INAUGURAL – DISSERTATION
zur
Erlangung der Doktorwürde
der
Naturwissenschaftlich – Mathematischen
Gesamtfakultät
der
Ruprecht – Karls – Universität
Heidelberg

vorgelegt von

Diplom – Physiker Markus Schmidt
aus Düsseldorf

– Tag der mündlichen Prüfung: 15. Mai 1996 –

Topologische Verzweigungsverhältnisse des τ-Leptons bei ALEPH

Gutachter: Prof. Dr. Eike-Erik Kluge
Prof. Dr. Otto Nachtmann

Zusammenfassung

Aus den in den Jahren 1991 bis 1993 mit dem Detektor ALEPH am LEP-Speicherring aufgezeichneten Daten, werden die Verzweigungsverhältnisse B_1, B_3, und B_5 für Zerfälle des τ-Leptons in 1,3 und 5 geladene Teilchen in einer simultanen Messung bestimmt. Dazu wird eine neue Methode verwendet, bei der die Klassifikation der selektierten τ-Ereignisse über die Zählung rekonstruierter geladener Spuren hinausgeht. Informationen, die in Verbindung mit Rekonstruktionsproblemen stehen, gehen in die Klassifikation ein. Die zusätzlichen Informationen sind hilfreich bei der Entfaltung der tatsächlichen Ereignistopologie und ermöglichen eine detailierte Kontrolle systematischer Effekte der Rekonstruktion. Eine erweiterte Mischungsmatrix gibt die Wahrscheinlichkeit dafür, einen 1- ,3-, bzw. 5-prong τ-Zerfall in einer der Ereignisklassen zu rekonstruieren. Sie wird dazu benutzt, die topologischen Verzweigungsverhältnisse aus der Verteilung der Ereignisse auf die verschiedenen Klassen zu bestimmen.
Es wird eine absolute Messung der Verzweigungsverhältnisse durchgeführt, bei der auf die Zahl der erzeugten τ-Ereignisse normiert wird, und eine relative Messung, bei der die Vollständigkeit der Verzweigungsverhältnisse voraussetzt und die Summe auf eins festgesetzt wird. Die topologischen Verzweigungsverhältnisse aus der relativen Messung sind

$$\begin{aligned} B_1 &= 85.39 \quad \pm 0.11(\text{stat.}) \quad \pm 0.13(\text{sys.}) \\ B_3 &= 14.51 \quad \pm 0.11(\text{stat.}) \quad \pm 0.13(\text{sys.}) \\ B_5 &= 0.099 \quad {}^{+0.013}_{-0.010}(\text{stat.}) \quad \pm 0.007(\text{sys.}) \end{aligned}$$

Die gute Übereinstimmung mit der Summe der ebenfalls bei ALEPH gemessenen exklusiven Verzweigungsverhältnisse zeigt Konsistenz auf einem Niveau von besser als 0.14% .

Inhaltsverzeichnis

Kapitel 1

Einleitung

Kurz vor Fertigstellung dieser Arbeit wurde der Nobelpreis für Physik des Jahres 1995 [1] an M. Perl für die Entdeckung des τ-Leptons vergeben. Die Bezeichnung τ kommt aus dem griechischen $\tau\rho\iota\tau o\nu$ - das Dritte - und steht für das dritte geladene Lepton nach den bereits bekannten Elektron und Myon. Man dachte damals an eine Sequenz von Leptonen mit ihren zugehörigen Neutrinos, die durch weitere schwere Leptonen fortgesetzt werden könnte. Vier Jahre vor der Entdeckung sagte Tsai [2] bereits alle wichtigen Eigenschaften eines solchen hypothetischen schweren Leptons voraus. Im Jahr 1975 fanden M. Perl und seine Mitarbeiter [3] mit dem MARK I Detektor am e^+e^--Speicherring SPEAR am SLAC erste Anzeichen für solche Leptonen. In den 20 Jahren seit der Entdeckung hat sich die Physik des τ-Leptons zu einem interessanten Arbeitsgebiet entwickelt. Insbesondere die letzten zehn Jahre brachten dank verbesserter Detektoren und Beschleuniger und der damit einhergehenden größeren Statistik eine große Zahl neuer Veröffentlichungen [4] hervor. Die Genauigkeit einiger Ergebnisse der τ-Physik erreicht das 0.1 % -Niveau. Damit ist man in der Lage Präzisionstests des Standardmodells durchzuführen.

Das in den 60er Jahren entwickelte Standardmodell der eletroschwachen Wechselwirkung stellte einen wichtigen Schritt zum Verständnis des Aufbaus der Materie und der fundamentalen Kräfte zwischen ihren elementaren Bausteinen dar. Es geht zurück auf die von Glashow, Salam und Weinberg [5] vorgeschlagene Vereinheitlichung von Fermis Theorie der schwachen Wechselwirkung [6] mit der Quantenlektrodynamik, die anschließend durch den GIM-Mechanismus[8], der die Ideen der Cabibbo-Mischung [7] aufgreift, auf die Beschreibung der Kopplung von Quarks ausgedehnt wurde. Eine renormierbare Eichtheorie, basierend auf den Symmetriegruppen SU(3) und SU(2)$\otimes$U(1) ermöglicht eine Beschreibung von drei der vier fundamentalen Kräfte, der starken, schwachen und elektromagnetischen Wechselwirkung. Das Modell wurde bislang in fast allen seinen Aspekten durch experimentelle Befunde glänzend bestätigt.

Einen wichtigen Beitrag zur Messung einiger freier Parameter des Standardmodells,

sowie zu dessen Überprüfung, lieferte der Bau des e^+e^--Speicherringes LEP am europäischen Forschungszentrum CERN in Genf. Seit 1989 werden dort Elektronen mit Positronen bei Schwerpunktsenergien in der Nähe der Z^0-Resonanz (91 GeV) zur Kollision gebracht. Die beim Zerfall des dabei erzeugten Z^0, des neutralen Austauschteilchens der schwachen Wechselwirkung, entstehenden Fermion-Antifermion-Paare werden in den vier Großdetektoren ALEPH, DELPHI, L3 und OPAL nachgewiesen.
Die Bedingungen zum Studium der Eigenschaften des τ-Leptons sind bei LEP sehr gut, da die relativ große Zahl erzeugter $\tau^+\tau^-$-Paare wegen der hohen Schwerpunktsenergie sehr gut vom Untergrund abgetrennt werden können und sich mit hoher Effizienz selektieren lassen.
Für Erzeugung und Zerfall des τ Leptons gibt es präzise Vorhersagen, die mit einer großen Zahl von sehr genauen Messungen unmittelbar verglichen werden können und somit Präzisionstests des Standardmodells erlauben.
Die Aussagekraft der Messungen einzelner Verzweigungsverhältnisse wurde allerdings in der Vergangenheit angezweifelt, da sich für die Gesamtheit aller Messungen von τ-Zerfällen kein konsistentes Bild ergab. Es bestand eine Diskrepanz zwischen den topologischen Verzweigungsverhältnissen, bei denen man nur nach der Zahl der geladenen Spuren unterscheidet, und der Summe aller entsprechenden exklusiven Verzweigungsverhältnisse. Die Diskrepanz konnte durch neuere Messungen ausgeräumt werden. Früher konnte man einige Verzweigungsverhältnisse gar nicht oder nur schlecht messen, während eine Messung topologischer Verzweigungsverhältnisse, relativ genau möglich war. Heute können fast alle Verzweigungsverhältnisse mit ständig steigender Genauigkeit gemessen werden. Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit der Messung der topologischen Verzweigungsverhältnisse bei ALEPH und liefert damit einen Beitrag zur Überprüfung der internen Konsistenz aller Verzweigungsverhältnisse des τ-Leptons mit weiter gesteigerter Präzision.

Die Arbeit gliedert sich wie folgt:
Im 2. Kapitel wird ein Überblick über theoretische Vorhersagen aus dem Standardmodell über das τ-Lepton gegeben. Dabei soll gezeigt werden, daß es präzise Vorhersagen gibt, deren Vergleich mit den experimentellen Befunden einen genauen Test des Standardmodells erlaubt. Anschließend soll die Bedeutung der Messung topologischer Verzweigungsverhältnisse als Konsistenztest bei der Messung der τ-Verzweigungsverhältnisse hervorgehoben werden. Dies wird insbesondere dadurch getan, daß das sogenannte „1-prong-Problem“, das früher Zweifel an der Konsistenz der Messungen aufkommen ließ, etwas näher erläutert wird.
Das Experiment ALEPH am Speicherring LEP, bei dem diese Messungen durchgeführt wurden, wird im 3. Kapitel dargestellt.
Die Effekte, die die Bestimmung der Multiplizität geladenener Spuren erschweren, und einige Methoden, die benutzt werden, um die Ereignistopologie zu rekonstruieren, werden in Kapitel 4 beschrieben.
Die Ereignisselektion wird in Kapitel 5 behandelt.
In Kapitel 6 wird die Entfaltung der topologischen Verzweigungsverhältnisse erklärt. Dazu werden die Ereignisse einer großen Zahl von Ereignisklassen zugeordnet, ent-

sprechend den Informationen, die während der Rekonstruktion der Ereignistopologie zusammengetragen wurden. Eine Mischungsmatrix beschreibt die Wahrscheinlichkeit, daß ein in einer bestimmten Topologie erzeugtes Ereignis einer der Ereignissklassen zugeordnet wird.
Da diese Messung mit 120 000 analysierten τ-Zerfällen eine sehr hohe statistische Präzision hat, wird sehr viel Wert auf ein genaues Verständnis der systematischen Effekte gelegt. Die entsprechenden Studien werden in Kapitel 7 dargelegt.
Abschließend werden im 8. Kapitel die Ergebnisse zusammengestellt und diskutiert.

Kapitel 2

Erzeugung und Zerfall des τ-Leptons im Rahmen des Standardmodells

2.1 Erzeugung von $\tau^+\tau^-$-Paaren

Die Erzeugung von $\tau^+\tau^-$-Paaren in e^+e^- Kollisionen bei LEP läßt sich in Bornscher Näherung durch die beiden in Abbildung 2.1 dargestellten Feynmangraphen beschreiben.

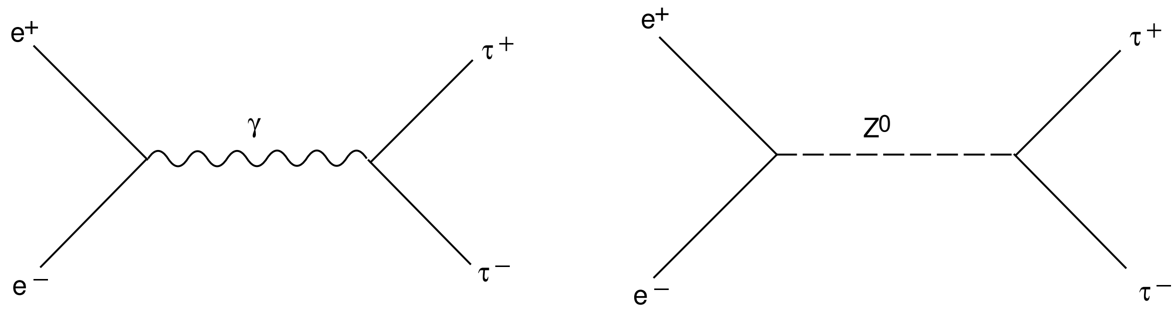

Abbildung 2.1: *Feynmangraphen für die Erzeugung von $\tau^+\tau^-$-Paaren bei LEP.*

Der differentielle Wirkungsquerschnitt [9] ist

$$\frac{d\sigma(e^+e^- \to \tau^+\tau^-)}{d\Omega} = \frac{\alpha^2}{4s}(\sigma_\gamma + \sigma_{\gamma Z} + \sigma_Z). \tag{2.1}$$

Die darin enthaltenen Terme $\sigma_\gamma, \sigma_{\gamma Z}$ und σ_Z beschreiben Photonaustausch, Interferenz und Z-Austausch:

$$\sigma_\gamma = 1 + cos^2\Theta \tag{2.2}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\gamma Z} &= 2[v_e v_\tau (1 + cos^2\Theta) + 2 a_e a_\tau cos\Theta] \cdot Re\chi & (2.3) \\ \sigma_Z &= [(v_e^2 + a_e^2)(v_\tau^2 + a_\tau^2)(1 + cos^2\Theta) + 8 v_e v_\tau a_e a_\tau cos\Theta] \cdot |\chi|^2 & (2.4) \end{aligned}$$

Θ ist der Winkel zwischen dem einlaufenden e^- und dem auslaufenden τ^-, v_f und a_f $(f = e, \tau)$ sind die schwachen, neutralen Vektor- und Axialvektorkopplungen und χ der Z-Propagator

$$\chi = \frac{G}{8\sqrt{2}\pi\alpha} \quad \frac{m_Z^2 s}{s - m_Z^2 + i m_Z \Gamma_Z}. \tag{2.5}$$

mit m_Z als der Masse des Z und Γ_Z dessen Breite, dem Quadrat der Schwerpunktsenergie s und der Fermikonstanten G.
Integration von 2.1 liefert den totalen Produktionswirkungsquerschnitt

$$\begin{aligned} \sigma_{\tau^+\tau^-} &= \int \frac{d\sigma(e^+e^- \to \tau^+\tau^-)}{d\Omega} d\Omega = \\ &= \frac{4\pi\alpha^2}{3s} \quad [1 + 2 v_e v_\tau \cdot Re\chi \quad + (v_e^2 + a_e^2)(v_\tau^2 + a_\tau^2) \cdot |\chi|^2 \quad] & (2.6) \end{aligned}$$

Die Winkelverteilung der erzeugten τ-Leptonen läßt sich durch die Vorwärts-Rückwärts-Asymmetrie A_{FB}^τ beschreiben [10]:

$$\frac{d\sigma}{dcos\Theta} = c[1 + cos^2\Theta + \frac{8}{3} A_{FB}^\tau cos\Theta] \tag{2.7}$$

wobei c lediglich eine Normierungskonstante ist. Auf der Z^0-Resonanz gilt

$$A_{FB}^\tau = \frac{3}{4} A_e A_f \qquad , \tag{2.8}$$

wobei

$$A_f \equiv \frac{g_L^2(f) - g_R^2(f)}{g_L^2(f) + g_R^2(f)} = \frac{2\, v_f\, a_f}{v_f^2 + a_f^2} \tag{2.9}$$

die Asymmetrie zwischen den links und rechtshändigen Kopplungen $g_L(f)$ und $g_R(f)$ der Fermionen $f = e, \mu, \tau, ...$ ist. Da die Händigkeit der τ-Leptonen aus den Zerfallsprodukten bestimmt werden kann, kann man die τ-Polarisation

$$P_\tau \equiv \frac{\sigma_R - \sigma_L}{\sigma_R + \sigma_L} \tag{2.10}$$

aus dem Unterschied der Wirkungsquerschnitte σ_R und σ_L für die Produktion von recht- und linkshändigen τ^- messen. Integriert über alle Produktionswinkel ist

$$P_\tau = -A_\tau \tag{2.11}$$

Die Winkelabhängigkeit

$$P_\tau(cos\Theta) = -\frac{A_\tau(1 - cos^2\Theta) + 2 A_e cos\Theta}{(1 + cos^2\Theta) + 2 A_e A_\tau cos\Theta} \tag{2.12}$$

liefert zusätzliche Informationen über A_e. Die τ-Polarisationsasymmetrie ist

$$P_\tau^{FB} = -\frac{3}{4} A_e \qquad . \tag{2.13}$$

2.2 Zerfall des τ-Leptons

Beim Zerfall (vgl. Abb. 2.2) koppelt das τ genauso wie die leichteren Leptonen e und μ an das entsprechende Neutrino(ν_τ) und ein W-Boson. Die hohe Masse des τ-Leptons ($1776.96^{+0.18+0.22}_{-0.21-0.17}$ MeV [11]) ermöglicht sowohl leptonische Zerfälle durch Kopplung des W an $e\nu_e$ und $\mu\nu_\mu$ als auch semihadronische Zerfälle, bei denen das W an ein Quarkpaar aus u und dem Cabibbo-rotierten $d' = d \cdot cos\Theta_c + s \cdot sin\Theta_c$ koppelt, das daraufhin hadronisiert. Damit eröfffnet sich eine Fülle von Zerfallskanälen mit geladenen und neutralen Pionen und Kaonen im Endzustand, sowie deren Resonanzen.

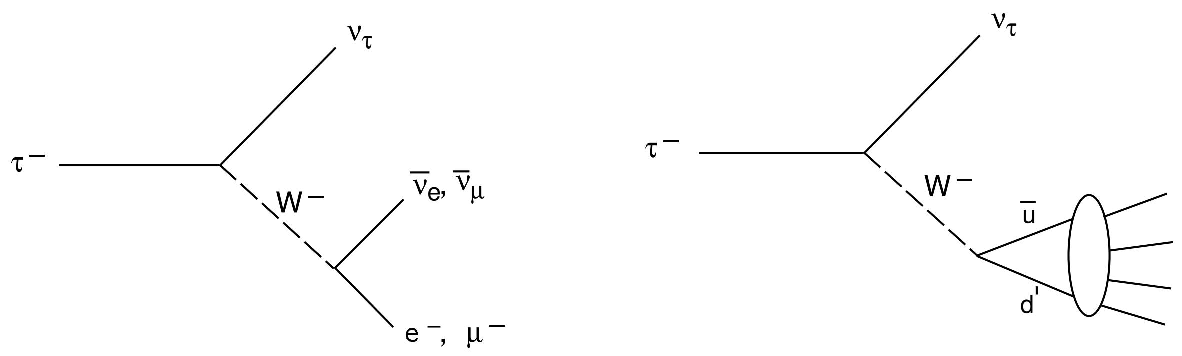

Abbildung 2.2: *Feynmangraphen für leptonische und hadronische Zerfälle des τ.*

Für viele τ-Zerfälle gibt es genaue theoretische Vorhersagen, die es erlauben, gemessene Zerfallsraten mit den Erwartungen zu vergleichen und damit die Gültigkeit des Standardmodells zu überprüfen. Um dies zu illustrieren, sollen die wichtigsten theoretischen Konzepte und die Vorhersagen für die größten Verzweigungsverhältnisse kurz skizziert werden.

2.2.1 Leptonische Zerfälle

Verzweigungsverhältnisse

Die leptonische Zerfallsrate des τ läßt sich aus dem Standardmodel unter Annahme einer V-A Kopplung universeller Stärke unter Berücksichtigung von Strahlungskorrekturen [12], zu

$$\Gamma(\tau \to l\nu_\tau\bar{\nu}_l) = \frac{G^2 m_\tau^5}{192\pi^3} \cdot f\left(\frac{m_l^2}{m_\tau^2}\right) \cdot \left(1 + \frac{3m_\tau^2}{5m_W^2}\right) \cdot \left(1 + \frac{\alpha(m_\tau)}{2\pi}\left(\frac{25}{4} - \pi^2\right)\right) \quad (2.14)$$

mit

$$f(x) = 1 - 8x + 8x^3 - x^4 - 12x^2 lnx \quad (2.15)$$

berechnen. G ist dabei die Fermi-Kopplungskonstante, die sich mit hoher Präzision aus der μ -Lebensdauer bestimmen läßt, wobei man in obiger Formel lediglich m_τ durch m_μ ersetzen muß. $B_e = B(\tau \to e\nu_\tau\bar{\nu}_e)$ läßt sich damit zu den experimentell bestimmten Werten für die Lebensdauer τ_τ und die Masse m_τ in Beziehung setzen:

$$B_e = \frac{\tau_\tau}{\tau_\mu}\left(\frac{g_\tau}{g_\mu}\right)^2\left(\frac{m_\tau}{m_\mu}\right)^5\delta_{rad} \tag{2.16}$$

Unter Annahme von Leptonuniversalität ist das Verhältnis g_τ/g_μ gleich eins, δ_{rad} steht für Strahlungskorrekturen. Die Masse und Lebensdauer des Myons sind mit sehr hoher Präzision bekannt.
Unter Berücksichtigung des Verhältnisses der Massen von τ und μ über

$$f\left(\frac{m_\mu^2}{m_\tau^2}\right) = 0.9728 \qquad , \tag{2.17}$$

erhält man, Leptonuniversalität vorausgesetzt:

$$B_\mu = 0.9728 \cdot B_e \qquad . \tag{2.18}$$

Michel-Parameter

Leptonische Zerfälle können dazu benutzt werden, die Lorentzstruktur des geladenen schwachen Stromes zu untersuchen [13]. Die allgemeinste Form des Matrixelements für eine Leptonzahl erhaltende Vier-Fermion-Wechselwirkung ist

$$\mathcal{M} = \frac{4G_l}{\sqrt{2}} \sum_{\substack{\gamma = S,V,T \\ i,j = L,R}} g_{ij}^\gamma \langle \bar{l}_i|\Gamma^\gamma|(\nu_l)_m\rangle\langle(\bar{\nu_\tau})_n|\Gamma_\gamma|\tau_j\rangle \tag{2.19}$$

wobei G_l eine Konstante äquivalent zur Fermi-Konstante ist. Das Matrixelement enthält 10 komplexe Kopplungskonstanten g_{ij}^γ, γ bezeichnet die Art der Wechselwirkung (Skalar, Vektor und Tensor), i und j die Händigkeit (links und rechts) der Leptonen, die Neutrinohelizitäten n und m sind bei vorgegebenem γ, i und j eindeutig festgelegt. Die Zerfallsverteilung

$$\begin{aligned} \frac{1}{\Gamma}\frac{d\Gamma}{dz} &= F_l(z) - p_\tau \cdot G_l(z) = \\ &= f_c(z) + \rho_l \cdot f_\rho(z) + \eta_l \cdot f_\eta(z) - p_\tau \cdot (\xi_l \cdot g_\xi(z) + (\delta\xi)_l \cdot g_{\delta\xi}(z)) \end{aligned} \tag{2.20}$$

kann durch die Michel-Parameter $\rho_l, \eta_l, (\delta\xi)_l$ und ξ_l, die bilineare Kombinationen der g_{ij}^γ sind, ausgedrückt werden, p_τ ist die Polarisation des τ und $z = E_l/E_\tau$ die normierte Energie des Leptons im Laborsystem. Ein Vergleich der Messungen der Michel-Parameter mit der Standardmodellvorhersage ($\rho_l = 3/4, \eta_l = 0, (\delta\xi)_l = 3/4$ und$\xi_l = 1$, testet mögliche Abweichungen von einer reinen V-A Kopplung.

2.2.2 Hadronische Zerfälle

Die allgemeinste Formulierung [2] für die Zerfallsbreite des τ in Hadronen ist

$$\begin{aligned} &\Gamma(\tau \to Hadronen + \nu_\tau) = \\ &\frac{G^2}{(2\pi)^2(2m_\tau)^3}\int_0^{m_\tau^2}(m_\tau^2 - q^2)dq^2 \quad \cdot \\ &\{\{(m_\tau^2 + 2q^2)[v_1(q^2) + a_1(q^2)] \quad + \quad m_\tau^2 \qquad a_0(q^2)\,\}cos^2\Theta_c + \\ &\{(m_\tau^2 + 2q^2)[v_1^s(q^2) + a_1^s(q^2)] \quad + \quad m_\tau^2[v_0^s(q^2) + a_0^s(q^2)]\}sin^2\Theta_c\} \quad . \end{aligned} \tag{2.21}$$

Sie hängt von den unbekannten Spektralfunktionen ab, die verschiedenen Quantenzahlen der Endzustände zugeordnet werden. Die Spektralfunktionen v_1, a_1, a_0 sind für Strangeness S=0 und Spin-Parität $J^P = 1^-, 1^+, 0^-$ und die Funktionen v_1^s, v_0^s, a_1^s, a_0^s für Strangeness S=1 und Spin-Parität $J^P = 1^-, 0^+, 1^+, 0^-$. Aus der CVC-Hypothese folgt $v_0 = 0$.
Zur Berechnung bestimmter Endzustände müssen die zugehörigen Spektralfunktionen in Gleichung 2.21 eingesetzt werden, die im allgemeinen nicht berechenbar sind und experimentell mehr oder weniger schlecht gemessen werden können. Präzise Vorhersagen erhält man nur bei den Endzuständen mit nur einem Hadron, wo die Spektralfunktionen Delta-Funktionen sind.

Präzise Vorhersagen allein aus der Theorie

$\boldsymbol{\tau^- \to \pi^-\nu_\tau}$

Die Spektralfunktion für diesen Zerfall [2, 14] ist

$$a_0(q^2) = 2\pi f_\pi^2 \delta(q^2 - m_\pi^2) \quad . \tag{2.22}$$

Damit reduziert sich Gleichung 2.21 zu

$$\Gamma(\tau^- \to \pi^-\nu_\tau) = \frac{G^2 f_\pi^2 cos^2\Theta_c m_\tau^3}{16\pi}\left(1 - \frac{m_\pi^2}{m_\tau^2}\right)^2 \tag{2.23}$$

Die Berechnung von $B_\pi = B(\tau^- \to \pi^-\nu_\tau)$ setzt die Kenntnis der Kopplung $gf_\pi cos\Theta_c$ des Pions an das W voraus, wobei g gegeben ist durch $g^2/m_W^2 = G/\sqrt{2}$. Der Vergleich der Feynmangraphen für die Zerfälle $\tau^- \to \pi^-\nu_\tau$ und $\pi^- \to \mu^-\nu_\mu$ (Fig. 2.3) zeigt, daß sie sich aus der genau bekannten Lebensdauer des Pions mit

$$\Gamma(\pi^- \to \mu^-\nu_\mu) = \frac{G^2 f_\pi^2 cos^2\Theta_c}{8\pi} m_\pi m_\mu^2 \left(1 - \frac{m_\mu^2}{m_\pi^2}\right)^2 \tag{2.24}$$

berechnen läßt, wenn man $\mu - \tau$-Universalität, also gleiche Kopplung g zwischen W und $\mu\nu_\mu$ sowie $\tau\nu_\tau$, annimt. Damit erhält man

$$\frac{\Gamma(\tau^- \to \pi^-\nu_\tau)}{\Gamma(\tau^- \to e^-\nu_\tau\bar{\nu}_e)} = \frac{(f_\pi cos\Theta_c)^2}{m_\tau^2} 12\pi^2 \left(1 - \frac{m_\pi^2}{m_\tau^2}\right)^2 \quad . \tag{2.25}$$

Nimmt man $f_\pi cos\Theta_c$ aus dem Pion-Zerfall, erhält man

$$B_\pi = 0.607 \cdot B_e \qquad . \tag{2.26}$$

Strahlungskorrekturen [12] bis zur führenden Ordnung $\mathcal{O}(\alpha\, ln\, m_Z)$, angewandt auf

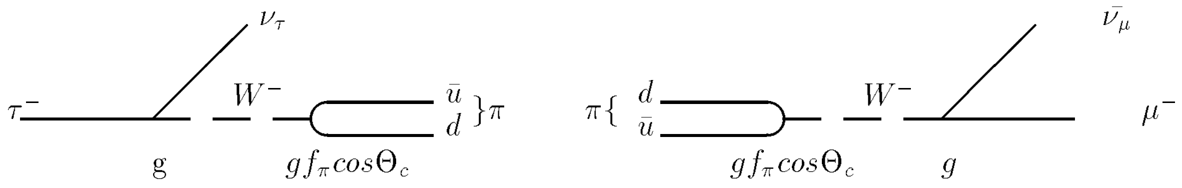

Abbildung 2.3: *Feynmangraphen für den Zerfall $\tau^- \rightarrow \pi^-\nu_\tau$ (links) und $\pi^- \rightarrow \mu^-\nu_\mu$ (rechts).*

beide der miteinander verglichenen Zerfälle führen zu einer geringen Modifikation: $B_\pi = 0.601 \cdot B_e$.

