildung 2.3 zeigt, wie durch Kreuzen die Reaktion $A + B \to C + D$ (diese wird als $s$-Kanal bezeichnet) in die $t$-Kanal Reaktion $A + \bar{C} \to \bar{B} + D$ überführt wird (Analog für die $u$-Kanal Reaktion $A + \bar{D} \to C + \bar{B}$). In der gekreuzten Reaktion nimmt $t$ (bzw. $u$) die Eigenschaft der Schwerpunktsenergie der Reaktion an.

### Die Definition der S-Matrix

Für die Streuung eines freien Teilchenzustands $|i>$ in einen freien Zustand $|f>$ wird der Operator $S$ eingeführt, dessen Matrixelement $S_{fi} =< f|S|i>$ die Amplitude für den Übergang $|i> \to |f>$ beschreibt. Das Betragsquadrat $|S_{fi}|^2$ gibt die Wahrscheinlichkeit für diesen Prozeß an. Als S-Matrix wird die Menge aller $S_{fi}$ für die möglichen Zustände $|i>$ und $|f>$ bezeichnet.

Eine übliche Zerlegung der S-Matrix in die Einheitsmatrix und die Übergangsmatrix $T$ lautet

$$S = I + 2iT. \tag{2.20}$$

Wesentliche Eigenschaften der S-Matrix sind:

- **Unitarität:** Die S-Matrix ist unitär, d.h. $S^+S = SS^+ = 1$. Anders ausgedrückt bedeutet dies die Erhaltung der Wahrscheinlichkeit. Hieraus folgt das optische Theorem

  $$\sigma_{tot} \propto \frac{1}{s}\ \mathrm{Im}\ T(s, t = 0), \tag{2.21}$$

  das den totalen Wirkungsquerschnitt mit dem Imaginärteil der Amplitude für elastische Vorwärtsstreuung verbindet.

  Abbildung 2.4 zeigt eine schematische Darstellung des optischen Theorems. Der totale Wirkungsquerschnitt ist als Summe über alle möglichen Endzustände $X$ der Betragsquadrate der Amplituden für den Prozeß $AB \to X$ darstellbar. Die einzelnen Betragsquadrate der Amplituden entsprechen dem Wirkungsquerschnitt der Reaktion $AB \to AB$, wenn diese über den Zwischenzustand $X$ abläuft. Die Forderung nach Unitarität verbindet die Summe der Wirkungsquerschnitte für $AB \to X \to AB$ mit dem Imaginärteil des Wirkungsquerschnitts für den Prozeß $AB \to AB$.

- **Kreuzungs-Relationen:** Wird die S-Matrix durch die Übergangsmatrix $T$ als analytische Funktion der drei Mandelstamm-Variablen ausgedrückt, beschreibt dieselbe Funktion den Prozeß im $s$-, $t$- und $u$-Kanal, allerdings in verschiedenen Bereichen des $(s,t,u)$-Wertebereichs.

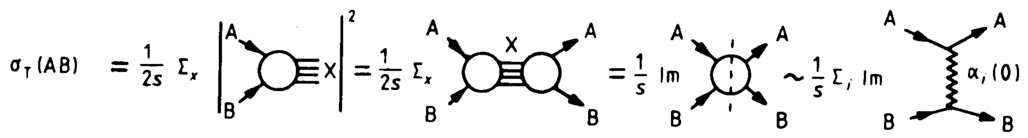


**Abbildung 2.4:** ***Optisches Theorem***
*Gezeigt ist eine bildliche Darstellung (aus [COL84]) des optischen Theorems, das den totalen Wirkungsquerschnitt für die Streuung von A und B mit dem Imaginärteil der Amplitude für elastische Vorwärtsstreuung verbindet. Aus der Forderung nach Unitarität folgt das optische Theorem (dritte Gleichung)*

- **Analytizität** Zwei Arten der Forderung nach Analytizität der Amplituden werden unterschieden:

  I Analytizität erster Art
  Die Streuamplituden sind darstellbar als Randwerte analytischer Funktionen (in den Variablen $s$, $t$ und $u$). Diese Funktionen besitzen als einzige Singularitäten Pole; diese entsprechen stabilen und instabilen Teilchen.

  II Analytizität zweiter Art
  Die $S$-Matrix ist analytisch fortsetzbar in der Ebene des komplexen Drehimpulses und besitzt ausschließlich isolierte Singularitäten.

  Die erste Forderung (I) führt auf sogenannte Dispersionsrelationen, dies sind Cauchy-Formeln, die die Pole und Verzweigungspunkte einer analytischen Funktion durch die Residuen der Pole und Unstetigkeiten entlang der Schnitte ausdrücken.

  Durch Anwendung der zweiten Forderung ergibt sich die Regge-Theorie, in der die Pole der analytisch fortgesetzten Streuamplituden die Verbindung zwischen gebundenen Zuständen und Resonanzen herstellen. Diese Pole werden als Regge-Pole bezeichnet, ihre Position ist energieabhängig.

Die analytische Fortsetzung führt vom Gebiet der Resonanzproduktion in das Gebiet des Teilchenaustausches. Dabei wird angenommen, daß keine Änderung der den Prozeß beschreibenden Amplitude auftritt. Ist die Amplitude überwiegend imaginär, bedeutet dies, daß ein Großteil der Prozesse inelastisch verläuft, also die Absorption überwiegt.

### Die Theoreme für Hadron-Hadron-Wechselwirkungen

Ein wesentliches Theorem für den totalen Wirkungsquerschnitt $\sigma_{tot}$ in der Hadron-Hadron-Streuung ist die Froissart-Martin-Grenze [FRO61, MAR63]:

$$\sigma_{tot} \leq \frac{\pi}{m_\pi^2} \ln^2 s. \tag{2.22}$$

Die Froissart-Martin-Grenze schränkt den Anstieg des totalen Wirkungsquerschnitts mit der Schwerpunktsenergie $\sqrt{s}$ auf einen maximalen Anstieg der Form $\ln^2 s$ ein. Diese Grenze ist im Rahmen der axiomatischen Feldtheorie abgeleitet worden.

In einer Impaktparameterdarstellung (optische Analogie) ergibt sich diese Grenze aus der Zunahme der Fläche einer total absorbierenden schwarzen Scheibe mit einem Radius $b$, wobei $b \leq b_0$ und $b_0 \propto \ln \frac{s}{s_0}$, d.h. die Fläche wächst mit $\ln^2 s$.

Ein weiteres wichtiges Theorem ist das von Pomeranchuk [POM58]. In seiner ursprünglichen Form zeigte es, daß für asymptotisch konstante Wirkungsquerschnitte $\sigma(\bar{T}T)$ für

Antiteilchen-Teilchen-Streuung und $\sigma(TT)$ für Teilchen-Teilchen-Streuung deren Differenz $\Delta\sigma = \sigma(\bar{T}T) - \sigma(TT)$ asymptotisch verschwindet:

$$\Delta\sigma = \sigma(\bar{T}T) - \sigma(TT) \to 0 \text{ für } s \to \infty. \tag{2.23}$$

Nach dem Auftreten steigender Wirkungsquerschnitte (siehe Abschnitt 3.1.2) wurde das Theorem umformuliert und ergibt, daß das Verhältnis der Wirkungsquerschnitte für Antiteilchen-Teilchen- zu Teilchen-Teilchen-Streuung asymptotisch gegen Eins geht:

$$\frac{\sigma(\bar{T}T)}{\sigma(TT)} \to 1 \text{ für } s \to \infty. \tag{2.24}$$

Dies bedeutet allerdings nicht, daß die Differenz $\Delta\sigma$ auch gegen Null gehen muß.

### Die Regge-Theorie

Das einfachste Modell der starken Wechselwirkung ist der Austausch eines Pions (Mesonaustausch-Theorie von Yukawa). In der Ein-Pion-Approximation (OPE = One Pion Exchange) gilt für die Streuamplitude:

$$A(s,t) \propto \frac{1}{m_\pi^2 - t} \tag{2.25}$$

Allerdings ist das Pion nicht das einzig mögliche Teilchen, das ausgetauscht werden kann; es gibt auch die Möglichkeit zu einem Austausch von zwei oder mehreren Pionen. Die Amplitude 2.25 stellt zudem nur eine Näherung für die $S$-Wellenfunktion (d.h. Drehimpuls $l = 0$) dar.

Die von Mandelstam eingeführten analytischen Eigenschaften der Streuamplitude wurden von Regge auf die Hadron-Hadron-Streuung angewandt, indem ein neues Quasiteilchen (mit veränderlichen Spin) eingeführt wurde. Dieses beschreibt die Dynamik einer Schar von einzelnen Resonanzen. Aus dem Postulat der S-Matrix-Theorie über die analytische Fortsetzbarkeit der S-Matrix in der komplexen Drehimpulsebene (bis auf isolierte Singularitäten) folgt die Regge-Theorie [COL77]. Die Streuamplitude besitzt, wenn sie analytisch fortgesetzt wird, Pole in der komplexen Drehimpulsebene, deren Position energieabhängig ist. Für physikalische Werte des Drehimpulses $l$ stimmen diese Pole mit gebundenen Zuständen und Resonanzen überein. Diese Pole werden als *Regge-Pole* bezeichnet und durch eine Funktion $\alpha(t)$ beschrieben. Der Zusammenhang mit den Parametern (Masse $m_R$, Spin $J_R$ und Zerfallsbreite $\Gamma_R$) der Resonanz $R$ ist durch

$$\mathrm{Re}\ \alpha(t)|_{t=m_R^2} = J_R \tag{2.26}$$

und

$$\mathrm{Im}\ \alpha(t)|_{t=m_R^2} = (m_R J_R) \left( \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \mathrm{Re}\ \alpha(t) \right) \bigg|_{t=m_R^2} \tag{2.27}$$

gegeben. Regge-Pole stellen die Summation der Beiträge des Austausches mehrerer Teilchen im $t$-Kanal dar.

Für eine Partialwellenzerlegung der Streuamplitude $A(s,t)$

$$A(s,t) = \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) A_l(t) P_l(\cos\vartheta_t), \tag{2.28}$$

ergibt sich für die Koeffizienten $A_l(t)$ der Legendre-Polynome $P_l$ unter Verwendung von $\alpha(t) = \alpha_0 + \alpha' t$, wobei $\alpha(m_l^2) = l$:

$$A_l(t) \approx \frac{\beta(t)}{l - \alpha(t)} \approx \frac{\beta(t)}{\alpha'(m_l^2 - t)}. \tag{2.29}$$

An der Stelle $l = \alpha(t)$ tritt ein (Regge-)Pol auf, dessen Residuum durch $\beta(t)$ beschrieben wird. Für den Grenzfall sehr großer Energien ($s \to \infty$) folgt hiermit aus Gleichung 2.28

$$A(s,t) \approx \sum_{l=0}^{\infty} \frac{\beta(t) \cos^l(\vartheta_t)}{l - \alpha(t)} \tag{2.30}$$

und weiter für feste Werte von $t$:

$$A(s,t) \approx \beta(t) s^{\alpha(t)} \tag{2.31}$$

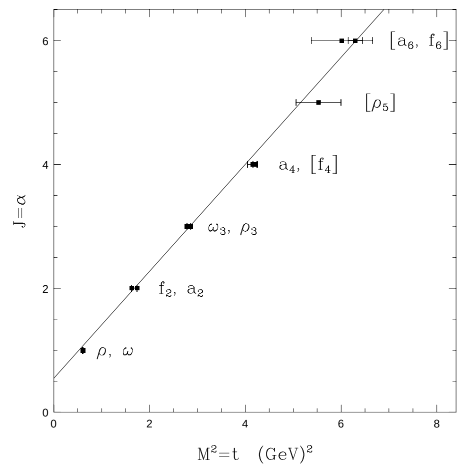


**Abbildung 2.5: *Regge-Trajektorie***
*Dargestellt ist der Zusammenhang zwischen dem Spin $J$ und dem Quadrat $M^2 = t$ der Masse der Teilchen $\rho$, $\omega$, $f_2$, ... (aus [LAN94]). Die Linie beschreibt den linearen Zusammenhang von $\alpha$ und $t$: $\alpha(t) = 0.55 + 0.86t$*

Für den totalen Wirkungsquerschnitt ergibt sich aus dem optischen Theorem und der in Gleichung 2.31 angegebenen Form der Ausdruck: $\sigma_{tot} \propto \beta(0)s^{\alpha(0)-1}$). Bei Berücksichtigung des Austauschs mehrerer Regge-Pole $R$ (mit Trajektorie $\alpha_R(t)$) folgt:

$$\sigma_{tot}(s) \propto \sum_R \beta_R(0) s^{\alpha_R(0)-1}. \tag{2.32}$$

Der führende Pol (mit dem größten Wert von $\alpha_R(0)$) bestimmt die Abhängigkeit des Wirkungsquerschnitts von der Energie für $\sqrt{s} \to \infty$. Ist der Wert von $\alpha_R(0)$ für diesen Pol kleiner als Eins, fällt der totale Wirkungsquerschnitt für große Energien ab. Um einen konstanten oder steigenden Wirkungsquerschnitt zu erhalten, muß die führende Trajektorie einen Wert von $\alpha_R(0)$ gleich oder größer Eins besitzen.

Der differentielle Wirkungsquerschnitt für elastische Vorwärtsstreuung ergibt sich zu

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}t} \propto \frac{1}{s^2} |A(s,t)|^2 \propto F(t) \frac{s}{s_0}^{2\alpha(t)-2}. \tag{2.33}$$

Wird $\alpha(t)$ durch $\alpha(t) = \alpha_0 + \alpha' t$ ersetzt, so folgt

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}t} \propto F(t) \left(\frac{s}{s_0}\right)^{2\alpha_0 - 2} e^{2\alpha'(\log(s/s_0))t}, \tag{2.34}$$

wobei $s_0 \approx 1$ GeV$^2$ ist. Gleichung 2.34 besagt, daß der Wirkungsquerschnitt für elastische Streuung in Vorwärtsrichtung für konstante Energien $\sqrt{s}$ ein Maximum bei $t = 0$ hat, das exponentiell zu größeren Werten von $-t$ abfällt. Die Steigung des exponentiellen Abfalls nimmt logarithmisch mit dem Quadrat $s$ der Energie zu, d.h. das Maximum schrumpft („shrinkage“, siehe Abschnitt 3.1.1).

Abbildung 2.5 zeigt den Zusammenhang zwischen dem Quadrat $M^2$ der Masse und dem Drehimpuls $J$ für Teilchen der $\rho$-Trajektorie. Der beobachtete lineare Zusammenhang kann in der Form

$$\alpha(t) = 0.55 + 0.86\ \mathrm{GeV}^{-2}c^2 t \tag{2.35}$$

parametrisiert werden. Diese Trajektorie führt auf eine Abhängigkeit des totalen Wirkungsquerschnitts von $\sigma_{tot}(s) \propto s^{-0.45}$.

Die experimentellen Daten (siehe Abschnitt 3.1.2) weisen auf die Notwendigkeit einer Trajektorie mit einem Wert von $\alpha_R(0) \geq 1$ hin. Diese Trajektorie wird als Pomeron bezeichnet und kann in der folgenden Form parametrisiert werden:

$$\begin{aligned} \alpha(t) &= \alpha_0 + \alpha' \cdot t, \\ \text{wobei } \alpha_0 &= 1.085 \text{ und} \\ \alpha' &= 0.25\ \mathrm{GeV}^{-2}c^2. \end{aligned} \tag{2.36}$$

In Analogie zur Beobachtung der verschiedenen Teilchen der $\rho$-Trajektorie stellt sich für die Pomeron-Trajektorie die Frage, ob auch hier gebundene Zustände vorliegen können. Da im Rahmen der Quantenchromodynamik das einfachste Modell für einen farbneutralen Austausch durch ein Zwei-Gluon-System gebildet wird, besteht die Vermutung, daß die sogenannten „Gluonenbälle“ Kandidaten für eine Resonanz auf der Pomeron-Trajektorie sein könnten.

Wird die Streuamplitude $A(s,t)$ in ihren Real- und Imaginärteil zerlegt, ergibt sich für den differentiellen Wirkungsquerschnitt

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}t}(s,t) &= \frac{1}{16\pi s^2}|A(s,t)|^2 \\ &= \frac{1}{16\pi s^2}\left[(\mathrm{Re}A(s,t))^2 + \mathrm{Im}A(s,t))^2\right]. \end{aligned} \tag{2.37}$$

Wird $\rho$ als Verhältnis des Real- und Imaginärteils der Streuamplitude $A(s,0)$ definiert:

$$\rho(s) = \frac{\mathrm{Re}A(s,0)}{\mathrm{Im}A(s,0)}, \tag{2.38}$$

ergibt sich

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}t}(s,0) &= \frac{1}{16\pi s^2}(\mathrm{Im}A(s,t))^2(1+\rho(s)^2) \\ &= \frac{1+\rho(s)^2}{16\pi}\sigma_T(s)^2, \end{aligned} \tag{2.39}$$

wobei der Zusammenhang mit dem totalen Wirkungsquerschnitt $\sigma_T(s)^2$ aus dem optischen Theorem folgt. Die gleichzeitige Messung des differentiellen wie des totalen Wirkungsquerschnitts erlaubt die Bestimmung der Werte für $\rho(s)$.

Bis jetzt wurde nur der Beitrag des Austausches eines Regge-Pols behandelt. In einer Streuung können aber auch mehrere Pole ausgetauscht werden. Hierdurch tritt in der komplexen Drehimpulsebene ein Verzweigungsschnitt („branch cut“) auf, der als „Regge cut“ bezeichnet wird. Ein Beispiel stellt der Zwei-Pomeron-Austausch dar. Wird die Pomeron-Trajektorie durch $\alpha_{\mathbb{P}}(t) = 1 + \alpha'_{\mathbb{P}} \cdot t$ beschrieben, ist die Trajektorie des „pomeron cut“ ($\mathbb{P} \otimes \mathbb{P}$) durch $\alpha_C(t) = 1 + 1/2 \cdot \alpha'_{\mathbb{P}} \cdot t$ gegeben. Beide Trajektorien stimmen bei $t = 0$ überein; die des „pomeron cut“ liegt für $T < 0$ oberhalb der des Pomeron-Pols.

Die überwiegend rein imaginäre Amplitude des $I\!P$-Pols ($A_{\boldsymbol{P}} = isA_1 \exp(a_1 t)$) und die Amplitude des „cut" ($A_{\boldsymbol{P}\otimes\boldsymbol{P}} = -isA_2 \exp(a_2 t)/\log s$) haben entgegengesetzte Phasen.

Für kleine Werte von $|t|$ dominiert der $I\!P$-Beitrag, für große $|t|$ aufgrund der flacheren $t$-Abhängigkeit des Beitrags des „cut". In einem Zwischenbereich tritt destruktive Interferenz auf. Die Summe der Amplituden

$$A_{\boldsymbol{P}} + A_{\boldsymbol{P}\otimes\boldsymbol{P}} = isA_1 e^{a_1 t}\left(1 - \frac{A_2}{A_1}\frac{e^{(a_2-a_1)t}}{\log s}\right) \tag{2.40}$$

weist eine Nullstelle bei endlichen Werten von $|t|$ auf, die zu kleineren Werten von $|t|$ wandert, wenn $s \to \infty$.