$\tau^- \rightarrow K^-\nu_\tau$

Analog dazu läßt sich $B_K = B(\tau^- \rightarrow K^-\nu_\tau)$ bestimmen [2, 14]. Die zugehörige Spektralfunktion lautet

$$a_0(q^2) = 2\pi f_K^2 \delta(q^2 - m_K^2) \qquad . \tag{2.27}$$

Die Kaonzerfallskonstante f_K kann mit Hilfe der gutvermessenen Kaon Lebensdauer berechnet werden, wie die Feynmangraphen in Abb. 2.4 demonstrieren. Die Kopplung

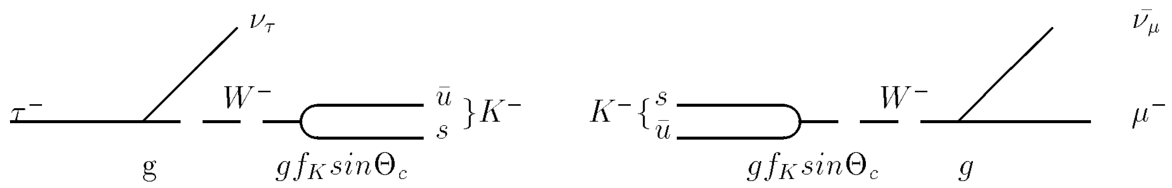

Abbildung 2.4: *Feynmangraphen für den Zerfall $\tau^- \rightarrow K^-\nu_\tau$ (links) und $K^- \rightarrow \mu^-\nu_\mu$ (rechts).*

des W an das Kaon ist gegeben durch $g \cdot f_K \cdot sin\Theta_c$. Damit ergibt sich

$$\frac{\Gamma(\tau^- \rightarrow K^-\nu_\tau)}{\Gamma(\tau^- \rightarrow e^-\nu_\tau\bar{\nu}_e)} = \frac{(f_K sin\Theta_c)^2}{m_\tau^2} 12\pi^2 \left(1 - \frac{m_K^2}{m_\tau^2}\right)^2 \tag{2.28}$$

und somit

$$B_K = 0.0395 \cdot B_e \qquad , \tag{2.29}$$

bzw. $B_K = 0.0397 \cdot B_e$ unter Berücksichtigung von Strahlungskorrekturen [12].

Die CVC-Hypothese

Mit der Hyphothese vom erhaltenen Vektorstrom (CVC-Hypothese, „conserved vector current") [15] kann man den Vektoranteil des Strangeness erhaltenden geladenen schwachen Stroms zum Isovektoranteil des totalen Wirkungsquerschnitts für die e^+e^--Annihilation in Hadronen in Beziehung setzen. Damit erhält man [18]

$$v_1(q^2) = \frac{q^2}{4\pi\alpha^2} \quad \sigma^{I=1}_{e^+e^-}(q^2) \tag{2.30}$$

Alle hadronischen Endzustände X^- mit Quantenzahlen $J^{PG} = 1^{-+}$ lassen sich so aus entsprechenden e^+e^- -Wirkungsquerschnitten vorhersagen. Man erhält

$$\frac{B(\tau^- \to X^-\nu_\tau)}{B(\tau^- \to e^-\nu_e\nu_\tau)} = \frac{3cos^2\Theta_c S_{EW}}{2\pi\alpha^2 m_\tau^8} \int_{4m_\pi^2}^{m_\tau^2} dq^2 q^2 (m_\tau^2 - q^2)^2 (m_\tau^2 + q^2) \sigma^{I=1}_{e^+e^-}(q^2) \qquad ,(2.31)$$

wobei S_{EW} elektroschwache Strahlungkorrekturen berücksichtigt. Um den Isospin =1 Anteil des e^+e^- Wirkungsquerschnittes zu erhalten verwenden viele Autoren (z. B. [14, 16]) Modellanpassungen an die gemessenen Wirkungsquerschnitte, während andere [17] direkt über die gemessenen Wirkungsquerschnitte integrieren. Eine Auflistung einiger Endzustände, die mit der CVC-Hypothese vorhergesagt werden können findet sich in Tabelle 2.1. Da hier auf die unterschiedlichen Details in den Voraussetzungen für verschiedene Vorhersagen nicht eingegangen werden soll, wird nur eine Vorhersage, die von Eidelman und Ivanchenko [18] angegeben. Auch einige hadronische Endzustände mit Kaonen können über die CVC-Hypothese vorhergesagt werden, bei denen zusätzliche Komplikationen, wie SU(3)-Brechungseffekte berücksichtigt werden müssen, auf die hier nicht näher eingegangen werden soll.
Ein detaillierterer Überblick über verschiedene Vorhersagen im Vergleich zu experimentellen Ergebnissen findet sich zum Beispiel in [18].
Die CVC-Hypothese erlaubt einen Vergleich von Daten, die unter völlig unterschiedlichen experimentellen Bedingungen genommen wurden und stellt damit einen guten Test der elektroschwachen Theorie dar. Für die wichtigsten Verzweigungsverhältnisse ($\pi\pi^0\nu_\tau$, $3\pi\pi^0\nu_\tau$, $\pi 3\pi^0\nu_\tau$) übersteigt mittlerweile die Genauigkeit der τ-Messungen die der Vorhersagen, so daß bessere e^+e^-Daten benötigt werden.

Beziehungen zwischen Spektralfunktionen

Die anderen Spektralfunktionen sind bisher nicht berechenbar. Summenregeln stellen Beziehungen zwischen einzelnen Spektralfunktionen her. Die **Weinberg-Summen-**

τ-Zerfall		Vorhersage [18]	e^+e^--Reaktion	
$\tau^- \rightarrow$	$\pi^+\pi^0\nu$	24.9 ± 0.7	$e^+e^- \rightarrow$	$\pi^+\pi^-$
$\tau^- \rightarrow$	$\pi^+\pi^-\pi^-\pi^0\nu$	4.20 ± 0.29	$e^+e^- \rightarrow$	$\pi^+\pi^-\pi^+\pi^-$
			$e^+e^- \rightarrow$	$\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$
			$\sigma_{\tau^-\rightarrow\pi^+\pi^-\pi^-\pi^0\nu} = \frac{1}{2}\sigma_{\pi^+\pi^-\pi^+\pi^-} + \sigma_{\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0}$	
$\tau^- \rightarrow$	$\pi^-\pi^0\pi^0\pi^0\nu$	1.08 ± 0.05	$e^+e^- \rightarrow$	$\pi^+\pi^-\pi^+\pi^-$
			$\sigma_{\tau^-\rightarrow\pi^+\pi^0\pi^0\pi^0\nu} = \frac{1}{2}\sigma_{\pi^+\pi^-\pi^+\pi^-}$	
$\tau^- \rightarrow$	$\omega\pi^-\nu$	1.79 ± 0.14	$e^+e^- \rightarrow$	$\omega\pi^0$
$\tau^- \rightarrow$	$\eta\pi^-\pi^0\nu$	0.130 ± 0.018	$e^+e^- \rightarrow$	$\eta\pi^+\pi^-$

Tabelle 2.1: *Einige τ-Zerfälle, die über die CVC-Hypothese vorhergesagt werden können und die zugehörigen e^+e^--Reaktionen.*

regeln [19] basieren auf der Brechung der $SU_f(3)$ Symmetrie bei niedrigem q^2 und stellen eine Beziehung zwischen den Vektor- und Axialvektor-Spektralfunktionen des Strangeness erhaltenden schwachen Stroms und der Pionzerfallskonstante f_π her:

$$\int_0^\infty [v_1(q^2) - a_1(q^2)] \quad dq^2 = \quad 2\pi f_\pi^2 \tag{2.32}$$

$$\int_0^\infty [v_1(q^2) - a_1(q^2)] \quad q^2 dq^2 = \quad 0 \tag{2.33}$$

Die Breiten $\Gamma(\tau^- \rightarrow a_1\nu_\tau)$ und $\Gamma(\tau^- \rightarrow \rho\nu_\tau)$, die bei ungebrochener $SU_f(3)$ gleich wären, können mit dieser Summenregel zueinander in Beziehung gesetzt werden.
Andere Autoren [20] verwenden Stromalgebra und die PCAC-Hypothese („partially conserved axial current") um Zerfälle in drei und fünf Pionen zu berechnen.
Da solche Vorhersagen von der Breite des a_1 abhängen, für die verschiedene Angaben sich bis zu einem Faktor 2 unterscheiden, können theoretische Vorhersagen für die zugehörige Zerfallsbreite des τ auch nur die entsprechende geringe Genauigkeit haben [16].

Die Breite $\Gamma(\tau^- \rightarrow K^*\nu_\tau)$ läßt sich über den Cabibbo-Winkel Θ_c und entsprechende Phasenraumterme mit der Breite des ρ in Verbindung bringen[14]. Allein damit erhält man

$$B_{K^*} = 0.047 \cdot B_e \qquad . \tag{2.34}$$

Um den Einfluß der $SU_f(3)$ Symmetriebrechung zu berücksichtigen, werden die **Das-Mathur-Okubo(DMO)-Summenregeln** [21] verwendet, die den Strangeness ändernden Anteil des schwachen Stromes zum Strangeness erhaltenden Anteil in Beziehung setzen:

$$\int_0^\infty [v_1^s(q^2) - a_1^s(q^2)] \quad dq^2 \quad = f_K^2 \tag{2.35}$$

$$\int_0^\infty [v_1^s(q^2) - a_1^s(q^2)] \quad q^2 dq^2 \quad = 0 \tag{2.36}$$

$$\int_0^\infty [v_1(q^2) - v_1^s(q^2)] \quad dq^2 \quad = 0 \tag{2.37}$$

Damit ändert sich die Vorhersage in

$$B_{K^*} = 0.064 \cdot B_e \qquad . \tag{2.38}$$

Limits aus Isospinerhaltung

Aus der Erhaltung des Isospins lassen sich Grenzen auf die Aufteilung von Zerfallskanälen mit einer bestimmten Anzahl von Teilchen im Endzustand in verschiedene Ladungsmultiplizitäten ableiten [22, 23, 24]. Die wichtigsten Limitierungen dieser Art für τ-Zerfälle sind in [14] aufgelistet und sollen hier nicht wiederholt werden. Zusätzliche experimentelle Limits können hinzugezogen werden, um bestimmte Verzweigungsverhältnisse weiter einzugrenzen.

2.3 Präzisionstests des Standardmodells durch τ-Physik bei LEP

Die vorangegangenen Abschnitte haben gezeigt, daß das Standardmodell eine große Zahl genauer theoretischer Vorhersagen über Erzeugung und Zerfall des τ-Leptons erlaubt. Der Vergleich dieser Vorhersagen mit präzisen experimentellen Ergebnissen wird herangezogen, um die Gültigkeit des Modells zu testen. Die τ-Physik bietet dabei besonders saubere und klare Bedingungen. Die wichtigsten Gebiete, die bei LEP zu solchen Tests herangezogen werden, sollen noch einmal kurz zusammengefaßt werden: Bei der Erzeugung über neutrale Ströme läßt sich die Kopplung des τ an das Z studieren. Dazu mißt man:

- Produktionswirkungsquerschnitt
- Vorwärts-Rückwärts-Asymmetrie
- τ-Polarisation
- τ-Polarisationsasymmetrie

Dabei können das Verhältnis von Vektor- zu Axialvektorkopplungen des τ und des Elektrons und damit $sin^2\Theta_W$ gemessen werden und verschiedene Tests der $e - \mu - \tau$

Universalität gemacht werden [25].

Der Zerfall des τ erfolgt über geladene Ströme und erlaubt damit, die Kopplung des τ an $W^{\pm}$ zu studieren:

- Die Messung der Lebensdauer liefert zusammen mit der Messung von B_e einen wichtigen Test der Leptonuniversalität.
- Die Messung der Verzweigungsverhältnisse testet die Gültigkeit der in Kapitel 2.2 dargelegten Zusammenhänge.
- Die Michel-Parameter testen die Lorenzstruktur des geladenen Stroms, insbesondere Abweichungen von der V-A Struktur der schwachen Wechselwirkung.

Die Gültigkeit des Standardmodells konnte bei diesen Messungen mit hoher Präzision bestätigt werden.

2.4 Konsistenz zwischen topologischen und exklusiven Verzweigungsverhältnissen

Eine große Zahl unabhängiger Einzelmessungen erlaubt eine genaue Überprüfung und Bestätigung vieler Aspekte des Standardmdells. Die Glaubhaftigkeit einzelner Präzisionsmessungen kann jedoch angezweifelt werden, wenn insgesamt kein konsistentes Bild aller τ-Zerfälle vorliegt. Eine Möglichkeit für einen Konsistenztest ist die Messung topologischer Verzweigungsverhältnisse. Im Gegensatz zur Messung exklusiver Verzweigungsverhältnisse, bei der man einzelne Zerfallskanäle separiert, verzichtet man bei den topologischen Verzweigungsverhältnissen auf die Identifikation des Endzustandes und zählt nur die geladenen Zerfallsprodukte. Man mißt

$$\begin{aligned} B_1 &= B(\tau \to 1 - prong) \\ B_3 &= B(\tau \to 3 - prong) \\ B_5 &= B(\tau \to 5 - prong) \end{aligned}$$

wobei 1-, 3- und 5-prong (prong *engl.* : Zinke, Zacke) die Endzustände mit der entsprechenden geladenen Multiplizität bezeichnet. Eine solche Messung kann mit der Summe aller exklusiven Messungen mit der entsprechenden geladenen Multiplizität verglichen werden. Da systematische Effekte, die in die Identifikation der Zerfallskanäle eingehen, bei den topologischen Verzweigungsverhältnissen keine Rolle spielen, erhält man eine zusätzliche Messung, anhand derer die Konsistenz der Einzelmessungen überprüft werden kann.
Um zu illustrieren, daß es bei den Zerfällen des τ-Leptons durchaus Konsistenzprobleme gegeben hat, bzw. zum Teil auch immer noch gibt, sollen einige Beispiele genannt werden:

- Das sogenannte „1-prong Problem“[26], die Summe aller exklusiven 1-prong Verzweigungsverhältnisse war kleiner als das inklusive topologische Verzweigungsverhältnis B_1.
- Als „τ decay puzzle“ [27] bezeichnete man die Abweichung des Verzweigungsverhältnisses $B(\tau \to e\nu_\tau\bar{\nu}_e)$ von der Standardmodellvorhersage aus der τ-Lebensdauer und der τ-Masse (vgl. Gleichung 2.14). Diese Problem verlor mit der Verschiebung des Wertes der τ-Masse [11] an Bedeutung.
- Inkonsistenzen zwischen verschiedenen Messungen einzelner Verzweigungsverhältnisse. Die Abweichungen der Ergebnisse verschiedener Experimente sind nicht durch die Fehler gedeckt [28].

Da das 1-prong Problem in direktem Zusammenhang mit den topologischen Verzweigungsverhältnissen steht, soll nun die Entwicklung dieses Problems von seiner ersten Nennung bis hin zum heutigen Stand etwas näher erläutert werden.

1984 stellte Truong [26] fest, das 10% der hadronischen 1-prong Zerfälle nicht von dem topologischen 1-prong Verzweigungsverhältnis abgedeckt werden. Gilman [14] benutzte theoretische Vorhersagen, um die damals schlecht gemessenen Zerfallsmoden zu begrenzen, da andernfalls die Diskrepanz weniger signifikant gewesen wäre. Selbst unter den günstigsten Annahmen blieben immer noch 6% der τ-Zerfälle mit einem geladenen Teilchen, die nicht erklärt werden konnten.
Mögliche Gründe für eine solche Diskrepanz waren:

- Ein fehlender Zerfallsmodus, der bei den exklusiven Analysen nicht berücksichtigt wurde, aber in die inklusive Messung von B_1 mit eingeht.
- Fehler in einem der Experimente.
- Tendenz der Experimentatoren zu bereits akzeptierten, veröffentlichten Werten.
- Unterschätzung der Fehler auf die einzelnen Verzweigungsverhältnisse täuschen eine größere Signifikanz des Problems vor.
- Eine mögliche Korrelation zwischen den Fehlern durch gemeinsame systematische Fehler in allen Messungen, die bei der Berechnung der Mittelwerte nicht berücksichtigt wurden.
- Fehler bei theoretischen Vorhersagen, die benutzt wurden, um Limits auf schlecht oder gar nicht gemessene Zerfallskanäle zu geben.

Es wurden zahlreiche Analysen gemacht um, das Problem aufzuklären:

- Eine Analyse der Streuungen zwischen den Experimenten hat gezeigt, daß die Fehler, die auf die Messungen angegeben wurden, entweder angemessen oder sogar zu groß waren [29].

Eine solche Analyse wurde auch dazu benutzt, die Tendenz hin zu bereits akzeptierten Werten aufzudecken, indem man den systematischen Fehler außer acht ließ. Bei den Messungen für das ρ -Verzweigungsverhältnis ließ sich 1988 beispielsweise eine Häufung der Werte feststellen, deren Streuung auch dann noch zu gering war, wenn man sie nur mit dem statistischen Fehler zu erklären versuchte, womit sich hier Evidenz für solch eine Tendenz zeigte [30].

- Mit Hilfe der Bootstrap Methode kann man einen Fehler auf mehrfach gemessene Verzweigungsverhältnisse ermitteln, ohne die experimentellen Fehler zu verwenden. Man wird damit unabhängig von eventuellen Unkorrektheiten bei den von den Experimenten angegebenen Fehlern und kann auch auf die sicher falsche Annahme Gauss-verteilter systematischer Fehler verzichten. Die Anwendung dieser Technik [31] veringerte zwar die Signifikanz des Problems ein wenig, konnte aber keine Erklärung liefen.

- Es wurde die Möglichkeit untersucht, daß die Existenz eines zweiten schweren Neutrinos, dessen Masse nahe der τ-Masse liegt, das Impulsspektrum der Zerfallsprodukte des τ beeinflussen könnte. Die Messung exklusiver Verzweigungsverhältnisse ist restriktiver auf den Impuls der Teilchen im Endzustand als eine Messung topologischer Verzweigungsverhältnisse, da eine Teilchenidentifikation gemacht werden muß. Dadurch könnten die Nachweiswahrscheinlichkeiten für exklusive Messungen gegenüber den inklusiven Messungen unterschätzt sein. Das Ergebnis der Untersuchung war, daß unter der Annahme konventioneller Theorie die Existenz eines solchen schweren Neutrinos mit den damals zur Verfügung stehenden Daten zwar nicht ausgeschlossen werden konnte, aber nicht dazu geeignet war, das 1-prong Problem zu erklären [32].

- Große Verzweigungsverhältnisse für τ-Zerfälle in η-Mesonen wurden als Kandidaten für nicht berücksichtigte Zerfallsmoden vorgeschlagen [33]. F. Gilman konnte mit den 1987 existierenden Daten aus Elektron- Positron-Annihilationen und Messungen des 5-prong Verzweigungsverhältnisses zeigen, daß der verbleibende Phasenraum das Verzweigungsverhältnis für τ-Zerfälle mit η-Mesonen auf 2% begrenzt und somit das Defizit in den 1-prong Zerfällen dadurch nicht erklärt werden konnte [34].

- Bereits 1987 wies M. Perl darauf hin, daß eine bessere Messung von Multi-π^0 Moden Klärung verschaffen könnte, indem die damals verwendeten Limits auf schlecht gemessene Verzweigungsverhältnisse durch genauere Messungen ersetzt werden [33].

- Viele exotische Möglichkeiten für fehlende Zerfallsmoden wurden untersucht. So suchte man bei MARK III beispielsweise nach Zerfällen $\tau \to G\mu$ und $\tau \to Ge$, wobei G ein leichtes Goldstoneboson ist; das Ergebnis war jedoch negativ [35].

Verschiedene Techniken wurden angewandt, um die Summe der exklusiven mit den inklusiven Zerfällen zu vergleichen:

- Vergleich der Weltmittelwerte: Diese Methode hat per definitionem den geringsten Fehler, birgt aber das Problem in sich, daß einzelne Fehlmessungen das Resultat verzerren würden. Früher war dies die einzig mögliche Methode, da die Fehler auf einzelne Messungen zu groß waren, um signifikante Aussagen zu machen. Kritisch ist diese Methode, wenn die Messungen vom systematischen Fehler dominiert sind und man nicht sicher ist, ob gemeinsame systematische Fehler vorliegen.

- Vergleich der besten Messung des jeweiligen Zerfalles: Damit wird das Problem gemeinsamer systematischer Fehler bei der Mittelung umgangen und eventuelle ältere, abweichende Messungen spielen keine Rolle mehr. Neben der geringeren Statistik ist diese Vorgehensweise mit einer gewissen Willkür behaftet, was die Auswahl der besten Messung betrifft.

- Vergleich aller Messungen eines Experiments: Die konsistente Behandlung der Einzelmessungen und deren systematischer Fehler ist am besten gewährleistet wenn alle Ergebnisse aus der gleichen Kollaboration stammen. Limitierungen ergeben sich neben der Statistik durch solche Verzweigungsverhältnisse, die von einem Experiment gerade noch, und damit nur schlecht gemessen werden können.

Die größte Diskrepanz ergab sich jeweils beim Vergleich der Weltmittelwerte, was früher die einzige Möglichkeit war, da die Signifikanz einzelner Messungen nicht ausreichte. Die Diskrepanz wurde kleiner, wenn nur die beste Messung herangezogen wurde und verschwand schließlich, als die ersten Experimente alle Kanäle simultan gemessen haben.
Mit der Zeit ist die Diskrepanz langsam verschwunden. Es gibt jedoch nicht nur eine Erklärung. Beigetragen haben folgende Aspekte:

- Bei den LEP Experimenten ist wegen der hohen Schwerpunktsenergie eine wesentlich bessere Untergrundabtrennung möglich. Nicht nur der kleinere Untergrund, sondern auch die Verbesserungen in der Monte Carlo Simulation zum Studium der Selektionsschnitte gegen Untergrund machen heute eine Unterschätzung des Untergrundes weniger wahrscheinlich, als bei früheren Messungen [36].

- Elektromagnetische Kalorimeter mit hoher Auflösung (z.B. das CsI-Kalorimeter von CLEO [37] oder das hochgranulare Sampling-Kalorimeter von ALEPH [38]) haben zu entscheidenden Verbesserungen bei der π^0 Rekonstruktion geführt. Wo früher theoretische Limits herangezogen werden mußten, können heute bis zu vier neutrale Pionen im Endzustand nachgwiesen werden [39].

- Man hat heute die Möglichkeit alle Verzweigungsverhältnisse in einem Experiment zu messen. Die erste simultane Messung aller wesentlichen τ-Verzweigungsverhältnisse se veröffentlichte CELLO 1990 [40] und war somit das erste Experiment, bei dem die die Summe der exklusiven Messungen $(85.0 \pm 2.4 \pm 1.2\%)$ in guter Übereinstimmung mit dem inklusiven Wert für $B_1 = (84.9 \pm 0.4 \pm 0.3)\%$

[41] war, wenngleich die Differenz mit $(-0.1 \pm 2.7)\%$ nicht sonderlich aussagekräftig war. Bemerkenswert ist, daß die Summe aller Verzweigungsverhältnisse mit $(99.8 \pm 2.6 \pm 1.2)\%$ alle τ-Zerfälle abdeckte, was damals für die Weltmittelwerte nicht galt, und daß die Messungen für $\mathrm{B}(\tau \to \pi^\pm\pi^0\nu_\tau)$ und $\mathrm{B}(\tau \to 3\pi^\pm\nu_\tau)$ signifikant höher als der Weltmittelwert waren.

- Einzelne exklusive Moden sind mit der Zeit kontinuierlich gestiegen, wie zum Beispiel $B(\tau \to \pi^\pm\pi^0\nu_\tau)$ und $B(\tau \to 3\pi^\pm\nu_\tau)$, aber auch $B(\tau \to e\nu_\tau\bar{\nu_\tau})$.

- Der Mittelwert der ersten LEP-Messungen für $B_1^{topol.}$ ist mit $84.71 \pm 0.27\%$ [42, 43] gegenüber dem Mittelwert der Messungen vor LEP („Particle Data Group" 1990 [44]) signifikant niedriger, wobei die LEP-Messungen untereinander konsistent sind.

- Heute wird der Weltmittelwert ohnehin nur noch von wenigen Experimenten dominiert, was die Komplikationen bei der Mittelung von experimentellen Daten, beziehungsweise der Auswahl einer „besten Messung" reduziert.

Damit gilt das „1-prong Problem" heute als gelöst, es gibt keine signifikanten Abweichungen mehr zwischen topologischen Verzweigungsverhältnissen und der Summe exklusiver Messungen, es bleibt eine Herausforderung mit steigender Präzision eines solchen Vergleichs auch fehlende Zerfälle mit sehr kleinen Verzweigungsverhältnissen wie zum Beispiel $\tau \to \nu_\tau X^- 3\gamma$ [45] ausschließen zu können.

Dennoch gibt es auch heute noch Inkonsistenzen zwischen den einzelnen Messungen in einigen Verzweigungsverhältnissen, wie zum Beispiel $B(\tau \to \pi^\pm\pi^0\nu_\tau)$ oder $B(\tau \to 3\pi^\pm\nu_\tau)$ [28]. Die Glaubhaftigkeit einzelner Präzisionstests des Standardmodells erfordert, daß auch die Konsistenz der Messungen untereinander bewiesen wird. Bei ALEPH ist man heute in der Lage, fast alle Verzweigungsverhältnisse zu messen. Das Bild wird durch eine Vielzahl neuer Messungen von Zerfallsmoden mit Kaonen im Endzustand vervollständigt. ALEPH ist damit eines der wenigen Experimente, bei dem die Möglichkeit, alle Verzweigungsverhältnisse in einem Experiment zu messen, ausgeschöpft werden kann. Die Statistik ist dabei 20 mal höher als bei CELLO. Die meisten Messungen von ALEPH sind führend in der Präzision, so daß sie gegenwärtig den Weltmittelwert dominieren [46] . Daher möchte man man auch die topologischen Verzweigungsverhältnisse bei ALEPH messen. Die Präzision der Messung muß dabei mit der steigenden Präzision der Messungen einzelner exklusiver Kanäle mithalten. Steigende statistische Genauigkeit verlangt aufwendigere systematische Untersuchungen, um zu verhindern, daß die Messungen systematisch dominiert werden.

Die vorliegende Analyse widmet sich einer Messung der topologischen Verzweigungsverhältnisse bei ALEPH, die einerseits die interne Konsistenz der ALEPH-Messungen beweisen soll, andererseits aber auch mit dem Weltmittelwert aus den Ergebnissen anderer Experimente verglichen werden soll.

Kapitel 3

Das Experiment

3.1 Die Beschleuniger

Im Jahr 1989 wurde der e^+e^--Speicherring LEP („large electron positron collider") [47] am europäischen Forschungszentrum für Hochenergiephysik CERN in Genf in Betrieb genommen. In dem Synchrotron, dessen Umfang 26 667 km beträgt, werden Pakete von Elektronen und Positronen beschleunigt, gespeichert und zur Kollision gebracht. In der ersten Ausbaustufe wird der Speicherring bei Schwerpunktsenergien in der Nähe der Z^0-Resonanz bei $\sqrt{s}$ =91.2 GeV betrieben. In einer zweiten Stufe, voraussichtlich ab 1996, sollen Schwerpunktsenergien bis nahezu 200 GeV erreicht werden.
Die Injektionskette und der Speicherring sind in Abb. 3.1 dargestellt. In der ersten Stufe des zweistufigen Linearbeschleunigers(LIL) werden Elektronen auf 200 MeV beschleunigt. Sie werden auf ein intermediäres Target gelenkt, um Positronen zu erzeugen. Die Elektronen und Positronen werden anschließend in der zweiten Stufe auf 600 MeV beschleunigt und in den Elektron-Positron-Akkumulator (EPA) injiziert, wo sie gesammelt und durch Synchrotronstrahlung gekühlt werden. Im PS („proton synchrotron") werden sie auf 3.5 GeV beschleunigt, dann werden sie in das SPS („super proton synchrotron") injiziert, wo ihre Energie auf 20 GeV erhöht wird. Die zu Paketen („bunches") gebündelten Leptonen werden nun in den LEP-Speicherring transferiert, wo sie mit Hilfe von Hochfrequenzkavitäten auf ihre endgültige Energie gebracht werden. In der ersten Ausbaustufe sind das maximal 55 GeV.
LEP besteht aus acht Bögen, die sich mit acht geraden Abschnitten abwechseln. Der Strahl wird durch 3 368 Dipolmagneten auf eine Kreisbahn gezwungen und wird durch 816 Quadrupole und 504 Sextupole fokusiert. Die gegenläufig kreisenden Elektronen- und Positronenpakete werden typischerweise zehn Stunden gespeichert und an vier Punkten zur Kollision gebracht. Hier sind die vier Großdetektoren ALEPH [48], DELPHI [49], L3 [50] und OPAL [51] plaziert, um die bei der Kollision entstehenden Teilchen zu studieren. Die höchste bisher ereichte Luminosität beträgt $22 \cdot 10^{30} cm^{-2}s^{-1}$.
Die in dieser Arbeit beschriebene Messung wurde mit dem Detektor ALEPH gemacht, der im folgenden näher beschrieben werden soll.

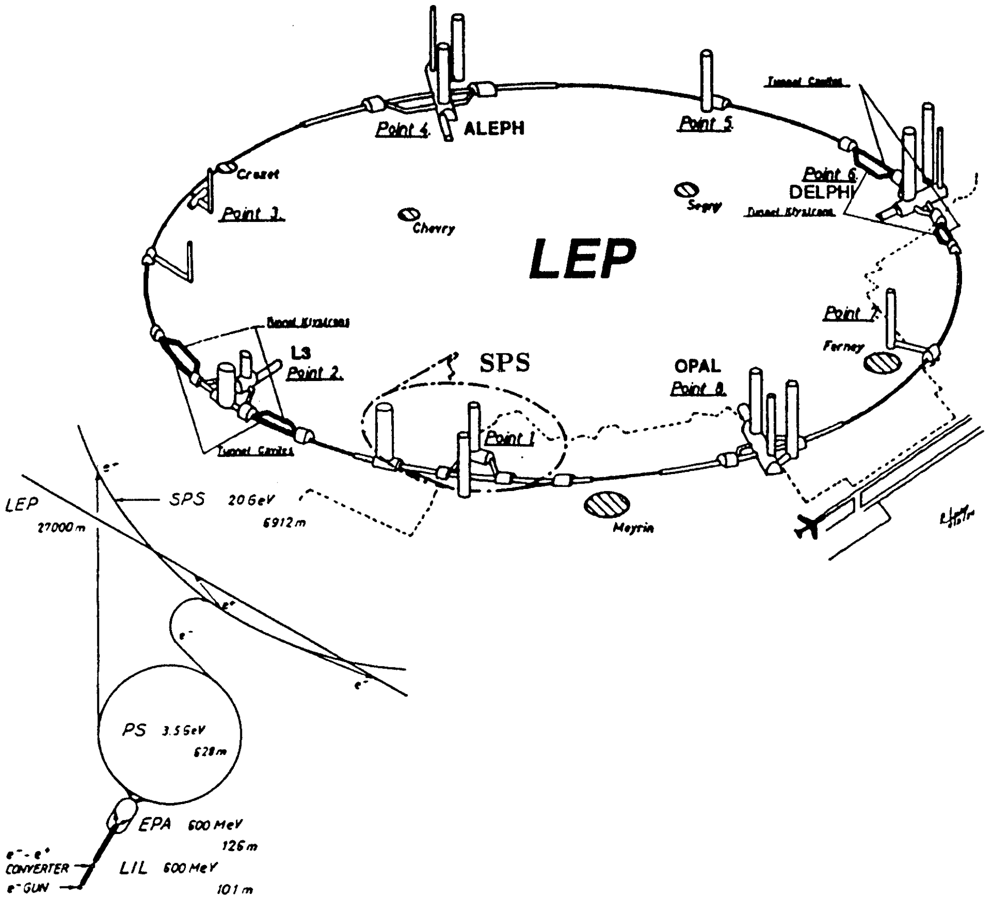

Abbildung 3.1: *Speicherring LEP und Injektionskette.*

3.2 Der Detektor ALEPH

3.2.1 Übersicht

Die Abkürzung ALEPH steht für Apparatus for LEp PHysics. Der Detektor [48] wurde für eine möglichst breite Anwendung ausgelegt. Dabei sollten folgende Aufgaben erfüllt werden:

- Präzisionsmessung der Parameter der elektroschwachen Wechselwirkung
- Untersuchung von Produktion und Zerfall des W- und Z-Bosons
- Studium der QCD bei hohem q^2

- Studium der „heavy flavours“ Charm, Bottom, Tau
- Suche nach dem Top-Quark
- Suche nach Higgs-Teilchen
- Suche nach neuartigen Teilchen (z. B. Supersymmetrie)
- Suche nach neuartigen Phänomenen (z.B. CP-Verletzung)

Der Detektor ist hermetisch, um die Reaktion vollständig zu erfassen und um Neutrinos über ihre fehlende Energie nachweisen zu können. Da ein typisches Ereignis etwa 20 geladene Spuren enthält, werden Spurdetektoren verwendet. Die Impulse der geladenen Teilchen werden über deren Krümmung in einem Magnetfeld gemessen. Neutrale Objekte sollen mittels Kalorimetrie nachgewiesen werden. Zur genauen Untersuchung der Endzustände ist eine Teilchenidentifikation unerläßlich. Energieverlustmessung wird zur Identifikation geladener Teilchen benutzt. Für eine gute π^0 - Rekonstruktion steht ein fein segmentiertes elektromagnetisches Kalorimeter zur Verfügung. Eine Tiefenauslese erlaubt die Trennung von Elektronen und Pionen anhand ihres Schauerprofils. Myonen werden anhand ihres Durchdringungsvermögens nachgewiesen.
Der modulare Detektor ist schalenförmig in zylindrischer Symmetrie aufgebaut. Innen, um das Strahlrohr herum, befinden sich die Spurdetektoren. Darum herum die Kalorimeter und die Spule zur Erzeugung des Magnetfeldes. Die Kalorimeter werden von beiden Seiten durch Endkappen abgeschlossen. Abbildung 3.2 zeigt die Anordnung der einzelnen Subdetektoren, die von innen nach außen kurz aufgeführt werden. Eine detailliertere Beschreibung wird im Anschluß für die Detektoren gegeben, die für die vorliegende Analyse von Bedeutung sind.
Für die Beschreibung des Detektors werden wahlweise kartesische Koordinaten verwendet, wobei die z-Achse parallel zum Strahl ist und die x-Achse in der Ebene des LEP-Ringes liegt, oder entsprechende Zylinderkoordinaten mit der Radialkoordinate ρ und dem Azimut φ. Der Ursprung liegt jeweils im Wechselwirkungspunkt.

- **Strahlrohr**
  Um den Wechselwirkungspunkt herum (z =0 cm bis $z = \pm$ 38 cm) besteht das Strahlrohr aus einem 0.11 cm dicken Berylliumrohr. Für Teilchen mit einem Polarwinkel von $\theta = 90°$ sind das 0.00312 Strahlungslängen. Der innere Radius ist 5.30 cm. Weiter weg vom Wechselwirkungspunkt ist das Strahlrohr aus Kohlefaser und dann aus Aluminium gefertigt.

- **Vertexdetektor (VDET)**
  Um das Strahlrohr herum wurde 1991 ein Vertexdetektor mit Siliziummikrostreifen eingebaut, der aus zwei Lagen von Wafern mit doppelseitiger Auslese aus gegeneinander gekreuzten Streifen besteht.

- **Innere Spurkammer (ITC)**
  Als innere Spurkammer dient eine 2 m lange, zylindrische Driftkammer in konventioneller Bauweise. Mit acht Lagen von Drähten werden Spurpunkte zwischen ρ=16 cm und $\rho = 26$ cm rekonstruiert.

- **Zeitprojektionskammer (TPC)**
  Das Hauptnachweisgerät für geladene Spuren ist eine zylindrische, 4.7 m lange Zeitprojektionskammer, die von ρ=0.31 m bis zu ρ=1.8 m eine dreidimensionale Rekonstruktion von Spurpunkten ermöglicht.

- **Elektromagnetisches Kalorimeter (ECAL)**
  Elektronen und Photonen werden in einem Sampling Kalorimeter aus 45 Lagen Bleiplatten und Proportionaldrahtkammern nachgewiesen. Das ECAL besteht aus einem Zentralteil (21.48 Strahlungslängen) und wird von zwei Endkappen (21.23 Strahlungslängen) abgeschlossen.

- **Spule**
  Um das ECAL herum ist eine supraleitende Spule mit einem Innenradius von 2.48 m und Außenradius von 2.92 m, die ein Feld von 1.5 T erzeugt, um die Impulse der geladenen Teilchen in der TPC anhand deren Krümmung messen zu können. Die Homogenität des Feldes im Endbereich des Zentralteils wird durch zwei weitere, ebenfalls supraleitende Kompensationsspulen erreicht.

- **Hadronisches Kalorimeter (HCAL)**
  Hadronen und Myonen werden in einem Samplingkalorimeter aus 23 Lagen Eisen (je 5 cm dick) und Streamerröhren detektiert. Der Zentralteil deckt Radien von $\rho = 3$ m bis $\rho = 4.68$ m ab. Endkappen schließen das Kalorimeter nach beiden Seiten ab.

- **Luminositätsmonitore**
  Die Luminosität wird während der Datennahme mit einem kleinen Wolfram-Szintillator-Kalorimeter BCAL überwacht. Eine genauere Messung wurde mit einem Blei-Drahtkammer Kalorimeter (LCAL), erreicht, bis dieses 1992 durch das Wolfram-Silizium Kalorimeter SICAL [52] ergänzt wurde.

- **Untergrundmonitore**
  Für die Überwachung des Untergrundes während der Datennahme stehen noch einige weitere kleine Kalorimeter zur Verfügung.

1 Vertexdetektor (VDet)
2 Innere Spurkammer (ITC)
3 Zeitprojektionskammer (TPC)
4 Elektromagnetisches Kalorimeter (ECAL)
5 Luminositätskalorimeter (SICAL, LCAL)
6 Spule
7 Hadronisches Kalorimeter (HCAL)
8 Myon-Kammern

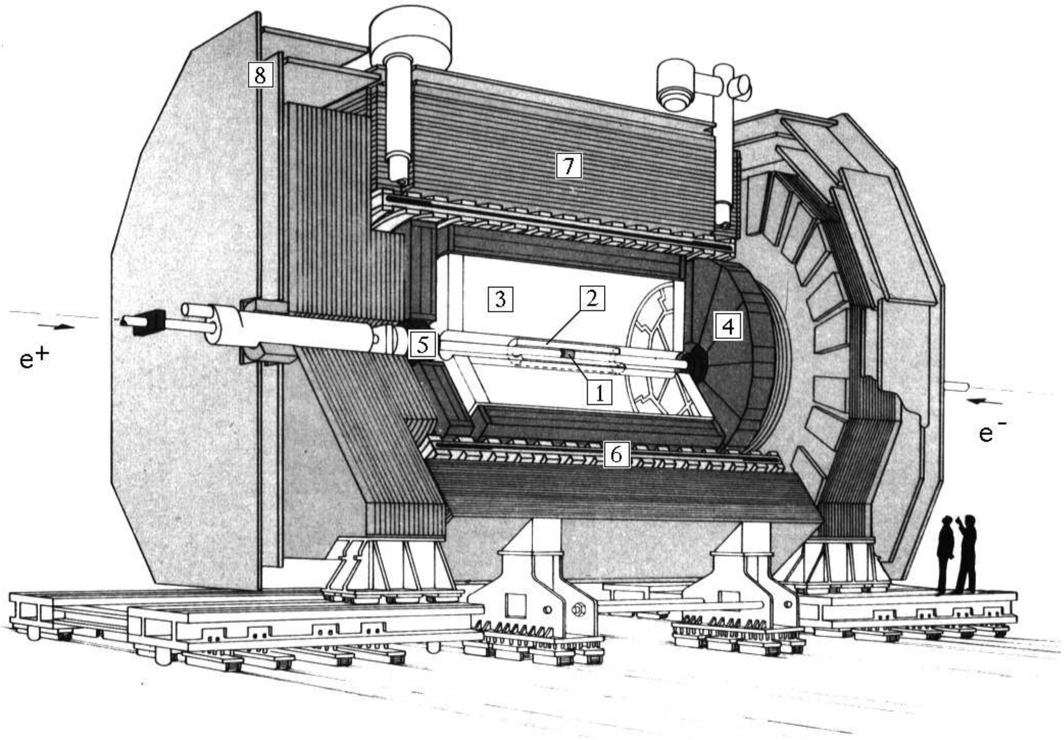

Abbildung 3.2: *Anordnung der Komponenten des Detektors ALEPH*

3.2.2 Nachweis geladener Teilchen

Der Vertexdetektor

Im Jahr 1991 wurde zusätzlich ein Siliziumstreifen-Vertexdetektor eingebaut, der die Extrapolation der Spuren zum Primärvertex und die Rekonstruktion sekundärer Vertices erheblich verbessert. Er besteht aus zwei konzentrischen Lagen von $5.12 \times 5.12\ cm^2$ großen Siliziumwafern. Die innere Lage hat neun azimutale Reihen von je vier Wafern bei einem mittlerem Radius von 6.5 cm, die äußere 15 solcher Reihen bei einem mittlerem Radius von 11.3 cm. Die Wafer haben Auslesestreifen auf beiden Seiten. Auf einer Seite parallel („z-Seite“) und auf der anderen senkrecht zum Strahl („φ-Seite“). Der Streifenabstand ist 25 μm auf der p-dotierten „φ-Seite“ und effektiv 50μm auf der n-dotierten „z-Seite“, da dort jeder zweite Streifen zur Isolation eine p-Dotierung hat. Dies ist nötig, da andernfalls eine Elektronen-Akkumulationsschicht unter dem Siliziumoxid eine leitende Verbindung zwischen den n-dotierten Streifen herstellen und die Ortsinformation zerstören würde [53]. Je drei Streifen sind kapazitiv gekoppelt was zu einem Ausleseabstand von 100 μm führt [54]. Die Spurposition wird aus einem gewichteten Mittel von Signalen benachbarter Streifen ermittelt, die mindestens dreimal soviel Ladung wie das mittlere Rauschen haben. Damit wird eine Punktauflösung von 12 μm in beiden Richtungen erreicht.

Die innere Spurkammer (ITC)

Die innere Spurkammer [48, 38, 55] ist eine 2 m lange Drahtkammer mit einem Innenradius von 13 cm und einem Außenradius von 29 cm. Die Außenwand besteht aus einem 2 mm dünnem Kohlefaserrohr, die Innenwand aus einem ebensodicken Polystyrolrohr und einer 100 μm dünnen Mylarfolie als zusätzlichen Schutz beim Einbau des Vertexdetektors. Beide Wände sind mit 25 μm dicker Aluminiumfolie zur elektrischen Abschirmung ausgekleidet. Die 960 Drähte sind parallel zum Strahl gespannt. Eine hexagonale Driftzelle besteht aus einem Signaldraht, der von sechs Felddrähten umgeben ist. Der Signaldraht liegt auf einem positivem Potential von 1.8 - 2.5 kV, die umgebenden Felddrähte auf Erde. Die Driftzellen sind in acht konzentrischen Lagen angeordnet, so daß man pro Teilchen acht Spurpunkte bekommt. Diese Lagen sind durch ein Gitternetz voneinander getrennt (vgl. Abb. 3.3). Die Gasfüllung besteht zu 80% aus Ar und zu 20% aus CO_2. Die von einem geladenen Teilchen erzeugten Elektronen wandern zu den benachbarten Signaldrähten und werden dort mit einer Gasverstärkung von 2 bis $5 \cdot 10^4$ verstärkt. Die angrenzenden Lagen von Driftzellen sind um je eine halbe Zellbreite gegeneinander verschoben, um die Ambiguitäten zwischen zwei möglichen Spurpositionen links und rechts vom Signaldraht besser auflösen zu

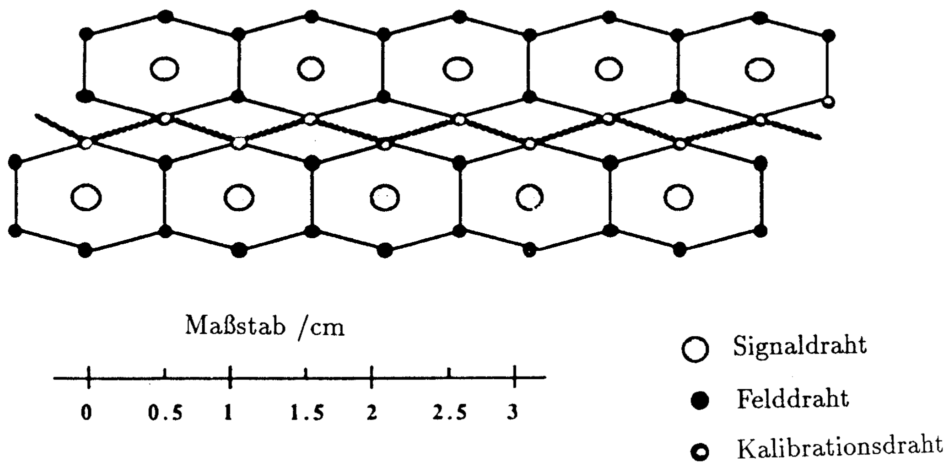

Abbildung 3.3: *Aufbau der Driftzellen der ITC*

können. Aus der Lage der getroffenen Driftzelle läßt sich die Position eines Spurpunktes in der r-φ-Ebene mit einer über die gesamte Driftzelle gemittelten Auflösung von 150 μm bestimmen. Die z-Koordinate erhält man mit 27 mm Auflösung (gemittelt über z und alle Lagen) aus der Eintreffzeitdifferenz des Signals an den beiden entgegengesetzten Enden der Drähte.
Die ITC spielt eine wichtige Rolle für die erste Triggerstufe. Ein dreidimensionaler Spurtrigger kann innerhalb von 2 μs erzeugt werden. Eine Entscheidung basierend auf der zweidimensionalen r-φ-Information liegt schon nach 500 ns vor.

Die Zeitprojektionskammer(TPC)

Die Zeitprojektionskammer [56, 38] (vgl. Abb.3.4) ist ein zylindrischer gasgefüllter Hohlraum von 4.4 m Länge, einem Innenradius von 0.31 m und einem Außenradius von 1.8 m mit einem elektrischem Feld parallel zur Strahlachse. Der Feldkäfig wird aus zwei koaxialen Zylindern und einer Membran in der Mitte bei z = 0 cm gebildet. Sie besteht aus 25 μm dicker Mylarfolie mit einem beidseitigem Graphitanstrich, die auf negativer Hochspannung gehalten wird. Dadurch zeigt das Feld in beiden Richtungen zu den Endplatten hin. Die von geladenen Teilchen erzeugten Elektronen driften entlang des Feldes mit einer konstanten Driftgeschwindigkeit von 5.2 cm/μs zu den beiden Endplatten, wo sie mit Drahtkammern nachgewiesen werden. Die Konstanz der Driftgeschwindigkeit ergibt sich aus einem Gleichgewicht zwischen der Beschleunigung durch das elektrische Feld und der Verzögerung durch Stöße mit den Gasatomen. Das magnetische Feld sorgt dafür, das die Auflösung in r-φ durch Stöße nur unwesentlich verschlechtert wird, da die Elektronen nach einem Stoß auf Spiralbahnen um ihre nominelle Driftrichtung gezwungen werden.
Die Endkappen sind in 18 Sektoren je Seite aufgeteilt. Ihre Anordnung wird in Abbildung 3.5 gezeigt. Es gibt drei verschieden geformte Segmente, deren Grenzen versetzt sind. Die sechs inneren Sektoren vom Typ K und die zwölf äußeren Sektoren abwechselnd vom Typ M und W haben zusammen 21 konzentrische Reihen von Kathodenpads (6.2 mm $\times$ 30 mm) zur Messung der r-φ-Koordinate des Spurpunktes. Dazwischen befinden sich zusätzliche Triggerpads, die für die zweite Triggerstufe benötigt werden. Über den Pads befinden sich drei Ebenen Drähte. Um die Signal-Drähte herum erzeugen die driftenden Elektronen durch Gasverstärkung eine Ladungslawine, die auf den 4 mm entfernten Kathodenpads einen Ladungspuls erzeugen, der kapazitiv ausgelesen wird. Die Kathodendrähte dienen zur Feldformung. Die Gasfüllung besteht aus zu 91% aus Ar und zu 9% aus CH_4 .
Da Raumladungen im Driftraum das Feld verändern, was zu Spurverzerrungen führt, ist ein kontinuierlicher Betrieb der TPC schwierig. Deswegen müssen die Ionen, die im Drahtbereich entstehen, durch ein Gitter, daß nur bei einer positiven Entscheidung der ersten Triggerstufe für die maximale Driftzeit von 45 μs geöffnet bleibt, daran gehindert werden, in den Driftraum zu gelangen.
Durch Interpolation der Padsignale wird die Position eines Spurpunktes in der r-φ-Ebene besser als 173 μm bestimmt. Die z-Koordinate wird aus der Driftzeit mit einer Genauigkeit besser als 0.5 mm bestimmt, was einer

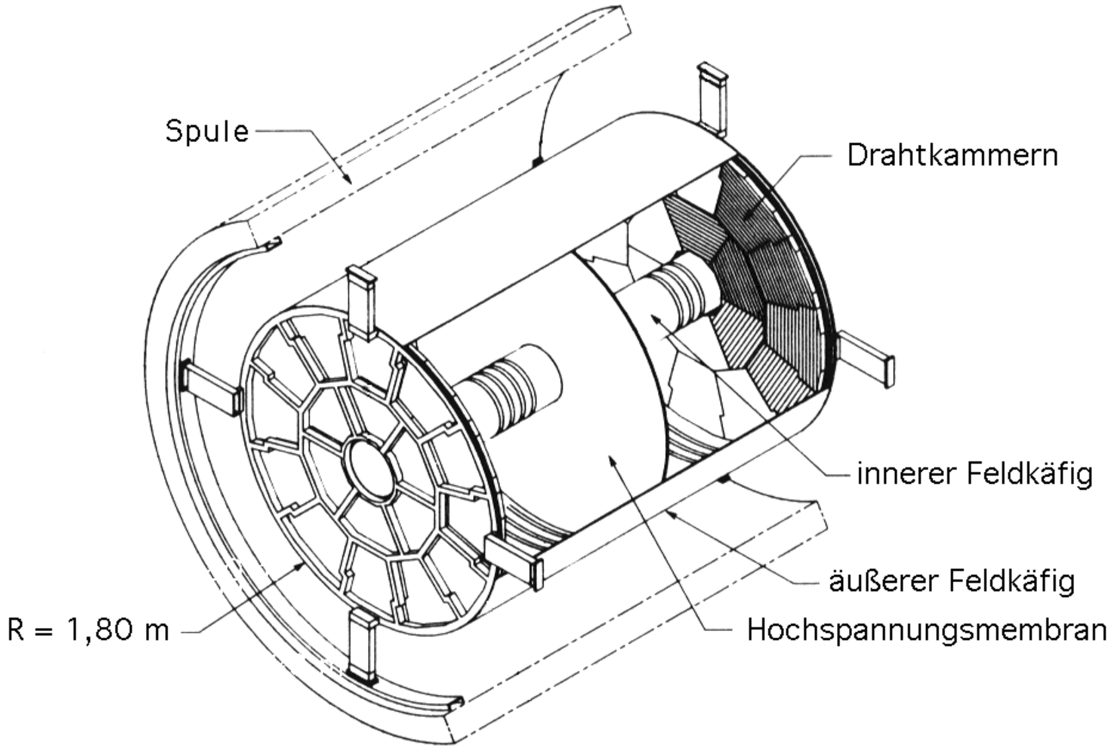

Abbildung 3.4: *Aufbau der Zeitprojektionskammer (TPC)*

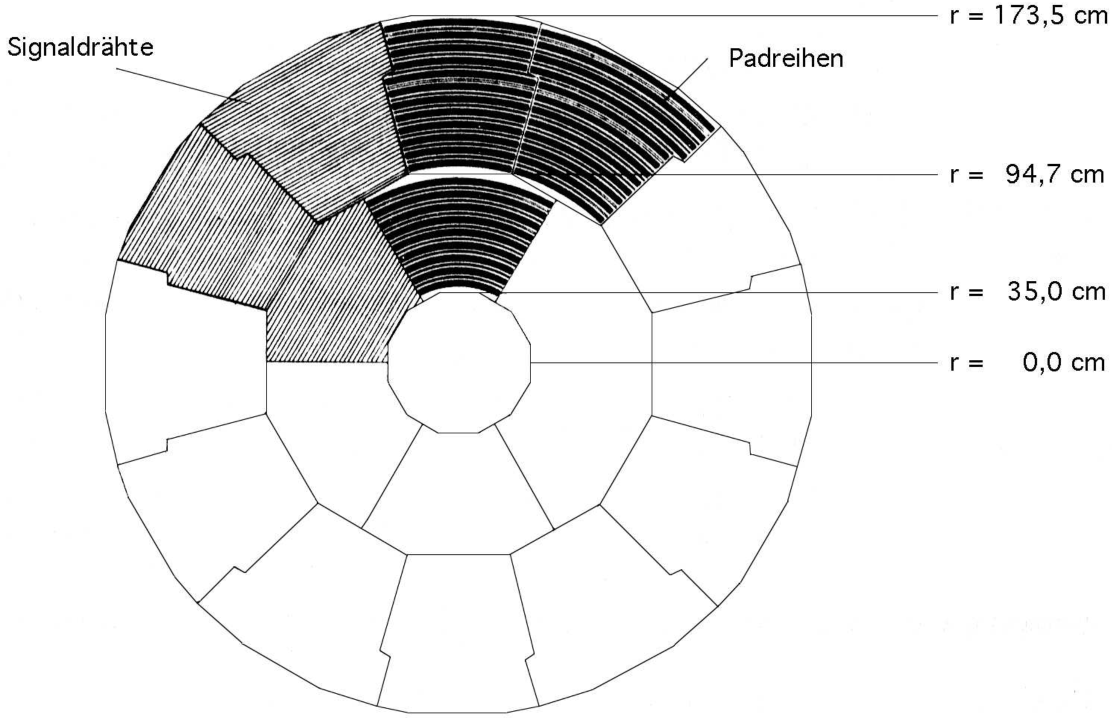

Abbildung 3.5: *Anordnung der drei verschiedenen Typen von TPC-Sektoren*

Driftzeit von 10 ns entspricht. Dazu ist eine genaue Kenntnis des Driftgeschwindigkeitsfeldes nötig, die mit einem Laserkalibrationssystem erlangt wird. Mit einem Nd-Yag Laser können 30 gerade Spuren unter verschiedenen Winkeln beliebig oft erzeugt werden, um systematische Spurverzerrungen durch Unregelmäßigkeiten im Driftzeitfeld zu erkennen.
Zusätzlich zu den Kathodenpads werden die Signaldrähte ausgelesen. Da die Kammern im Proportionalbereich betrieben werden, laßt sich daraus der Energieverlust der Teilchen bestimmen. Für eine Spur, die die TPC ganz durchläuft stehen 340 Ionisationsmessungen zur Verfügung. Die erreichte dE/dx-Auflösung beträgt 4.5% für Bhabha-Elektronen.