Abbildung 2.6 zeigt schematisch die $t$-Abhängigkeit des Imaginärteils der Amplitude für Pomeron-Pol und -„cut" und deren Summe (linkes Bild), sowie den resultierenden differentiellen Wirkungsquerschnitt.

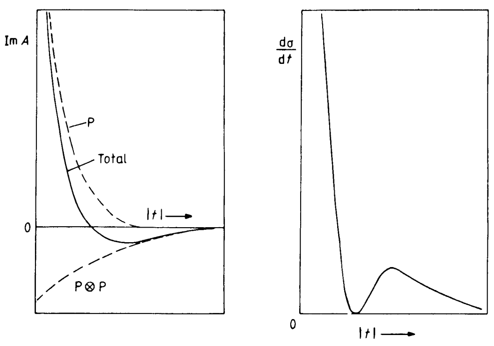


**Abbildung 2.6: *Effekte des Multi-Pomeron-Austauschs***
*Dargestellt ist der Effekt des Multi-Pomeron-Austausches („pomeron cut") auf den Imaginärteil der Streuamplitude (linkes Bild) und den differentiellen Wirkungsquerschnitt für elastische Streuung*

### Die Beiträge von Trajektorien negativer $C$-Parität

Eine Singularität in der Drehimpulsebene nahe $J = 1$, deren Amplitude eine ungerade Parität unter Kreuzen einer Reaktion besitzt, wird als Odderon bezeichnet [NIC90, NIC92]. Dies geschieht in Analogie zur Singularität des Pomerons, die ebenfalls nahe $J = 1$ liegt. Dessen Amplitude besitzt allerdings gerade $C$-Parität. Wird die unter $C$-Parität gerade (ungerade) Amplitude mit $F_+$ ($F_-$) bezeichnet, ergibt sich für die Amplitude $F_{pp}$ ($F_{\bar{p}p}$) der Proton-Proton- (bzw. Antiproton-Proton-) Streuung folgender Ausdruck:

$$F_{pp(\bar{p}p)} = F_+ \pm F_- \tag{2.41}$$

Ist ein solcher Odderon-Beitrag vorhanden, werden für Energien $\sqrt{s} \approx 1$ TeV folgende Effekte erwartet:

- Die Differenz der totalen Wirkungsquerschnitte verschwindet nicht für den asymptotischen Bereich:

$$\Delta\sigma = \sigma^{tot}_{p\bar{p}} - \sigma^{tot}_{pp} \neq 0, \tag{2.42}$$

  aber es gilt noch $\sigma^{tot}_{p\bar{p}}/\sigma^{tot}_{pp} \to 1$ für $s \to \infty$.

- Auch die differentiellen Wirkungsquerschnitte für elastische Vorwärtsstreuung weisen eine endliche Differenz auf:

$$\Delta(\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}t}) = \frac{\mathrm{d}\sigma_{p\bar{p}}}{\mathrm{d}t} - \frac{\mathrm{d}\sigma_{pp}}{\mathrm{d}t} \neq 0. \tag{2.43}$$

- Ebenso sind die $\rho$-Parameter unterschiedlich:

$$\Delta\rho = \rho_{p\bar{p}} - \rho_{pp} = \frac{\mathrm{Re}F_+ - \mathrm{Re}F_-}{\mathrm{Im}F_+ - \mathrm{Im}F_-} - \frac{\mathrm{Re}F_+ + \mathrm{Re}F_-}{\mathrm{Im}F_+ + \mathrm{Im}F_-} \neq 0, \tag{2.44}$$

Ohne das Auftreten eines Odderon-Beitrags verschwinden alle drei aufgeführten Differenzen für asymptotische Energien.

### 2.2.3 Klassifikation diffraktiver Prozesse

Die folgenden Prozesse in der Hadron-Hadron-Streuung können anhand des erzeugten Endzustands unterschieden werden:

**Elastische Streuung:**

Es können nur die Quantenzahlen des Vakuums, d.h. Impuls und Drehimpuls ausgetauscht werden. Die einlaufenden Teilchen tauchen wieder im Endzustand auf.

**Einfach-diffraktive Dissoziation:**

Es werden ebenfalls nur die Quantenzahlen des Vakuums ausgetauscht. Eines der einlaufenden Teilchen dissoziiert in einen Zustand $X$ größerer Masse.

**Doppelt-diffraktive Dissoziation:**

Es werden ebenfalls nur die Quantenzahlen des Vakuums ausgetauscht. Beide Teilchen dissoziieren in die Zustände $X$ und $Y$ mit größerer Masse.

**Nicht-diffraktive Streuung:**

Beide Teilchen wechselwirken und führen zu einem Endzustand $X$.

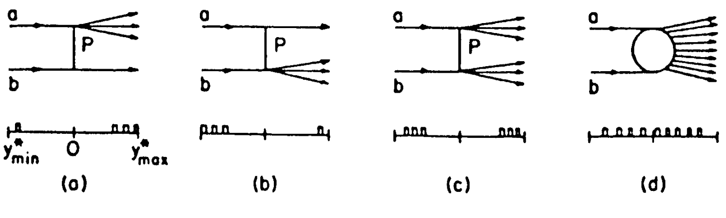


**Abbildung 2.7:** ***Signaturen hadronischer Prozesse***
*Dargestellt sind verschiedene hadronische Prozesse $ab \to X$ und die erwartete Verteilung der Teilchen in Rapiditätsraum (zwischen $y^*_{min}$ und $y^*_{max}$). (a), (b) und (c) zeigen diffraktive Prozesse, (d) symbolisiert nicht-diffraktive Prozesse. In (a) und (b) dissoziiert jeweils eines der beiden Teilchen $a$ und $b$, in (c) dissoziieren beide (aus [GIA90]).*

Abbildung 2.7 zeigt die graphische Klassifikation hadronischen Prozesse (wobei der elastische Fall ($ab \to ab$) nicht gezeigt ist). Im unteren Teil wird die erwartete Verteilung der erzeugten Teilchen im Rapiditätsraum (s.u.) gezeigt, dabei ist die charakteristische Signatur der diffraktiven Prozesse das Auftreten einer Lücke ohne Teilchenproduktion im Endzustand.

Die Rapidität $y$ eines Teilchens ist durch seine Energie $E$ und seinen longitudinalen Impuls $p_z$ bestimmt:

$$y = \frac{1}{2} \log \left( \frac{E + p_z}{E - p_z} \right). \tag{2.45}$$

Unter Lorentz-Transformationen (mit $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$) entlang der $z$-Achse weist die Rapidität ein einfaches Transformationsverhalten auf:

$$y \to y + \frac{1}{2} \log \left( \frac{1+\beta}{1-\beta} \right), \tag{2.46}$$

d.h. die Rapidität ist in verschiedenen durch longitudinale Lorentz-Transformationen („boost“) verbundenen Bezugssystemen bis auf eine additive Zahl bestimmt. Dies führt zu der Invarianz von Rapiditätsdifferenzen unter Lorentz-„Boosts“.

Für ein masseloses Teilchen schreibt sich die Rapidität wie folgt[5]:

$$y \overset{m \to 0}{\to} -\log \tan \frac{\vartheta}{2} \equiv \eta. \tag{2.47}$$

Hierbei wird $\eta$ als Pseudorapidität bezeichnet, die nur vom Polarwinkel $\vartheta$ des Teilchens abhängt.

**Die hadronische Natur des Photons**

Die Produktion von Vektormesonen durch „quasireelle“[6] Photonen weist Ähnlichkeiten zur diffraktiven Hadron-Hadron-Streuung auf.

Im Rahmen des Vektor-Meson-Dominanz-Modells (VDM) findet dieses Verhalten eine Erklärung. Das Photon kann im Rahmen dieses Modells für Energien über einigen GeV als Überlagerung der leichten Vektormesonen mit $J^{PC} = 1^{--}$ (d.h. $\rho$, $\omega$, und $\phi$) angesehen werden; es besitzt also eine hadronische Komponente.

### 2.2.4 Die Quantenchromodynamik

Ähnlich zur Diskussion der Lagrange-Dichte der QED wird die Lagrange-Dichte der QCD aus der Forderung der Invarianz unter lokalen Eichtransformationen abgeleitet. Im Gegensatz zur QED, und ähnlich der elektroschwachen Wechselwirkung, gehören die Eichtransformationen einer komplexeren Gruppe (der $SU(3)_C$-Algebra) an und führen zu einer nicht-abelschen Theorie (für Details siehe [MAR78, DOK91, PIC95, STE95]). Die wesentliche Eigenschaft der nicht-abelschen Theorien ist die „asymptotische Freiheit“: Die Wechselwirkung zwischen zwei Teilchen wird für kurze Abstände klein, die Teilchen sind dann quasi-frei. Bei großen Abständen hingegen nimmt die Wechselwirkung stark zu.

Die unter $SU(3)_C$-Transformationen invariante Lagrangedichte $\mathcal{L}_{\mathrm{QCD}}$ der QCD lautet:

$$\mathcal{L}_{\mathrm{QCD}} \equiv -\frac{1}{4} G_a^{\mu\nu} G_{\mu\nu}^a + \sum_f \bar{q}_f \left( i\gamma^\mu D_\mu - m_f \right) q_f . \tag{2.48}$$

[5]Aus $p_z = E \cdot (1 - \cos\vartheta)$ folgt $y = 1/2 \log((1+\cos\vartheta)/(1-\cos\vartheta)) = -\log \sqrt{(1-\cos\vartheta)/(1+\cos\vartheta)}$. Der Ausdruck unter der Wurzel stellt gerade $\tan(\vartheta/2)$ dar.

[6]Für ein sogenanntens reelles Teilchen gilt, daß das Quadrat $m^2$ seiner Masse gleich dem Quadrat $\mathbf{p}^2 = E^2 - \vec{p}^2$ seines Vierer-Impulses ist. Ein virtuelles Teilchen hingegen erfüllt diese Bedingung nicht. Teilchen mit $\mathbf{p}^2 < 0$ werden als „raumartig“, die mit $\mathbf{p}^2 > 0$ als „zeitartig“ bezeichnet. Wenn für die Virtualität des Photons gilt: $Q^2 \approx 0$, dann wird das Photon als „quasireell“ bezeichnet.

Hierbei bezeichnet $q_f$ das Quarkfeld (zum Flavour $f$) und $G^a_{\mu\nu}$ den aus den Gluonfeldern gebildeten Feldstärke-Tensor, der die Dynamik des Gluonfeldes beschreibt. Hierbei stellt $a$ den Index bezüglich des Oktetts der $SU(3)_C$ dar. Die kovariante Ableitung $D_\mu$ ist durch

$$D^\mu q_f \equiv [\partial^\mu - i g_s G^\mu(\mathbf{x})]\, q_f\,, \tag{2.49}$$

gegeben, hierbei bezeichnet $G^\mu$ die acht möglichen (entsprechend den Freiheitsgraden der Eichtransformation) Gluonfelder.

Um die einzelnen Beiträge zur Lagrange-Dichte der QCD zu verstehen, wird Gleichung 2.48 in einzelne Terme zerlegt:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\mathrm{QCD}} \;=\; & -\frac{1}{4}(\partial^\mu G^\nu_a - \partial^\nu G^\mu_a)(\partial_\mu G^a_\nu - \partial_\nu G^a_\mu) + \sum_f \bar{q}^\alpha_f\, (i\gamma^\mu\partial_\mu - m_f)\, q^\alpha_f \\ & + g_s\, G^\mu_a \sum_f \bar{q}^\alpha_f \gamma_\mu \left(\frac{\lambda^a}{2}\right)_{\alpha\beta} q^\beta_f \\ & - \frac{g_s}{2} f^{abc}\,(\partial^\mu G^\nu_a - \partial^\nu G^\mu_a)\, G^b_\mu G^c_\nu \;-\; \frac{g_s^2}{4} f^{abc} f_{ade}\, G^\mu_b G^\nu_c G^d_\mu G^e_\nu\,.\end{aligned} \tag{2.50}$$

Hierbei sind $f^{abc}$ die Strukturkonstanten der $SU(3)_C$-Algebra und $\frac{\lambda^a}{2}$ bezeichnen die Generatoren dieser Algebra.

Die erste Zeile von Gleichung 2.51 enthält die Terme für den Gluon- und den Quarkpropagator, in der zweiten Zeile ist die Quark-Gluon Wechselwirkung beschrieben. Die dritte Zeile schließlich enthält die Selbstkopplungen der Gluonen (Drei-Gluon- bzw. Vier-Gluon-Vertex), die durch die nicht-abelsche Theorie entstehen[7]. Abbildung 2.8 zeigt graphisch eine Zerlegung der QCD Lagrangedichte in die oben erwähnten Terme, die hier durch Feynman-Diagramme symbolisiert werden. In der ersten Zeile befindet sich der Gluonpropagator sowie die Terme für die Selbstkopplung von drei bzw. vier Gluonen; die zweite Zeile enthält den Quarkpropagator und den Beitrag der Kopplung von Quarks und Gluonen.

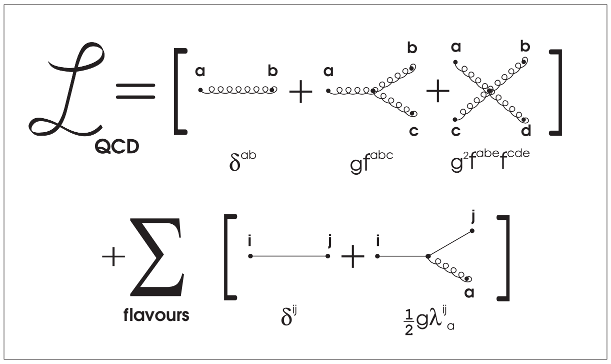


**Abbildung 2.8:** ***Schematische Darstellung der QCD Lagrange-Dichte***
*Gezeigt sind die einzelnen Terme der QCD Lagrange-Dichte in Form der entsprechenden Quark- und Gluon-Kopplungen (aus [SCH96])*

Die Lagrange-Dichte hat eine sehr kompakte Form. Alle in ihr enthalten Wechselwirkungen werden durch einen einzelnen Parameter bestimmt: die starke Kopplungskonstante $g_s$.

Analog zur Bestimmung der skalenabhängigen Kopplungskonstanten der QED kann auch bei der QCD vorgegangen werden. Aufgrund der nicht-abelschen Theorie tragen Diagramme bei, in denen die Gluon-Selbstkopplung eine Rolle spielt. Nach Berechnung der Ein-Schleifen Diagramme ergibt sich für die $\beta$-Funktion der Renormalisierungs-Gruppen-Gleichung (siehe Abschnitt 2.1.2) folgender Ausdruck:

$$\beta_1 \;=\; \frac{2N_f - 11N_C}{6}\,. \tag{2.51}$$

[7] Anschaulich ist dies aufgrund der Tatsache zu verstehen, daß Gluonen im Gegensatz zum Photon selbst (Farb-)Ladung tragen.

Hierbei bezeichnet $N_f$ die Zahl der Quarksorten (dies ist der Beitrag der Quark-Antiquark-Schleifen), $N_C$ die Zahl der Farben (der Beitrag der Gluon-Selbstkopplung). Da $N_f < 16$ zu $\beta_1 < 0$ führt, nimmt die Kopplungskonstante bei kurzen Abständen (d.h. großen Skalen) ab: $\lim_{Q^2\to\infty} \alpha_s(Q^2) = 0$ (d.h. „asymptotische Freiheit").

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{\alpha_s(Q_0^2)}{1 - \frac{\beta_1 \alpha_s(Q_0^2)}{2\pi} \ln\left(Q^2/Q_0^2\right)}, \tag{2.52}$$

Gleichung 2.52 zeigt die Skalenabhängigkeit der starken Kopplungskonstante (in führender Ordnung). Die Abnahme zu kleinen Abständen (also asymptotische Freiheit) ist ein Resultat der Gluon-Selbstkopplung, die zur Ausbreitung der QCD-Farbladung führt – im Gegensatz zur Abschirmung der elektrischen Ladung im Fall der QED.

### 2.2.5 Die Formation des Endzustands in Streuprozessen

Ein wesentlicher Bestandteil der Quantenchromodynamik sind die Theoreme zur Faktorisierung der Wechselwirkungen mit kleinen von den Wechselwirkungen mit großen Skalen. Dies erlaubt eine Trennung des störungstheoretisch behandelbaren Bereichs kleiner Abstände (große Skalen) von dem nicht-perturbativen Bereich großer Abstände.

Der Wirkungsquerschnitt für einen Prozeß, in dem harte Streuung (oder allgemein eine Skala größer als die Faktorisierungsskala) auftritt, kann als Faltung des Wirkungsquerschnitts für den harten Streuprozeß mit den entsprechenden Verteilungen (z.B. Partondichten oder Fragmentationsfunktionen), die die nicht-perturbativen Effekte beschreiben, dargestellt werden.

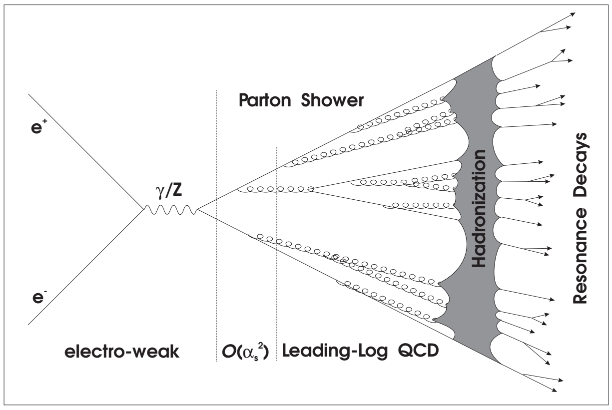


**Abbildung 2.9: *Die Entstehung des Endzustands in $e^+e^- \to q\bar{q}$***

*Gezeigt ist die Entstehung des hadronischen Endzustands in der Elektron-Positron-Vernichtung für die Erzeugung eines Quark-Antiquark-Paares (aus [SCH95]). Das farbgeladene Quark (bzw. das Antiquark) kann im Rahmen der perturbativen QCD Gluonen abstrahlen. Es bildet sich eine Partonkaskade („Parton Shower") aus. Der Übergang der farbgeladenen Partonen in Hadronen wird als Hadronisierung („Hadronization") bezeichnet . Die entstandenen Hadronen zerfallen, falls sie nicht stabil sind, in die im Detektor beobachtbaren Teilchen („Resonance Decays")*

Abbildung 2.9 zeigt die Produktion eines Endzustandes aus vielen Hadronen in der Elektron-Positron-Vernichtung [SCH95]. Die Modellierung dieses Prozesses kombiniert Beiträge der perturbativen QCD mit Elementen aus dem nicht-perturbativen Bereich. Dabei werden im letzteren Fall phänomenologische Modelle verwendet.