3.2.3 Rekonstruktion geladener Spuren

Da die vorliegende Analyse im wesentlichen auf dem Nachweis geladener Spuren beruht, soll die Spurrekonstruktion näher beschrieben werden. Pro Spur stehen maximal 21 Spurpunkte aus der TPC und 8 aus der ITC zur Verfügung. Dazu kommen noch bis zu vier Treffer im VDET. Zuerst müssen die Koordinaten der Spurpunkte rekonstruiert werden. In der TPC beginnt man mit der Suche von $\varphi - z$-Clustern von Treffern in den Padreihen. Cluster mit einer ungewöhnlichen Größe oder solche die zu stark überlappen werden verworfen. Anschließend wird die digitalisierte Zeitverteilung der Pulse hinzugezogen. Wenn lokale Maxima in der Zeitverteilung gefunden werden, spaltet man die Pulse in Subpulse auf. Ein Satz von Subpulsen innerhalb eines Clusters definiert einen Subcluster, aus dem mit Hilfe der Ladungs- und Zeitestimatoren die Koordinaten errechnet werden. Aus benachbarten Pads mit ungefähr der gleichen Driftzeit wird die r-φ-Koordinate unter der Annahme einer gaußförmigen Pulsverteilung in den Pads errechnet. Wenn mehr als nur ein paar Pads betroffen sind, wird die Koordinate aus einer ladungsgewichteten Mittelung extrahiert. Der Koordinatenfehler erhöht sich dabei. Die z-Koordinate wird aus den Ankunftszeiten der einzelnen Subpulse errechnet. Hierbei werden Feldverzerrungen berücksichtigt.
Die Koordinaten der ITC werden aus drei Informationen gewonnen, der Drahtnummer, dem z-TDC Wert und dem r-φ-TDC Wert. Aus dem z-TDC Wert wird über die Differenz der Ankunftszeiten an beiden Enden der Drähte die z-Koordinate rekonstruiert. Mit dem r-φ-TDC wird die Driftzeit und damit der Abstand zwischen der Spur und dem Signaldraht gemessen.

Durch das Magnetfeld parallel zur z-Achse werden die Teilchen auf Helixbahnen gezwungen. Projektionen auf die x-y-Ebene sind dabei Kreissegmente und Projektionen auf die r-z-Ebene Geraden. Die Helixparameter werden wie folgt parametrisiert und sind in Abb. 3.6 dargestellt:

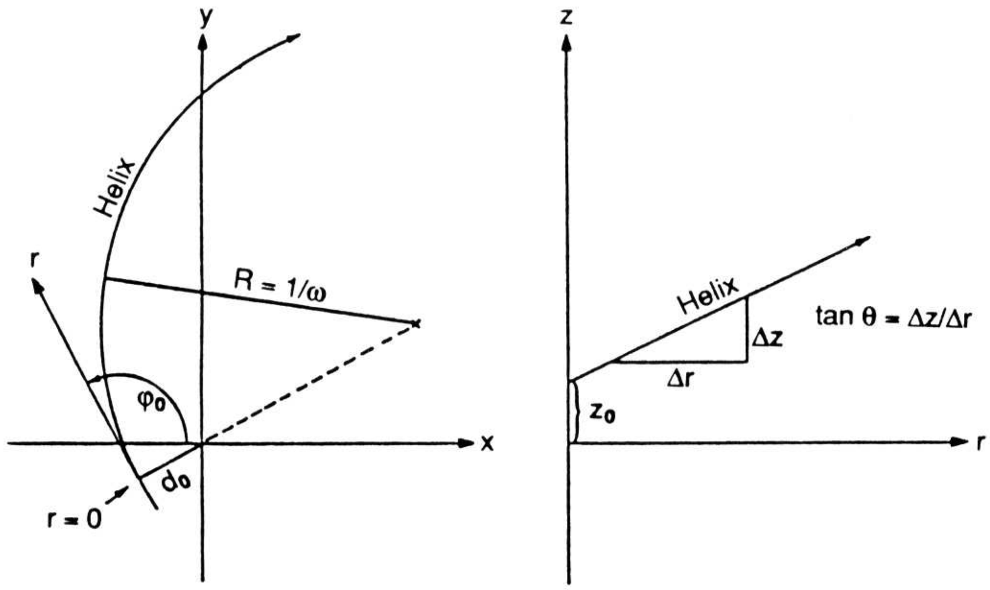

Abbildung 3.6: *Helixparameter für Spuren geladener Teilchen*

- ω = inverser Krümmungsradius (mit Vorzeichen; positiv, wenn sich die Spur vom Ursprung aus gesehen im Uhrzeigersinn krümmt)
- $tan\lambda = \frac{dz}{ds_{zy}}$ = Tangens des Neigungswinkels
- φ_0 = Emissionswinkel in der x-y-Ebene am Punkt der größten Annäherung an die z-Achse
- d_0 =Impaktparameter in der x-y-Ebene. (positives Vorzeichen, wenn die Helix die Strahlachse einkreist)
- z_0 = z-Koordinate dort, wo $x^2 + y^2 = d_0^2$

Zuerst wird in der TPC von außen nach innen nach Spurketten mit drei Koordinaten, die mit einer Helix verträglich sind, gesucht. Anschließend wird versucht, weitere Punkte zuzuordnen und die Ketten zu Spurkandidaten zusammenzufügen. Über die Zugehörigkeit wird mit einem χ^2-Test entschieden. Bei der Suche nach Spurpunkten wird zwar schon versucht, überlappende Kandidaten zu entfernen, doch insbesondere in den inneren Padreihen, in denen die Spuren sehr nahe beieinander liegen, kommt es häufig vor, daß solche Koordinaten nicht erkannt werden. Deshalb werden Spurpunkte, die zu zwei Spuren passen, weggelassen. Die Spurkandidaten werden anschließend in die ITC hinein extrapoliert. Findet man in den äußeren zwei ITC-Lagen keine Koordinate, wird die Suche abgebrochen. Andernfalls wird die Spur mit ITC-Koordinaten zusammen angepaßt. Danach wird versucht, VDET-Treffer zuzuordnen. Am Ende werden die Helixparameter unter Berücksichtigung von Vielfachstreuung noch einmal neu

angepaßt.
Die erreichte Auflösung für den Transversalimpuls, der aus der Spurkrümmung errechnet wird, hängt davon ab, welche Detektoren für die Spuranpassung verwendet werden und ist zusammen mit der Impaktparameterauflösung in Tabelle 3.1 aufgelistet [38].

Detektor	Transversalimpuls	Impaktparameter	
	$\frac{\sigma}{p_T}[10^{-3}(GeV/c)^{-1}]$	$r\phi[\mu m]$	$rz[\mu m]$
TPC	1.2	310	808
TPC + ITC	0.8	107	808
TPC + ITC + VDET	0.6	23	28

Tabelle 3.1: *Impuls- und Impaktparameterauflösung. Die Spalte „Detektor" gibt an, welche Detektoren bei der Spuranpassung verwendet werden.*

3.2.4 Kalorimetrie

Das elektromagnetische Kalorimeter (ECAL)

Das ECAL ist ein Sampling-Kalorimeter aus 45 Lagen Bleiplatten mit dazwischen liegenden Proportionaldrahtkammern. Die nominelle Dicke beträgt 22 Strahlungslängen X_0. Der 4.77 m lange Zentralteil hat einen Innendurchmesser von 184.7 cm und einen Außendurchmesser von 225.4 cm. Er umgibt die TPC und liegt noch innerhalb der Spule. Er wird von beiden Seiten durch Endkappen abgeschlossen, die Radien von 54.0 cm

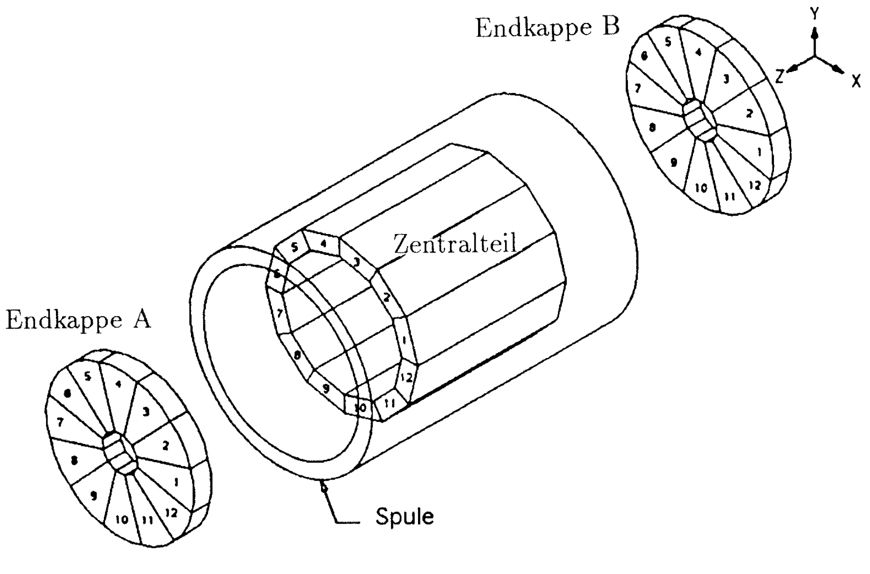

Abbildung 3.7: *Aufbau des elektromagnetischen Kalorimeters (ECAL)*

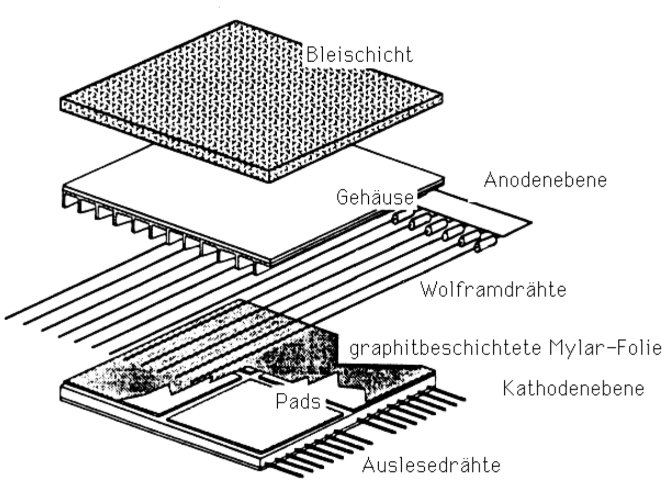

Abbildung 3.8: *Aufbau der Proportionalkammern in einer typischen ECAL-Schicht*

bis 227.5 cm abdecken. Es wird eine sehr gute Hermitizität erreicht. Der überdeckte Raumwinkel ist 3.9 π. Die inaktiven Bereiche betragen nur 2% im Zentralteil und 6% in den Endkappen.
Sowohl der Zentralteil, als auch die Endkappen sind in je 12 Module eingeteilt, die gegeneinander um 15° verdreht sind. (Siehe Abb.3.7.)
Der Aufbau der Proportionalkammern wird in Abb. 3.8 dargestellt. Ein 25 μm dicker Signaldraht aus vergoldetem Wolfram befindet sich in der Mitte von zusammenhängenden, einseitig offenen Aluminiumröhren mit quadratischem Querschnitt. Sie sind parallel zur Strahlachse und damit parallel zum Magnetfeld ausgerichtet. Der offenen Seite gegenüberliegend, hinter graphitbeschichteten Mylarfenstern, liegen $30.4 \times 30.4\ mm^2$ große Kathodenpads. Die Signale werden aus den Drähten und kapazitiv aus den Pads ausgelesen. Die Pads sind intern zusammengeschaltet, so daß die Auslese in 73 728 projektiven Türmchen in drei Tiefenlagen zu je vier, neun und neun Strahlungslängen erfolgt. Die Tiefenauslese erlaubt eine Trennung von Elektronen und geladenen Hadronen anhand ihres longitudinalen Schauerprofils. Die Größe eines Türmchens im Zentralteil ist 0.94° in azimutaler Richtung und $0.93° \cdot sin\Theta$ in Polarrichtung. Das ist etwas weniger als die typische Ausdehnung eines elektromagnetischen Schauers. Neutrale Pionen können von Photonen anhand ihres transversalen Schauerprofils abgetrennt werden. Das Schauerzentrum wird aus den führenden vier Türmchen rekonstruiert.
Im Gegensatz zu den Pads werden die Drähte in jeder Tiefenlage zusammengefaßt, so daß auf 221 184 Pad-Auslesekanäle nur 1 620 Draht-Kanäle kommen. Die Energieauflösung des ECAL beträgt

$$\frac{\sigma(E)}{E} = \frac{0.18}{\sqrt{E/GeV}} + 0.009 \qquad , \tag{3.1}$$

die Ortsauflösung

$$\sigma_{\Theta\varphi} = \frac{2.5}{\sqrt{E/GeV}} + 0.25 \qquad . \tag{3.2}$$

Das hadronische Kalorimeter(HCAL)

Das HCAL ist ein Sampling-Kalorimeter aus Stahlplatten mit dazwischen liegenden Lagen von Streamerröhren. Das Eisenjoch ist nicht allein Sampling-Medium für das Kalorimeter, es ist gleichzeitig die tragende Struktur für alle anderen Subdetektoren und dient zur Rückführung des magnetischen Flußes der Spule. Der 1680 t schwere Zentralteil von 7.24 m Länge und 8.7 m Breite ist aus zwölf Modulen zusammengesetzt. Er wird von 450 t schweren, 1.18 m dicken Endkappen abgeschlossen. Die Dicke des HCAL variiert zwischen 6.2 und 7.2 hadronischen Wechselwirkungslängen λ_0. Zwischen den 23 Lagen Stahlplaten von 5 cm Dicke (nur die letzte Lage ist 10 cm dick) befinden sich 22 mm breite Spalte für die Streamerröhren. Die mit Graphit beschichteten Röhren aus PVC mit einem vergoldetem Wolframdraht in der Mitte haben einen quadratischen Querschnitt. Eine Seite ist offen und liegt Kupferpads gegenüber, die zu 4608 projektiven Türmchen zusammengefaßt sind. Ein HCAL Türmchen kommt dabei auf 14 ECAL Türmchen. Die Signale werden analog ausgelesen, um ein Energiesignal mit einer Auflösung von

$$\frac{\sigma(E)}{E} = \frac{0.85}{\sqrt{E/GeV}}$$

zu erhalten. Zusätzlich existiert eine digitale Auslese über schmale Aluminiumstreifen, die auf der Unterseite der Röhren parallel zum Signaldraht ausgerichtet sind. Sie liefert ein zweidimensionales Bild des Schauers. Anhand dieser Projektion lassen sich Myonen von Hadronen abtrennen, da Myonen nicht aufschauern, sondern nur die Spur eines minimalionisierenden Teilchens hinterlassen.
Drei weitere Lagen Streamerröhren des gleichen Typs sind außerhalb des HCAL angebracht, um Myonen nachzuweisen, die neben Neutrinos als einzige Teilchen den Detektor verlassen können.

3.2.5 Trigger

Der Trigger wurde so konzipiert, daß er alle e^+e^--Ereignisse akzeptiert und dabei den Untergrund auf einem akzeptablen Niveau hält. Die wesentlichen Untergrundquellen sind Wechselwirkungen des Strahls mit dem Restgas und Sekundärteilchen aus Kollisionen von Teilchen, die nicht den Strahlimpuls haben, mit den Kollimatoren. Die erwartete Ereignisrate ist klein, die Triggerrate ist klein genug, um die TPC im nichtkontinuierlichen Modus betreiben zu können. Das Triggerschema ist flexibel und beruht im wesentlichen darauf, einzelne Teilchen oder Jets zu erkennen.

Der Trigger arbeitet in drei Stufen:

Stufe 1 fällt innerhalb von 5 μs eine Entscheidung basierend auf den Informationen aus ITC, Drahtsignalen von ECAL und HCAL, LCAL und SICAL. Der Detektor ist dazu in projektive Triggersegmente aufgeteilt. Verschiedene, größtenteils redundante Physiktrigger können daraus gebildet werden. Die Ja/Nein Entscheidung fällt noch vor der nächsten Strahlkreuzung, die im 8-Bunch-Modus alle 11 μs passiert. Die Redundanz der verschiedenen Trigger kann dazu verwendet werden, die Ansprechwahrscheinlichkeit zu bestimmen. Die Ineffizienz für Z^0-Ereignisse ist vernachlässigbar. Eine genaue Beschreibung findet sich in [57].

Stufe 2: Mit 24 fest verdrahteten Prozessoren sucht man nach Spuren in der TPC in zwei radialen Zonen in sechs Sektoren in φ. Dazu werden die Signale von den eigens zu diesem Zweck vorhandenen Triggerpads verwendet. Die Triggerinformationen der ITC wird nun durch diese genauere Information ersetzt. Die Informationsverarbeitung erfolgt schon während der Driftzeit in der Reihenfolge des Eintreffens der Signale. Die Entscheidung liegt spätestens 6μs nach der maximalen Driftzeit von etwa 42 μs vor.

Bevor die Daten auf Band geschrieben werden, werden die bereits digitalisierten Daten in **Stufe 3** auf mehreren Prozessoren parallel bearbeitet. Die Verarbeitung der Daten wird abgebrochen, sobald genug Information gesammelt wurde, um das Ereignis akzeptieren zu können.

Kapitel 4

Rekonstruktion der Ereignistopologie

4.1 Rekonstruktionsprobleme

Für eine Messung der topologischen Verzweigungsverhältnisse muß man die Zahl der geladenen Zerfallsprodukte der beiden τ -Leptonen in jedem $\tau^+\tau^-$-Ereignis zu bestimmen. Die Ereignistopologie wird als kl bezeichnet, wenn ein τ in k, das andere in l geladene Teilchen zerfällt. Die Bestimmung der Ereignistopologie wird dadurch erschwert, daß einerseits nicht alle Spuren, die beobachtet werden, aus dem τ -Zerfall stammen, andererseits aber auch nicht alle Spuren tatsächlich rekonstruiert werden. Mögliche Quellen für zusätzliche Spuren sind:

- Spuren aus Photonkonversionen im Detektormaterial.
- Reaktionsprodukte aus hadronischen Wechselwirkungen mit dem Detektormaterial.
- Teilchen aus Kalorimeterschauern, die in die TPC zurück gestreut werden.
- Geladene Pionen aus dem Zerfall des K_s^0. Diese Teilchen werden in dieser Analyse nicht als geladene Zerfallsprodukte des τ gezählt.
- Fehlrekonstruktion: Eine einzelne Spur wird aufgespalten und als zwei Spuren rekonstruiert.

Einen wesentlichen Teil falscher Spuren eliminiert man allein dadurch, daß man nur „gute“ Spuren zählt, die aus dem Vertex kommen. Als „gute“ Spuren werden solche Spuren bezeichnet, die folgende Bedingungen erfüllen:

$$\left.\begin{array}{l} |d_0| < 0.5 \text{ cm} \\ |z_0| < 5 \text{ cm} \\ |\cos\Theta| < 0.95 \\ N_{TPC} \geq 4 \end{array}\right\} \qquad \boxed{\text{„gute“ Spuren}}$$

d_0 ist der Impaktparameter, z_0 die z-Koordinate des Punktes, an dem der Impaktparameter gemessen wird, Θ der Winkel gegen die Strahlachse und N_{TPC} die Zahl der Spurpunkte in der TPC.

Es kommt auch vor, daß geladene Teilchen aus dem τ-Zerfall nicht rekonstruiert werden. Gründe hierfür sind:

- Die Teilchenbahn liegt nicht innerhalb der Detektorakzeptanz oder die Spur liegt nicht innerhalb der Akzeptanzschnitte.
- Die Spurrekonstruktion versagt.
- Zwei Spuren überlappen so stark, daß sie als eine einzige Spur erscheinen.
- Eine Spur wird fälschlicherweise als Konversion rekonstruiert und nicht gezählt.
- Wegen Fehlmessung des Impaktparameters erfüllt die Spur nicht die Kriterien einer guten Spur. Dies kann in den stark kollimierten τ -Jets passieren, da die Spuren so dicht zusammenliegen, daß eine Zuordnung falscher Spurpunkte möglich ist. Besonders problematisch wird die Rekonstruktion, wenn Teile der Spur an den Grenzen der TPC-Segmente liegen.

Die genannten Effekte werden von der Simulation beschrieben und über eine Mischungsmatrix (vgl. Kap. 6) korrigiert.
In den folgenden Abschnitten werden Methoden diskutiert, mit deren Hilfe einige dieser Rekonstruktionsprobleme aufgedeckt werden können. Sie spielen eine wichtige Rolle bei der Entfaltung der topologischen Verzweigungsverhältnisse und bei der Untersuchung der systematischen Effekte.

4.2 Entfernung von Konversionen

Eine große Zahl der τ -Ereignisse ist von Photonen aus Strahlung im Anfangs- und Endzustand, dem π^0-Zerfall oder Bremsstrahlung begleitet. Diese konvertieren mit einer Wahrscheinlichkeit von etwa 7% im Detektor in ein e^+e^--Paar. Solche Spuren werden identifiziert und nicht mitgezählt. Zwei Methoden der Identifikation stehen zur Verfügung: Eine Teilchenidentifikation, die speziell für den Zweck der Identifikation von Konversionselektronen optimiert ist und ein Paarfindungsalgorithmus, der versucht, e^+e^--Paare geometrisch über die Rekonstruktion ihres Vertex und kinematisch über ihre invariante Masse, zu identifizieren.

Elektronenidentifikation

Zur Identifikation von Elektronen wird die Energieverlustmessung (dE/dx) in der TPC sowie das longitudinale und transversale Schauerprofil [38] R_L und R_T im ECAL herangezogen. Statt der üblichen Methode, Schnitte auf die entsprechenden Größen anzubringen, wird eine Likelihood-Methode verwendet [58]. Mit den energieabhängigen Wahrscheinlichkeitsdichten

$$f_i^j(x_i) \tag{4.1}$$

für die Meßgröße x_i und Teilchentyp j können die Wahrscheinlichkeiten

$$p^j = \frac{E^j}{\sum_j E^j} \qquad , \qquad E^j = \prod_i \frac{f_i^j(x_i)}{\sum_j f_i^j(x_i)} \tag{4.2}$$

dafür, daß ein Teilchen vom Typ j ist, ausgerechnet weden. Dem Teilchen wird der Typ mit der höchsten Wahrscheinlichkeit zugeordnet. Dabei werden gleiche a priori Wahrscheinlichkeiten für alle möglichen Teilchensorten angenommen. Für Teilchenimpulse $p < 2GeV$ wird die Identifikation praktisch ausschließlich über dE/dx, mit Unterstützung von R_L und R_T gemacht, daher wird in diesem Impulsbereich das Vorhandensein der Energieverlustinformation vorausgesetzt, um eine Identifikation durchführen zu können. Umgekehrt wird die Identifikation für $p > 2GeV$ fast ausschließlich durch R_L und R_T gemacht, so daß Spuren, die diese Information nicht haben, also im wesentlichen solche, die in eine Kalorimeterspalte gehen, nicht identifiziert werden können.

Paarfindungsalgorithmus

Aus allen Kombinationen zweier entgegengesetzt geladener Spuren (auch „schlechter" Spuren) einer Hemisphäre wird versucht einen Vertex zu finden. Am Punkt größter Annäherung der beiden Helizes, dem Materialisierungspunkt, werden folgende Größen definiert:

d_{xy}: Abstand der beiden Helizes am Punkt größter Annäherung in der xy-Ebene
d_z : Abstand der beiden Helizes am Punkt größter Annäherung in z-Richtung
ρ : Radialkoordinate des Materialisierungspunktes
m_γ: invariante Masse der beiden Spuren unter der Hypothese, daß beide Spuren Elektronen sind.

Konversionspaare müssen folgende Bedingungen erfüllen:

$$\begin{aligned} d_{xy} &< 0.5 \text{ cm} \\ d_z &< 1.0 \text{ cm} \\ m_\gamma &< 0.03 \text{ GeV} \end{aligned}$$

Bestimmung der geladenen Multiplizität

- Spuren, die als Elektron identifiziert wurden, werden nicht mitgezählt.
- Spuren, die nicht identifiziert werden konnten, aber Bestandteil eines Paares sind, werden nicht mitgezählt.
- Werden alle Spuren einer Hemisphäre als Elektronen identifiziert, so wird davon ausgegangen, daß es sich um ein Ereignis vom Typ $\tau \to e\nu_\tau\nu_e$ handelt. Die geladene Multiplizität wird auf eins gesetzt.

Als Pion identifizierte Spuren können also durch den Paarfindungsalgorithmus in keinem Fall mehr zur Konversion werden. In erster Linie dient der Paarfindungsalgorithmus dazu, die Elektronenidentifikation dort zu ergänzen, wo Teilchen nicht identifiziert werden können. Er wird aber auch als Referenzmethode verwendet, um eine bereits erfolgte Identifikation zu bestätigen. Später werden Konversionen, bei denen eine Spur als Elektron identifiziert wurde, jedoch kein Partner zugeordnet werden konnte, als assymetrische Konversionen bezeichnet, solche, bei denen beide Spuren gefunden und als Paar identifiziert werden konnten, als symmetrische. Diese Unterscheidung wird bei der Ereignisklassifikation (vgl. Abschnitt 6.2) eine Rolle spielen.

4.3 Identifikation von Ereignissen mit hadronischen Wechselwirkungen

Hadronische Wechselwirkungen von Zerfallsprodukten des τ mit dem Detektormaterial können die geladene Multiplizität in beiden Richtungen verfälschen, je nachdem, ob die Sekundärspuren die Kriterien einer „guten“ Spur erfüllen oder nicht. Die meisten hadronischen Reaktionen erfolgen im Vertexdetektor oder in den Wänden der ITC. Das Primärteilchen erreicht dann die Spurkammern gar nicht mehr, die Multiplizität wird unterschätzt. Ein Beispiel für ein solches Ereignis wird in Abbildung 4.1 gezeigt.
Solche Wechselwirkungen werden mit dem Algorithmus VERTICES [59] identifiziert. Der Algorithmus beginnt mit der Suche nach sogenannten V^0s, Paaren von entgegengesetzt geladenen Spuren, die einen gemeinsamen Vertex haben. Wenn mehrere V^0s gefundenen werden, die Spuren gemeinsam haben, so werden sie zu Vertices mit höherer Multipizität zusammengefügt . Die Multiplizitätsverteilung der mit dieser Prozedur rekonstruierten Vertices ist in Abbildung 4.2 dargestellt. Trägt man die Koordinaten der rekonstruierten Vertices auf (vgl. Abb. 4.3, 4.4), lassen sich deutlich die Strukturen des Detektors erkennen. So zeigt sich zum Beispiel die Schalenstruktur bei der $x-y$-Darstellung, also einem Schnitt senkrecht zur Strahlachse. Der radiale Aufbau und die Länge (in z) der inneren Detektoren wird in der $\rho-z$-Projektion deutlich.

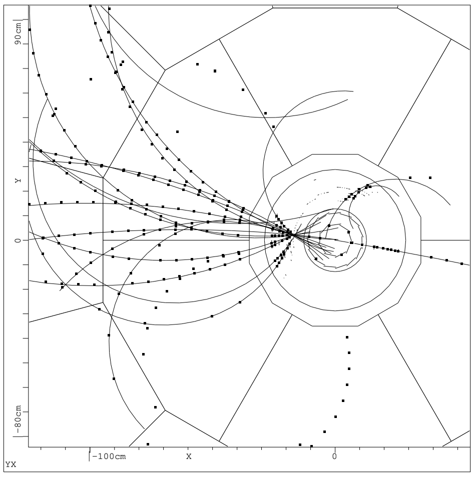

Abbildung 4.1: *Ereignis mit hadronischer Wechselwirkung an einem ITC-Draht.*

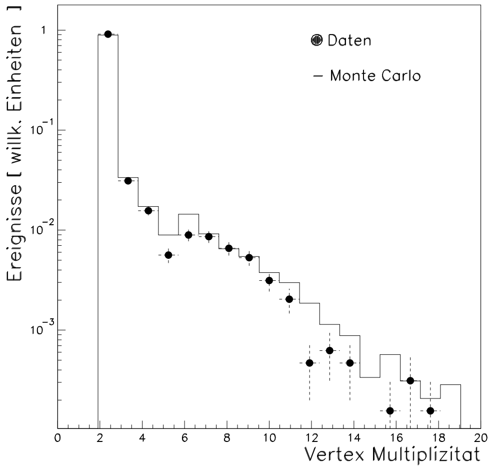

Abbildung 4.2: *Multiplizität rekonstruierter Vertices aus hadronischen Wechselirkungen (1993 Daten). Die Darstellung ist auf eins normiert.*

Die Information, daß ein Vertex gefunden wurde, wird bei der Ereignisklassifikation (vgl. Kap. 6.2) verwendet, wo die zusätzliche Information die Zuordnung zur tatsächlichen Topologie erleichtert. Darüber hinaus wird die Rate von Ereignissen mit rekonstruierten Vertices in der Simulation mit den Daten verglichen, um die Monte Carlo Beschreibung der hadronischen Wechselwirkungen zu überprüfen. Dies wird im Detail in Kapitel 7.5.3 beschrieben.
Das Verwerfen einzelner Spuren, die einem Reaktionsvertex zugeordnet wurden, analog zu der Vorgehensweise bei den Konversionspaaren, ist hier nicht möglich, da Fehlzuweisungen zu häufig sind. In den stark kollimierten τ-Jets liegen Spuren aus dem τ-Zerfall noch so nahe an den Reaktionsvertices, daß sie ihnen häufig fälschlicherweise zugeordnet werden.

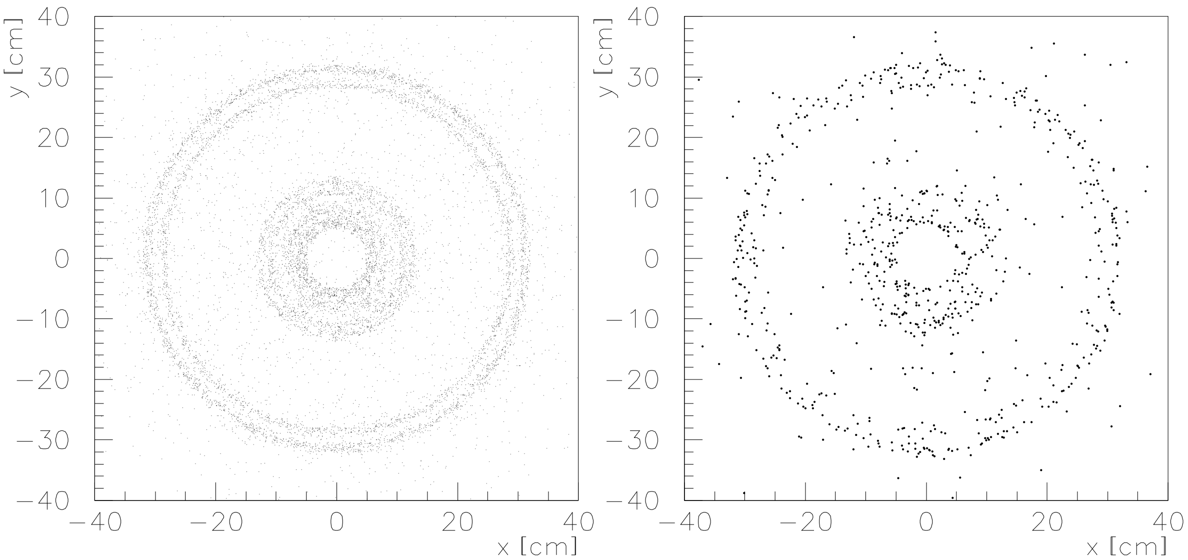

Abbildung 4.3: *$x - y$-Projektion der rekonstruierten Positionen hadronischer Wechselwirkungen für simulierte Ereignisse (links) und Daten (rechts). Die Struktur des Detektors ist deutlich zu erkennen.*

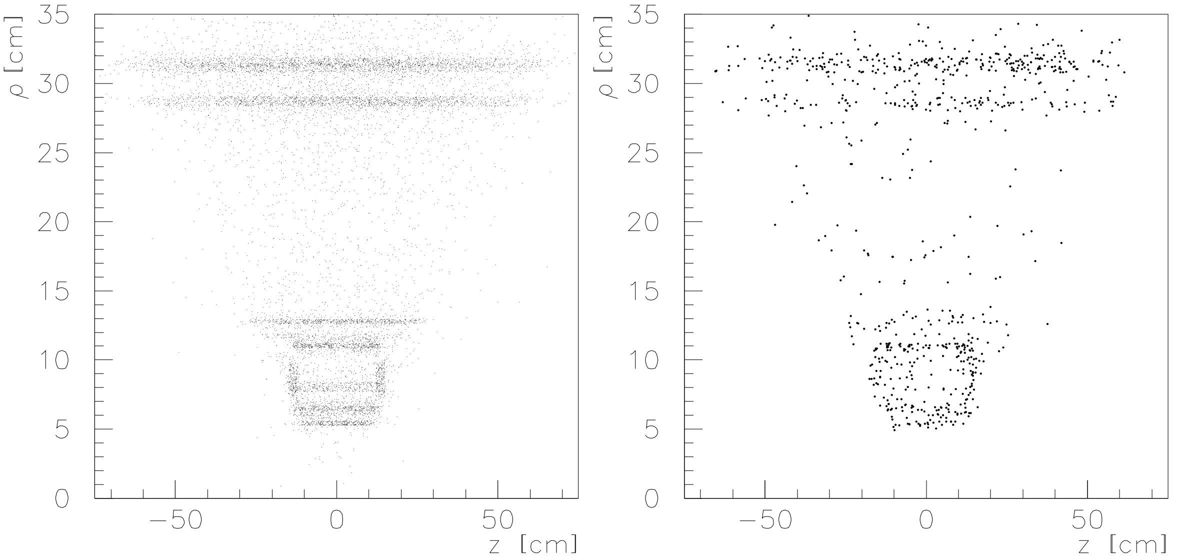

Abbildung 4.4: *$\rho - z$-Projektion der rekonstruierten Positionen hadronischer Wechselwirkungen für simulierte Ereignisse (links) und Daten (rechts). Die Struktur des Detektors ist deutlich zu erkennen.*

4.4 Spurverluste durch Spurüberlapp

Wenn zwei Spuren in der TPC so nahe beieinander liegen, daß ihre Spurpunkte innerhalb der Auflösung überlappen, können sie nicht mehr getrennt rekonstruiert werden und erscheinen als eine einzige Spur. Da die τ-Jets durch den Lorentz-Boost stark kollimiert sind tritt dies in etwa 0.3% aller τ-Ereignisse auf. Die geladene Multipliztät wird um eins unterschätzt. Dieser Effekt wird vom Monte Carlo beschrieben.
Wenn man zumindest einen Teil dieser Spuren identifizieren könnte, verringert sich die Abhängigkeit von der korrekten Beschreibung durch das Monte Carlo und man hat einen Satz von Spuren zur Verfügung, mit dem man die Modellierung dieses Effekts testen kann.
Es soll nun eine Methode vorgestellt werden, die darauf beruht, daß zwei Teilchen, die die gleiche Trajektorie durch die TPC haben, entlang ihrer Bahn doppelt soviel Ionisation verursachen, wie ein einzelnes.
Um Kandidaten für einen solchen Effekt zur näheren Untersuchung anzureichern, werden Ereignisse mit folgender Konfiguration selektiert:

- Die Kriterien der τ-Selektion sind erfüllt.
- Die Topologie ist 1-2 .
- Das Ereignis enthält keine schlechten Spuren.

Solche Konfigurationen können durch 3-prong τ-Zerfälle entstehen, bei denen eine Spur, zum Beispiel durch Überlapp, verlorengegangen ist. Die Wahrscheinlichkeit, daß es sich um einen 1-prong Zerfall mit einer zusätzlichen Spur aus Konversion oder Wechselwirkung handelt, wird durch die letzte Forderung stark reduziert. Die Verteilung der Größe

$$\left(\frac{dE}{dx}\right)_{gemessen} - C \cdot \left(\frac{dE}{dx}\right)_{\pi} \tag{4.3}$$

für alle Spuren der 2-prong Seite wird in Abb. 4.5 für Datenereignisse gezeigt. Im oberen Bild ist dabei die Konstante C auf 1.0 gesetzt, wie üblicherweise zur Identifikation von Pionen verwendet. Die Hälfte der Spuren hat den für Pionen erwarteten Energieverlust, während die andere Hälfte entweder etwa den doppelten Energieverlust hat, oder die dE/dx-Information fehlt. Das ist verträglich mit der Annahme, daß je eine der beiden Spuren eine Doppelspur ist. Monte Carlo Ereignisse, die die oben genannten Kriterien erfüllen, kommen ausschließlich aus 3-prong τ-Zerfällen und bestätigen diese Hypothese. Die Konstante C wird so angepaßt, daß die Verteilung für die Doppelspuren den Mittelwert 0 hat. Im unteren Bild wurde diese Anpassung durchgeführt, die gefundene Konstante C=1.95 kommt der Erwartung von C=2 recht nahe. Unterschiede zwischen Daten und Simulation können dadurch kompensiert werden, daß die optimale Konstante C für die Simulation getrennt angepaßt wird, sie ergibt sich dort zu C=2.34 . Gleichermaßen hohe Werte für die Ionisation werden für manche Teilchensorten bei sehr niedrigen Impulsen erreicht. Doppelspuren dagegen haben in der

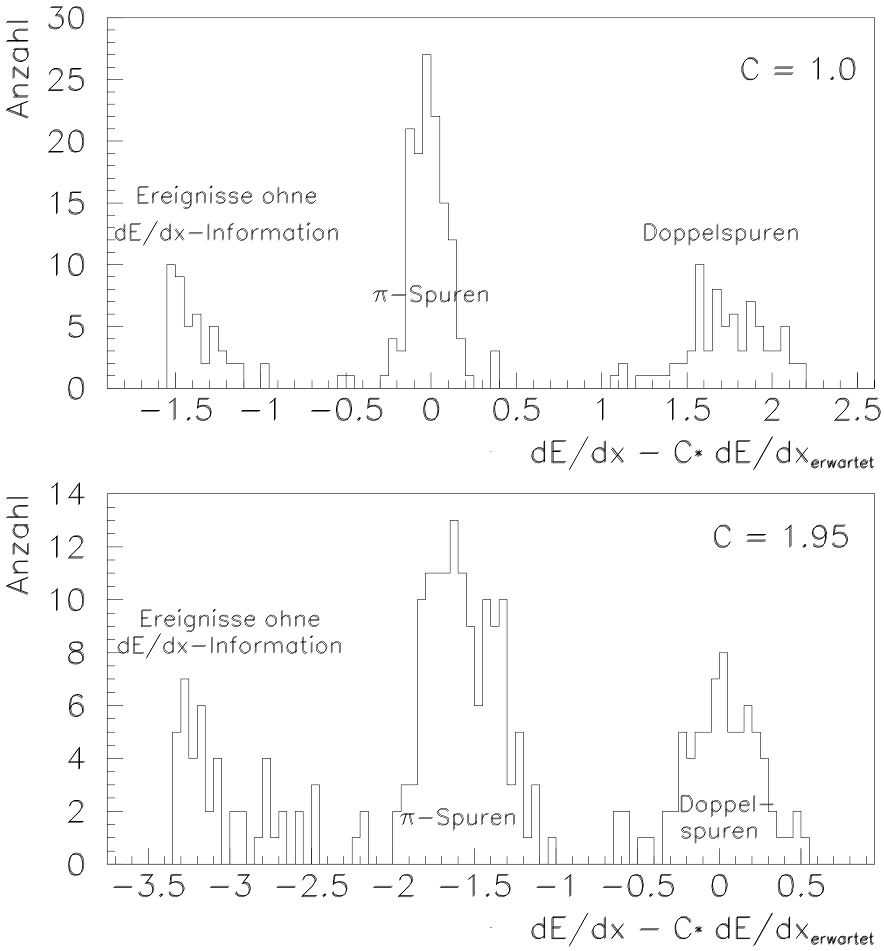

Abbildung 4.5: *Doppelspuren:* $\left(\frac{dE}{dx}\right)_{gemessen} - C \cdot \left(\frac{dE}{dx}\right)_{\pi}$ *für Spuren in 2-prong Ereignissen. Die Hälfte der Einträge kann überlappenden Spuren zugeordnet werden. (Die Einheit für den Energieverlust ist willkürlich so normiert, das minimalionisierende Teilchen den Wert 1 haben.)*

Regel einen großen Impuls, da sie direkte Zerfallsprodukte des τ sind und zwei der drei Spuren etwa die gleiche Krümmung im Magnetfeld, also ähnlichen Impuls, haben müssen. Das Impulsspektrum ist in Abbildung 4.6 dargestellt. Mit einem zusätzlichen Impulsschnitt auf Spuren, die vom Ereignisvertex kommen kann man Doppelspuren zweifelsfrei identifizieren.

Doppelspurdefinition:

- $\left|\left(\frac{dE}{dx}\right)_{gemessen} - C \cdot \left(\frac{dE}{dx}\right)_{\pi}\right| < 0.7$
- 2 GeV < p < 45 GeV
- $|d_0| < 2cm \qquad |z_0| < 5cm$

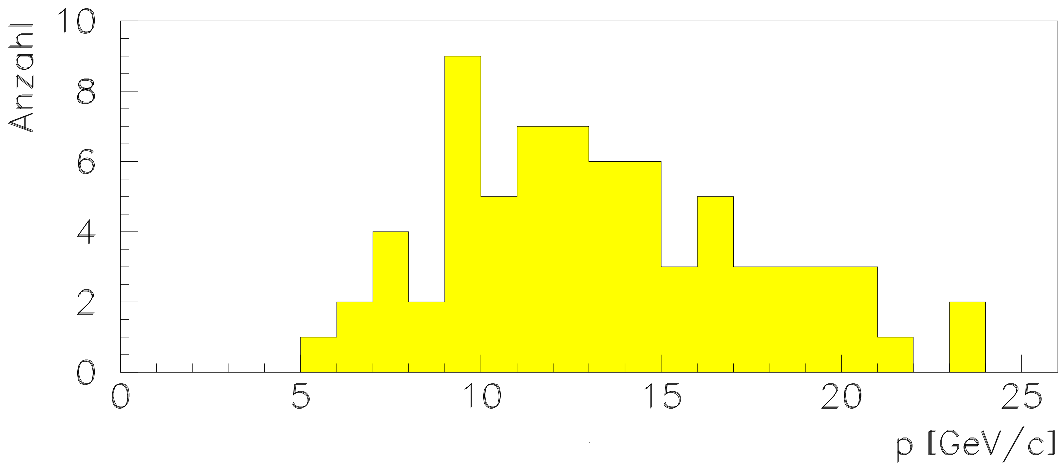

Abbildung 4.6: *Impulsspektrum für Doppelspuren aus Ereignissen mit 1-2 Topologie.*

Wegen des bei dieser Klasse von Spuren relativ häufigen Fehlens der Energieverlustinformation beträgt die Nachweiswahrscheinlichkeit nur etwa 65%. Immerhin läßt sich damit ein großer Teil der Ereignisse mit zwei Spuren aus 3-prong Zerfällen richtig zuordnen. An diesen Ereignissen kann die Beschreibung dieses Aspekts der Spurrekonstruktion durch die Simulation getestet werden.

Kapitel 5

Die Ereignisselektion

5.1 Einführung

Die Bedingungen bei LEP zum Studium von $\tau^+\tau^-$-Ereignissen sind sehr gut, da die Abtrennung eines sehr reinen Satzes solcher Ereignisse mit einer hohen Nachweiswahrscheinlichkeit möglich ist. Die LEP-Experimente profitieren dabei von der hohen Schwerpunktsenergie, die zum einen die Multiplizität des hadronischen Untergrundes erhöht und zum anderen dem τ einen großen Lorentz-Boost gibt, der die τ -Jets stark kollimiert und damit über den Jet-Öffnungswinkel von hadronischen Ereignissen unterscheidbar macht.
Neben den Zerfällen des Z^0 in zwei τ-Leptonen enthalten die Daten noch folgende Untergrundprozesse:

- Andere Zerfallskanäle des Z^0 (e^+e^-, $\mu^+\mu^-$, $q\bar{q}$).
- $\gamma\gamma$-Ereignisse, die der wichtigste Spezialfall der Vier-Fermion-Ereignisse sind.
- Ereignisse aus kosmischer Strahlung.
- Ereignisse, die nicht durch Kollisionen der Elektronen mit den Positronen entstehen, wie zum Beispiel Strahl-Restgas-Wechselwirkungen.

5.2 Vorselektion von Leptonkandidaten

Zuerst wird eine Vorselektion von Dilepton-Kandidaten durchgeführt, um eine Datenreduktion zu erreichen. Die Ineffizienz für $\tau^+\tau^-$-Ereignisse ist nur 0.15% [60] und damit vertretbar.
Die Selektion beginnt damit, daß Spuren gezählt werden: Spuren mit $|d_0|$ <2 cm und solche mit $|d_0|$ <5 cm (einschließlich derer mit $|d_0| < 2cm$) werden separat als $N_{<2cm}$

bzw. $N_{<5cm}$ gezählt. Dabei werden nur Spuren verwendet, die folgende Bedingungen erfüllen:

- Zahl der TPC-Spurpunkte $N_{TPC} \geq 4$
- $|z_0| <10$ cm
- $|p| > 0.1$ GeV/c

Ereignisse werden selektiert, wenn:

- Eine der folgenden Bedingungen ist erfüllt:
  - $|N_{<5cm}| = 2$: Beide Spuren werden als gut erklärt.
  - $2 \leq |N_{<2cm}| \leq 8$:
    In diesem Fall werden nur die Spuren mit $|d_0| <2$ cm als gut erklärt.
    Wenn mehr als 4 gute Spuren vorhanden sind, muß jede von ihnen die Bedingung $cos(\eta) > 0.85$ erfüllen, wobei η der Winkel zwischen der Spur und der zugehörigen Jetachse ist.
- Es gibt mindestens eine Spur mit $|d_0| <2$ cm oder mindestens ein identifiziertes Photon [61] mit $|p| > 2$GeV/c.

5.3 Selektion von τ-Ereignissen

Zur Abtrennung von $\tau^+\tau^-$-Ereignissen wurde eine τ-Selektion [62, 63](Erweiterungen für die hier verwendete Version in [64]) entwickelt, deren Nachweiswahrscheinlichkeit sich für einzelne Zerfallskanäle nicht allzusehr unterscheidet und damit für verschiedene Studien von τ-Ereignissen gut geeignet ist. Sie wird für diese Analyse verwendet und im Bereich der 5-prong Zerfälle optimiert.
Die $\tau^+\tau^-$-Ereignisse sind dadurch gekennzeichnet, daß die Zerfallsprodukte der τ-Leptonen zwei entgegengerichtete stark kollimierte Jets von geringer Multiplizität bilden. Eine Ebene senkrecht zur Thrust-Achse [1] teilt das Ereignis in zwei Hemisphären, die im folgenden durch den Index i $(i = 1, 2)$ unterschieden werden.
Die **Akzeptanz** wird durch folgende Kriterien definiert:
Für den Streuwinkel Θ^* des τ^- relativ zum e^- im Schwerpunktsystem der beiden einfallenden Teilchen muß gelten:

$$|cos\Theta^*| < 0.9 \qquad \boxed{\text{geometrische Akzeptanz}}$$

[1] Als Thrust-Achse wird die Achse bezeichnet, bezüglich der die Summe der Longitudinalimpulse aller Teilchen maximal wird.

Θ^* läßt sich unter der Annahme, daß Photonen aus der Strahlung im Anfangszustand parallel zur Strahlachse emittiert werden, wie folgt berechnen:

$$cos\Theta^* = \frac{cos\frac{1}{2}(\Theta_- + \pi - \Theta_+)}{cos\frac{1}{2}(\Theta_- - \pi + \Theta_+)}$$

$\Theta_-(\Theta_+)$ ist der Polarwinkel des $(\tau^-)\tau^+$.
Die Zahl der guten Spuren $N_{ch,i}$ in Hemisphäre i müssen die Bedingung

$$\left.\begin{array}{l} 2 \leq \sum_i N_{ch,i} \leq 8 \\ N_{ch,i} \geq 1 \end{array}\right\} \qquad \boxed{\text{Anzahl Spuren}}$$

erfüllen.
Eine gute Spur ist in diesem Zusammenhang wie folgt definiert:

$$\left.\begin{array}{l} N_{TPC} \geq 4 \\ |d_0| < 2 \text{ cm} \\ |z_0| < 10 \text{ cm} \\ |cos\Theta| \leq 0.95 \end{array}\right\} \qquad \boxed{\begin{array}{c}\text{Definition „gute Spur“} \\ \text{Selektion}\end{array}}$$

N_{TPC} ist die Zahl der TPC-Treffer. Θ ist der Winkel gegen die Strahlachse.

Für die Akollinearität η, dem Winkel zwischen den beiden Jetachsen, muß gelten:

$$\eta > 160° \qquad \boxed{\text{Akollinearitätsschnitt}}$$

Zwei-Photon-Ereignisse werden durch den Akollinearitätsschnitt und zusätzlich durch folgendes Kriterium unterdrückt:

$$\left.\begin{array}{l} E_{tot} > 0.35 \cdot E_{Strahl} \\ \text{oder} \\ |\Delta p_t| > 0.066 \cdot E_{Strahl} \end{array}\right\} \qquad \boxed{\gamma\gamma\text{-Schnitte}}$$

E_{tot} ist die totale rekonstruierte Energie, E_{Strahl} die Strahlenergie und Δp_t der resultierende Transversalimpuls der beiden Jets in Bezug auf die Strahlachse.

Da **kosmische Strahlung** räumlich und zeitlich nicht mit der Strahlkreuzung korreliert ist, läßt sie sich unterdrücken, indem man fordert:

$$\left.\begin{array}{l} \text{Für mindestens eine Spur muß gelten:} \\ |d_0| < 1 \text{ cm} \\ |z_0| < 5 \text{ cm} \\ \text{Wenn genau eine Spur pro Hemisphäre,} \\ \text{und} \quad |p_1 - p_2|/(p_1 + p_2) < 0.15 \\ \text{und} \quad E_{ECAL} < 0.3 \cdot E_{Strahl} \\ \text{dann muß gelten:} \\ \quad N_{ITC} \geq 5 \end{array}\right\} \qquad \boxed{\begin{array}{c}\text{Schnitte gegen} \\ \text{kosmische Strahlung}\end{array}}$$

Dabei ist N_{ITC} die Zahl der ITC-Treffer. Diese Bedingung definiert ein Zeitfenster um die Strahlkreuzung herum und verwirft Ereignisse mit kosmischen Teilchen, die den Detektor durchdringen und damit in beiden Hemisphären etwa die gleichen Impulse p_1 und p_2 haben.
Die Tatsache, daß beim τ-Zerfall mindestens ein Neutrino einen Teil der Energie aufnimmt, läßt sich dazu nutzen, **Dilepton-Untergrund** vom Typ $Z^0 \to e^+e^-$und $Z^0 \to \mu^+\mu^-$abzutrennen. Man fordert:

$$\left.E_{tr,1} + E_{tr,2} < 1.6 \cdot E_{Strahl}\right\} \qquad \boxed{\text{führende Energie}}$$

$E_{tr,i}$ ist dabei die Energie der führenden Spur der Hemisphäre i.

Weitere Schnitte gegen Dilepton-Ereignisse werden nur unter gewissen Bedingungen angewandt, die auf einer lockeren Identifikation [61] von Elektronen und Myonen beruhen. Die Identifikationskriterien sind so ausgelegt, daß sie größtmögliche Identifikationswahrscheinlichkeit haben, das heißt, nur solche Ereignisse, die sicher keine Bhabha- oder Myonereignisse sind, brauchen diese Schnitte nicht zu passieren.
Ein lockere **Elektronenidentifikation** der geladenen Spuren wird abhängig von deren Impuls entweder über den Energieverlust dE/dx, oder deren Schauerprofil im elektromagnetischen Kalorimeter gemacht. Teilchen mit Impuls $p > 5GeV/c$ werden als Elektronen bezeichnet, wenn

$$\left.\begin{array}{l} R_T > -5 \\ \text{oder} \\ d_{Spalt} < 3\ \text{cm} \\ \text{oder} \\ p > 41GeV/c \quad und \quad |R_L| < 2.5 \end{array}\right\} \qquad \boxed{\text{lockere } e\text{-ID} \quad p > 5GeV/c}$$

R_T und R_L sind dabei die transversalen und longitudinalen Schauerestimatoren. d_{Spalt} ist der Abstand des extrapolierten Eintrittspunktes der Spur zum nächsten ECAL-Spalt.
Für $p < 5GeV/c$ lautet die Elektronendefinition:

$$\left.R_D = \frac{\frac{dE}{dx}_{gemessen} - \frac{dE}{dx}_{erwartet}}{\sigma} > -3\right\} \qquad \boxed{\text{lockere } e\text{-ID} \quad p < 5GeV/c}$$

σ ist der Fehler auf die Energieverlustmessung.
Eine lockere **Myonenidentifikation** beruht auf der ALEPH Standard Myonenidentifikation, die Informationen aus HCAL und Myonenkammern verwendet. Man erkennt Myonen an ihrem Durchdringungsvermögen bis durch die letzten HCAL-Lagen und daran, daß sie nicht aufschauern, sondern die Spur eines minimalionisierenden Teilchens hinterlassen. Um Spuren mit $p > 1GeV/c$ wird ein Konus entsprechend des dreifachen rms-Wertes für Vielfachstreuung definiert. In diesem wird verlangt, daß

$$\left.\begin{array}{l} N_{HCAL} > 9 \\ N_{10} > 4 \\ N_{\mu} \geq 1 \end{array}\right\} \qquad \boxed{\text{lockere } \mu\text{-ID}}$$

N_{HCAL} bezeichnet die Zahl der Treffer in den HCAL-Lagen, N_{10} die Zahl der Treffer in den letzten zehn Lagen und N_μ die Zahl der Treffer in den Myonenkammern.