Mehrere Stufen können dabei unterschieden werden. Nach der Produktion eines Quark-Antiquark-Paares aus dem Boson ($\gamma$ oder $Z^0$ ) kann das Quark bzw. das Antiquark Gluonen abstrahlen. Die Gluonen wiederum können sich in zwei Gluonen aufteilen oder ein Quark-Antiquark-Paar bilden. Es kommt zur Ausbildung einer Partonkaskade, in der die (raumartige) Virtualität der Partonen immer kleiner wird. Wird eine Schwelle für die Virtualität unterschritten, bricht die Kaskade ab. Die resultierende Ansammlung von farbgeladenen Partonen wird (über ein phänomenologisches Modell) in farbneutrale Hadronen überführt. Die erzeugten Hadronen können gemäß ihrer Eigenschaften (Lebensdauer und Zerfallsbreiten) in andere Hadronen zerfallen.

### 2.2.6 QCD-motivierte Modelle für diffraktive Hadron-Hadron-Streuung

**Das Zwei-Gluon-Modell**

Das einfachste Modell im Rahmen der Quantenchromodynamik zur Wechselwirkung ohne Farbaustausch zwischen Hadronen wird durch den Austausch von zwei Gluonen gegeben [LAN87]. Im Modell abelscher Gluonen von Nachtmann und Landshoff bilden die Gluon ein Kondensat. Die Korrelationslänge $a$ der Gluonfelder im Vakuum wird als klein gegenüber dem Radius ($\approx$ 1 fm) von Hadronen mit leichten Quarks angenommen. Dies hat zur Folge, daß der Abstand zwischen den Quarks größer ist als $a$. Beide Gluonen koppeln an das gleiche Quark; die Kopplung erfolgt ähnlich einem $C = +1$ isoskalaren Photon. Das Modell führt zu einem konstanten totalen Wirkungsquerschnitt und zur additiven Quark-Regel (siehe Abschnitt 3.1.2).

**Das Drei-Gluon-Modell**

Donnachie und Landshoff [DON91] haben den Austausch den $C = -1$-Beitrag des Austauschs dreier „nicht perturbativer" Gluonen berechnet, dieser kann als Prototyp für den Odderon-Austausch angesehen werden. Auch hier wird die Korrelationslänge $\lambda$ des Gluonkondensats als klein gegenüber dem Hadronradius gesetzt. Die Rechnung führt zu einer schwächeren Kopplung des Odderons in ein Nukleon im Vergleich zum Pomeron. Für $t \approx 0$ ist die Amplitude des Drei-Gluon-Austausch fast vollständig reell, die des Pomeron-Austausch fast vollständig imaginär.

**Das stochastische Vakuum**

Das Modell des stochastischen Vakuums [DOS92] ist ein nicht-abelsches Modell der Streuung bei hohen Energien, das eine Beziehung zwischen Parametern dieser Streuung und der Spektroskopie von Hadronen herstellt. Die totalen Wirkungsquerschnitt hängen in diesem Modell vom (elektromagnetischen) Radius der Hadronen ab und können die Daten reproduzieren.

Der führende Beitrag negativer $C$-Parität ist im Rahmen dieses Modells [RUE96] stark von der Struktur des Nukleons abhängig. Insbesondere gilt dies auch für den Wert des Parameters $\Delta\rho$. Wenn sich zwei Quarks im Baryon zu einem Diquark mit Radius kleiner als 0.3 fm formieren, wird eine Unterdrückung des $\Delta\rho$-Parameters auf Werte $|\Delta\rho| < 0.02$ erzielt; dies ist mit existierenden Daten verträglich.

Im Rahmen dieses Modells treten Beiträge negativer $C$-Parität auf, die auf der Ebene der Quarks nicht unterdrückt, im Nukleon hingegen aufgrund dessen Struktur unterdrückt werden.

## 2.3 Tiefinelastische Streuung

### 2.3.1 Der Wirkungsquerschnitt für Lepton-Nukleon-Streuung

Abbildung 2.10 zeigt die die Reaktion $ep \to eX$ mit den Vierer-Impulsen $\mathbf{k}$ des einlaufenden Elektrons, $\mathbf{P}$ des einlaufenden Protons, $\mathbf{k}'$ des gestreuten Elektrons und $\mathbf{p}_X$ des hadronischen Endzustands (definiert als der gesamte Endzustand ohne das gestreute Elektron). Im folgenden wird die Leptonmasse stets vernachlässigt, d.h. zu Null gesetzt.

Unter Verwendung des Vierer-Impulses
$\mathbf{q} = \mathbf{k} - \mathbf{k}'$ des ausgesandten Photons ergibt sich die invariante Größe $Q^2 > 0$ als negatives Quadrat des (raumartigen) Vierer-Impulsübertrags vom einlaufenden Elektron auf das Proton:

$$Q^2 = -\mathbf{q}^2 = -(\mathbf{k} - \mathbf{k}')^2. \tag{2.53}$$

Der Vierer-Vektor $\mathbf{p}_X$ des hadronischen Endzustands ist durch die Vierer-Vektoren des Protons und des Photons bestimmt ($\mathbf{p}_X = \mathbf{P} + \mathbf{q}$). $\mathbf{p}_X^2$ ergibt das Quadrat der invarianten Masse $W$ des hadronischen Endzustands:

$$W^2 = \mathbf{p}_X^2 = (\mathbf{P} + \mathbf{q})^2. \tag{2.54}$$

Das Quadrat $s$ der Schwerpunktsenergie ist gegeben durch

$$s = (\mathbf{P} + \mathbf{k})^2. \tag{2.55}$$

Weiter können die folgenden dimensionslosen Variablen definiert werden:

$$x = \frac{-(\mathbf{k} - \mathbf{k}')^2}{2\mathbf{P} \cdot (\mathbf{k} - \mathbf{k}')} = \frac{Q^2}{2\mathbf{P} \cdot \mathbf{q}}, \tag{2.56}$$

sowie

$$y = \frac{\mathbf{P} \cdot (\mathbf{k} - \mathbf{k}')}{\mathbf{P} \cdot \mathbf{k}} = \frac{\mathbf{P} \cdot \mathbf{q}}{\mathbf{P} \cdot \mathbf{k}}. \tag{2.57}$$

$x$ wird als Bjorkensche Skalenvariable bezeichnet, ihre Bedeutung wird im nächsten Abschnitt erklärt. $y$ gibt im Ruhesystem des Protons den auf die Elektronenergie normierten Energieübertrag auf das Proton an. Der Wertebereich von $x$ und $y$ ist eingeschränkt: $0 < x, y < 1$.

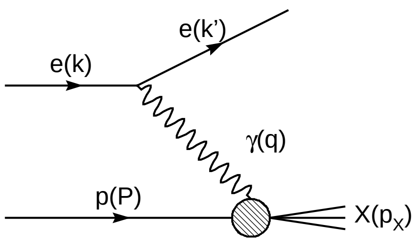


**Abbildung 2.10: *Kinematik der tiefinelastischen Streuung***
*Gezeigt ist die Reaktion $ep \to eX$ mit den zur Definition der kinematischen Variablen benötigten Vierer-Impulsen*

Die Variablen $x$, $y$ und $Q^2$ sind nicht unabhängig, sondern über die folgende Beziehung mit dem Quadrat der Schwerpunktsenergie verknüpft:

$$Q^2 = sxy. \tag{2.58}$$

Werden die Skalenvariablen $x$ und $y$ als Funktion der invarianten Größen $s$, $W^2$, $Q^2$ und $M_p$ ausgedrückt, ergeben sich folgende Ausdrücke:

$$x = \frac{Q^2}{W^2 + Q^2 - M_p^2}, \tag{2.59}$$

$$y = \frac{W^2 + Q^2 - M_p^2}{s - M_p^2}, \tag{2.60}$$

Unter Verwendung eines leptonischen Tensor $l_{\mu\nu}$, der aus den Vierer-Impulsen des einlaufenden und des gestreuten Elektrons gebildet wird, sowie eines hadronischen Tensors, in den die Vierer-Impulse des Photons und des Protons sowie der Strom $J_\mu^{em}(\mathbf{x})$ – der den Übergang des Photon-Proton-Systems in den Endzustand $X$ beschreibt – eingehen, kann der Wirkungsquerschnitt für die Reaktion $ep \to eX$ in kompakter Form geschrieben werden [MIS89, ROB90]:

$$E' \frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}^3 k'} = \frac{2M_p}{s - M_p^2} \frac{\alpha^2}{Q^4} l^{\mu\nu} W_{\mu\nu}. \tag{2.61}$$

Durch Forderung der Invarianz unter Zeitumkehrtransformationen, der Erhaltung der Parität und des elektromagnetischen Stromes sowie unter Ausnützung der Symmetrie des leptonischen Tensors kann gezeigt werden, daß der Informationsgehalt des hadronischen Tensors in Form zweier reeller und unabhängiger Strukturfunktionen $W_i(W^2, Q^2)$ darstellbar ist.

$$W_{\mu\nu}(\mathbf{P}, \mathbf{q}) = -W_1(g_{\mu\nu} + \frac{1}{Q^2} q_\mu q_\nu) + \frac{1}{M_p^2} W_2(p_\mu + \frac{\mathbf{p}\cdot\mathbf{q}}{Q^2} q_\mu)(p_\nu + \frac{\mathbf{p}\cdot\mathbf{q}}{Q^2} q_\nu) \tag{2.62}$$

Mit dem Wirkungsquerschnitt für Mott-Streuung (Streuung von punktförmigen Spin-$\frac{1}{2}$-Teilchen in einem Coulomb-Feld):

$$\frac{\mathrm{d}\sigma_{\mathrm{Mott}}}{\mathrm{d}Q^2} = \frac{4\pi\alpha^2}{Q^4}\left[\frac{(s-M_p^2)(s-W^2-Q^2)}{M_p^2 Q^2} - 1\right], \tag{2.63}$$

kann der Wirkungsquerschnitt aus Gleichung 2.61 wie folgt dargestellt werden:

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}^2\sigma}{\mathrm{d}Q^2\mathrm{d}W^2} &= \frac{\mathrm{d}\sigma_{\mathrm{Mott}}}{\mathrm{d}Q^2}\frac{1}{2M_p} \\ & \left[2W_1(W^2,Q^2)\left\{\frac{(s-M_p^2)(s-W^2-Q^2)}{M_p^2 Q^2} - 1\right\}^{-1} + W_2(W^2,Q^2)\right]. \end{aligned} \tag{2.64}$$

### 2.3.2 Das Parton-Modell

Der Inhalt des Quark-Parton-Modells läßt sich in einem Satz zusammenfassen:

> Die tiefinelastische Streuung ist als inkohärente Summe elastischer Streuprozesse des Elektrons an „quasi-freien" Konstituenten des Protons darstellbar.

Die wesentlichen Annahmen hierbei sind die Lorentz-Kontraktion und -Zeitdilatation der internen Zustände des Nukleons sowie die großen Zeitskalen, auf denen die Hadronisierung abläuft. Zur Ableitung des Parton-Modells (im Grenzfall $Q^2 \to \infty$) wird ein Bezugssystem benutzt, in dem nur sehr große Impulse auftreten („infinite momentum frame"). Dies führt zu den beiden folgenden Näherungen, aus denen die inkohärente Überlagerung folgt:

- Minimierung der Fluktuation des virtuellen Photons in einen hadronischen Zustand:

  Durch die Forderung, daß das virtuelle, raumartige Photon eine minimale Energie besitzt, werden mögliche Fluktuationen in hadronische Zustände minimiert. Die Lebensdauer $\tau_\gamma$ eines solchen Zustands ist umgekehrt proportional zum Betrag $Q$ des Impulsübertrags, $\tau_\gamma \propto 1/Q$. Für den tiefinelastischen Grenzfall $Q^2 \to \infty$ folgt $\tau_\gamma \to 0$.

- Die Partonen verhalten sich während des Streuprozesses als „quasi-frei":

  Der während des Streuprozesses auftretende Zwischenzustand (mit Masse $M_z$) muß eine Lebensdauer $\tau_z$ besitzen, die groß genug ist, um Wechselwirkungen der restlichen Partonen auszuschließen. Mit der Masse $M$ des Objekts folgt für die Lebensdauer $\tau_z \propto 2P\ (M_z^2 - M^2)$. In einem „infinite momentum frame" ist die Bedingung erfüllt.

Wenn $q(x)$ die Dichte[8] dieser Partonen im Proton bezeichnet und $e_q$ ihre elektrische Ladung, ergibt sich unter Annahme des Quark-Parton-Modells der differentielle Wirkungsquerschnitt zu

$$\frac{\mathrm{d}^2\sigma}{\mathrm{d}x\mathrm{d}Q^2} = \sum_q \int_0^1 \mathrm{d}\xi q(\xi) \left(\frac{\mathrm{d}^2\sigma}{\mathrm{d}x\mathrm{d}Q^2}\right)_{eq}, \tag{2.65}$$

wobei

$$\left(\frac{\mathrm{d}^2\sigma}{\mathrm{d}x\mathrm{d}Q^2}\right)_{eq} = \frac{2\pi\alpha^2 e_q^2}{Q^4}(1+(1-y)^2)\delta(x-\xi) \tag{2.66}$$

der aus den Feynman-Regeln bestimmte Wirkungsquerschnitt für elastische Elektron-Quark-Streuung ist. Die Delta-Funktion (bzw. genauer Distribution) ergibt sich durch Betrachtung des tiefinelastischen Grenzfalls ($m_q^2 = (\xi\mathbf{P}+\mathbf{q})^2 \approx 2\xi\mathbf{P}\cdot\mathbf{q} - Q^2$, für $Q^2 \gg m_q^2$ folgt $x = \xi$).

Werden die Beiträge der einzenen Quarks (Ladungsquadrat $e_q^2$ und mit Impulsbruchteil $x$ gewichtete Dichteverteilung $q(x)$) in einer Strukturfunktion $F_2(x)$ zusammengefaßt:

$$F_2(x) = \sum_q e_q^2 x q(x), \tag{2.67}$$

ergibt sich der differentielle Wirkungsquerschnitt zu (unter Vernachlässigung der Protonmasse):

$$\frac{\mathrm{d}^2\sigma}{\mathrm{d}x\mathrm{d}Q^2} = \frac{4\pi\alpha^2}{Q^4 x}\left[1 - y + \frac{y^2}{2(1+R)}\right] F_2(x,Q^2). \tag{2.68}$$

Hierbei bezeichnet $R$ das Verhältnis der Wirkungsquerschnitte für longitudinal ($\sigma_L$) und transversal ($\sigma_T$) polarisierte Photonen:

$$R = \frac{\sigma_L}{\sigma_T} = \frac{F_L}{F_1} = \frac{2xF_1 - F_2}{F_1}, \tag{2.69}$$

wobei $F_L$ die longitudinale Strukturfunktion bezeichnet. Im Quark-Parton-Modell folgt aus der oben gezeigten Betrachtung des Streuprozesses – als inkohärente Summe über elastische Elektron-Quark-Streuung – die Callan-Gross-Relation: $F_L = 0$ (wenn die Partonen Spin 1/2 tragen).

Die Strukturfunktion beschreibt den Aufbau des Protons, die restlichen Faktoren im Wirkungsquerschnitt beschreiben die Kinematik des Streuprozesses. Die Invarianz der Strukturfunktion gegenüber der Skala $Q^2$ spiegelt die Tatsache wider, daß der harte Streuprozeß in kurzer Zeit stattfindet, während der die Partonen als freie Objekte angesehen werden können. Diese Beobachtung (sowohl die theoretische Vorhersage von Bjorken [BJO69] als auch die experimentelle Bestätigung – siehe Abschnitt 3.2.1) führten zu genaueren Untersuchungen der nicht-abelschen Feldtheorien, die die wichtige Eigenschaft der „asymptotischen Freiheit“ besitzen, d.h. die Kopplung verschwindet bei kleinen Abständen.

### 2.3.3 Das QCD-erweiterte Parton-Modell

#### Die Korrekturen zum harten Streuprozeß

Abbildung 2.11 zeigt die Korrekturen in führender Ordnung zum tiefinelastischen Streuprozeß des Quark-Parton-Modells. Diese sind durch die sogenannten „Matrixelement“ exakt berechenbar. Neben dem Born-Term ($\gamma^* q \to q$, „QPM“) kann ein Gluon

[8] Dies bedeutet, daß $q(x)\mathrm{d}x$ die Zahl der Quarks vom Flavour $q$ mit Impulsbruchteilen im Bereich $(x, x+\mathrm{d}x)$ darstellt.

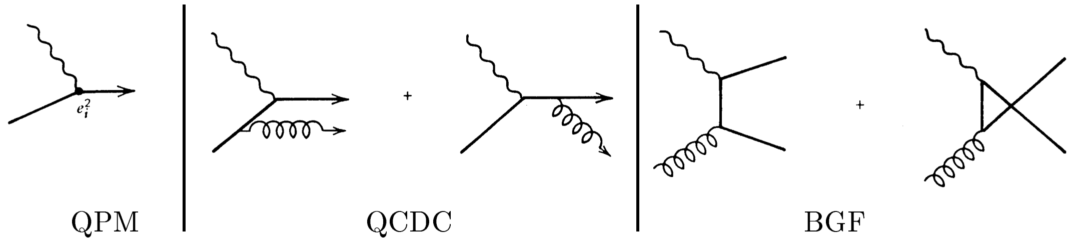


**Abbildung 2.11: *Partonprozesse in führender Ordnung der QCD***
*Gezeigt sind die möglichen Beiträge der Ordnung $\mathcal{O}(\alpha_S)$ zum harten Streuprozeß in tiefinelastischer Streuung: der Bornterm der Kopplung des Photons an das Quark („QPM“), die Abstrahlung eines Gluons vor oder nach der Streuung des Photons am Quark („QCDC“ – QCD-Compton-Prozeß) und die Bildung eines Quark-Antiquark-Paares durch Boson-Gluon-Fusion („BGF“)*

abgestrahlt werden ($\gamma^* q \to qg$, „QCDC“ – QCD-Compton-Prozeß). Die direkte Wechselwirkung eines Photons mit einem Gluon ist nicht möglich, da das Gluon keine elektrische Ladung trägt. Nur über ein Quark-Antiquark-Paar kann ein Streuprozeß stattfinden. Dieser wird als Boson-Gluon-Fusion ($\gamma^* G \to q\bar{q}$, „BGF“) bezeichnet.

Die Matrixelemente weisen für kleine Energien der abgestrahlten Gluonen sowie für kleine Winkel zwischen den beiden Teilchen im Endzustand Divergenzen auf. Diese werden teilweise durch virtuelle Korrekturen (Feynman-Diagramme mit geschlossenen Schleifen) kompensiert; der verbleibende Teil wird in den Partondichten absorbiert.