Als **Bhabha-artige Ereignisse** werden Ereignisse bezeichnet, in denen gilt:

$$\left.\begin{array}{l}\text{Alle Teilchen ID: e}\\ \text{Kein Teilchen ID: }\mu\end{array}\right\} \qquad \boxed{\text{Bhabha-artige Ereignisse}}$$

In Bhabha-artigen Ereignissen wird der Untergrund durch Schnitte auf die totale Energie

$$E_{tot} = E_{Efl} + E_{rad} \tag{5.1}$$

abgetrennt. E_{Efl} bezeichnet dabei die Energie, die vom ALEPH-Energiefluß-Algorithmus [61] rekonstruiert wird. E_{rad} ist radiative Energie aus der Strahlung im Anfangszustand, die unter der Annahme, daß die Photonen parallel zur Strahlrichtung emittiert werden, berechnet wird. Der Schnitt hängt außerdem noch vom Minimum der Abstände der führenden Spuren vom nächsten ECAL-Spalt (D_{Spalt}) ab:

$$\left.\begin{array}{lcl}D_{Spalt} > 6\text{ cm} & \text{und} & E_{tot} < 1.6 \cdot E_{Strahl}\\ \text{oder} & & \\ D_{Spalt} < 6\text{ cm} & \text{und} & E_{tot} < 1.4 \cdot E_{Strahl}\end{array}\right\} \qquad \boxed{e^+e^-\text{-Schnitte}}$$

Myon-artige Ereignisse sind solche, in welchen entweder gilt:

$$\left.\begin{array}{l}\text{Beide führenden Spuren ID: }\mu\\ \text{oder}\\ \text{eine Hemisphäre:}\\ \quad\text{führende Spur ID:}\mu\\ \text{andere Hemisphäre :}\\ \quad E_{Hemi} > 0.9 \cdot E_{Strahl}\end{array}\right\} \qquad \boxed{\text{Myon-artige Ereignisse}}$$

Bei Myon-artigen Ereignissen wird auf die Größe

$$E_{max} = max(\frac{E_1 + E_2 + E_{rad}}{2}, E_{tr,1}, E_{tr,2}) \tag{5.2}$$

geschnitten. E_i ist die gemessene Energie in Hemisphäre i, $E_{tr,i}$ die Energie des führenden Teilchens in Hemisphäre i und E_{rad} die radiative Energie, die im Strahlrohr verschwindet. Folgende Bedingungen müssen erfüllt sein:

$$\left.E_{max} < 0.9 \cdot E_{Strahl}\right\} \qquad \boxed{\mu^+\mu^-\text{-Schnitte}}$$

Hadronischer Untergrund wird durch Schnitte auf die Zahl der Energieflußobjekte $N_{obj,i}$ und die Jet-Öffnungswinkel $\Theta_i^{\ddot{o}ffn}$ in den beiden Hemisphären unterdrückt. Dieser Winkel ist definiert als der größte Winkel zwischen zwei Spuren eines Jets.
Energieflußobjekte können geladene Spuren oder Cluster in den Kalorimetern sein. Um

eine bessere Übereinstimmung mit der Monte Carlo Simulation zu erreichen, wurden Energieschwellen für diese Objekte eingeführt:

E > 0.95 GeV	für geladene Spuren
E > 1.0 GeV	für Photonen
E > 1.5 GeV	für hadronische Objekte

Auch hier wird ein Satz von Schnitten definiert, der nur auf einen Teil der Ereignisse angewandt wird. Schnitte gegen hadronischen Untergrund werden nur angewandt, wenn folgende Bedingung **nicht** erfüllt ist:

$$\left.\begin{array}{l} N_{ch,hemi} = 1 \\ \text{und} \\ m_{hemi} < 0.8\,GeV/c^2 \\ \text{und} \\ m_{gegenhemi} < 3\,GeV/c^2 \end{array}\right\} \qquad \boxed{\text{Erhaltungskriterium } q\bar{q}}$$

Im Abschnitt 5.4 wird gezeigt, daß der $q\bar{q}$-Untergrund in 5-prong τ-Zerfällen dominiert, sich aber mit einer speziellen, auf diese Klasse von Zerfällen optimierten Prozedur nahezu vollständig eliminieren läßt. Eine Vorselektion von 5-prong Kandidaten entscheidet darüber, welche Methode angewandt wird. Die folgenden Schnitte werden auf Ereignisse ohne 5-prong Kandidaten angewandt:

$$\left.\begin{array}{l} N_{obj,1} \cdot N_{obj,2} < 40 \\ \Theta_1^{\ddot{o}ffn} + \Theta_2^{\ddot{o}ffn} < 0.3 \text{ rad} \\ \\ min(N_{ch,1}, N_{ch,2}) > 1 \\ \text{und} \\ min(m_1, m_2) < 1.8\,GeV/c^2 \\ \\ \text{oder} \\ \\ min(N_{ch,1}, N_{ch,2}) = 1 \\ \text{und} \\ min(m_1, m_2) < 3.0\,GeV/c^2 \end{array}\right\} \qquad \boxed{q\bar{q}\text{-Schnitte}}$$

Im folgenden Abschnitt wird auf die speziellen Schnitte für 5-prong Kandidaten näher eingegangen.

5.4 Selektion für 5-prong Kandidaten

5.4.1 Motivation

Eine genauere Betrachtung von Zerfällen des τ in fünf geladene Teilchen („5-prong“) rechtfertigt eine Sonderbehandlung: Auch wenn der hadronische Untergrund bezogen

auf alle selektierten τ-Ereignisse klein ist, so ist das nicht der Fall für 5-prong Ereignisse, in denen sich der hadronische Untergrund wegen der hohen Multiplizität anhäuft. Da B_5 um zwei Größenordnungen kleiner als die beiden anderen, simultan zu bestimmenden Verzweigungsverhältnisse ist, wird nicht nur der hadronische Untergrund, sondern auch der Migrationsuntergrund aus 1- und 3-prong Ereignissen innerhalb der 5-prong Ereignisse relativ groß.
Im Abschnitt 5.3 wurden bereits Schnitte zur Unterdrückung des Untergrundes aus $q\bar{q}$-Ereignissen vorgestellt. Sie verwenden Größen, die beide Ereignishemisphären miteinander korrelieren. Im folgenden werden Schnitte vorgestellt, bei denen die Hemisphären unabhängig voneinander betrachtet werden, da man 5-prong-Ereignisse immer nur in einer der beiden Hemisphären finden wird. Das liegt daran, daß das Verzweigungsverhältnis für solche Ereignisse so klein ($B_5^2 = 10^{-6}$) ist, daß in der vorhandenen Datenmenge keine 5-5 Ereignisse zu erwartet sind und solche Ereignisse die Vorselektion von Leptonkandidaten ohnehin nicht passieren würden, da die Spurmultiplizität zu hoch wäre.
Die Gegenhemisphäre wird dazu benutzt, entweder τ-Ereignisse oder Untergrund anzureichern um damit zu einer vom Monte Carlo unabhängigen Bestimmung des $q\bar{q}$-Untergrundes zu gelangen. Dies ist besonders wichtig, da für hadronische Ereignisse niedrige Multiplizitäten untypisch sind und die Simulation eher für hohe Multiplizitäten optimiert ist.

5.4.2 Auswahl der 5-prong Kandidaten

In Ereignissen, die alle Kriterien der oben beschriebenen Selektion, mit Ausnahme der $q\bar{q}$-Schnitte erfüllen, wird eine Auswahl von 5-prong-Kandidaten getroffen, die auf der Rekonstruktion der geladenen Multiplizität beruht und 5-prong Zerfälle anreichern soll. Der nicht-τ-Untergrund in dieser Topologie stammt aus hadronischen Z^0-Zerfällen. Nachdem Konversionsspuren verworfen wurden, muß eine Hemisphäre („5-prong-artig") 4 oder 5 „gute" Spuren entsprechend der Definition auf Seite 34 enthalten, während die Gegenhemisphäre 1, 2 oder 3 „gute" Spuren enthält, wobei hier die Kriterien für „gute" Spuren gelockert werden ($|d_0| <2$ cm ,$|z_0| <10$ cm). Hemisphären mit einem Vertex mit Multiplizität ≥ 3 werden als 5-prong-artige Hemisphären verworfen. Dadurch wird der Migrationsuntergrund aus 1- und 3-prong Ereignissen reduziert. Durch die topologische Forderung an die Gegenhemisphäre wird der hadronische Untergrund mit typischerweise hohen Multiplizitäten in beiden Hemisphären bereits stark reduziert.

5.4.3 Abtrennung des hadronischen Untergrundes

Eine gute Trennung zwischen τ-Ereignissen und $q\bar{q}$-Ereignissen erreicht man durch einen zweidimensionalen Schnitt auf die Größen:

- Energie E^* im τ -Ruhesystem:
  Die Summe der kinetischen Energien der 4 bzw. 5 Zerfallsprodukte wird nach einer Transformation ins Ruhesystem des τ, unter der Annahme bestimmt, daß das τ in Richtung der Thrust-Achse emittiert wurde und alle Spuren Pionen sind. Wegen der Unkenntnis des ν-Impulses ist diese Annahme nur eine Näherung für τ-Ereignisse. Da $q\bar{q}$-Ereignisse nicht aus dem Zerfall eines Teilchens mit τ-Masse stammen, erreicht man eine gute Separation.

- Invariante Masse $m_5\,(m_4)$ der 5-prong Seite:
  Wenn die Teilchen auf der 5(4)-prong Seite aus dem $\tau-$ Zerfall stammen, kann ihre invariante Masse die τ-Masse nicht überschreiten, während hadronische Ereignisse in der Regel viel höhere invariante Massen haben.

In den Abbildungen 5.2 und 5.3 werden die Verteilungen von E^* gegen m_5, bzw. m_4 auf der 5- bzw. 4-prong Seite gezeigt. Der Datenverteilung wird die Verteilung simulierter τ-Ereignisse gegenübergestellt. Die 2-dimensionalen Schnitte sind in den Abbildungen graphisch dargestellt. Die Grenzen der mit I, II und III bezeichneten Regionen sind für 4 und 5 Spurereignisse unterschiedlich. Region I enthält mit hoher Reinheit τ-Ereignisse und Region III nur $q\bar{q}$-Ereignisse. Ereignisse in Region II sind hauptsächlich τ-Ereignisse, deren kinematische Variablen schlecht rekonstruiert wurden. Eine Erweiterung der τ- Schnitte auf Region II könnte die Nachweiswahrscheinlichkeit für 5-prong Ereignisse erhöhen. Wegen des relativ hohen Untergrundes wird jedoch der engere Bereich bevorzugt.
Die Gegenhemisphäre wird dazu benutzt, den Untergrund aus $q\bar{q}$ weiter zu reduzieren.

$$\left.\begin{array}{l} E^* \quad \text{gegen} \quad m_{13} \in \{\text{ Region } \tau \text{ aus Abb. 5.1}\} \\ N_{neut} \leq 3 \end{array}\right\} \qquad \boxed{\begin{array}{c}\text{Schnitte}\\ \text{Gegenhemisphäre}\end{array}}$$

E^* und m_{13} sind analog zu den auf der 5-prong Seite definierten Größen E^* und m_5, N_{neut} ist die Zahl der neutralen Objekte in der Gegenhemisphäre. Die Verteilung dieser Größen für simulierte τ -Ereignisse und für Daten wird in Abbildung 5.1 gezeigt. Die Reduktion des Untergrundes durch die Schnitte in der Gegenhemisphäre wird in den Graphiken links unten in den Abbildungen 5.2 und 5.3 demonstriert.
Die Selektionskriterien für 5-prong Kandidaten, die bei der Beschreibung der Selektion von τ-Ereignissen in Abschnitt 5.3 noch offen gelassen wurden, sind:

$$\left.\begin{array}{l} \text{5-prong Hemisphäre:} \\ \quad E^* \quad \text{gegen} \quad m_4 \in \{\text{ Region I }\} \\ \quad \text{bzw.} \\ \quad E^* \quad \text{gegen} \quad m_5 \in \{\text{ Region I }\} \\ \text{Gegenhemisphäre:} \\ \quad E^* \text{ gegen } m_{13} \in \{\text{ Region } \tau \text{ aus Abb. 5.1}\} \\ \quad N_{neut} \leq 3 \end{array}\right\} \qquad \boxed{\begin{array}{c} q\bar{q}\text{-Schnitte} \\ \text{für} \\ \text{5-prong Kandidaten} \end{array}}$$

5.4.4 Bestimmung des verbleibenden Untergrundes

Dreht man in der Gegenhemisphäre die Schnitte auf E^* gegen m_{13} um, so erhält man einen reinen Satz von $q\bar{q}$-Ereignissen. Die sehr kleine Zahl der verbleibenden τ-Ereignisse wird mit der Simulation abgeschätzt. Damit läßt sich die Untergrundverteilung für die 5-prong Seite direkt aus den Daten extrahieren. Rechts unten in den Abbildungen 5.2 und 5.3 finden sich die aus den Daten gewonnenen Untergrundverteilungen. Durch Normierung in Region III läßt sich der nach Anwendung der τ -Schnitte in Region I (linke Graphik) verbleibende $q\bar{q}$-Untergrund abschätzen. Die Anzahl der Ereignisse in Region I sowie den aus den Daten extrahierten Untergrund aus $q\bar{q}$-Ereignissen für alle in dieser Analyse betrachteten Daten zusammen findet sich in Tabelle 5.1. Der ebenfalls aufgeführte Migrationsuntergrund aus τ-Ereignissen niederer Multiplizität wurde mit simulierten Daten bestimmt.

N_{Spuren}	5	4
$N_{Ereignisse}$	44 ± 6.6	39 ± 6.2
$N_{q\bar{q}}$	0.7 ± 0.5	2.8 ± 0.8
Untergrundanteil ($q\bar{q}$)	(1.6 ± 1.2) %	(7.2 ± 2.4) %
Migrationsuntergrund	(3.0 ± 0.7) %	$(51. \pm 2.7)$ %

Tabelle 5.1: *Ereignisse in Bereich I (siehe Text) mit dem aus Daten bestimmten Untergrund aus hadronischen Ereignissen und dem mit der Simulation bestimmten Migrationsuntergrund.*

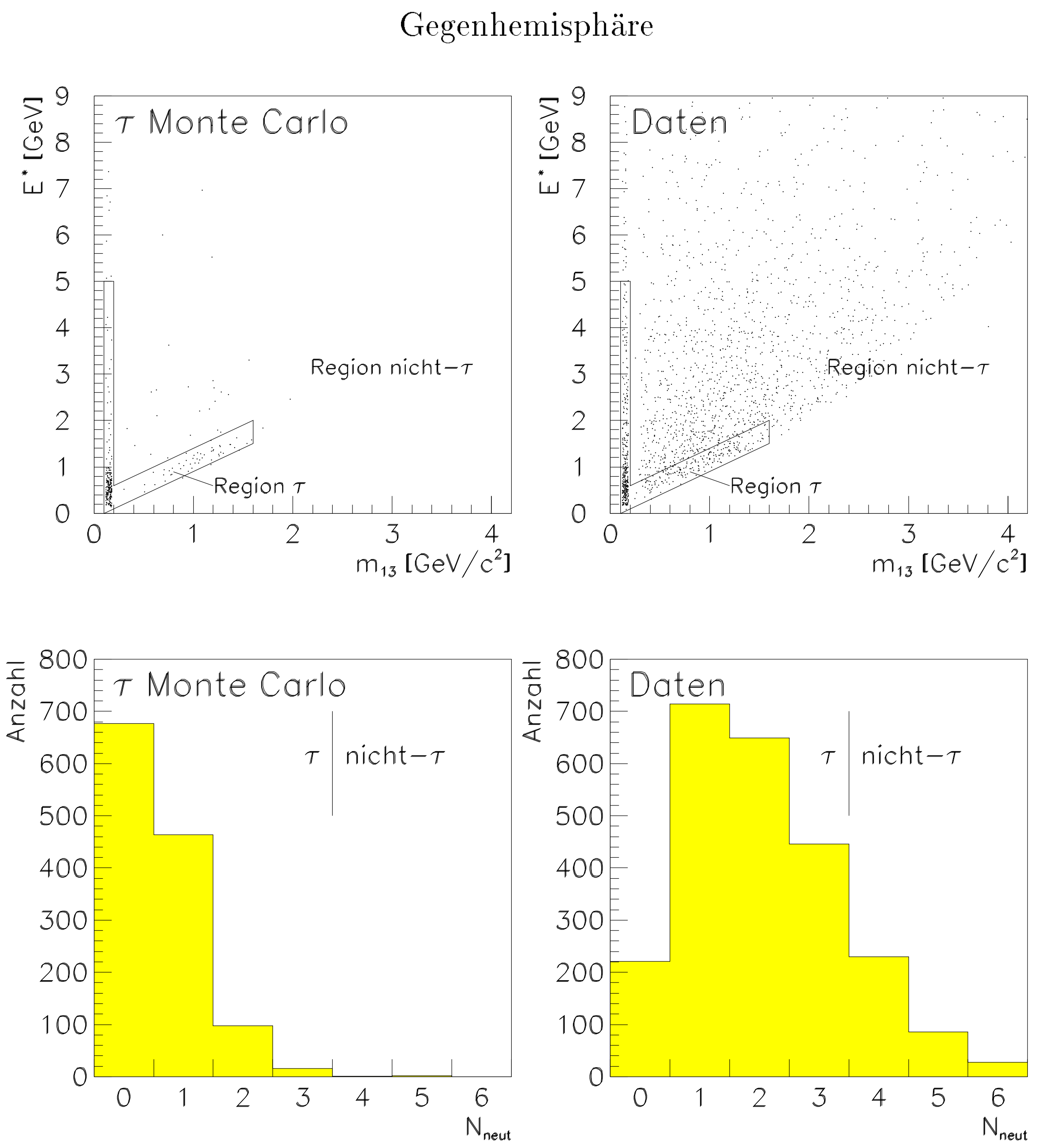

Abbildung 5.1: *Schnitte in der Hemisphäre, die der 5-prong Seite gegenüberliegt. Oben: Energie E^* im τ-Ruhesystem gegen invariante Masse m_{13}, links für simulierte τ-Ereignisse, rechts für Daten, die als 5-prong Kandidaten selektiert wurden. Die eingezeichnete Linie definiert den im Text beschriebenen Schnitt. Unten: Die Zahl der neutralen Objekte in der Gegenhemisphäre für τ-MC (links) und für vorselektierte Daten (rechts). Die Linie zeigt die Position des Schnittes zur zusätzlichen Reduktion des $q\bar{q}$-Untergrundes an.*

5 Spur Hemisphäre

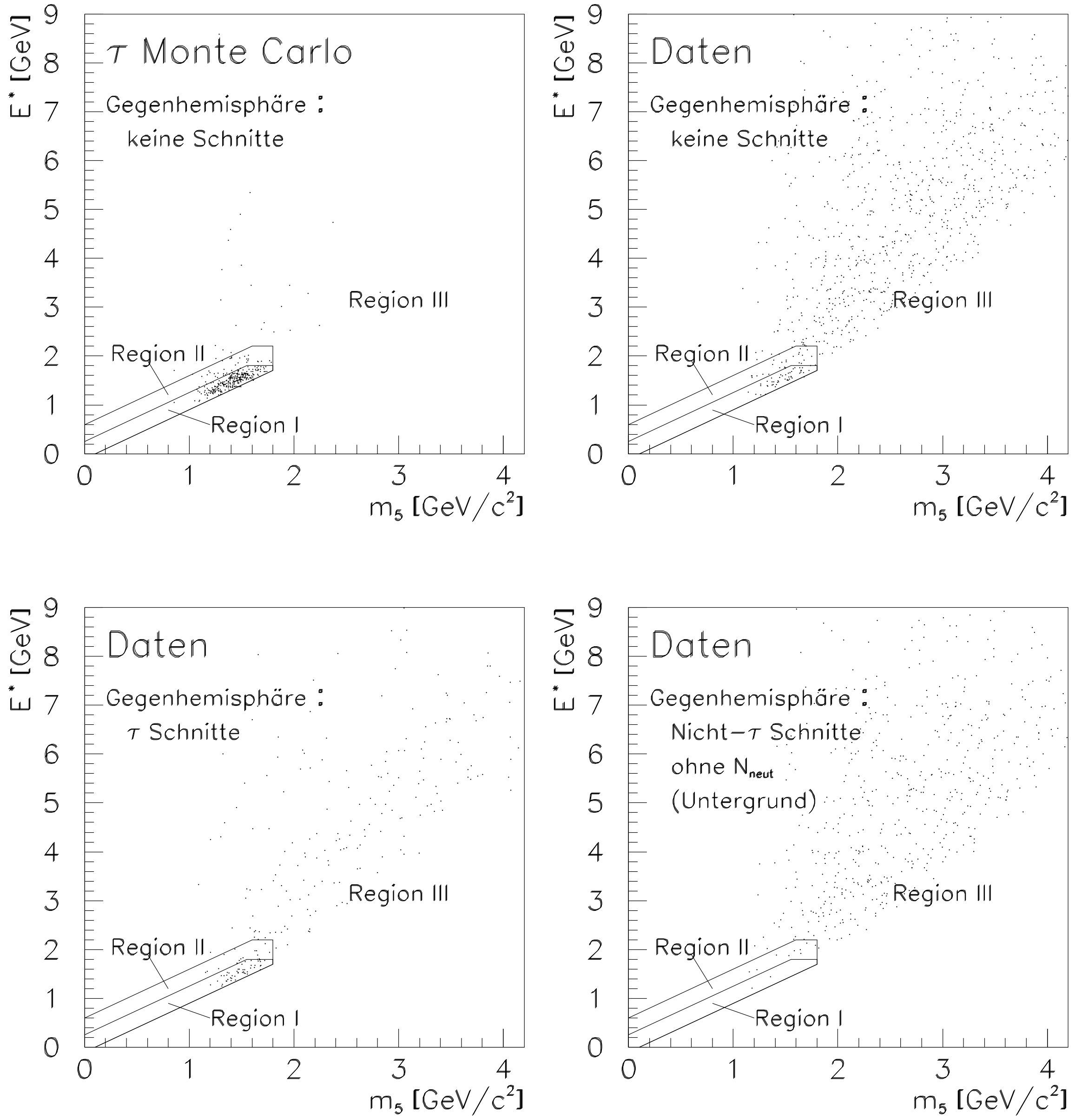

Abbildung 5.2: *Energie E^* im τ-Ruhesystem gegen invariante Masse m_5. Oben sind die Verteilungen ohne Schnitte in der Gegenhemisphäre dargestellt, links für τ-MC, rechts für Daten. Die eingezeichneten Regionen definieren den im Text beschriebenen Schnitt. Unten links wird die Reduktion des $q\bar{q}$-Untergrundes durch die Schnitte in der Gegenhemisphäre demonstriert. Rechts ist die aus den Daten extrahierte Untergrundverteilung zu sehen.*

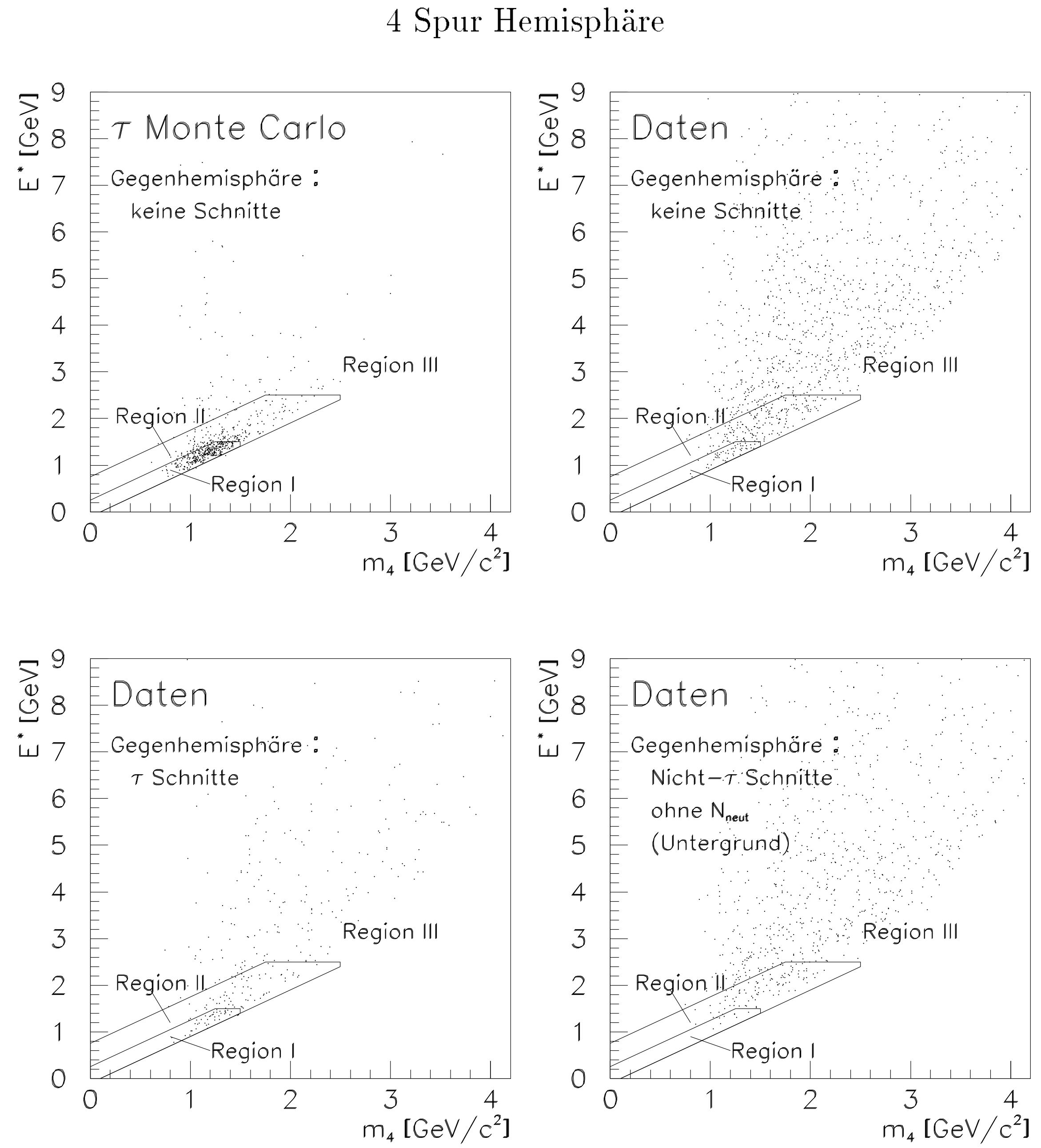

Abbildung 5.3: *Energie E^* im τ-Ruhesystem gegen invariante Masse m_4. Oben sind die Verteilungen ohne Schnitte in der Gegenhemisphäre dargestellt, links für τ-MC, rechts für Daten. Die eingezeichneten Regionen definieren den im Text beschriebenen Schnitt. Unten links wird die Reduktion des $q\bar{q}$-Untergrundes durch die Schnitte in der Gegenhemisphäre demonstriert. Rechts ist die aus den Daten extrahierte Untergrundverteilung zu sehen.*

5.5 Nachweiswahrscheinlichkeit und Untergrund

Abbildung 5.4 zeigt die mit der Simulation bestimmten Nachweiswahrscheinlichkeiten der Selektion für die verschiedenen Ereignistopologien. Sie sind für die verschiedenen Sätze simulierter Daten getrennt angegeben (zur Aufteilung der Datensätze siehe Kap. 6.5). Bemerkenswert ist die geringe Abhängigkeit der Nachweiswahrscheinlichkeit von der Topologie. Ein leichter Abfall ober- und unterhalb der Z^0-Resonanz läßt sich in der Gesamtnachweiswahrscheinlichkeit ϵ_{tot} sowie bei ϵ_{11}, ϵ_{13} und ϵ_{15} beobachten.

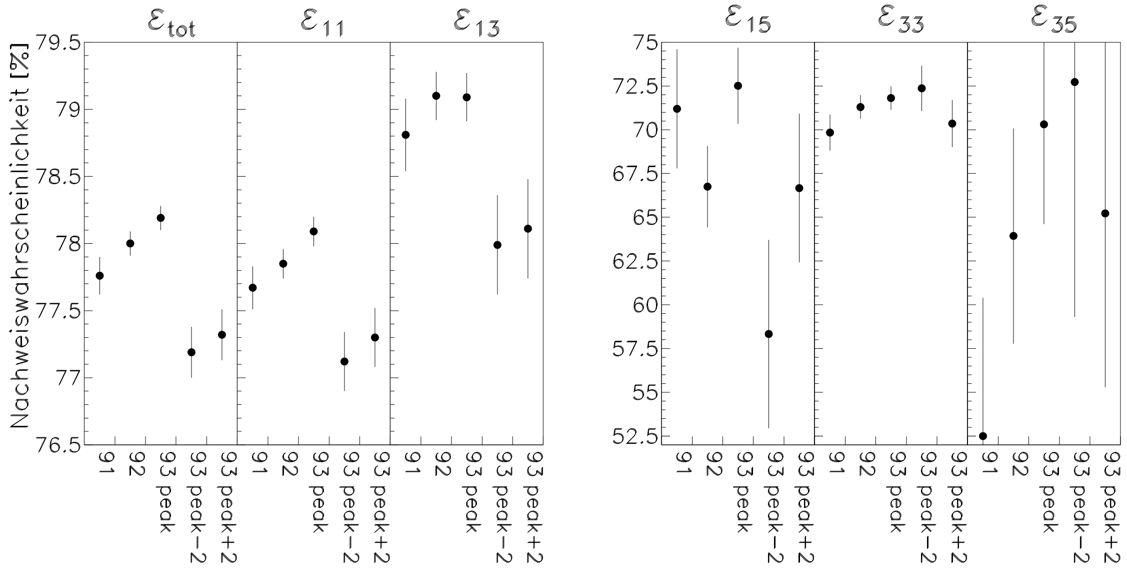

Abbildung 5.4: *Gegenüberstellung der Nachweiswahrscheinlichkeiten für verschiedene Sätze simulierter Daten in verschiedenen Ereignistopologien.*

In Tabelle 5.2 wird der verbleibende Untergrund bei verschiedenen Schwerpunktsenergien aufgelistet. Der Untergrund aus e^+e^-und kosmischer Strahlung wird aus den Daten ermittelt. Die Kontamination aus den anderen Quellen wird nach detailliertem Vergleich mit den Daten und kleinen Korrekturen aus der Simulation bestimmt. Eine genaue Beschreibung der Bestimmung des Untergrundes der ALEPH-τ-Selektion findet sich in [64]. Der $q\bar{q}$-Untergrund wird dort für alle Ereignisse, also 5-prong Kandidaten eingeschlossen, bestimmt. Der Anteil des $q\bar{q}$-Untergrundes, der der 5-prong Vorselektion genügt und damit für diese Analyse mit der in Abschnitt 5.4 beschriebenen Prozedur eliminiert wird, wurde mit simulierten $q\bar{q}$-Ereignissen zu 31% bestimmt und ist in Tabelle 5.2 entsprechend abgezogen.

$\sqrt{s}$ (GeV)	89.4	91.2	93.0
e^+e^-	1.51±0.16	0.61 ±0.05	0.72 ±0.08
$\mu^+\mu^-$	0.05±0.02	0.05 ±0.02	0.04 ±0.02
$\gamma\gamma e^+e^-$	0.35±0.03	0.117±0.007	0.25 ±0.02
$\gamma\gamma\mu^+\mu^-$	0.34±0.03	0.115±0.006	0.24 ±0.02
$\gamma\gamma\tau^+\tau^-$	0.11±0.008	0.038±0.002	0.080±0.006
llV	0.08±0.02	0.07 ±0.01	0.10 ±0.02
Kosm. Strahlung	0.06±0.06	0.02 ±0.02	0.04 ±0.04
$q\bar{q}$	0.19±0.02	0.20 ±0.014	0.19 ±0.02
total	2.69±0.18	1.22 ±0.06	1.66 ±0.10

Tabelle 5.2: *Untergrund der Selektion von τ-Ereignissen in Prozent.*

Kapitel 6

Extraktion der topologischen Verzweigungsverhältnisse

6.1 Überblick

Die Ausführungen in Kapitel 4 haben gezeigt, daß eine eindeutige Rekonstruktion der Ereignistopologie unmöglich ist. Ereignisse mit der tatsächlichen Topologie $ij\,(i,j = 1,3,5)$, d.h. i bzw. j Spuren in den beiden Hemisphären werden als Topologie $kl\,(k,l = 1,2,....)$ rekonstruiert. Die Zahl N_{kl} der als kl rekonstruierten Ereignisse ergibt sich zu:

$$N_{kl} = N_{kl}^{Untergrund} \qquad + \qquad \sum_{ij} \mathcal{M}_{ij\to kl} \cdot n_{ij} \tag{6.1}$$

n_{ij} ist die Zahl der Ereignisse, die in der Topologie ij erzeugt wurden. Sie ergibt sich aus der Zahl der insgesamt erzeugten τ-Ereignisse $N_{\tau^+\tau^-}$ und den topologischen Verzweigungsverhältnissen B_i:

$$n_{ij} = (2 - \delta_{ij}) B_i B_j N_{\tau^+\tau^-} \tag{6.2}$$

Die Mischungsmatrix $\mathcal{M}_{ij\to kl}$ gibt die Wahrscheinlichkeit, ein Ereignis der Topologie ij als kl zu rekonstruieren. Sie enthält alle Informationen über Fehlrekonstruktion und über die Effizienz der vorangegangenen Selektion. Es ist eine gängige Methode, die Zahl n_{ij} über eine Anpassung an Gleichung 6.1 zu entfalten und somit die topologischen Verzweigungsverhältnisse B_i über Gleichung 6.2 zu bestimmen. Ein kritischer Punkt ist dabei die genaue Kenntnis der Mischungsmatrix. Sie wird aus der Monte Carlo Simulation bestimmt. Die Monte Carlo Beschreibung der Effekte, die zu Fehlrekonstruktion führen muß möglichst detailliert mit den Daten verglichen werden. Systematische Studien zielen im wesentlichen darauf ab, einzelne Nichtdiagonalelemente der Mischungsmatrix mit den Daten zu vergleichen. Da in den Daten nur die rekonstruierte Topologie bekannt ist, versuchen man in anderen Analysen [58, 65, 66] anhand zusätzlicher Kriterien solche Ereignisse anzureichern, die bestimmten Mischungsmatrixelementen zugeordnet werden können. Da aber verschiedene Rekonstruktionseffekte

in ein und dasselbe Matrixelement eingehen, kann man so immer nur summarische Aussagen machen.
Die vorliegende Analyse verwendet eine weiterentwickelte Methode, bei der versucht wird, soviel Information über Rekonstruktionsprobleme wie möglich in die Anpassung eingehen zu lassen. Ereignisse werden nicht mehr nur anhand der Zahl der geladenen Spuren klassifiziert, sondern in Unterklassen eingeteilt, die bestimmten Rekonstruktionsproblemen zugeordnet werden können. Zum einen stellt die detailliertere Ereignisklassifikation zusätzliche Informationen zur Entfaltung der tatsächlichen Ereignistopologie zur Verfügung, zum anderen lassen sich damit systematische Effekte detailliert kontrollieren.

6.2 Ereignisklassifikation

Ereignisse werden zunächst für jede Hemisphäre getrennt klassifiziert. Zuerst erfolgt eine Einteilung in Hauptklassen nach der Zahl der „guten“ Spuren (vgl. Definition guter Spuren auf Seite 34), die nicht als Konversionselektronen identifiziert wurden.
Zwei zusätzliche Hauptklassen werden definiert, falls man zwei oder vier „gute“ Spuren findet, von denen eine als Doppelspur entsprechend der Definition aus Kapitel 4.4 rekonstruiert wurde. Sie werden als 2+ bzw. 4+ bezeichnet. Soweit ergeben sich die Hauptklassen

0 1 2 2+ 3 4 4+ 5 6 7

Es sollte vieleicht darauf hingewiesen werden, daß Hemisphären, die der Klasse 0 zugeordnet werden, in der Regel nicht ohne geladene Spuren sind. Die Spuren erfüllen lediglich nicht die bewußt relativ strengen Kriterien für eine „gute“ Spur.
Hemisphären der Hauptklassen 0 bis 3, also derjenigen mit ausreichender Statistik, werden in 9 Unterklassen aufgeteilt:

Index	Kurzbez.	Beschreibung
1	VertexVDet	Vertex (Multiplizität $M \geq 3$) mit $\rho < 25$ cm
2	VertexITC	Vertex (Multiplizität $M \geq 3$) mit $\rho > 25$ cm
3	AsymKonv	Asymmetrische Konversion
4	SymKonv	Symmetrische Konversion
5	2Vert	Vertex (Multiplizität $M = 2$) keine Konversion
6	Gut	nur gute Spuren
7	Schlecht1	$N_{schlecht} = 1$
8	Schlecht2	$N_{schlecht} = 2$
9	Schlecht3	$N_{schlecht} \geq 3$

Wird ein Vertex mit Multiplizität $M \geq 3$ rekonstruiert, so wird die Hemisphäre einer der ersten beiden Klassen zugeordnet, je nachdem ob die Radialkoordinate ρ kleiner

oder größer als 25 cm ist. Diese Aufteilung trennt hadronische Wechselwirkungen im Vertexdetektor von solchen in den Wänden zwischen ITC und TPC. Sie wird deshalb gewählt, weil die Wahrscheinlichkeit, daß eine Spur, aus einer Wechselwirkung, als gute Spur gewertet wird, mit der Nähe zum Strahlwechselwirkungspunkt zunimmt.
Für die nächsten beiden Klassen wird verlangt, daß in der Hemisphäre ein Konversionselektron entdeckt und entfernt worden ist. Wird mindestens ein als Elektron identifiziertes Teilchen nicht durch den Paarfindungsalgorithmus bestätigt, so erfolgt die Zuordnung zur Klasse der asymmetrischen Konversionen, sonst zu den symmetrischen. Die Zahl der Ereignisse in diesen Klassen testet sowohl die Wahrscheinlichkeit, daß eine Konversion auftritt, als auch die Nachweiswahrscheinlichkeit. Die Konversionswahrscheinlichkeit hängt von der Beschreibung des Detektormaterials bei der Simulation ab. Asymmetrische Konversionen treten nicht nur auf, wenn der Impuls eines der beiden Elektronen sehr klein ist und sich das Teilchen dadurch dem Nachweis entzieht, sondern auch wenn ein Teilchen fälschlicherweise als Elektron identifiziert wird, beziehungsweise der Partner als Pion. Diese Klasse testet also neben der Konversionswahrscheinlichkeit auch die Fehlidentifikation.
Wird ein Vertex der Multiplizität M=2 rekonstruiert, der nicht als Konversion erkannt wurde, wird die Hemisphäre der Unterklasse 5 zugeordnet. Hier werden weitgehend hadronische Wechselwirkungen getestet, die Klasse enthält aber auch echte V^0 (K_s^0-Zerfälle).
Die größte Klasse ist die der sauberen Ereignisse, in denen nur „gute“ Spuren rekonstruiert wurden.
Drei weitere Klassen werden entsprechend der Zahl schlechter Spuren eingerichtet. Hier werden verschiedene Effekte getestet: Hadronische Wechselwirkungen, bei denen kein Sekundärvertex rekonstruiert wurde und unerkannte Konversionen.
Die Zuordnung erfolgt in der oben genannten Reihenfolge. Sobald ein Ereignis die Bedingungen der Unterklasse mit dem kleinsten Index erfüllt, wird es dort einsortiert, unabhängig davon, ob die Kriterien einer weiter unten genannten Klasse auch zutreffen würden.
Jede Hemisphäre wird damit einer von 49 Klassen N^{sub} (N: Hauptklasse, Zahl geladener guter Spuren, sub: Unterklasse) zugeordnet. Das ganze Ereignis wird gemäß der Klassifikation der beiden Hemisphären 1 und 2 als

$$((N^{sub})_1(N^{sub})_2)^L \tag{6.3}$$

eingeteilt. Die Zuordnung der Hemisphärenindizes 1 und 2 erfolgt immer so, daß Hemisphäre 1 diejenige mit der kleineren Spurmultiplizität N, bzw. bei gleichem N diejenige mit dem kleineren Unterklassenindex sub ist. Damit ergeben sich 1 225 Ereignisklassen. Diese werden noch einmal unterteilt, je nachdem, ob die Ladungsbilanz $L\,(L = 0, 1)$ des Ereignisses ausgeglichen ist.

$$L \quad = \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ 1 \end{array} \right\} \text{wenn} \sum Q_{guteSpuren} \left\{ \begin{array}{c} = 0 \\ \neq 0 \end{array} \right.$$

$Q_{guteSpuren}$ bezeichnet die Ladung der „guten“ Spuren. Eine unausgewogene Ladungs-

bilanz im Ereignis deutet auch darauf hin, daß entweder eine Spur aus dem τ-Zerfall verlorengegangen ist, oder das Ereignis eine zusätzliche Spur aus einer Konversion oder hadronischen Wechselwirkung enthält. Da die Geradzahligkeit von N den gleiche Hinweis enthält, wird die Unterteilung nach Ladungsbilanz nur für Ereignisse mit einer ungeraden Anzahl guter Spuren in beiden Hemisphären vorgenommen.
Werden beide Hemisphären in einer der seltener vorkommenden Hauptklassen rekonstruiert, so werden die Unterklassen zu einer einzigen Ereignisklasse zusammengefaßt. Dies ist der Fall für die Kombinationen 0-2, 0-2+, 2-2, 2-2+, 3-2+, 0-4, 0-5, 1-6 und 1-7. Die meisten der vielen formal möglichen Klassen treten mit einer so geringen Wahrscheinlichkeit auf, daß die Ereignisse auf einige wenige Klassen konzentriert sind.

6.3 Anpassungsprozedur

Die Wahrscheinlichkeit, ein Ereignis in einer bestimmten Klasse

$$C = ((N^{sub})_1(N^{sub})_2)^L$$

zu rekonstruieren, hängt von der tatsächlichen Topologie T_1T_2 des Ereignisses ab. Sie wird durch eine erweiterte Mischungsmatrix

$$\mathcal{M}_{T_1T_2 \to ((N^{sub})_1(N^{sub})_2)^L} \tag{6.4}$$

beschrieben. Diese Matrix hat 5 Spalten für jede der generierten Topologien $T_1T_2 = 11$, 13, 15, 33, 35 und je eine Zeile für jede der möglichen Ereignisklassen $((N^{sub})_1(N^{sub})_2)^L$. Die Mischungsmatrix wird mit Hilfe der Simulation bestimmt. Jede Spalte ist einzeln auf die Zahl der in Topologie T_1T_2 generierten Monte Carlo Ereignisse normiert. Damit ist die Mischungsmatrix unabhängig von den topologischen Verzweigungsverhältnissen, die in der Simulation enthalten sind. Neben sämtlichen Effekten der Fehlrekonstruktion beschreibt sie auch die Nachweiswahrscheinlichkeit der Selektion. Die erwartete Zahl $Z^{erwartet}_{((N^{sub})_1(N^{sub})_2)^L}$ der Ereignisse in Klasse $((N^{sub})_1(N^{sub})_2)^L$ läßt sich wie folgt berechnen:

$$Z^{erwartet}_{((N^{sub})_1(N^{sub})_2)^L} = Z^{Untergrund}_{((N^{sub})_1(N^{sub})_2)^L} + \sum_{T_1T_2} \mathcal{M}_{T_1T_2 \to ((N^{sub})_1(N^{sub})_2)^L} \cdot Z_{T_1T_2} \tag{6.5}$$

$Z_{T_1T_2}$ ist dabei die Zahl der Ereignisse, die in der tatsächlichen Topologie T_1T_2 produziert wurde. Kennt man die Zahl $N_{\tau^+\tau^-}$ der produzierten τ-Ereignisse, so läßt sich $Z_{T_1T_2}$ aus den topologischen Verzweigungsverhältnissen $B_{T_{1,2}}(T_{1,2} = 1,3,5)$ berechnen:

$$Z_{T_1T_2} = (2 - \delta_{T_1,T_2}) B_{T_1} B_{T_2} N_{\tau^+\tau^-} \tag{6.6}$$

Unter der Annahme, daß die gemessenen Zahlen $Z_C^{gemessen}$ um die erwarteten $Z_C^{erwartet}$ Poisson-verteilt sind, kann man die topologischen Verzweigungsverhältnissen mittels Likelihood-Anpassung der gemessenen Verteilung an die erwartete bestimmen. Die Log-Likelihood-Funktion $\mathcal{L}$ lautet

$$ln\mathcal{L} = -\sum_C ln \frac{Z_C{}^{Z_C^{gemessen}}}{Z_C^{gemessen}!} e^{-Z_C^{erwartet}} \tag{6.7}$$

Solche Klassen, die weder in Daten noch im Monte Carlo einen Eintrag haben, können bei der Summation ausgelassen werden. Da für die Anpassung eine Likelihood-Anpassung verwendet wird, ist es unkritisch, daß viele Klassen in den Daten nur sehr selten vorkommen. Wenn eine sehr seltene Klasse in den Daten rekonstruiert wird, im Monte Carlo aber aufgrund einer Fluktuation 0 Einträge hat, tritt das Problem auf, daß der zugehörige Summand in der Likelihood-Funktion divergiert. In solchen Fällen werden nachträglich zwei kleine Klassen zusammengefaßt. Dies ist nur in sehr wenigen Fällen nötig.

6.4 Darstellung der Ereignisklassifikation

Die Mischungsmatrix bezieht sich auf das gesamte Ereignis, wodurch der Korrelation zwischen den Hemisphären voll Rechnung getragen wird. Die große Zahl der sich dadurch ergebenden Ereignisklassen entzieht sich jedoch der Anschauung. Aus diesem Grund werden zum Zweck der Darstellung, der Begutachtung der Güte der Anpassung und des Studiums systematischer Effekte, die Ereignissklassen auf Hemisphärenklassen zurück projiziert. Dabei wird unterschieden, ob die Hemisphäre aus einem Ereignis mit richtiger oder falscher Ladungskorrelation stammt. Auf diese Weise werden zum Beispiel die Ergebnisse der Anpassung in Abbildung 6.2 bzw. 6.3 dargestellt.
Die Mischungsmatrix wird in Abbildung 6.1 stark vereinfacht dargestellt, indem nur die Klassifikation einzelner Hemisphären getrennt für generierte 1-, 3- und 5-prong Hemisphären gezeigt wird. Auch auf die Ladungsbilanz wird in dieser Darstellung aus Gründen der Übersichtlichkeit keine Rücksicht genommen.

6.5 Aufteilung der Datensätze

Diese Analyse wird mit Daten gemacht, die in den Jahren 1991 bis 1993 aufgezeichnet wurden. Bei der Simulation von Ereignissen werden für jedes Jahr geringfügige Änderungen in der Detektorgeometrie, sowie Änderungen in der Nachweiseffizienz einzelner Detektorregionen, zum Beispiel durch tote Kanäle, neu berücksichtigt. Aus diesem Grund werden die Daten für jedes Jahr einzeln analysiert und die Ergebnisse anschließend kombiniert. Diese Vorgehensweise garantiert auch, daß systematische Effekte, die sich im Lauf der Zeit verändern, leichter entdeckt werden können. Im Jahr 1993 wurden Daten bei verschiedenen Schwerpunktsenergien genommen. Diese Daten werden für jede Schwerpunktsenergie getrennt ausgewertet. Dazu werden Monte Carlo Ereignisse verwendet, die bei entsprechenden Energien generiert wurden, um Abhängigkeiten der

Effizienz von der Schwerpunktsenergie Rechnung zu tragen.
Tabelle 6.1 gibt eine Übersicht über die Zahl der verwendeten Ereignisse.

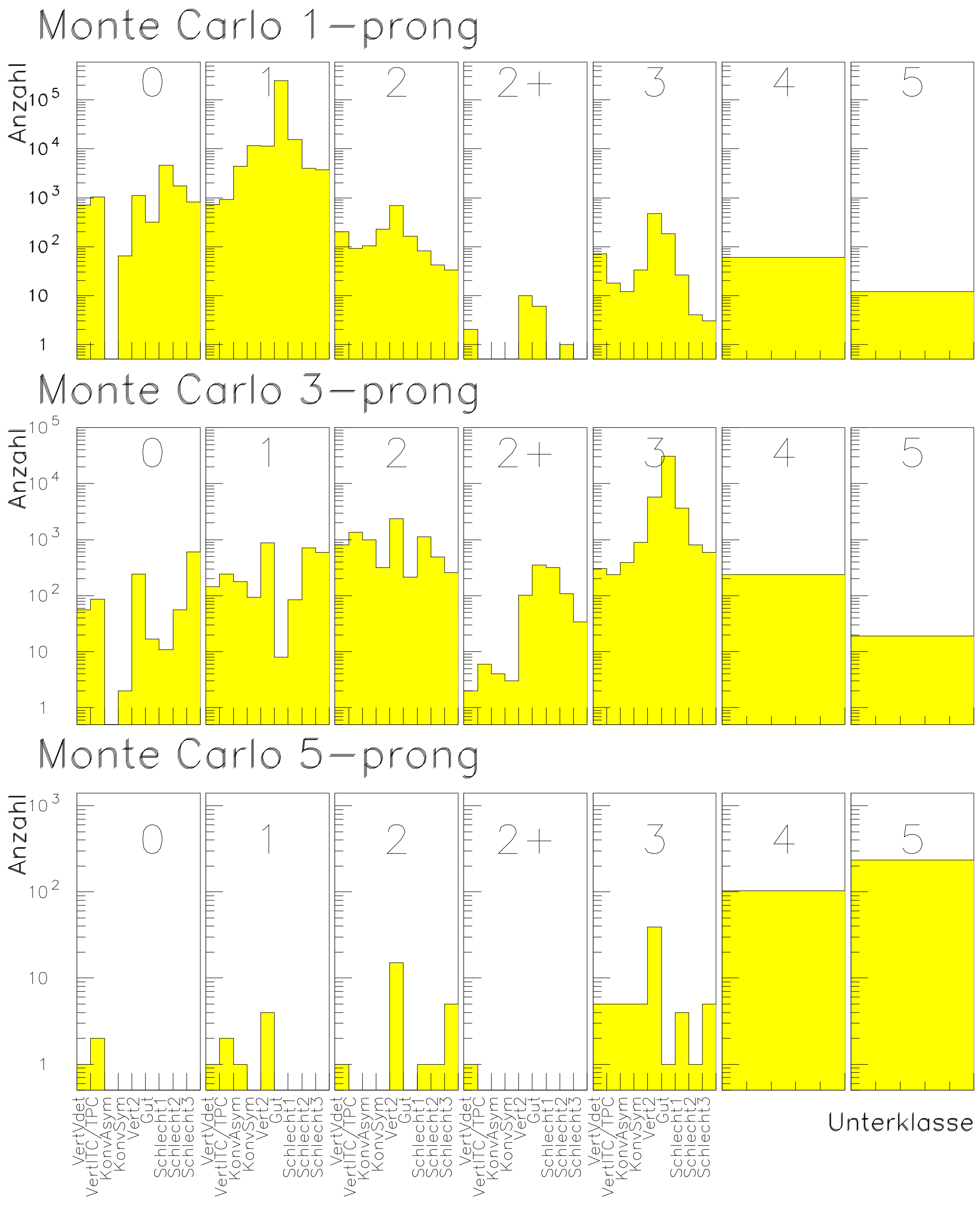

Abbildung 6.1: *Einzelhemisphärenprojektion der Mischungsmatrix für Monte Carlo in 1993 Geometrie.*

Detektor-geometrie	Schwerpunkts-energie	MC Generator	MC Ereignisse	Daten-ereignisse
1991	91.2	KORL06 [67]	90000	8673
1992	91.2	KORL06 [67]	200000	26554
1993	91.2	KORL07 [68]	200000	16902
1993	89.0	KORL07 [68]	50000	3192
1993	93.2	KORL07 [68]	50000	4798

Tabelle 6.1: *Verwendete Monte Carlo Ereignisse zur Bestimmung der Mischungsmatrix und Zahl der selektierten Datenereignisse.*

6.6 Bestimmung der Untergrundklassifikation

Der Untergrund der Selektion wurde bereits in Kapitel 5.5 angegeben. Zur Anpassung an Gleichung 6.5 reicht es allerdings nicht aus, nur die Normierung des Untergrundes zu kennen. Untergrundereignisse werden mit Hilfe der Monte Carlo Simulation klassifiziert. Eine Übersicht über die verwendeten simulierten Ereignisse gibt Tabelle 6.2.

Ereignisse, die die τ-Selektion passiert haben, werden klassifiziert und anschließend

Quelle	MC Generator	Detektor Geometrie	Ereignisse	selektierte Ereignisse
e^+e^-	UBAB01 [69]	1993	90000	265
$\mu^+\mu^-$	KORL06 [70]	1992	100000	41
$q\bar{q}$	HVFL03 [71]	1992	1548168	160
$\gamma\gamma e^+e^-$	PHOT01 [72]	1992	150000	86
$\gamma\gamma\mu^+\mu^-$	PHOT01 [72]	1992	80000	107
$\gamma\gamma\tau^+\tau^-$	PHOT01 [72]	1992	20000	38
llV:				
$\tau^+\tau^-e^+e^-$	FERMISV [73]	1993	1000	300
$\tau^+\tau^-\mu^+\mu^-$	FERMISV [73]	1993	1000	103
$\tau^+\tau^-\tau^+\tau^-$	FERMISV [73]	1993	1000	15
$\tau^+\tau^-uu$	FERMISV [73]	1993	1000	83
$\tau^+\tau^-dd$	FERMISV [73]	1993	1000	0
$\tau^+\tau^-ss$	FERMISV [73]	1993	500	0
$\tau^+\tau^-cc$	FERMISV [73]	1993	1000	0

Tabelle 6.2: *Verwendete Monte Carlo Ereignisse zur Bestimmung der Untergrundklassifikation*

auf die in Tabelle 5.2 gegebenen Werte normiert.

Die Verteilung für kosmische Strahlung wird direkt aus den Daten extrahiert. Um die Verteilung der wenigen Untergrundereignisse in den selektierten Daten möglichst genau wiederzugeben, werden Ereignisse klassifiziert, die alle Kriterien der Selektion erfüllen, nicht aber die, die zur Unterdrückung des kosmischen Untergrundes angebracht wurden.

6.7 Zwangsbedingungen bei der Anpassung

Allein aus der Kenntnis der Mischungsmatrix und der Messung der Verteilung der Ereignisklassifikation in den Daten lassen sich, wie oben gezeigt, die topologischen Verzweigungsverhältnisse bestimmen. Der Fehler auf die Messung läßt sich reduzieren, wenn man zusätzliche Informationen in Form von Zwangsbedingungen einfließen läßt. Zwei verschiedene Zwangsbedingungen - auf die Vollständigkeit der Verzweigungsverhältnisse und auf die Zahl der im Experiment erzeugten τ-Ereignisse - werden verwendet und gegenübergestellt.

Zahl der produzierten τ-Ereignissse

Man erhält eine **absolute Messung** der topologischen Verzweigungsverhältnisse wenn man auf die Zahl der produzierten τ-Ereignissse $N_{\tau^+\tau^-}$ normiert. $N_{\tau^+\tau^-}$ wird unter Annahme der Leptonuniversalität aus der Zahl der hadronischen Ereignisse N_{had} bestimmt. Mit dem effizienzkorrigierten Wert für N_{had}, unter Berücksichtigung des kleinen Untergrundes aus $\tau^+\tau^-(0.32\%)$ und $\gamma\gamma(0.25\%)$ [62] erhält man:

$$N_{\tau\tau} = N_{had} \cdot \frac{\sigma_\tau}{\sigma_{had}} = N_{had} \cdot \frac{\sigma_{e+\mu}}{(1+\epsilon)} \cdot \frac{1}{\sigma_{had}} = N_{had} \cdot \frac{1}{(1+\epsilon)} \cdot \frac{(1+\delta)}{R_{e+\mu}} \tag{6.8}$$

Dabei stehen σ_τ , σ_μ , σ_e und σ_{had} für die Wirkungsquerschnitte der Produktion von $\tau^+\tau^-$, $\mu^+\mu^-$, e^+e^-bzw. $q\bar{q}$ -Paaren, $\sigma_{e+\mu}$ ist das gewichtete Mittel aus σ_μ und σ_e,
$\epsilon = 0.5\%$ ist eine Phasenraum-Abschneidekorrektur für die Strahlung im Anfangszustand und $\delta = 1.3\%$ eine Korrektur für γ-Austausch und Interferenz [74].
$R_{e+\mu} = 20.74 \pm 0.07$ ist der gewichtete Mittelwert von R_e und R_μ, den Verhältnissen von leptonischer zu hadronischer Breite[25]. Die Normierung der Datensätze ist in Tabelle 6.3 zusammengestellt.