### Die Entwicklung der Partondichten

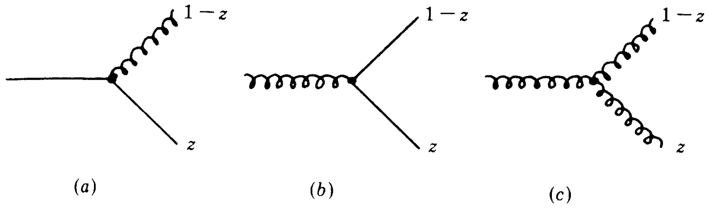


**Abbildung 2.12: *Partonprozesse in führender Ordnung der QCD***
*Gezeigt sind die möglichen Beiträge (in führender Ordnung) der Quantenchromodynamik, die zur Aufspaltung eines Partons in zwei Partonen führen: in (a) die Aufspaltung eines Quarks in ein Quark und ein Gluon, in (b) die Bildung eines Quark-Antiquark-Paares aus einem Gluon sowie in (c) die Aufspaltung eines Gluons in zwei Gluonen führen (aus [ROB90])*

In führender Ordnung ($\mathcal{O}(\alpha_S)$) der QCD kann ein Quark ein Gluon abstrahlen. Dabei geht das Quark in ein Quark mit Impulsbruchteil $z$ und ein Gluon mit Impulsbruchteil $(1-z)$ über ($q \to qg$). Aus den Feynman-Regeln ergibt sich der Wirkungsquerschnitt zu

$$\sigma \propto \frac{\alpha_S(Q^2)}{2\pi} P_{q\to q}(z) \log(\frac{Q^2}{Q_0^2}). \tag{2.70}$$

Hierbei wird $P_{q\to q}(z)$ als „splitting function“ bezeichnet, die die Wahrscheinlichkeit für die Aufteilung des ursprünglichen Partonimpulses auf die beiden erzeugten Partonen beschreibt. Der Beitrag proportional zu $\log Q^2$ ist das Resultat eines Integrals über den Transversalimpuls (Bremsstrahlungs-artiges Spektrum), da die Beschränkung des Transversalimpulses nicht mehr gilt.

Abbildung 2.12 zeigt alle möglichen Prozesse in führender Ordnung $\mathcal{O}(\alpha_S)$. Neben dem bereits beschriebenen Prozeß $q \to gq$ (a) sind die Aufspaltung $g \to q\bar{q}$ eines Gluons in ein Quark-Antiquark-Paar (b) sowie die Aufspaltung $g \to gg$ eines Gluons in zwei Gluonen zu sehen (c).

Bezüglich des Quarkflavour können die Partondichten in zwei Gruppen aufgeteilt werden:

- Nicht-Singulett-Dichten ($q^{NS}$):
  $q^{NS} = q(x,Q^2) - \bar{q}(x,Q^2)$.
- Singulett-Dichten ($q^S$ und $G$):
  $q^S = q(x,Q^2) + \bar{q}(x,Q^2)$ und $G = g(x,Q^2)$.

Die Unterscheidung der Singulett- und Nicht-Singulett-Dichten kann am Beispiel des Protons und des Neutrons veranschaulicht werden: Die Partondichten für die Gluonen und die See-Quarks (genauer Quark-Antiquark-Paare) sollten identisch sein für beide Nukleonen; hingegen unterscheiden sich die Valenzquarks, deren Dichten als Nicht-Singulett bezeichnet werden.

Zusammengefaßt ergeben sich folgende drei Gleichungen, die die Änderung der Singulett- und Nicht-Singulett-Dichten beschreiben. Diese werden als DGLAP-Gleichungen bezeichnet, nach den Initialen der Autoren [DOK71, GRI72, ALT77]:

$$\frac{\mathrm{d}q^{NS}(x,Q^2)}{\mathrm{d}\log Q^2} = \frac{\alpha_S(Q^2)}{2\pi} \int_x^1 P_{q\to q}\left(\frac{x}{y}\right) q^{NS}(y,Q^2), \tag{2.71}$$

$$\frac{\mathrm{d}q^{S}(x,Q^2)}{\mathrm{d}\log Q^2} = \frac{\alpha_S(Q^2)}{2\pi} \int_x^1 \left(P_{q\to q}\left(\frac{x}{y}\right) q^{S}(y,Q^2) + P_{g\to q}\left(\frac{x}{y}\right) G(y,Q^2)\right), \tag{2.72}$$

und

$$\frac{\mathrm{d}G(x,Q^2)}{\mathrm{d}\log Q^2} = \frac{\alpha_S(Q^2)}{2\pi} \int_x^1 \left(\sum_q P_{q\to g}\left(\frac{x}{y}\right) q^{S}(y,Q^2) + P_{g\to g}\left(\frac{x}{y}\right) G(y,Q^2)\right). \tag{2.73}$$

Hierbei haben die „splitting functions“ die folgende Form:

$$\begin{aligned} P_{q\to q}(z) &= \frac{4}{3}\frac{1+z^2}{1-z} \\ P_{g\to q}(z) &= \frac{1}{2}\left(z^2+(1-z)^2\right) \\ P_{q\to g}(z) &= \frac{4}{3}\frac{1+(1-z)^2}{z} \\ P_{g\to g}(z) &= 6\left(\frac{z}{1-z}+\frac{1-z}{z}+z(1-z)\right) \end{aligned} \tag{2.74}$$

$$\tag{2.75}$$

Diese Änderung der Partondichten durch Effekte der Quantenchromodynamik führt zur Brechung der Skaleninvarianz der Strukturfunktion $F_2$. Diese ist nunmehr eine Funktion von zwei Variablen $F_2 = F_2(x,Q^2)$. Darüberhinaus führen die beschriebenen Effekte (Abstrahlung von Gluonen sowie der Prozeß der Boson-Gluon-Fusion) zu einer nicht verschwindenen longitudinalen Strukturfunktion. Ein weiterer Beitrag ist der nicht verschwindende Transversalimpuls der Partonen im Proton.

In den DGLAP-Gleichungen werden die Terme $\alpha_S^n \log^n \frac{Q^2}{Q_0^2}$ der QCD-Korrekturen summiert. In einer physikalischen Eichung stellt diese Summation eine raumartige Kette der

Emission von $n$ Gluonen dar, wobei der Transversalimpuls der Gluonen (stark) geordnet ist: $Q_T^2 \ll \ldots \ll Q_{Tn}^2 \ll Q^2$. Die DGLAP-Gleichungen sagen nur die Abhängigkeit der Strukturfunktion $F_2$ von $Q^2$ voraus, können aber keine Vorhersage für die $x$-Abhängigkeit machen.

### 2.3.4 Der Wirkungsquerschnitt für Photon-Nukleon-Streuung

Wird der Wirkungsquerschnitt für die Reaktion $ep \to eX$ in einen totalen Wirkungsquerschnitt für die Streuung $\gamma^* p \to eX$ eines virtuellen Photons am Proton umgerechnet (unter Ausnutzung des bekannten Wirkungsquerschnitts für die Abstrahlung eines Photons vom Elektron), ergibt sich folgender Ausdruck ( [LEV96]):

$$\sigma_{tot}^{\gamma^* p}(W^2, Q^2) = \frac{4\pi^2\alpha}{Q^2}\frac{1}{1-x}\left(1 + \frac{4M_p^2 x^2}{Q^2}\right) F_2(x, Q^2). \tag{2.76}$$

Diese Darstellung erlaubt die Untersuchung der Energieabhängigkeit für die Streuung von Photonen mit verschiedenen Virtualitäten $Q^2$ am Proton. In Abschnitt 5.4.1 wird eine Zusammenstellung über einen weiten Bereich in $Q^2$ gezeigt.

## 2.4 Photon-Photon-Wechselwirkung

### 2.4.1 Der Wirkungsquerschnitt für Photon-Photon-Reaktionen

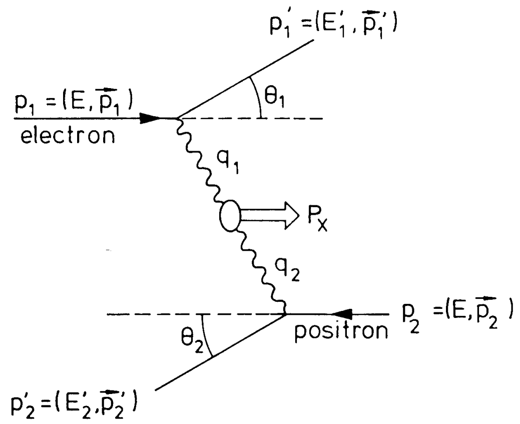


**Abbildung 2.13: *Photon-Photon-Wechselwirkung in $e^+e^-$-Kollisionen***
*Gezeigt sind die Kinematik und die Variablen für die Produktion eines Endzustands X durch einen Zwei-Photon-Prozeß in $e^+e^-$-Kollisionen (aus [BER87a])*

Abbildung 2.13 zeigt die Erzeugung eines Endzustands $X$ durch Zwei-Photon-Fusion in einer $e^+e^-$-Kollision. Das Elektron (Positron) im Anfangszustand wird durch den Vierer-Impuls $\mathbf{p}_1$ ($\mathbf{p}_2$) beschrieben. Der Impuls $\mathbf{p}'_1 = (E'_1, \vec{p_1}')$ ($\mathbf{p}'_2$) des gestreuten Elektrons (Positrons) bestimmt den Vierer-Impuls $\mathbf{q}_i = \mathbf{p}_i - \mathbf{p}'_i$ des abgestrahlten Photons. Der Impuls $\mathbf{P}_X$ des Endzustands $X$ ergibt sich zu $\mathbf{P}_X = \mathbf{q}_1 + \mathbf{q}_2$.

Der Wirkungsquerschnitt $\mathrm{d}\sigma(^+e^- \to^+ e^- X)$ für die Produktion eines Endzustands $X$ über die Photon-Photon Wechselwirkung kann für unpolarisierte Strahlen (und unpolarisierte Teilchen im Endzustand) in folgender Form [BUD74] angegeben werden:

$$
\begin{aligned}
d\sigma_{e^+e^-\to e^+e^-X} \;=\; & \frac{\alpha^2}{16\pi^4 \mathbf{q}_1^2\mathbf{q}_2^2}\sqrt{\frac{(\mathbf{q}_1\mathbf{q}_2)^2-\mathbf{q}_1^2\mathbf{q}_2^2}{(\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2)^2-m_1^2m_2^2}}\frac{d^3p_1'}{E_1'}\frac{d^3p_2'}{E_2'} \\
& [4\rho_1^{++}\rho_2^{++}\sigma_{TT}+2\rho_1^{++}\rho_2^{00}\sigma_{TL}+2\rho_1^{00}\rho_2^{++}\sigma_{LT}+ \qquad (2.77)\\
& \rho_1^{00}\rho_2^{00}\sigma_{LL}+2|\rho_1^{+-}\rho_2^{+-}|\tau_{TT}\cos 2\tilde{\varphi}-8|\rho_1^{+0}\rho_2^{+0}|\tau_{TL}\cos\tilde{\varphi}]\,.
\end{aligned}
$$

Die einzelnen Summanden sind das Produkt einer invarianten Funktion für die Beschreibung des Übergangs zweier Photonen in den Endzustand $X$ und zweier Funktionen, die die Kopplung des jeweiligen Photons an das Lepton beschreiben. Hierbei ist $m_i$ die Masse des gestreuten Elektrons (Positrons) und $\mathbf{q}_i$ der Vierer-Impuls der Photonen. Im Schwerpunktsystem der beiden Photonen bezeichnen $a$ und $b$ die möglichen Helizitäten der Photonen ($a, b = +,-,0$) und $\tilde{\varphi}$ ist der Winkel zwischen den Streuebenen (aus einlaufendem und auslaufendem Teilchen gebildet) für das Elektron und das Positron.

Die Terme $\rho_i^{ab}$ sind die Photon-Dichtematrixelemente, die den durch Teilchen $i$ hervorgerufenen Photonfluß für die verschiedenen Helizitäten beschreiben. Die Beschreibung der Produktion des Zustands $X$ aus zwei Photonen ist durch $\sigma_{ij}$ bzw. $\tau_{ij}$ gegeben; diese stellen Linearkombinationenvon Wirkungsquerschnitten für die Produktion von $X$ dar. Hierbei wird zwischen transversaler und longitudinaler Polarisation unterschieden ($i, j = T, L$).

Für die Photon-Dichtematrizen ergeben sich folgende Ausdrücke:

$$
\begin{aligned}
2\rho_1^{++} &= 2\rho_1^{--} \\
&= \frac{1}{X}(2\mathbf{p}_1\mathbf{q}_2-\mathbf{q}_1\mathbf{q}_2)^2+1+\frac{4m^2}{\mathbf{q}_1^2}, \\
\rho_1^{00} &= \frac{1}{X}(2\mathbf{p}_1\mathbf{q}_2-\mathbf{q}_1\mathbf{q}_2)^2-1, \\
8|\rho_1^{+0}\rho_2^{+0}|\cos\tilde{\varphi} &= \frac{4}{X}(2\mathbf{p}_1\mathbf{q}_2-2\mathbf{q}_1\mathbf{q}_2)(2\mathbf{p}_2\mathbf{q}_1-2\mathbf{q}_1\mathbf{q}_2)C\frac{1}{\sqrt{\mathbf{q}_1^2\mathbf{q}_2^2}}, \\
2|\rho_1^{+-}\rho_2^{+-}|\cos 2\tilde{\varphi} &= \frac{C^2}{\mathbf{q}_1^2\mathbf{q}_2^2}-2(\rho_1^{++}-1)(\rho_2^{++}-1). \qquad (2.78)
\end{aligned}
$$

wobei die folgenden Abkürzungen verwendet werden:

$$
\begin{aligned}
X &= (\mathbf{q}_1\mathbf{q}_2)^2-\mathbf{q}_1^2\mathbf{q}_2^2 \\
C &= -(2\mathbf{p}_1-\mathbf{q}_1)(2\mathbf{p}_2-\mathbf{q}_2)+\frac{1}{X}(\mathbf{q}_1\mathbf{q}_2)(2\mathbf{p}_1\mathbf{q}_2-\mathbf{q}_1\mathbf{q}_2)(2\mathbf{p}_2\mathbf{q}_1-\mathbf{q}_1\mathbf{q}_2) \qquad (2.79)
\end{aligned}
$$

Die Ausdrücke $\sigma_{ij}$ bzw. $\tau_{ij}$ können über den absorbierenden Teil der Amplitude für die Vorwärtsstreuung zweier Photonen ($W^{\mu'\nu',\mu\mu}$), die über das optische Theorem mit dem Wirkungsquerschnitt zusammenhängt, ausgedrückt werden:

$$
\begin{aligned}
\sigma_{TT} &= \frac{1}{4\sqrt{X}}(W_{++,++}+W_{+-,+-}), \\
\sigma_{LL} &= \frac{1}{2\sqrt{X}}W_{00,00}, \\
\sigma_{TL} &= \frac{1}{2\sqrt{X}}W_{+0,+0}, \qquad (2.80)\\
\sigma_{LT} &= \frac{1}{2\sqrt{X}}W_{0+,0+}, \\
\tau_{TT} &= \frac{1}{2\sqrt{X}}W_{++,--}, \\
\tau_{TT} &= \frac{1}{4\sqrt{X}}(W_{++,00}+W_{0+,-0}),
\end{aligned}
$$

wobei die $W_{a'b',ab}$ über die Helizitätsamplituden $M_{ab}$ im Photon-Photon-Schwerpunktsystem dargestellt sind:

$$W_{a'b',ab} = \frac{1}{2} \int \mathrm{d}(Lips) M^*_{a'b'} M_{ab}. \tag{2.81}$$

Hierbei bezeichnet $\mathrm{d}(Lips)$ das lorentzinvariante Phasenraumelement.

### 2.4.2 Die Näherungen für den Wirkungsquerschnitt

Für fast reelle Photonen ($Q_i^2 \approx 0$) trägt nur die transversale Polarisation zum Wirkungsquerschnitt bei, d.h. nur die Terme $\sigma_{TT}$ und $\tau_{TT}$ sind relevant. Nach Integration über den relativen Azimutwinkel $\tilde{\varphi}$ zwischen den beiden Streuebenen (dies ist möglich, wenn nicht gleichzeitig beide gestreute Leptonen nachgewiesen werden) ergibt sich der folgende Ausdruck für den Wirkungsquerschnitt [KOL84]

$$\frac{\mathrm{d}^5\sigma}{\mathrm{d}\omega_1 \mathrm{d}\omega_2 \mathrm{d}\cos\vartheta_1 \mathrm{d}\cos\vartheta_2 \mathrm{d}\Phi} = \frac{\mathrm{d}^5 L_{\gamma\gamma}^{TT}}{\mathrm{d}\omega_1 \mathrm{d}\omega_2 \mathrm{d}\cos\vartheta_1 \mathrm{d}\cos\vartheta_2 \mathrm{d}\Phi} \sigma_{TT}(W_{\gamma\gamma}, q_1^2, q_2^2). \tag{2.82}$$

Hierbei wird $L_{\gamma\gamma}^{TT}$ als Luminositätsfunktion bezeichnet und stellt sich wie folgt dar:

$$\frac{\mathrm{d}^5 L_{\gamma\gamma}^{TT}}{\mathrm{d}\omega_1 \mathrm{d}\omega_2 \mathrm{d}\cos\vartheta_1 \mathrm{d}\cos\vartheta_2 \mathrm{d}\Phi} = \frac{\alpha^2}{16\pi^3} \frac{E_1' E_2'}{q_1^2 q_2^2} \rho_1^{++} \rho_2^{++} 4\sqrt{X} \tag{2.83}$$

Im Grenzfall $Q_i^2 \to 0$ und für $Q_i^2 \ll W_{\gamma\gamma}^2$ (Weizsäcker-Williams-Näherung) ergibt sich mit $\omega_i = E_{\gamma i}/E$ nach Integration über die drei Winkelvariablen der folgende Ausdruck für die Luminositätsfunktion $L_{\gamma\gamma}$:

$$\frac{\mathrm{d}^2 L_{\gamma\gamma}}{\mathrm{d}\omega_1 \mathrm{d}\omega_2} = \frac{\mathrm{d}N_\gamma(\omega_1)}{\mathrm{d}\omega_1} \frac{\mathrm{d}N_\gamma(\omega_2)}{\mathrm{d}\omega_2}, \tag{2.84}$$

wobei die beiden Faktoren die folgende Form haben (die auch als „Equivalent Photon Approximation“ (EPA) bezeichnet wird):

$$\frac{\mathrm{d}N_\gamma(\omega)}{\mathrm{d}\omega} = \frac{\alpha}{2\pi} \frac{1}{\omega} \left( (1 + (1-\omega)^2) \ln\left(\frac{Q^2_{max}}{Q^2_{min}}\right) - (1-\omega)\left(1 - \frac{Q^2_{min}}{Q^2_{max}}\right) \right), \tag{2.85}$$

mit

$$\begin{aligned} Q^2_{min} &= m_e^2 \frac{\omega}{1-\omega} + \mathcal{O}(m_e^4), \\ Q^2_{max} &= 4EE' \sin^2\left(\frac{\vartheta_{max}}{2}\right). \end{aligned} \tag{2.86}$$

In der durchgeführten Näherung ist die Form des Photonspektrums von der Teilchensorte unabhängig. Entscheidend ist nur die Masse des Teilchens. Diese geht mit einer logarithmischen Abhängigkeit in die untere Grenze $Q^2_{min}$ ein. Schwerere Teilchen haben größere Werte dieser unteren Grenze für die Virtualität des abgestrahlten Photons. Der große Massenunterschied zwischen Elektron und Proton (mehr als 6 Größenordnungen) führt zu einem weniger stark ausgeprägten Unterschied in der Photonabstrahlung.

### 2.4.3 Die Resonanzproduktion

Für die Produktion einer Resonanz $R$ (mit Spin $J$, Masse $M_R$, totaler Breite $\Gamma_R$ und der Breite $\Gamma_{\gamma\gamma}$ für den Zerfall in zwei Photonen) durch Fusion zweier Photonen mit invarianter Masse $W_{\gamma\gamma}$ gilt der folgende Ausdruck:

$$\sigma(\gamma\gamma \to R) = 8\pi^2(2J+1)\frac{\Gamma_{\gamma\gamma}}{M_R}\left[\frac{1}{\pi}\frac{\Gamma_R M_R}{(W_{\gamma\gamma}^2 - M_R^2)^2 + \Gamma_R^2 M_R^2}\right]. \tag{2.87}$$

Für eine schmale Resonanz ($\Gamma_R \ll M_R$) vereinfacht sich in 2.87 der Ausdruck in den eckigen Klammern (die Breit-Wigner-Resonanzform) zu $\delta(W^2 - M_R^2)$.

Der Wirkungsquerschnitt für die Produktion einer schmalen Resonanz $R$ in $e^+e^-$-Kollisionen durch quasi-reelle Photonen ergibt sich unter Berücksichtigung der Weizsäcker-Williams-Näherung zu [KOL84]

$$\sigma(e^+e^- \to e^+e^-R) \approx 16\alpha^2(\ln\frac{E}{m_e})^2 f(\frac{M_R}{2E})\frac{(2J+1)\Gamma_{\gamma\gamma}}{M_R^3}. \tag{2.88}$$

Hierbei ist $f(x)$ die Low-Funktion:

$$f(x) = (2+x^2)^2\ln(\frac{1}{x}) - (1-x^2)(3+x^2). \tag{2.89}$$

Die möglichen Resonanzen, die in Zwei-Photon Prozessen produziert werden können, unterliegen Einschränkungen. Die Resonanzen müssen die Parität $C = +1$ unter der Ladungskonjugation besitzen (da für ein Photon $C = -1$ ist). Reelle Photonen können Resonanzen mit Spin-0 und Spin-2 produzieren, nicht aber Spin-1 Resonanzen.

### 2.4.4 Die Produktion von pseudoskalaren Mesonen

Für die Erzeugung von pseudoskalaren Mesonen in Zwei-Photon-Prozessen können durch die Forderung nach Erhaltung der Helizität und der Parität die möglichen Beiträge der verschiedenen Amplituden in Gleichung 2.81 eingeschränkt werden.

Die Forderung nach Erhaltung der Helizität führt zu den Bedingungen:

$$\begin{aligned} M_{\pm\mp}(J^P = 0^\mp, 1^\pm) &= 0, \\ M_{0\pm}(J^P = 0^\mp) &= 0. \end{aligned} \tag{2.90}$$

Die Erhaltung der Parität bedingt, daß

$$M_{00}(J^P = 0^-, 1^+, 2^-, \ldots) = 0. \tag{2.91}$$

Für ein pseudoskalares Meson ($J^P = 0^-$) folgt, daß nur die Terme $\sigma_{TT}$ und $\tau_{TT}$ einen Beitrag liefern. Wenn nicht beide gestreute Leptonen gleichzeitig nachgewiesen werden, kann über den Winkel $\tilde{\varphi}$ gemittelt werden und der Term $\tau_{TT}$ trägt nicht bei.

## 2.5 Die Odderon-Photon-Fusion in der Elektron-Proton-Streuung

### 2.5.1 Die Idee

Die exklusive Produktion von pseudoskalaren Mesonen findet über einen Zwei-Photon-Prozeß zwischen geladenen Teilchen statt. Nach der Idee von Schäfer, Mankiewicz und

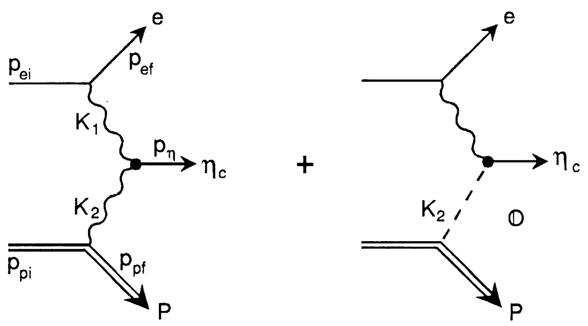


**Abbildung 2.14:** ***Elastische Produktion pseudoskalarer Mesonen bei* HERA**
*Gezeigt sind die beiden Prozesse, die zu elastischen Produktion von pseudoskalaren Mesonen bei HERA führen (aus [SCH91b]). Das linke Bild zeigt die Produktion eines $\eta_c$-Mesons durch Photon-Photon-Fusion, das rechte Bild die Produktion durch Photon-Odderon-Fusion*

Nachtmann [SCH91b] könnte es bei HERA einen weiteren Beitrag zur Produktion pseudoskalaren Mesonen geben. Das Odderon, als der Partner des Pomerons mit entgegengesetzter $C$-Parität, besitzt die gleiche $C$-Parität wie das Photon, d.h. $C = -1$.

Abbildung 2.14 zeigt die beiden möglichen Prozesse zur elastischen Produktion pseudoskalarer Mesonen ($ep \to e\eta_c$) bei HERA: Photon-Photon-Fusion sowie Photon-Odderon-Fusion.

Aufgrund der Quantenzahlen der pseudoskalaren Mesonen ist dies der einzig mögliche diffraktive Prozeß (Beiträge durch Pomeron-Austausch können nicht auftreten) und könnte zur Messung der Kopplung des Odderons an Nukleonen benutzt werden.

### 2.5.2 Die Rechnung

In Berechnung des Wirkungsquerschnitts [SCH91b] wird das Odderon als lineare Regge-Trajektorie ($\alpha_{\mathbb{O}}(t) = \alpha_0 + \alpha_0' t$ mit $\alpha_0 = 1$ und $0 < \alpha_0' < 1\ \mathrm{GeV}^{-2}c^2$) behandelt. Der freie Parameter in der Rechnung ist $c_0$, das quadratische Verhältnis von Odderon-Nukleon-Kopplung $\beta_{\mathbb{O}}$ zur Pomeron-Nukleon-Kopplung $\beta_{\boldsymbol{P}}$:

$$c_0 = \pm\left(\frac{\beta_{\mathbb{O}}}{\beta_{\boldsymbol{P}}}\right)^2. \tag{2.92}$$

Wird Pomeron-Austausch als rein imaginär und Odderon-Austausch als rein reell angesetzt (dies stellt für $t \to 0$ eine sehr gute Approximation dar), gilt:

$$c_0 = \frac{\rho_{p\bar{p}} - \rho_{pp}}{2}, \tag{2.93}$$

wobei $\rho_{p\bar{p}}$ ($\rho_{pp}$) das Verhältnis von Realteil zu Imaginärteil der Vorwärtsstreuamplitude in Proton-Antiproton- (Proton-Proton-) Streuung ist. Die Kopplung des Odderons an das Proton wird über den isoskalaren Formfaktor $F_p$ für Nukleonen

$$F_p = \frac{4m_p^2 - 2.8t}{4m_p^2 - t}\left(1 - \frac{t}{0.7\ \mathrm{GeV}^2/c^2}\right)^{-2}. \tag{2.94}$$

beschrieben.

Die Erzeugung eines Mesons durch Odderon-Photon-Fusion wird in Analogie zur Zwei-Photon-Produktion über die partielle Zerfallsbreite des Mesons in zwei Photonen parametrisiert, wobei die unterschiedlichen Kopplungen von Photon und Odderon berücksichtigt werden. Für das Odderon wird hierzu eine Kopplung an einzelne Quarks angenommen, die proportional zur Baryonzahl der Quarks ist. Die Kopplung des Photons an die Quarks ist proportional zur elektrischen Ladung der Quarks.

Der dreifach differentielle Wirkungsquerschnitt $\frac{d^3\sigma}{dp_\eta\, d\nu\, dQ^2}$ ergibt sich zu

$$\begin{aligned} \frac{d^3\sigma}{dp_\eta\, d\nu\, dQ^2} &= \frac{\pi\alpha^4 p_\eta}{4s^2 E_{pf} E_\eta Q^4} A T^2 F_p^2(t) \\ &\left\{ \left( \frac{1}{t} - \left(\frac{\beta_{\mathbb{P}}}{e}\right)^2 \frac{9}{2} c_0 (s_1\alpha_1)^{\alpha_{\mathbb{O}}(t)-1} \cos\left[\frac{\pi}{2}(\alpha_{\mathbb{O}}(t)-1)\right]\right)^2 + \right. \\ &\left. \left(\frac{\beta_{\mathbb{P}}}{e}\right)^4 \left(\frac{9}{2}\right)^2 c_0^2 (s_1\alpha_1)^{2\alpha_{\mathbb{O}}(t)-2} \sin^2\left[\frac{\pi}{2}(\alpha_{\mathbb{O}}(t)-1)\right]\right\}, \end{aligned} \quad (2.95)$$

hierbei ist $p_\eta$ der Betrag des (Dreier-)Impulses des Mesons und $E_\eta$ dessen Energie; $E_{pf}$ ist die Energie des elastisch gestreuten Protons. Die Variable $s_1$ ist das Quadrat der Summe des Mesonimpulses $P_{\eta_c}$ und des Protonimpulses $P_p$: $s_1 = (P_{\eta_c} + P_p)^2$. $A$ ist eine Summe von Spuren über Produkte der Vierer-Impulse des einlaufenden und auslaufenden Elektrons sowie des ein- und auslaufenden Protons. $T$ bezeichnet die Kopplung des Mesons an das Photon-Photon- bzw. Photon-Odderon-System. Die beiden Amplituden können zu einer Inteferenz führen.

### 2.5.3 Die Ergebnisse für $\eta_c$-Produktion

Für die Produktion des $\eta_c$-Mesons ergibt die Rechnung (unter Verwendung von $\alpha_0' = 0.25\ \mathrm{GeV}^{-2}c^2$) einen totalen Wirkungsquerschnitt im Bereich von 1 bis 10 pb; hierbei wird der Parameter $c_0$ zwischen Null (reiner Zwei-Photon-Prozeß) und $|c_0| < 0.1$ variiert.

Abbildung 2.15 (a) zeigt den berechneten differentiellen Wirkungsquerschnitt als Funktion des Mesonsimpulses $c_0$. Die Rechnung zeigt einen sichtbaren Beitrag zum Wirkungsquerschnitt durch das Odderon für Werte $|c_0| > 0.01$. Das Vorzeichen von $c_0$ bestimmt die Art der Interferenz der Odderon-Photon-Amplitude mit der Photon-Photon-Amplitude: für $c_0 < 0$ ($c_0 > 0$) ist die Interferenz konstruktiv (destruktiv). Die Interferenz der Amplituden führt dazu, daß eine Messung den Parameter $c_0$ nicht eindeutig bestimmen kann.

### 2.5.4 Die Ergebnisse für $\eta$- und $\eta'$-Produktion

Die Rechnungen für $\eta_c$-Produktion ergeben einen sehr kleinen totalen Wirkungsquerschnitt. Ein größerer Wirkungsquerschnitt wird für die Produktion von $\eta'$- und $\eta$-Mesonen erwartet. Die durchgeführte Rechnung nimmt ein schweres Quark an, für die leichten pseudoskalaren Mesonen treten zusätzliche Unsicherheiten auf. Diese erlauben nicht aus einer Messung eindeutig zu schließen, welcher Anteil durch Photon-Odderon-Fusion hervorgerufen wird.

Im Rahmen der $SU(3)$-Symmetrie der Quark-Sorten (Flavour) gibt es einen Singulett-Zustand $\eta_1$ und einen Oktett-Zustand $\eta_8$, die sich jeweils aus $u$-, $d$- und $s$-Quarks zusammensetzen:

$$\begin{aligned} |\eta_1> &= \frac{1}{\sqrt{3}}(|u\bar{u}> + |d\bar{d}> + |s\bar{s}>) \\ |\eta_8> &= \frac{1}{\sqrt{6}}(|u\bar{u}> + |d\bar{d}> - 2|s\bar{s}>). \end{aligned} \quad (2.96)$$

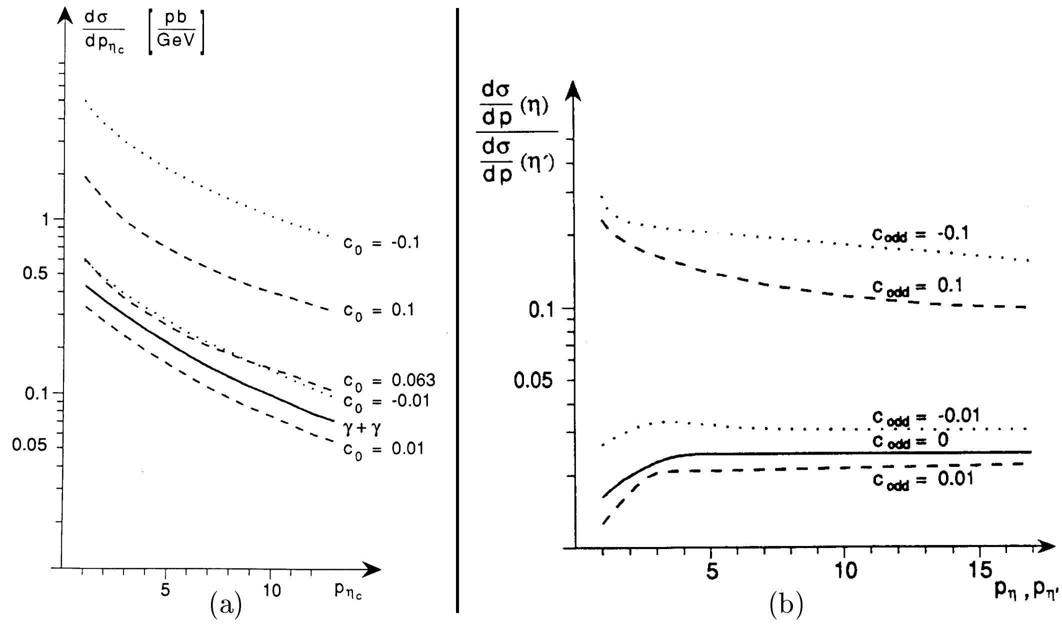


**Abbildung 2.15:** ***Wirkungsquerschnitte für Produktion pseudoskalarer Mesonen***

*Gezeigt ist in (a) der Wirkungsquerschnitt für die elastische Produktion von $\eta_c$-Mesonen in der Elektron-Proton-Streuung bei HERA (aus [SCH91b]) als Funktion des Mesonimpulses $p_{\eta_c}$ (in GeV/c).*
*In (b) ist das Ergebnis der Rechnung für das Verhältnis der Wirkungsquerschnitte elastischer $\eta$- und $\eta'$-Produktion als Funktion des Impulsbetrags $p_\eta$ (bzw. $p_{\eta'}$) der Mesonen zu sehen.*
*In (a) und in (b) stellt die Kurve „$\gamma + \gamma$" (bzw. $c_{odd} = 0$) den erwarteten Verlauf für einen reinen Zwei-Photon-Prozeß dar; die gestrichelten und gepunkteten Kurven zeigen die Änderung durch einen endlichen Beitrag des Odderons für verschiedene Werte des Parameters $c_0$ (bzw. $c_{odd}$)*

Da die Kopplung an das Meson im Falle des Photon-Odderon-Prozesses proportional zur Summe der Produkte von Ladung und Baryonzahl der Quarks ist, ergibt sich eine Entkopplung des Singulett-Zustands.

Die beobachteten Mesonen $\eta'$ und $\eta$ sind Linearkombination des $SU(3)$-Singulett- und des $SU(3)$-Oktett-Zustands:

$$\begin{aligned} |\eta> &= \sin\vartheta|\eta_1> + \cos\vartheta|\eta_8> \\ |\eta'> &= \cos\vartheta|\eta_1> - \sin\vartheta|\eta_8> . \end{aligned} \tag{2.97}$$

Das $\eta$ ist also überwiegend ein $SU(3)$-Oktett-Zustand, während das $\eta'$ durch den $SU(3)$-Singulett-Zustand dominiert wird. Dies führt zu einer geringeren Änderung des Wirkungsquerschnitts für die $\eta'$-Produktion durch einen Odderon-Beitrag als beim $\eta$.

Abbildung 2.15 (b) zeigt das berechnete Verhältnis der Wirkungsquerschnitte für $\eta$- und $\eta'$-Produktion. Hierbei ist der Mischungswinkel $\vartheta$ zu $-20°$ gesetzt und wiederum $\alpha'_o = 0.25$ GeV$^{-2} \cdot c^2$ gewählt. Der totale Wirkungsquerschnitt ergibt sich in der Größenordnung von einigen Nanobarn.

Die in Teil (b) der Abbildung angegebenen Werte des Verhältnisses $R$ sind nicht korrekt [NAC96, ARE96], die Form der gezeigten Abhängigkeit ist jedoch korrekt. Das Verhältnis $R$ nimmt für Impulse $p > 5$ GeV/$c$ einen Wert von etwa 0.55 an [SCH96]. Eine Unsicherheit in der Rechnung für die $\eta$- und $\eta'$-Produktion betrifft die Wahl der Quarkmasse $m_q$. Der im Falle des $\eta_c$ gewählte Ansatz $m_c = 1/2 m_{\eta_c}$ ist für den Fall der leichten Mesonen nicht mehr offensichtlich. Eine mögliche Alternative ist die Wahl einer effektiven Masse von etwa 300 MeV/$c^2$. Dies führt zu einer Änderung [SCH96] des Ergebnisses ebenso wie die Wahl des Mischungswinkels.

# Kapitel 3

# Experimentelle Ergebnisse außerhalb von HERA

In diesem Kapitel werden einige Resultate zur Hadron-Hadron-Streuung, zur tiefinelastischen Streuung in „fixed-target"-Experimenten sowie zur Zwei-Photon-Physik vorgestellt, die vor HERA erzielt wurden und zur Entwicklung der im vorangegangenen Kapitel vorgestellten theoretischen Konzepte beigetragen haben.

## 3.1 Hadron-Hadron-Streuung

Aus der Vielzahl der Daten zur Hadron-Hadron-Wechselwirkung sind hier einige Ergebnisse zur elastischen Hadron-Hadron-Streuung und zum totalen Wirkungsquerschnitt für Hadron-Hadron-Reaktionen sowie erste Hinweise auf eine partonische Struktur in diffraktiven Prozessen gezeigt.

### 3.1.1 Die elastische Streuung

Wie in Abschnitt 2.2.1 gezeigt, gibt die Winkelverteilung (über eine Fouriertransformation) Aufschluß über die räumliche Verteilung der Streuobjekte.

Für ISR-Schwerpunktsenergien ($\sqrt{s} = 23 - 63$ GeV) können folgende Bereiche des in Abbildung 3.1) gezeigten differentiellen Wirkungsquerschnitts $\mathrm{d}\sigma/\mathrm{d}t$ für elastische Proton-Proton-Streuung als Funktion des Quadrats des Vierer-Impulsübertrags (im $t$-Kanal) vom einlaufenden auf das auslaufende Proton unterschieden werden:

- $-t < 0.001$ GeV$^2/c^2$

  Im Bereich sehr kleiner Werte von $-t$ überwiegt die Coulomb-Wechselwirkung, d.h. die Teilchen unterliegen der Rutherford-Streuung.

- $0.001$ GeV$^2/c^2 < -t < 0.01$ GeV$^2/c^2$

  In diesem Bereich tritt Interferenz zwischen der starken und der Coulomb-Wechselwirkung auf.

- $0.01$ GeV$^2/c^2 < -t < 0.5$ GeV$^2/c^2$

  Für diese und größere Werte von $-t$ kann die Coulomb-Wechselwirkung vernachlässigt werden; nur die starke Wechselwirkung spielt eine Rolle. Die Daten zeigen ein ausgeprägtes Maximum (das sogenannte Diffraktionsmaximum) bei den kleinsten Werten von $-t$ und fallen zu größeren Werten hin über 6 Größenordnungen annähernd exponentiell ab:

  $$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}t} \propto e^{bt}. \tag{3.1}$$

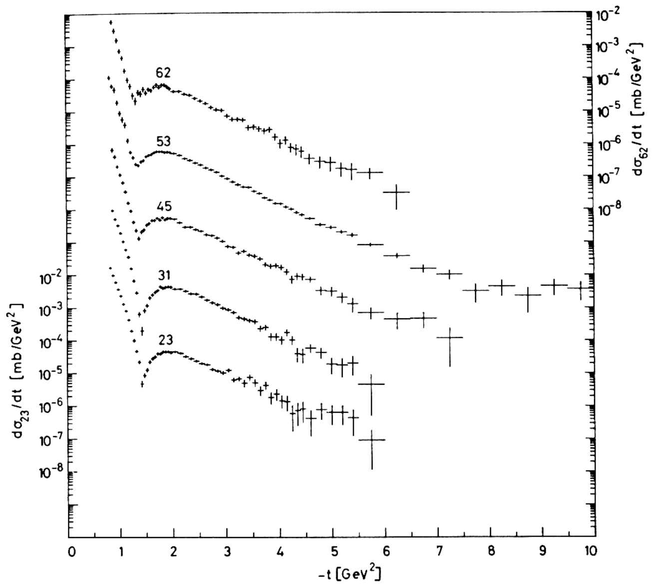


**Abbildung 3.1: *Wirkungsquerschnitte für elastische Proton-Proton-Streuung***
*Gezeigt ist der Wirkungsquerschnitt $d\sigma/dt$ als Funktion des Betrags des quadrierten Vierer-Impulsübertrags für verschiedene Schwerpunktsenergien $\sqrt{s}$ von 23 bis 62 GeV (Messungen am ISR, aus [ALB81]). In der Abbildung ist $c = 1$ gesetzt*

Der Steigungsparameter $b$ („slope") hat Werte zwischen 6 – 17 GeV$^{-2}c^2$ und zeigt eine starke Energieabhängigkeit („shrinkage"): $b$ wächst mit steigenden Werten der Schwerpunktsenergie $\sqrt{s}$ an, d.h. das Diffraktionsmaximum wird schmäler.

- 0.5 GeV$^2/c^2 < -t$

  Die Daten weisen für $-t \approx 1.4$ GeV$^2/c^2$ ein Minimum auf, gefolgt von einem zweiten Maximum. Die Position des Minimums findet sich bei Erhöhung der Schwerpunktsenergie bei kleineren Werten von $-t$.

Abbildung 3.2 (a) zeigt eine Zusammenstellung von Messungen der Steigung $b$ des Diffraktionsmaximums (im Bereich $-t < 0.05$ GeV$^2/c^2$) für elastische Proton-Proton-Streuung. Der Wert von $b$ steigt mit wachsender Schwerpunktsenergie an, dies wird als Schrumpfen („shrinkage") des Maximums bezeichnet.

In einem geometrischen Modell kann das Schrumpfen als ein Anwachsen der Wechselwirkungsradius der Protonen mit der Energie gedeutet werden. Der beobachtete exponentielle Abfall bei $t \approx 0$ führt in diesem Modell zu einer gaußförmigen Materieverteilung im Proton.

Zur Bestimmung des $\rho$-Parameters (siehe Gleichung 2.39) wird der differentielle Wirkungsquerschnitt d$\sigma$/d$t$ für elastische Streuung unter sehr kleinen Winkeln gemessen. Für Werte von $|t|$ in der Größenordnung $10^{-3}$ GeV$^2$ tritt Interferenz zwischen der Coulomb- und der starken Wechselwirkung auf, wenn die Amplitude für elastische Vorwärtsstreuung nicht rein imaginär ist. Aus der Interferenz läßt sich der Realteil der Streuamplitude bestimmen.

Abbildung 3.2 (b) zeigt eine Zusammenstellung der Daten für $\rho$ in Proton-Proton- und Antiproton-Proton-Streuung, einschließlich der Messungen am S$p\bar{p}$S-Speicherring und am TEVATRON. Die gezeigten Kurven sind das Ergebnis der Anpassung einer Dispersionsrelation.

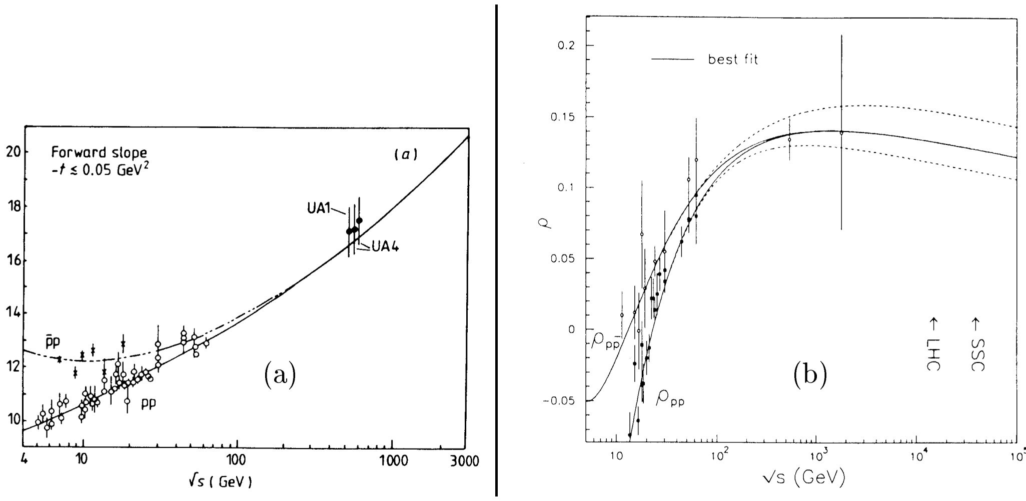


**Abbildung 3.2:** ***Parameter der elastischen Proton-Proton- und Antiproton-Proton-Streuung***
*In (a) ist der Wert des Steigungsparameters $b$ für das Vorwärtsmaximum bei $t \approx 0$ in elastischer Proton-Proton- (Proton-Antiproton-) Streuung gezeigt (aus [COL84]). Im linken Bild ist $c = 1$ gesetzt.*
*Der Teil (b) enthält den Realteil der Amplitude für elastische Vorwärtsstreuung in Proton-Proton- (bzw. Proton-Antiproton-) Wechselwirkungen (aus [AUG93a]). Die Werte für $\rho$ aus Antiproton-Proton-Streuung sind größer als die der Proton-Proton-Streuung, für Energien $\sqrt{s} > 40$ GeV werden die Werte vergleichbar. Die gezeigten Kurvn ist das Ergebnis der Anpassung einer Dispersionsrelation, die gestrichelten Kurven geben die Unsicherheit der Anpassung ($\pm 1$ Standardabweichung) an*

Die erste Bestimmung des $\rho$-Parameters am S$p\bar{p}$S-Beschleuniger ($\sqrt{s} = 541$ GeV) erfolgte durch das UA4-Experiment. Hierbei wurden die elastisch (unter sehr kleinen Winkeln) gestreuten Protonen und Antiprotonen in speziellen Spektrometern (den sogenannten „roman pots“, siehe auch Abschnitt 3.1.3) nachgewiesen [BAT85]. Der gemessene Wert $\rho = 0.24 \pm 0.04$ [BER87b] lag deutlich höher als die Erwartung und wurde als Hinweis auf mögliche Beiträge von Odderon-Austausch interpretiert. Diese Messung basierte auf Daten, die innerhalb von nur zwei Tagen aufgezeichnet wurden. Die Optik des Strahls war nicht gut und aufgrund der geringen Statistik war die Untersuchung möglicher systematischer Effekte schwer möglich.

Der endgültige, die obige Messung ersetzende und in Abbildung 3.2 (b) gezeigte, von UA4/2 veröffentlichte Wert $\rho = 0.135 \pm 0.015$ [AUG93b] basiert auf einer 11-mal größeren Statistik und ist deutlich besser mit den Daten bei niedrigeren Energien verträglich.

Eine weitere Messung von $\rho$ wurde vom Experiment E710 am FERMILAB ($\sqrt{s} = 1.8$ TeV) durchgeführt. Der Meßwert $\rho = 0.140 \pm 0.069$ [AMO92] stimmt mit den Erwartungen überein. Die (spätere) zweite Messung von UA4/2 ist mit diesem Wert verträglich.

### 3.1.2 Die totalen Wirkungsquerschnitte

Im Bereich kleiner Schwerpunktsenergien weist der totale Wirkungsquerschnitt eine Struktur von Minima und Maxima auf, die durch Resonanzproduktion hervorgerufen werden. Bei höheren Energien verändert sich der Wirkungsquerschnitt nur langsam und strebt bei Energien $\sqrt{s}$ bis zu 10 GeV einem konstanten Wert zu. Die ersten Messungen beim ISR ($\sqrt{(s)} = 23 - 63$ GeV) wiesen einen Anstieg des totalen Wirkungsquerschnitts mit der Energie auf. Dieser Anstieg ist von den Messungen am S$p\bar{p}$S und am TEVATRON bestätigt worden.

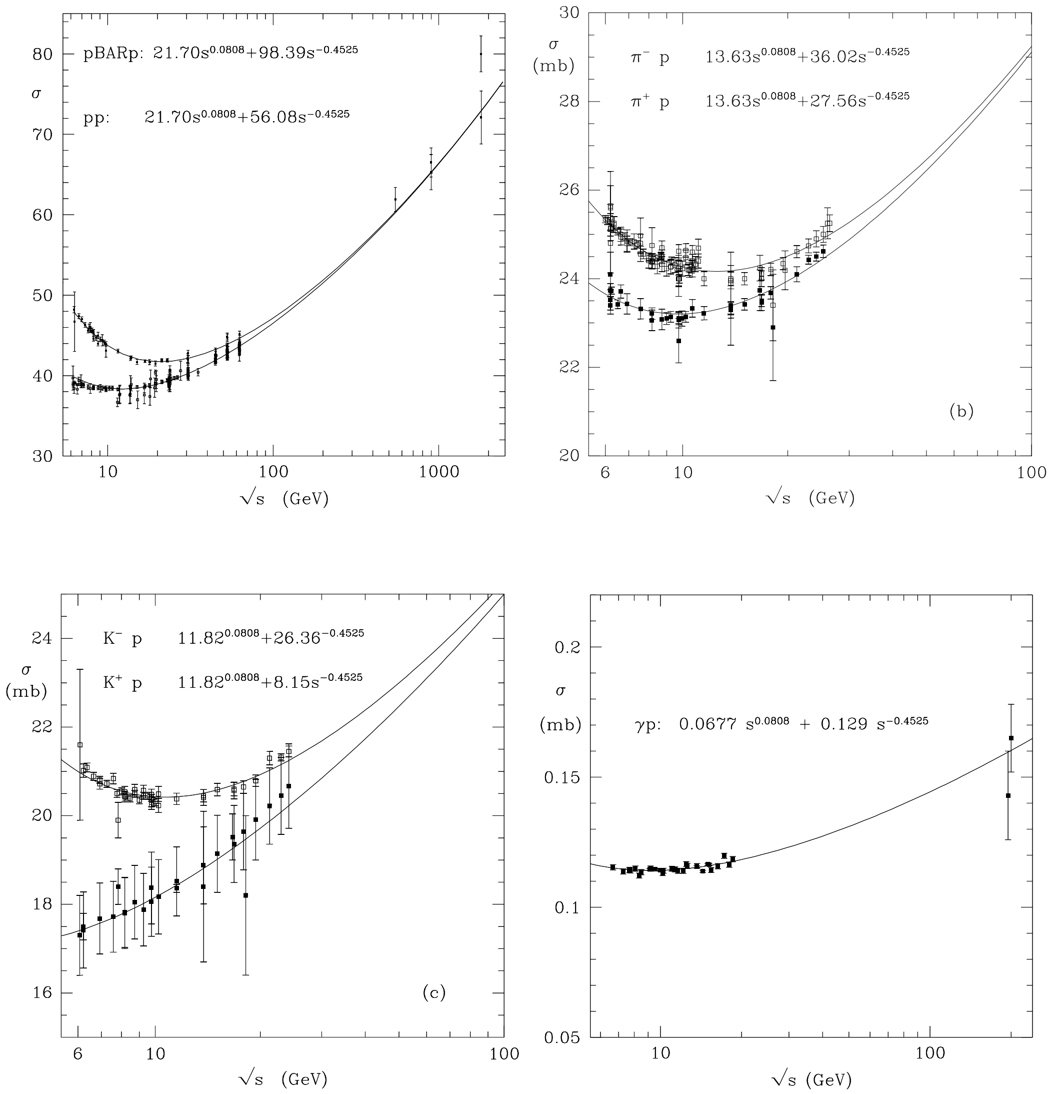


**Abbildung 3.3:** ***Parametrisierung totaler Wirkungsquerschnitte***
*Gezeigt sind der totale Proton-(Anti)proton-Wirkungsquerschnitt (linkes oberes Bild), der Pion-Proton-Wirkungsquerschnitt (rechtes oberes Bild), der Kaon-Proton-Wirkungsquerschnitt (linkes unteres Bild) sowie der Photon-Proton-Wirkungsquerschnitt (rechtes unteres Bild) jeweils als Funktion der Schwerpunktsenergie $\sqrt{s}$ (aus [DON92]). Eingezeichnet ist die Parametrisierung von Donnachie-Landshoff, die den totalen Wirkungsquerschnitt als Summe zweier Potenzen in s darstellt: $\sigma_{tot} = As^{0.0808} + Bs^{-0.4525}$*

Abbildung 3.3 zeigt eine Zusammenstellung der totalen Wirkungsquerschnitte als Funktion der Schwerpunktsenergie für die Reaktion verschiedener Hadronen (bzw. von Photonen) mit Protonen. Der Wirkungsquerschnitt für die Antiteilchen-Teilchen-Reaktion ist stets größer als der für Teilchen-Teilchen-Wechselwirkung (aufgrund zusätzlich möglicher Annihilationsprozesse) und nähert sich bei großen Schwerpunktsenergien diesem an.

Hierbei ist auch die Parametrisierung von Donnachie und Landshoff [DON92] eingezeichnet. An die Daten wird eine funktionale Abhängigkeit der Form $\sigma_{tot}(s) = As^{n_P} + Bs^{n_R}$ angepaßt, die die Summe eines Beitrags durch Pomeron-Austausch und eines Beitrags durch Austausch einer Regge-Trajektorie ($\rho$, $\omega$, ...) ist. Da das Pomeron gleiche

Kopplungen an Teilchen als auch an Antiteilchen aufweist, werden zur Anpassung der Proton (Antiproton)-Proton Daten 5 Parameter (zwei Exponenten und drei Kopplungskonstanten) verwendet. Die Anpassung ergibt $n_P = 0.0808$ und $n_R = -0.4525$. Mit diesen beiden Werten werden die drei multiplikativen Konstanten für die Daten der Pion-Proton- sowie der Kaon-Proton-Streuung bestimmt. Ebenso wird für die Photon-Proton-Streuung zur Bestimmung der zwei Konstanten $A$ und $B$ verfahren. Die erreichte Beschreibung der Daten durch diese kompakte Parametrisierung (zwei universelle Werte für die Exponenten und elf Kopplungskonstanten) ist sehr gut.

Das aus den Kopplungskonstanten für die Pion-Proton- und Proton-Proton-Streuung zu $13.6/21.7 \approx 2/3$ bestimmte Verhältnis der Pion-Pomeron- und Proton-Pomeron-Kopplungen gibt einen Hinweis auf die Kopplung des Pomerons an einzelne Valenzquarks, dies wird als „additive Quark-Regel“ bezeichnet. Wie in Abschnitt 2.2.6 erwähnt, führt ein Modell [LAN87] des Austauschs zweier (nicht-perturbativer) Gluonen auf diese Regel.

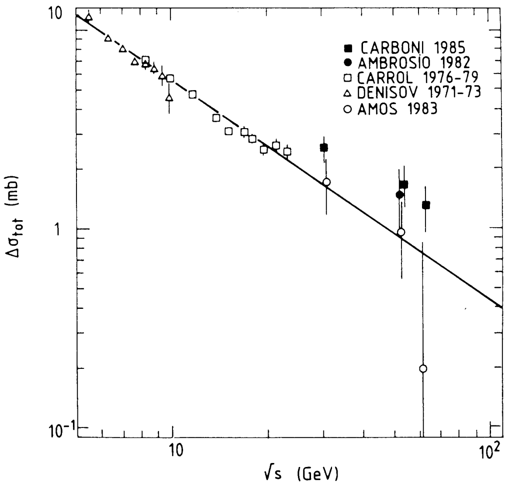


**Abbildung 3.4:** ***Differenz der totalen Wirkungsquerschnitte für $p\bar{p}$ und $pp$***
*Gezeigt ist die Differenz $\Delta\sigma_{tot}$ zwischen dem totalen Proton-Antiproton- und dem totalen Proton-Proton-Wirkungsquerschnitt als Funktion der Schwerpunktsenergie $\sqrt{s}$ (aus [CAS85]). Eingezeichnet ist die Anpassung einer Funktion $\Delta\sigma_{tot} \propto s^{-\alpha}$*

Im betrachteten Energiebereich ist der beobachtete Anstieg des totalen Wirkungsquerschnitts ($\sigma_{tot} \propto s^{0.0808}$) verträglich mit der durch das Froissart-Martin-Theorem gegebenen oberen Grenze (siehe Abschnitt 2.2.2). Bei einem deutlich größeren Wert von $\sqrt{s}$ würde dieser Anstieg, wenn er nicht durch andere Effekte modifiziert wird, die Froissart-Martin-Grenze und damit auch die Unitarität verletzen. Im Rahmen eines geometrischen Modells kann der Anstieg des Wirkungsquerschnitts durch ein Anwachsen des Teilchen- bzw. Wechselwirkungsradius mit $\ln s$ erklärt werden, ohne daß sich die Opazität des Objekts ändert.

Die Differenz $\Delta\sigma_{tot} = \sigma_{tot}(p\bar{p}) - \sigma_{tot}(pp)$ der totalen Wirkungsquerschnitte für Proton-Antiproton- und Proton-Proton-Streuung ist in Abbildung 3.4 zu sehen. Die Differenz nimmt stetig ab, allerdings sind Daten sowohl für Teilchen- wie Antiteilchen-Streuung nur bis zu Schwerpunktsenergien $\sqrt{s} = 63$ GeV verfügbar. Die gezeigte Anpassung einer durch die Regge-Theorie motivierten Abhängigkeit $\Delta\sigma_{tot} \propto s^{-\alpha}$ ergibt einen Wert von $\alpha \approx 0.5$, d.h. die Differenz geht sehr schnell gegen Null. Das Pomeranchuk-Theorem (siehe Abschnitt 2.2.2) würde eine endliche Differenz $\Delta\sigma_{tot}$ erlauben. Nicht verschwindende asymptotische Beiträge zu $\Delta\sigma_{tot}$ würden z.B. durch das Auftreten eines Odderon-Austausches erzeugt werden. Die gezeigten Daten von Carboni [CAR85] (geschlossene Quadrate) liegen deutlich oberhalb der Anpassung $\Delta\sigma_{tot} \propto s^{-0.5}$ und würden auf eine nicht verschwindende Differenz hindeuten. Eine mögliche Erklärung ist ein Beitrag [CAR85] von inelastischen elektromagnetischen Prozessen (d.h. Photonaustausch mit Dissoziation des Protons – bzw. Antiprotons). Die Messungen von Amos (offene Kreise), die keinen solchen Beitrag enthalten, stimmen gut mit der Anpassung überein. Die Differenz der totalen Wirkungsquerschnitte ist durch den Beitrag des Austauschs einer Regge-Trajektorie erklärbar, kleine Beiträge durch Odderon-Austausch können nicht vollständig ausgeschlossen werden.

Eine wichtige Größe zur Überprüfung verschiedener Modelle ist das Verhältnis des elastischen zum totalen Wirkungsquerschnitt. Für Schwerpunktsenergien $\sqrt{s} = 23 - 63$ GeV wird ein konstantes Verhältnis von 0.175 gemessen. Bei S$p\bar{p}$S-Energien ($\sqrt{s} = 540$ GeV) steigt diese auf 0.215 an. Im geometrischen Modell einer total absorbierenden schwarzen Scheibe wird ein Wert von 0.5 erwartet. Der deutlich niedrigere gemessene Wert gibt einen Hinweis auf einen Anstieg der Opazität des Protons mit wachsender Energie (im Rahmen eines geometrischen Modells). Diese Beobachtung kann nicht durch ein Anwachsen des Wechselwirkungsradius mit $\ln s$ erklärt werden, das den Anstieg des totalen Wirkungsquerschnitt mit $\ln^2 s$ beschreibt.

### 3.1.3 Die harte Streuung in diffraktiven Prozessen

Der erste Hinweis auf eine mögliche partonische Struktur in diffraktiver Hadron-Hadron-Streuung wurde von Ergebnissen des UA8-Experiments am CERN-S$p\bar{p}$S Beschleuniger geliefert, wie von Ingelman und Schlein [ING85] vorgeschlagen. Die Selektion diffraktiver Prozesse in der Proton-Antiproton-Streuung erfolgte über den Nachweis eines elastisch, unter kleinen Winkeln, gestreuten Protons (Antiprotons) mit hohem Bruchteil $x_p > 0.9$ des Strahlimpulses durch ein Spektrometer [BRA93]. Die Quadrupolmagnete des Beschleunigers werden zur Impulsselektion verwendet; der Nachweis der Protonen erfolgt in Hodoskopen, die in sogenannten „roman pots“ [BRA93] (bewegliche Teile der Strahlröhre) untergebracht sind. Während der Datennahme werden die Detektoren nahe an den nominellen Strahlverlauf gebracht.

Zur Untersuchung der Ereignisstruktur wird das zentrale Kalorimeter des UA2-Experiments [BOO87] verwendet. In [BON88] ist der erste Hinweis auf die Produktion von Teilchen mit hohem transversalen Impuls ($p + \bar{p} \to p(\bar{p}) + jet + X$) gezeigt. Dieser Prozeß ist charakteristisch für das Auftreten eines harten Streuprozesses zwischen punktförmigen Konstituenten (Partonen). Die Interpretation dieser Ereignisse nimmt eine harte Wechselwirkung eines Partons aus dem (nicht elastisch gestreuten) Antiproton (Proton) mit einem Parton aus dem Pomeron, das an das elastisch gestreute Proton (Antiproton) koppelt, an.

Basierend auf einem größeren Datensatz wird in [BRA92] die Produktion von Ereignissen ($p + \bar{p} \to p(\bar{p}) + jet + jet + X$) mit zwei Jets und einem elastisch gestreuten Proton (Antiproton) mit hohen Werten von $x_p$ nachgewiesen. Die beiden Jets mit hoher Transversalenergie sind im Azimutwinkel um 180° getrennt. Dies ist die typische Signatur eines harten Streuprozesses zwischen zwei Partonen.

Wenn $x(2 - Jet)$ den (auf die Schwerpunktsenergie des Pomeron-Proton-Systems) normierten longitudinalen Impuls des Systems der beiden Jets bezeichnet, gilt in Abwesenheit von Detektor- und Rekonstruktionseffekten und bei Vernachlässigung von Gluonabstrahlung die folgende Beziehung:

$$x(2 - Jet) = x_{i/\boldsymbol{P}} - x_{j/p}. \tag{3.2}$$

Hierbei bezeichnet $x_{i/\boldsymbol{P}}$ den Impulsbruchteil des Partons $i$ bezüglich des Pomerons und $x_{j/p}$ denjenigen des Partons $j$ bezüglich des Protons. Abbildung 3.5 zeigt die gemessene Verteilung der Variablen $x(2 - Jet)$ für Ereignisse mit einem elastisch gestreuten Proton (Antiproton), das zwischen 90 % und 96 % des Strahlimpulses besitzt [BRA92]. Die Daten haben ein breites Maximum bei $x(2 - Jet) \approx 0.3$. In Teil (a) werden zwei Annahmen über die partonische Struktur des Pomerons mit den Daten verglichen: die durchgezogene Linie zeigt die erwartete Form der Verteilung von $x(2-Jet)$ für eine „harte" Strukturfunktion

(d.h. Partondichten $\propto x(1-x)$), die gestrichelte Kurve entspricht einer „weichen" Strukturfunktion (Dichten $\propto (1-x)^5$). Die Daten werden für $x(2-Jet) < 0.4$ gut durch eine „harte" Strukturfunktion beschrieben, bei größeren Werten von $x(2-Jet)$ zeigen die Daten einen signifikanten Überschuß. Dies bedeutet, daß häufig ein sehr großer Teil des Pomeron-Impulses am harten Streuprozeß teilnimmt.

In einem Modell, in dem der gesamte Impuls des Pomerons am harten Streuprozeß teilnimmt (diese Annahme wird als „super hard" Pomeron bezeichnet), ergibt sich für $x(2-Jet)$ folgender Ausdruck:

$$x(2-Jet) = 1 - x_{j/p}. \tag{3.3}$$

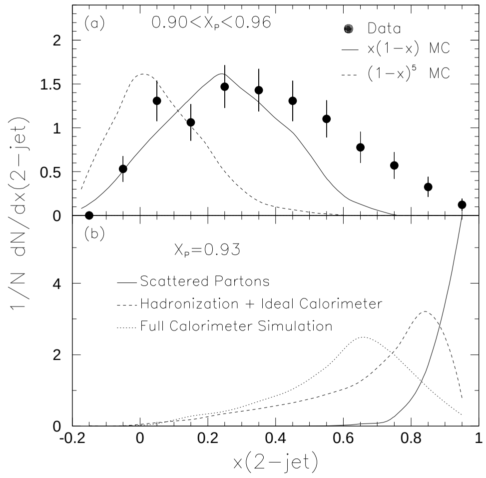


**Abbildung 3.5: *Verteilung von 2-Jet-Ereignissen in diffraktiver Proton-Antiproton-Streuung***
*Gezeigt ist in (a) die im UA8-Experiment [BRA92] gemessene Verteilung der Variable $x(2-Jet)$ (Erklärung siehe Gleichung 3.2) für Ereignisse der Proton-Antiproton-Streuung mit einem elastisch gestreuten Proton (Antiproton) und zwei Jets. Ebenfalls zu sehen sind die Vorhersagen des Ingelman-Schlein-Modells mit einer „weichen" (durchgezogene Linie) und einer „harten" (gestrichelte Linie) Dichte für die Partonen im Pomeron.*
*In (b) ist der erwartete Beitrag zur $x(2-Jet)$-Verteilung gezeigt für den Fall gezeigt, daß der gesamte Impuls des Pomerons am harten Streuprozeß mit einem Parton des Protons (Antiprotons) teilnimmt. Die Erklärung der einzelnen Kurven findet sich im Text*

In Abbildung 3.5 (b) ist für diese Annahme die erwartete Verteilung von $x(2-Jet)$ gezeigt. Die durchgezogene Linie („Scattered Partons") zeigt die Verteilung für die im Streuprozeß erzeugten Partonen. Der Effekt der Hadronisierung und der endlichen Energieauflösung auf die Rekonstruktion von $x(2-Jet)$ ist in der gestrichelten Kurve („Hadronization + Ideal Calorimeter") zu sehen, das Ergebnis einer vollständigen Detektorsimulation ist in der gepunkteten Kurve („Full Calorimeter Simulation") gezeigt. Mit einem Anteil von 30 % eines „super hard" Pomerons an den Ereignissen können die gemessenen Daten gut beschrieben werden.

## 3.2 Tiefinelastische Streuung

### 3.2.1 Die Messung der Strukturfunktion

Untersuchungen der Struktur von hadronischer Materie sind am erfolgreichsten durch Streuexperimente durchgeführt worden. Hierzu wird ein (nach Möglichkeit) punktförmiges Teilchen hoher Energie an der zu untersuchenden Materie gestreut. Durch Messung seiner Energie- und Winkelverteilung nach der Streuung lassen sich Rückschlüsse auf den Aufbau der Materie ziehen.

Eine wesentliche Messung wurde Ende der 60er Jahre am SLAC durchgeführt. Die inelastische Streuung von 20 GeV Elektronen an Kernen führte zu der Beobachtung von Skaleninvarianz, die auf eine Wechselwirkung des Elektrons mit punktförmigen, geladenen Konstituenten (den sogenannten Partonen) hindeutete. Die Bestätigung der Callan-Gross-Relation durch die Messung eines sehr kleinen Wirkungsquerschnitts für longitudinal polarisierte Photonen zeigte, daß diese Partonen den Spin $\frac{1}{2}$ besitzen. Mitte der 70er Jahre wurden die ersten Abweichungen von der Skaleninvarianz beobachtet. Zusammen mit dem gemessenen Anteil der Quarks von etwa 50 % am Gesamtimpuls des Protons deutet dies auf das Vorhandensein elektrisch neutraler Partonen, den Gluonen, hin.

Eine ausführliche historische Darstellung zusammen mit Referenzen auf die Originalveröffentlichungen findet sich in [GAY95]. Eine Zusammenstellung der Experimente und ihrer Ergebnisse findet sich für tiefinelastische Streuung von Elektronen bzw. Myonen in [MIS89, DRE83, SLO88] sowie für die Streuung von Neutrinos in [EIS86, DIE86].

### 3.2.2 Die Parametrisierung der Strukturfunktion

Basierend auf den DGLAP-Entwicklungsgleichungen (siehe Abschnitt 2.3.3) sind eine Reihe von Parametrisierungen der Partondichten durchgeführt worden. Hierzu wird für einen Wert $Q^2 = Q_0^2$ eine von $Q^2$ unabhängige Form der Partondichten für die Valenzquarks, die Seequarks und die Gluonen angesetzt. Die DGLAP-Gleichungen sagen die Entwicklung der Partondichten für $Q^2 > Q_0^2$ voraus. Der so erhaltene Satz von Partondichten (als Funktion von $x$ und $Q^2$), der von den gewählten Parametern bei $Q^2 = Q_0^2$ abhängt, wird an Daten angepaßt. Hierzu werden die Ergebnisse von Experimenten zur tiefinelastischen Streuung, zur Produktion direkter Photonen sowie zu Drell-Yan-Prozessen verwendet.

**MRS:** Die Parametrisierungen [MAR93b] der MRS-Gruppe (Martin, Roberts, Stirling) wählen als Startwert für $Q_0^2$ der Parametrisierung einen Wert von 4 $\mathrm{GeV}^2/c^2$. Die Partondichten $f_i(x, Q_0^2)$ werden in folgender Form angesetzt:

$$x f_i(x, Q_0^2) = A_i x^{\lambda_i}(1-x)^{\beta_i}(1 + \gamma_i \sqrt{x} + \delta_i x) \tag{3.4}$$

**GRV:** Die Parametrisierungen von Glück, Reya and Vogt [GRV95] wählen als Startwert von $Q_0^2$ einen sehr kleinen Wert von 0.3 $\mathrm{GeV}^2/c^2$. Bei dieser Skala werden nur valenzartige Partondichten für Quarks und Gluonen angesetzt, die See-Anteile werden durch die Entwicklung zu höheren $Q^2$ „erzeugt"'.

**CTEQ:** Die Parametrisierungen [LAI95] der CTEQ[1]-Gruppe ähneln denen der MRS-Gruppe. Die Zahl der Parameter für die Partonverteilungen bei $Q^2 = Q_0^2$ ist größer als im Falle der MRS-Parametrisierungen.

## 3.3 Zwei-Photon-Physik

Die wesentlichen Resultate der Zwei-Photon-Physik wurden und werden an Elektron-Positron-Speicherringen gewonnen:

- Tests der QED (Produktion von $e^+e^-$- und $\mu^+\mu^-$-Paaren),
- Resonanzproduktion von Mesonen,
- Paarproduktion von Hadronen,
- Inklusive Produktion von Hadronen in weichen und harten Prozessen
- Partonische Struktur des Photons über die Messung der Photonstrukturfunktion.

[1] **C**oordinated **T**heoretical/**E**xperimental Project on **Q**CD Phenomenology and Test of the Standard Model

Eine Zusammenfassung der Resultate, die an den Speicherringen PEP (SLAC) sowie DORIS und PETRA (DESY) erzielt wurden, findet sich z.B. in [BER87a, KOL84]. Neuere Ergebnisse der ARGUS-Kollaboration am Speicherring DORIS II (DESY) sind in [ALB96] zusammengefaßt. Im folgenden werden einige Ergebnisse zur Resonanzproduktion von pseudoskalaren Mesonen vorgestellt und kurz das Prinzip der Messung der Photonstrukturfunktion erläutert.

### 3.3.1 Die Produktion von Resonanzen

Eine Zusammenfassung der Resonanzproduktion von pseudoskalaren Mesonen findet sich in [POP86]. In diesem Abschnitt werden einige Ergebnisse für $\pi^0$-, $\eta$-, $\eta'$- und $\eta_c$-Mesonen diskutiert.

Die Zwei-Photon-Physik erlaubt, die Zerfallsbreite $\Gamma_{\gamma\gamma}$ von Mesonen in zwei Photonen indirekt zu bestimmen. Der Wirkungsquerschnitt (Gleichung 2.87) für die Produktion einer Resonanz $R$ in Zwei-Photon-Prozessen ist proportional zur Zerfallsbreite $\Gamma_{\gamma\gamma}$. Bei bekannter Masse der Resonanz erlaubt dies die Bestimmung von $\Gamma_{\gamma\gamma}$.

<table>
<tr><th></th><th>$\pi^0$</th><th>$\eta$</th><th>$\eta'$</th><th>$\eta_c$</th></tr>
<tr><td>$m$ [ MeV/$c^2$]</td><td>134.9764(6)</td><td>547.45(19)</td><td>957.77(14)</td><td>2979.8(2.1)</td></tr>
<tr><td>$\Gamma$ [ keV]</td><td>0.0077(6)</td><td>1.18(11)</td><td>201(16)</td><td>$13.2(3.8) \cdot 10^3$</td></tr>
<tr><td>$\Gamma_{\gamma\gamma}$ [ keV]</td><td>0.0076(6)</td><td>0.463(4)</td><td>4.26(19)</td><td>7.5(1.6)</td></tr>
<tr><td>B.R. ($\gamma\gamma$) [%]</td><td>98.798(32)</td><td>39.25(31)</td><td>2.12(13)</td><td>0.030(12)</td></tr>
<tr><td>B.R. ($3\pi^0$) [%]</td><td>–</td><td>31.9(4)</td><td>0.155(26)</td><td rowspan="2">4.9(1.8)</td></tr>
<tr><td>B.R. ($\pi^+\pi^-\eta$) [%]</td><td>–</td><td>–</td><td>43.7(1.5)</td></tr>
<tr><td>B.R. ($\pi^0\pi^0\eta$) [%]</td><td>–</td><td>–</td><td>20.8(1.3)</td><td></td></tr>
</table>

**Tabelle 3.1: *Eigenschaften pseudoskalarer Mesonen***
*Aufgeführt sind für die pseudoskalaren Mesonen $\pi^0$, $\eta$, $\eta'$ und $\eta_c$ ihre Masse $m$, ihre totale Breite $\Gamma$ und ihre Breite $\Gamma_{\gamma\gamma}$ für den Zerfall in zwei Photonen. Darüberhinaus sind die Verzweigungsverhältnisse (B.R.) für den Zerfall in zwei Photonen und einige weitere Kanäle angegeben. Alle Angaben aus [BAR96b]*

In Tabelle 3.1 sind einige Parameter der drei leichtesten pseudoskalaren Mesonen ($\pi^0$, $\eta$ und $\eta'$) zusammengefaßt.

Aus der gemessenen partiellen Zerfallsbreite kann auf fundamentale Parameter der starken Wechselwirkung geschlossen werden. Für das $\pi^0$-Meson stammt der Hauptbeitrag zur Zerfallsbreite im Quarkmodell von einem Dreiecksdiagramm mit einer geschlossenen Quarkschleife. Die Rechnung liefert die Vorhersage [BER87a]:

$$\Gamma_{\pi^0\to\gamma\gamma} = \frac{\alpha^2}{32\pi^3}\frac{m_\pi^3}{f_\pi^2} N_{Farbe}^2 \left(\sum_{Farbe} \langle e_q^2 \rangle\right)^2 = N_{Farbe}^2 \cdot 0.85 \text{ eV}. \tag{3.5}$$

Der gemessene Wert von $\Gamma_{\pi^0\to\gamma\gamma} = 7.37 \pm 0.5$ eV kann nur verstanden werden, wenn für die Zahl $N_{Farbe}$ der möglichen Farbladungen der Quarks gilt: $N_{Farbe} = 3$. Dies ist einer der entscheidenden Hinweise auf die Quantenzahl der Farbladung gewesen.

Für die Mesonen $\eta$ und $\eta'$, die aufgrund der Brechung der $SU(3)$-Quarkflavour-Symmetrie (durch die gegenüber $u$- und $d$-Quarks größere Masse des $s$-Quarks) als Linearkombination des $SU(3)$-Singulett- und des $SU(3)$-Oktett-Zustands ausgedrückt werden können (siehe Abschnitt 2.5), führt die Messung der Partialbreiten zu einer Bestimmung des Mischungswinkels $\vartheta$. Der aus $\Gamma_{\eta\to\gamma\gamma}$ (und $\Gamma_{\pi^0\to\gamma\gamma}$) berechnete Wert von $\vartheta = (-18.4 \pm 1.8)^\circ$ ist konsistent mit dem aus $\Gamma_{\eta'\to\gamma\gamma}$ (sowie $\Gamma_{\pi^0\to\gamma\gamma}$) bestimmten Wert von $\vartheta = (-22.8 \pm 2.2)^\circ$ (beide Werte aus [BER87a]). Diese Winkel sind größer als der aus einer Massenformel bestimmte ideale Mischungswinkel $\vartheta = (-11.1 \pm 0.2)^\circ$ [POP86].

Für den Fall virtueller Photonen ($q_i^2 \neq 0$) tritt eine Korrektur zum Wirkungsquerschnitt in Form eines Formfaktors $F(q_1^2, q_2^2)$ auf. Durch den Nachweis eines oder beider unter großen Winkeln gestreuter Leptonen kann in Zwei-Photon-Experimenten der Formfaktor gemessen werden. $F(q_1^2, q_2^2)$ fällt mit wachsendem Werten von $|q_i^2|$ stark ab. Abbildung 3.6 zeigt eine Zusammenstellung von Messungen der partiellen Zerfallsbreiten

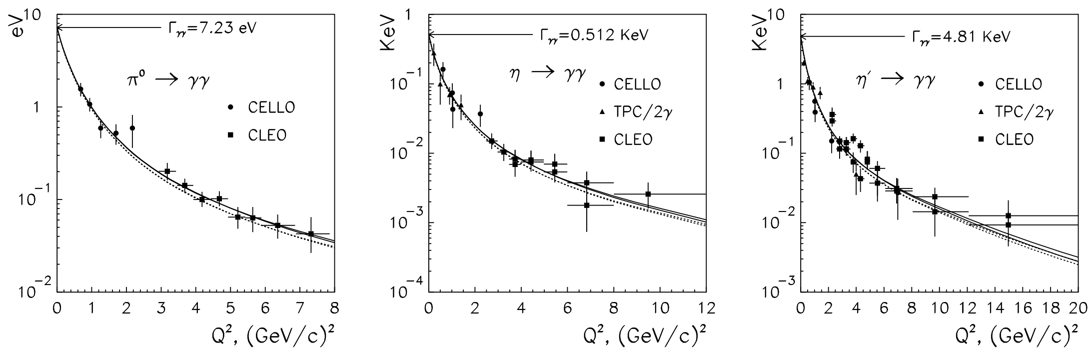


**Abbildung 3.6: *Formfaktoren der leichten pseudoskalaren Mesonen***
*Gezeigt sind Messungen der partiellen Zerfallsbreite $\Gamma_{\gamma\gamma}$ der leichten pseudoskalaren Mesonen $\pi^0$, $\eta$ und $\eta'$ aus der Zwei-Photon-Produktion der Mesonen durch ein virtuelles und ein quasi-reelles Photon (aus [ANI96])*

$\Gamma_{\gamma\gamma}$ der leichten pseudoskalaren Mesonen $\pi^0$, $\eta$ und $\eta'$ in Zwei-Photon-Prozessen mit einem quasi-reellen und einem virtuellen Photon in Abhängigkeit von der Virtualität des zweiten Photons. Aufgetragen ist

$$\Gamma_{\gamma\gamma} = \frac{\pi}{4}\alpha^2 m^3 F^2(Q^2, 0), \tag{3.6}$$

wobei $m$ die Masse des Mesons ist. Die Daten von CELLO [BEH91], TPC/2$\gamma$ [AIH90] und CLEO [SAV95] zeigen einen starken Abfall des Formfaktors mit steigenden Werten der Virtualität des Photons. Diese können durch einen $\rho$-Pol-Formfaktor ($F \propto 1/(1 - q^2/m_\rho^2)$ beschrieben werden, der im Vektor-Meson-Dominanz-Modell motiviert ist. Die in der Abbildung gezeigten Kurven sind das Ergebnis einer Rechnung [ANI96] für die erwartete Breite $\Gamma_{\gamma\gamma}$ in einem Modell, in dem sowohl der Bereich weicher Prozesse als auch der Bereich der perturbativen QCD berücksichtigt wird.

### 3.3.2 Die Strukturfunktion des Photons

Bei der Messung der Strukturfunktion des Photons wird bei $e^+e^-$-Speicherringen einer der beiden Leptonstrahlen (ähnlich wie in tiefinelastischer Streuung) als Quelle von Photonen hoher Virtualität $Q^2$ verwendet. Der zweite Strahl dient zur Abstrahlung der Photonen, an deren hadronischer Struktur die Streuung erfolgt (diese haben überwiegend kleine invariante Masse $Q^2$, sind also „quasi-reell").

Durch Messung des gestreuten Leptons kann (in Analogie zur tiefinelastischen Elektron-Proton-Streuung) aus dem Wirkungsquerschnitt der tiefinelastischen Elektron-Photon-Streuung die Photonstrukturfunktion $F_2^\gamma$ bestimmt werden. Wie im Falle der Elektron-Proton-Streuung wird die $Q^2$-Abhängigkeit von $F_2^\gamma$ von der QCD vorhergesagt, während die $x$-Abhängigkeit theoretisch weitgehend unbestimmt ist.

# Kapitel 4

# HERA und H1

In diesem Kapitel werden die apparativen Grundlagen für die Durchführung von Elektron-Proton-Physik bei HERA diskutiert. Im ersten Abschnitt wird der Beschleuniger HERA vorgestellt, gefolgt von der Beschreibung des Detektors H1 .

## 4.1 HERA

Der Beschleuniger HERA [1] [HER81, VOS94] am DESY [2] in Hamburg ist der erste Speicherring weltweit, in dem Leptonen (Elektronen bzw. Positronen, im folgenden wird der Begriff **Elektron synonym für Elektronen als auch für Positronen** gebraucht) mit Hadronen (Protonen) zur Kollision gebracht werden.

### 4.1.1 Der Aufbau und die Funktionsweise von HERA

HERA besteht aus zwei unabhängigen Beschleunigern, einem Ring für Elektronen (bzw. Positronen) und einem Ring für Protonen (in einer späteren Phase eventuell auch für schwerere Kerne). Die Ringe haben einen Umfang von jeweils 6.3 km.

Für die Elektronen (mit einer maximalen Energie von 30 GeV) werden als Ablenkmagnete normalleitende Dipole mit einem Magnetfeld von 0.165 T verwendet. Beim Protonring mit einer Energie von 820 GeV werden supraleitende Magnete mit einem Feld von 4.68 T verwendet. Die Schwerpunktsenergie von HERA beträgt (bei 30 GeV Elektronenergie) $\sqrt{s} = 313.7$ GeV, die Design-Luminosität $L = 1.6 \cdot 10^{31}$ cm$^{-2}$s$^{-1}$. In Abbildung 4.1 ist der Verlauf des Speicherrings HERA sowie des Vorbeschleunigerkomplexes am DESY gezeigt und erklärt. Die Legende zur Abbildung umfaßt eine kurze Darstellung der einzelnen Schritte zur Füllung der beiden HERA -Ringe.

### 4.1.2 Die Datennahmeperioden 1992 bis 1995

Tabelle 4.1 enthält die Zusammenstellung der erzielten integrierten Luminositäten. Dabei aufgeführt sind auch spezielle Datennahmeperioden, in denen der nominelle Wechselwirkungspunkt verschoben wurde ($z = +70$ cm bedeutet eine Verschiebung in Richtung des Protonstrahls, $z = -70$ cm eine Verschiebung in Richtung des Elektronstrahls). Diese Daten erlauben eine genauere Untersuchung spezieller kinematischer Bereiche (z.B. des Bereichs kleiner $Q^2$ für $z = +70$ cm). Weiter ist in der Tabelle die Zahl der kollidierenden Pakete sowie die Zahl der ungepaarten Elektron- bzw. Protonpakete gezeigt.

[1] HERA = Hadron-Elektron-Ring-Anlage
[2] DESY = Deutsches Elektronen-SYnchrotron

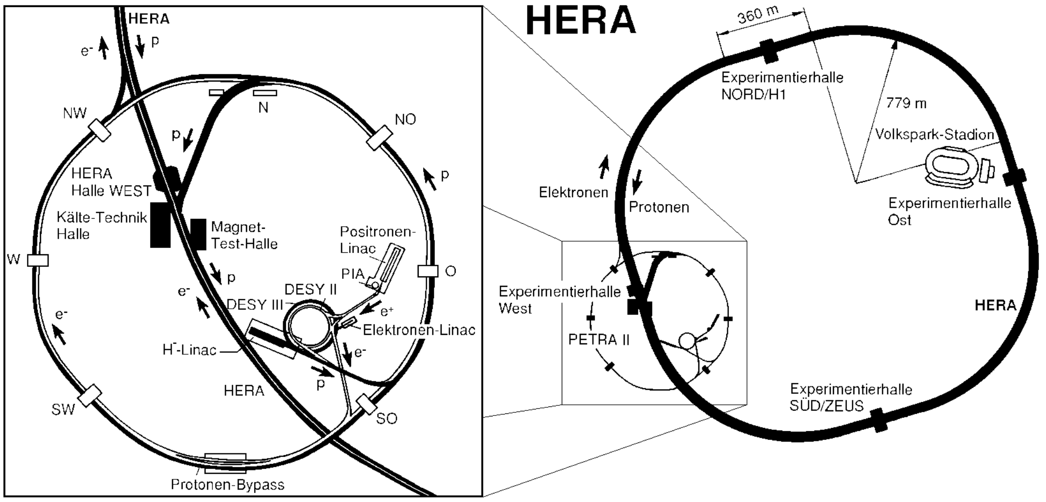


**Abbildung 4.1:** ***Der Beschleuniger* HERA**
*Die Abbildung zeigt den HERA-Ring mit den 4 Experimentierhallen. Im linken Teil ist das Vorbeschleunigersystem mit PETRA II, DESY II und DESY III sowie den Linearbeschleunigern vergrößert dargestellt. Zur Protonfüllung werden negativ geladene Wasserstoffionen $H^-$ aus einer Quelle in den LINAC $H^-$ gebracht, der diese auf 50 MeV beschleunigt. Vor der Injektion in das Protonsynchrotron DESY III werden von den Wasserstoffionen die beiden Elektronen abgetrennt. In DESY III werden die Protonen (bis zu $10^{11}$ pro Paket) auf 7.5 GeV beschleunigt und danach wird dieses Paket in PETRA (II) injiziert. Dort werden bis zu 70 Protonpakete gesammelt, auf 40 GeV beschleunigt und schließlich in den HERA-Protonring injiziert. Nachdem alle Protonpakete (bis zu 4 PETRA-Füllungen) im Ring sind, werden die Protonen auf 820 GeV beschleunigt.*
*In der folgenden Füllung des Elektronrings von HERA werden einzelne Elektronpakete (bis zu $3.6 \cdot 10^{10}$ Elektronen) vom einem Linearbeschleuniger auf 450 MeV, im Elektronensynchrotron DESY II auf 7 GeV beschleunigt und im PETRA-Ring gespeichert. Wenn in PETRA 60 Pakete gesammelt sind, werden diese auf 12 GeV beschleunigt und in den HERA-Elektronring injiziert. Nach bis zu 4 Füllungen werden die Elektronen in HERA auf bis zu 30 GeV beschleunigt*

| Jahr | Vertex | $< I_e >$ | $< I_p >$ | $L_{HERA}$ | $L_{H1}$ | koll. Pak. | $e$ $(p)$ Pilot |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1992 | nominal | 1.33 mA | 0.94 mA | 55.00 $nb^{-1}$ | 25.09 $nb^{-1}$ | 9 | 1 (1) |
| 1993 | nominal | 7.72 mA | 10.79 mA | 879.68 $nb^{-1}$ | 528.61 $nb^{-1}$ | 10 - 84 | 6 - 10 6 |
| 1993 | $z = +70$ cm | 8.33 mA | 11.39 mA | 5.91 $nb^{-1}$ | 2.54 $nb^{-1}$ | | |
| 1994 | nominal (I) | 10.49 mA | 28.55 mA | 846.21 $nb^{-1}$ | 492.51 $nb^{-1}$ | 153 | 15 (17) |
| 1994 | nominal (II) | 17.00 mA | 41.02 mA | 4664.58 $nb^{-1}$ | 3424.00 $nb^{-1}$ | | |
| 1994 | $z = +70$ cm | 16.78 mA | 41.17 mA | 78.33 $nb^{-1}$ | 64.98 $nb^{-1}$ | | |
| 1995 | nominal | 18.40 mA | 54.00 mA | 10094.64 $nb^{-1}$ | 5537.98 $nb^{-1}$ | 174 | 15 (6) |
| 1995 | $z = +70$ cm | 17.91 mA | 57.50 mA | 230.29 $nb^{-1}$ | 148.61 $nb^{-1}$ | | |
| 1995 | $z = -70$ cm | 17.84 mA | 49.44 mA | 78.33 $nb^{-1}$ | 57.95 $nb^{-1}$ | | |

**Tabelle 4.1:** ***Die erzielte integrierte Luminosität bei* HERA**
*Für die Jahre 1992 bis 1995 enthält diese Tabelle die mittleren Elektronenströme $< I_e >$ sowie die mittleren Protonenströme $< I_p >$. Weiterhin sind die von HERA gelieferten ($L_{HERA}$) und die von H1-aufgezeichneten ($L_{H1}$) integrierten Luminositäten, sowie die Zahl der kollidierenden Elektron- und Protonpakete („koll. Pak.“) und die Zahl der ungepaarten Pakete („e (p) Pilot“) für Elektronen und Protonen aufgeführt*

Die ungepaarten Pakete geben den Experimenten die Möglichkeit, Untergrundraten abzuschätzen, die durch Wechselwirkungen einzelner Strahlen mit dem Restgas des Vakuums in der Strahlröhre oder mit den Wänden der Strahlröhre verursacht werden.

### 4.1.3 Die Experimente bei HERA

Bei HERA gibt es vier mögliche Wechselwirkungszonen, in denen die Strahlen zur Kollision gebracht werden können. Zwei dieser Bereiche sind mit den großen Detektoren H1 und ZEUS besetzt. Diese Detektoren sind Vielzweckdetektoren, die fast den ganzen Raumwinkel um den Wechselwirkungspunkt umschließen. Der folgende Abschnitt beschreibt den Detektor H1 , der prinzipielle Aufbau von ZEUS ist ähnlich.

In der Halle West auf dem DESY -Gelände nimmt seit 1995 das HERMES -Experiment [HER90] Daten zur Untersuchung der Streuung longitudinal polarisierter Elektronen[3] an verschiedenen Atomkernen. Die polarisierten Kerne, an denen die Streuung erfolgt, werden als Gas in den Elektronenstrahl gebracht. Ziel des Experiments ist einerseits die Messung der Spinstrukturfunktionen $g_1$ und $g_2$ des Protons und des Neutrons sowie die Analyse semi-inklusiver[4] Endzustände, um Informationen über den Beitrag einzelner Quarksorten zum Protonspin zu gewinnen.

Das vierte Experiment am DESY wurde 1995 endgültig genehmigt und ist seitdem im Aufbau. HERA-B [HER92] soll die CP-Verletzung im B-Hadron-System nachweisen. Hierzu wird ein Teil des Protonstrahls – diejenigen Protonen, die außerhalb des nominellen Strahlprofils sind – an im Strahlrohr befindlichen Drähten gestreut.

## 4.2 H1

Der aus verschiedenen Komponenten aufgebaute Detektor H1 stellt ein komplexes System dar, das fast den ganzen Raumwinkel von $4\pi$ abdeckt. Bei der Konzeption des Detektors wurde der Schwerpunkt auf eine klare Identifikation von Elektronen sowie auf die präzise Messung ihrer Energie gelegt. Hierzu befindet sich das zentrale Kalorimeter (elektromagnetischer und hadronischer Teil, den Spurdetektor umschließend) innerhalb des Magnetfelds. Dies führt zur Minimierung der Menge an passivem Material („dead material“) vor dem Kalorimeter, das zu einer Verschlechterung der Energiemessung führt. Eine ausführliche Darstellung ist in [H1P86, ABT93a] zu finden.

Abbildung 4.2 zeigt eine Seitenansicht des Detektors H1 . Das H1 -Koordinatensystem ist so gewählt, daß die $z$-Richtung entlang der Protonstrahlachse zeigt. Die $+z$-Richtung (für den Polarwinkel $\vartheta$ gilt $0 < \vartheta < \pi/2$) wird als „Vorwärts-“, die $-z$-Richtung ($\pi/2 < \vartheta < \pi$) als „Rückwärtsrichtung“ bezeichnet. Die $x$-Richtung zeigt in das Zentrum des HERA -Rings. Die $y$-Richtung ist nach oben festgelegt.

### 4.2.1 Die Spurkammern

Die Spurkammern dienen zum Nachweis und zur Impulsmessung geladener Teilchen [SAU77]. Hieraus lassen sich der Ereigniswechselwirkungspunkt (Vertex) sowie Sekundärvertizes, die von Zerfällen langlebiger Teilchen stammen, rekonstruieren. Darüber hinaus können Teilchen über den spezifischen Energieverlust ($\mathrm{d}E/\mathrm{d}x$) identifiziert werden. Bei H1 wird der Polarwinkel geladener Teilchen mit einer Genauigkeit von $\sigma_\vartheta \approx 1$ mrad und deren Impuls mit einer Auflösung von $\sigma_p/p \approx 3 \cdot 10^{-3} \cdot p/$ GeV bestimmt.

Die Asymmetrie der Strahlenergien von Elektronen und Protonen führt zur Produktion vieler Teilchen unter kleinem Winkel $\vartheta$. Um optimale Rekonstruktion und Auflösung zu gewährleisten, wurden getrennte Spurdetektorsysteme für den Vorwärts- und den Zentralbereich gebaut.

[3]Die Synchrotronstrahlung führt zu einer transversalen Selbstpolarisation der Elektronen [SOK64].

[4]Es wird nicht nur das gestreute Elektron, sondern auch eine Teilchensorte $B$ im hadronischen Endzustand untersucht: $ep \to eBX$