Vollständigkeit

Nimmt man an, daß die Messung der Verzweigungsverhältnisse vollständig ist, daß heißt:

$$\sum_i B_i = 1 \tag{6.9}$$

kann man dies als Zwangsbedingung verwenden und man erhält eine **relative Messung** der B_i.

Jahr	Schwerpunkts-energie	N_{had}	$N_{\tau^+\tau^-}$
1991	91.2	230927	11214 ± 45
1992	91.2	688076	33415 ± 120
1993	91.2	443043	21515 ± 79
1993	89.4	80614	3997 ± 19
1993	93.0	122583	6077 ± 22

Tabelle 6.3: *Anzahl hadronischer Ereignisse N_{had} und Normierung $N_{\tau^+\tau^-}$ der Datensätze.*

Diese Annahme kann durch unabhängige Messungen, die ein Limit von

$$B(\text{nicht erfaßt}) < 16 \cdot 10^{-2}\% \qquad 95\% \text{ Signifikanzniveau} \tag{6.10}$$

auf von der Selektion nicht erfaßte τ-Zerfälle [75] oder

$$B(\tau \to \text{unsichtbar}) < 6.08 \cdot 10^{-2}\% \qquad 95\% \text{ Signifikanzniveau} \tag{6.11}$$

auf τ-Zerfälle, die im Detektor nicht nachgewiesen werden können [76], motiviert werden.
Der statistische Fehler wird nun binomial und damit deutlich kleiner, als bei der absoluten Messung. Daher soll das mit dieser Zwangsbedingung gewonnene Ergebnis als Endergebnis betrachtet werden. Die absolute Messung soll nur zum Vergleich herangezogen werden.

6.8 Ergebnisse für die einzelnen Datensätze

Die topologischen Verzweigungsverhältnisse werden nun unabhängig für die verschiedenen Datensätze bestimmt. Die Ergebnisse werden erst nach der Diskussion der systematischen Fehler aufgelistet. Um die Übereinstimmung der Simulation mit den Daten einzuschätzen, wird für jeden Datensatz eine Einzelhemisphärenprojektion gemacht und mit der Monte Carlo Erwartung verglichen. Insbesondere interessiert hierbei, ob die Modellierung der Rekonstruktionseffekte korrekt ist, was sich an der Aufteilung auf die Unterklassen zeigt. Bei der Diskussion der systematischen Fehler wird diese Information verwendet werden.
Da hier nicht jede dieser Darstellungen gezeigt werden kann, werden die Einzelhemisphärenprojektionen aufaddiert und in Abbildung 6.2 für Ladungsbilanz L=0 und in Abbildung 6.3 für L=1 dargestellt. Da die Beurteilung der Größe der Fehlerbalken in der logarithmischen Darstellung schwierig ist, wird darunter für jede Hemisphären-

klasse die Abweichung als

$$Abweichung = \frac{Z_{N^{sub}}^{Daten} - Z_{N^{sub}}^{Erwartung}}{\sqrt{Z_{N^{sub}}^{Erwartung}}} \tag{6.12}$$

angegeben. Da die Zuordnung zu den Unterklassen untereinander stark korreliert ist, ist es nicht möglich, die Summe dieser Abweichungen im Sinne eines χ^2-Tests zu bewerten.

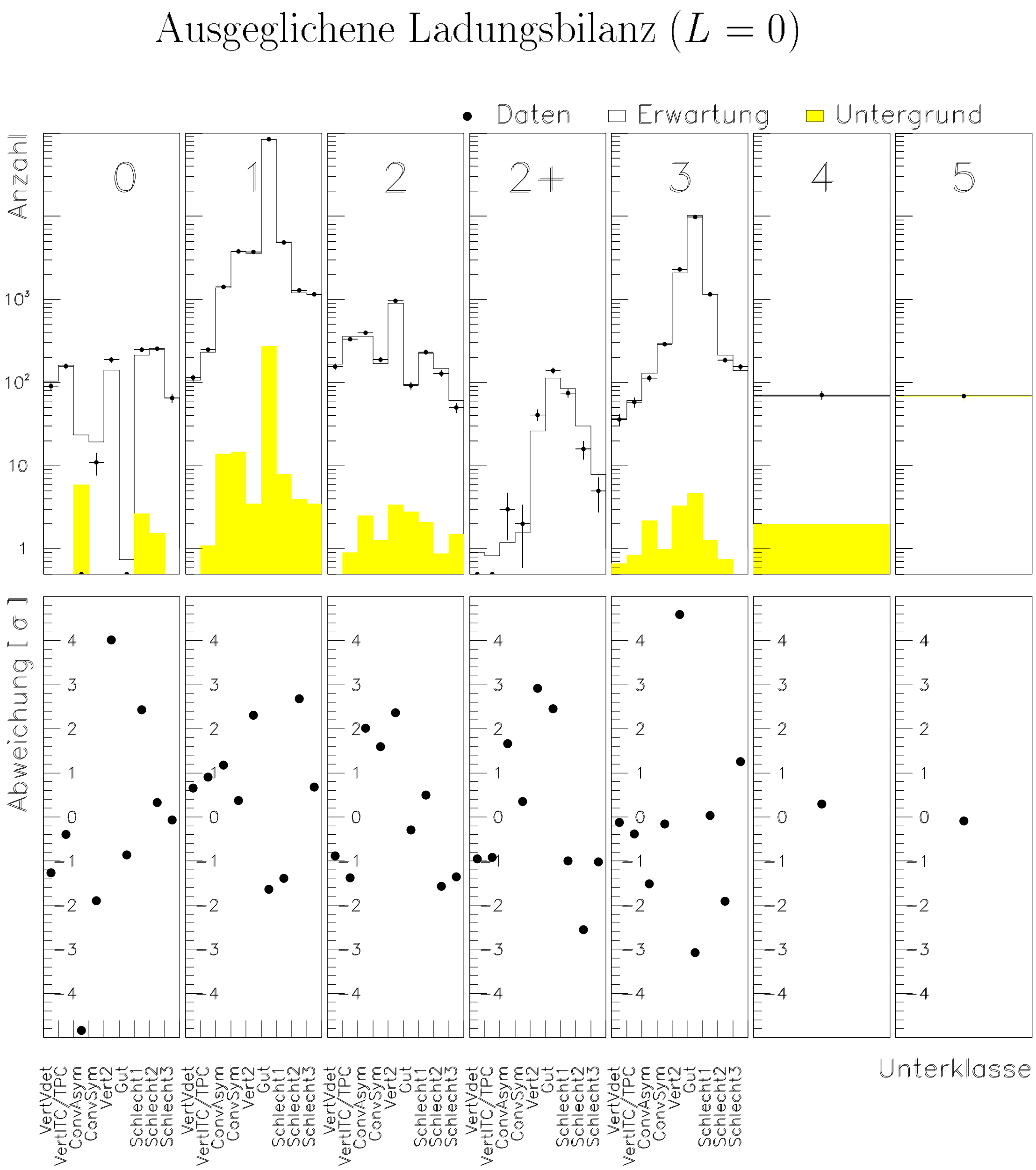

Abbildung 6.2: *Einzelhemisphärenprojektion für Ereignisse mit ausgeglichener Ladungsbilanz (L=0), nach der Anpassung der topologischen Verzweigungsverhältnisse. Die Projektionen der einzelnen Datensätze wurden nach der Anpassung aufaddiert. Die untere Reihe zeigt die Abweichung als Differenz der Einträge zur Erwartung, normiert auf den erwarteten Fehler.*

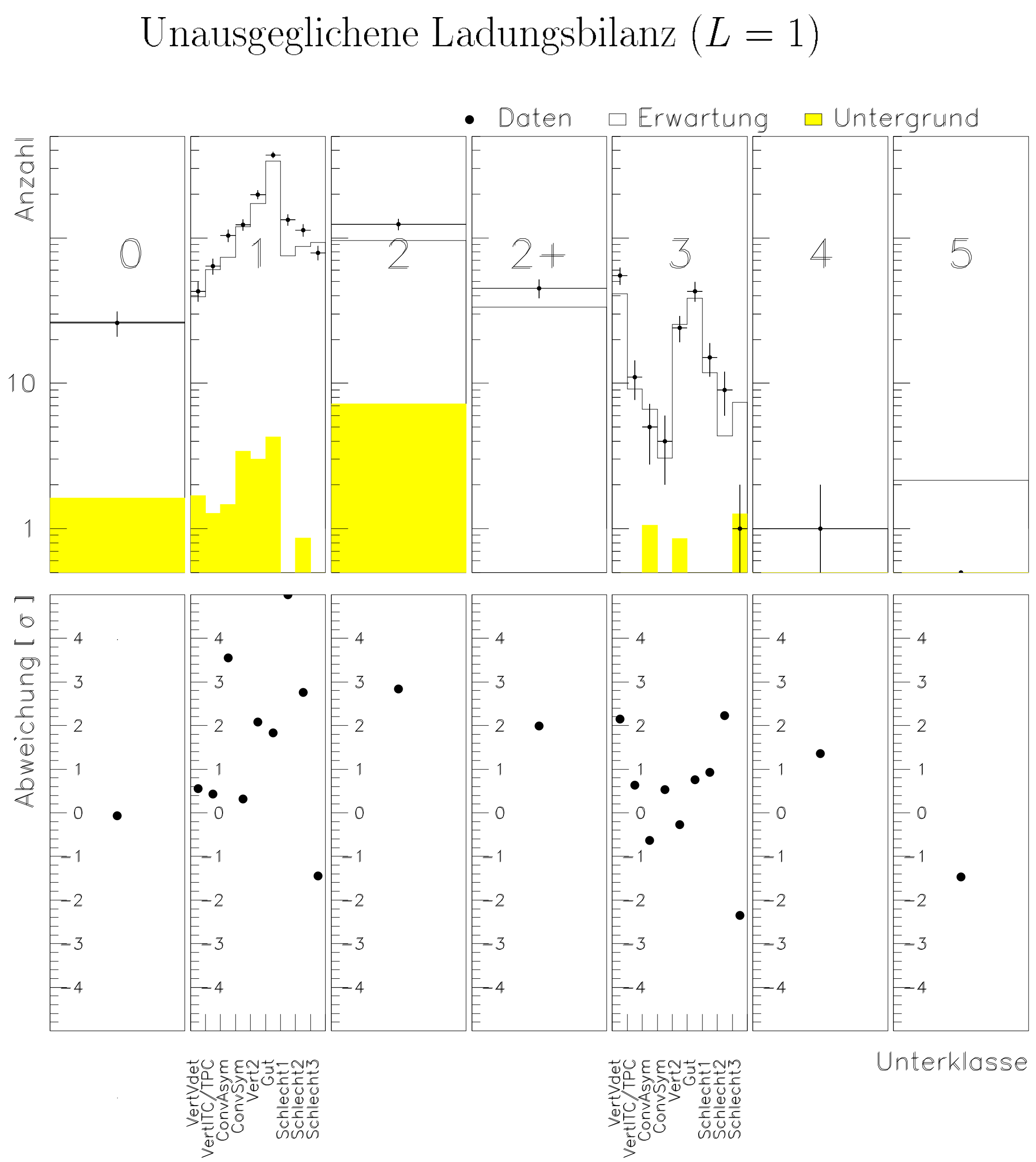

Abbildung 6.3: *Einzelhemisphärenprojektion für Ereignisse mit unausgeglichener Ladungsbilanz (L=1), nach der Anpassung der topologischen Verzweigungsverhältnisse. Die Projektionen der einzelnen Datensätze wurden nach der Anpassung aufaddiert. Die untere Reihe zeigt die Abweichung als Differenz der Einträge zur Erwartung, normiert auf den erwarteten Fehler.*

Kapitel 7

Systematische Fehler

7.1 Monte Carlo Statistik

Die Methode der Monte Carlo Simulation ist eine statistische Technik, die abgesehen von systematischen Unsicherheiten, eine Schätzung für die tatsächliche Mischungsmatrix im Rahmen der statistischen Fehler liefert. Der daraus resultierende Fehler auf die Verzweigungsverhältnisse wird bestimmt, indem die Mischungsmatrixelemente variiert werden. Die Anpassung an die Daten wird mit jeder neuen Matrix wiederholt. Aus der Verteilung der Resultate für die Verzweigungsverhältnisse wird der Fehler bestimmt.
Die Variation der Matrixelemente erfolgt dabei entsprechend einer Multinomialverteilung

$$M(N, p_1, ...p_{C_{max}}, p_{C_{max}+1}) \tag{7.1}$$

der in der Topologie T_1T_2 generierten $Z_{T_1T_2}$ Ereignisse auf die verschiedenen Ereignisklassen mit:

$$\begin{array}{ll}
N = Z_{T_1T_2} & \\
p_C = \mathcal{M}_{T_1T_2 \to C} & \text{Mischungsmatrixelemente} \\
 & C = 1, ...C_{max} \quad \text{(alle Ereignisklassen)} \\
p_{C_{max}+1} = 1 - \epsilon_{T_1T_2} & \epsilon_{T_1T_2} : \text{Nachweiswahrscheinlichkeit für } T_1T_2 \text{ - Ereignisse}
\end{array}$$

Der in den Tabellen 7.12 und 7.13 in der Spalte „MC Statistik“ aufgelistete Fehler enthält damit neben dem Fehler durch die Aufteilung der Matrixelemente auch den statistischen Fehler auf die Nachweiswahrscheinlichkeit $\epsilon_{T_1T_2}$ für Ereignisse der tatsächlichen Topologie T_1T_2.

7.2 Selektion

Die Nachweiswahrscheinlichkeit wird vollständig durch die Mischungsmatrix beschrieben und muß direkt der Simulation entnommen werden. Für die relative Messung unter Annahme der Vollständigkeit der Verzweigungsverhältnisse, spielt die Gesamtnachweiswahrscheinlichkeit keine Rolle. Bei der absoluten Messung beeinflußt ein Fehler in der Gesamtnachweiswahrscheinlichkeit nur die Normierung. Wichtig ist, daß die Selektion die topologischen Verzweigungsverhältnisse nicht verzerrt. Geringe Unterschiede in den Nachweiswahrscheinlichkeiten für 1-, 3- und 5-prong Zerfälle sind nicht zu vermeiden; wichtig ist zu testen, ob die Nachweiswahrscheinlichkeiten für die einzelnen Topologien $\epsilon_{11}, \epsilon_{13}, \epsilon_{15}, \epsilon_{33}, \epsilon_{35}$ in den Daten von der Simulation reproduziert werden.
Um eine Aussage über die Nachweiswahrscheinlichkeit für die Daten zu machen, werden die Selektionsschnitte einzeln in verschiedenen topologischen Konstellationen mit der Simulation verglichen.
Da die wahre Topologie in den Daten nicht bekannt ist, muß für diesen Test eine Einteilung auf dem Niveau der Rekonstruktion gemacht werden, die die bestmögliche Trennung von 1-, 3- und 5-prong Ereignissen gewährleistet. Hemisphären in den Hauptklassen 0, 1, 2 werden den 1-prong Ereignissen, die Hauptklassen 2+ und 3 den 3-prong und die Klassen 4 und 5 den 5-prong Ereignissen zugerechnet.
Getestet werden soll nun die Nachweiswahrscheinlichkeit der einzelnen Schnitte. Hierfür wird die Verteilung der zugehörigen Größe für Ereignisse untersucht, die allen Selektionskriterien, bis auf dem zu untersuchenden, genügen. Für die Subtraktion des Untergrundes werden Monte Carlo Ereignisse verwendet. Die Normierung wird in Bereichen, die vom Untergrund dominiert sind, angepaßt, womit nur die Form der Untergrundverteilungen der Simulation entnommen wird. In manchen Fällen (z. B. Bhabha-Schnitte) ist dies problematisch, wenn auch die Form der Verteilungen nicht gut vom Monte Carlo wiedergegeben wird. Innerhalb des jeweiligen Schnittes ist der zu subtrahierende Untergrund in der Regel sehr klein, so daß eine qualitative Begutachtung der Übereinstimmung zwischen Daten und dem $\tau^+\tau^-$-Monte Carlo sehr gut möglich ist. Für eine quantitative Analyse und zum Test der Ausläufer der Verteilungen, deren Simulation meist schwieriger ist, muß die Nachweiswahrscheinlichkeit des Schnittes zwischen Daten und Monte Carlo verglichen werden. Die Präzision dieses Vergleichs hängt von der statistischen Unsicherheit auf die Zahl der zurückgewiesenen Ereignisse und darüber hinaus in hohem Maße von der systematischen Unsicherheit auf die Subtraktion des Untergrundes ab. Sofern keine signifikanten Abweichungen festgestellt werden, werden die Unsicherheiten zuerst für jeden Schnitt und schließlich für die Nachweiswahrscheinlichkeiten der einzelnen Topologien festgelegt.
Die für jeden Jahrgang separat untersuchten Schnitte sollen im folgenden nacheinander diskutiert werden. Die gezeigten Verteilungen beziehen sich alle auf die Daten von 1993. Bei den angegebenen Unsicherheiten handelt es sich um relative Fehler.

Myon-Schnitte

Abb. 7.1 zeigt die Verteilung der Variable E_{max} für Ereignisse der Topologien 11 und 13. In den andere Topologien wurden keine Ereignisse rekonstruiert. Innerhalb des akzeptierten Bereichs ist eine gute Übereinstimmung zu beobachten. Die kleine Abweichung um $0.65 \cdot E_{Strahl}$ ist eine Fluktuation, die sich in den Daten von 1991 und 1992 nicht wiederfindet. Die Energiekalibration des Untergrundes ist nicht gut beschrieben. Eine bessere Anpassung an die Verteilung der Daten wird durch eine Verschiebung um 0.3 GeV (0.6 GeV für die Daten aus 1992) erreicht. Für den Unterschied zwischen verschobener und unverschobener Untergrundverteilung ergibt sich ein systematischer Fehler von 3%. Dieser Fehler dominiert die Überprüfung der Nachweiswahrscheinlichkeit des Schnittes gegen Myonpaaruntergrund. Die Simulation stimmt innerhalb einer Unsicherheit von 2% für Daten von 1991 bzw. 3% für 1992 und 1993 mit der Simulation überein.

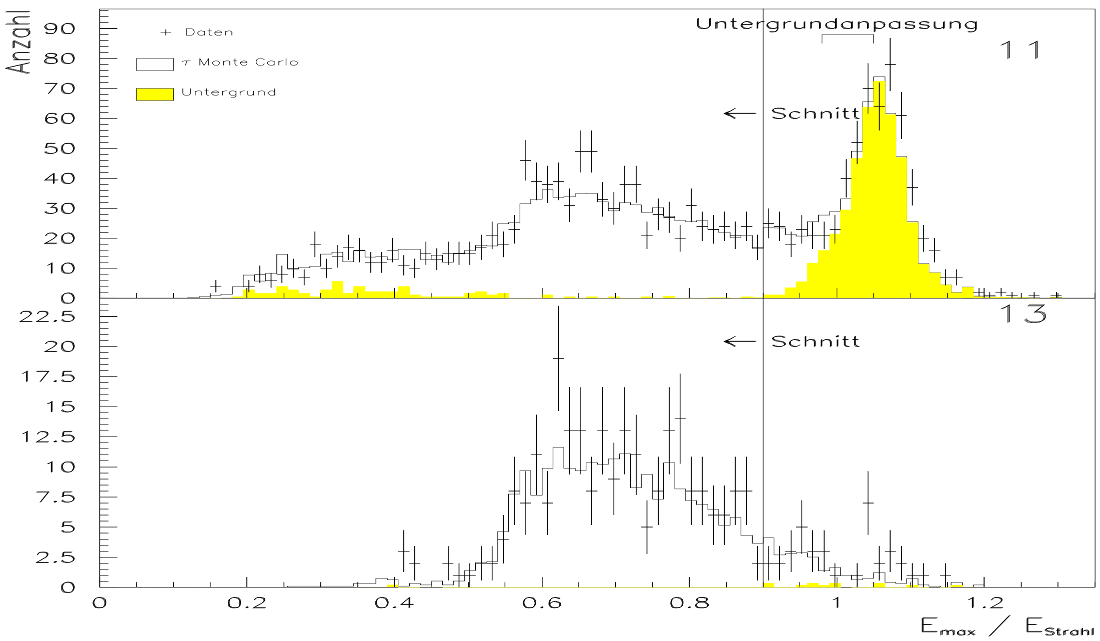

Abbildung 7.1: $\mu^+\mu^-$-*Schnitte: Variable* E_{max} *für Ereignisse, die alle anderen Selektionsschnitte passiert haben.*

Bhabha-Schnitte

Die Schnitte gegen Bhabha-Ereignisse sind nur für die Topologie 11 relevant. Die Verteilungen der Größe E_{tot}, sind in Abb. 7.2 für D_{Spalt} größer und kleiner als 6 cm getrennt gezeigt, da der Schnitt in beiden Situationen unterschiedlich ist. Innerhalb des akzeptierten Bereichs ist die Übereinstimmung gut. Die Untergrundsubtraktion erzeugt große systematische Unsicherheiten, da die Form der Untergrundverteilung durch die Simulation von Bhabha-Ereignissen nicht gut wiedergegeben wird. Die simulierte Untergrundverteilung wird daher nur benutzt, um den Untergrund unterhalb von $1.8 \cdot E_{Strahl}$, wo sich außerhalb des Schnittes noch ein großer Anteil τ-Ereignisse befindet, abzuschätzen. Der Bereich oberhalb von $1.8 \cdot E_{Strahl}$ wird für den Test der Nachweiswahrscheinlichkeit nicht verwendet. Die beste Anpassung an die Daten wird erreicht, wenn man die Untergrundverteilung um 1.3 GeV verschiebt. Die Normierung wird in dem Bereich, der in der Graphik angegeben ist, angepaßt. Die Berücksichtigung statistischer und systematischer Unsicherheiten aus der Anpassung des Untergrundes lassen folgern, daß die Bhabha-Schnitte innerhalb einer Unsicherheit von 5.4%, 2.8% bzw. 3.8% für Daten aus '91, '92, bzw. '93 von der Simulation richtig wiedergegeben werden.

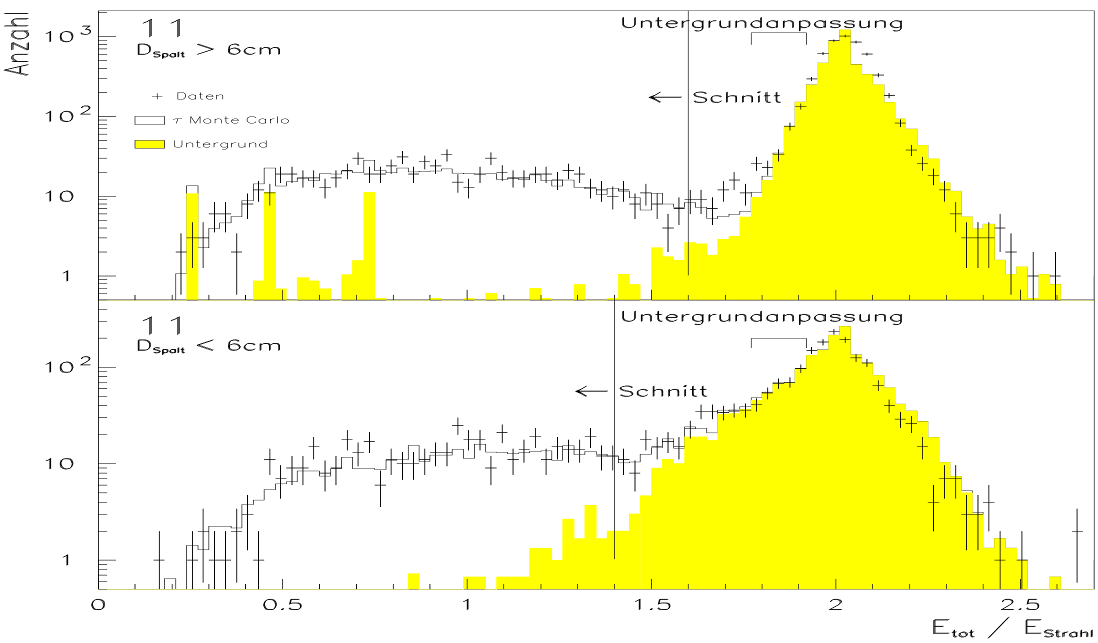

Abbildung 7.2: e^+e^-*-Schnitte: Variable* E_{tot} *für Ereignisse, die alle anderen Selektionsschnitte passiert haben, unterschieden nach den beiden Bedingungen an den Abstand der führenden Spur zum nächsten ECAL-Spalt* D_{Spalt}.

Summe der Energien der führenden Spuren

Der Schnitt auf die Energie der führenden Spuren (Abb. 7.3) läßt sich mit hoher statistischer Präzision testen. Die Unsicherheit auf die Nachweiswahrscheinlichkeit ist hier 0.1%.

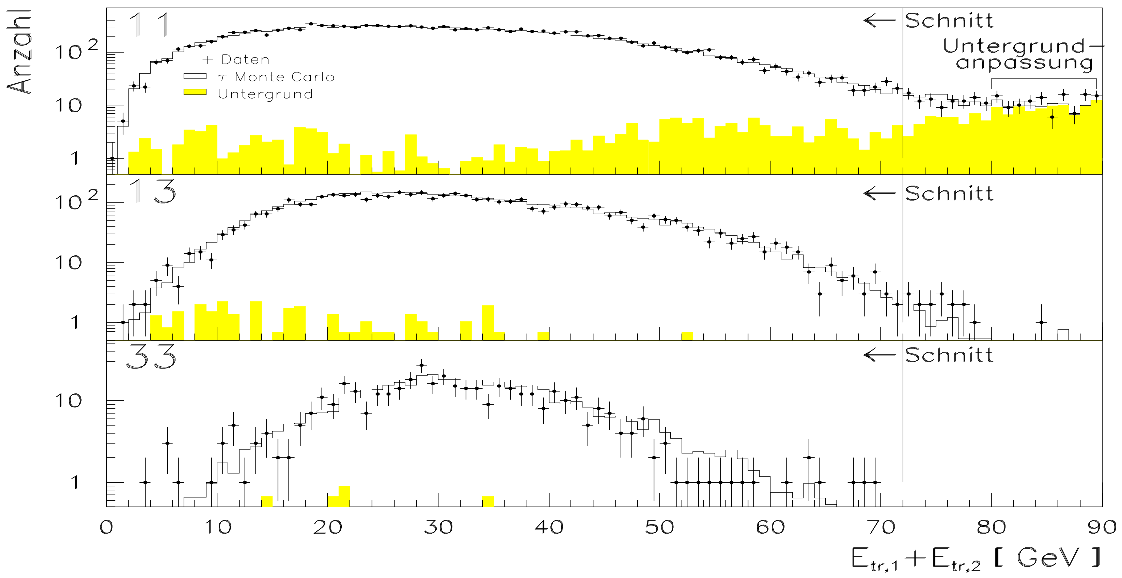

Abbildung 7.3: *Schnitt auf Energie der führenden Spuren: Summe der Energien (in Einheiten der Strahlenergie) der beiden führenden Spuren, für Ereignisse verschiedener Topologien, die alle anderen Selektionsschnitte passiert haben.*

$\gamma\gamma$-Schnitte

Der Test der Schnitte gegen Untergrund aus $\gamma\gamma$-Ereignissen wird auf die zweidimensionale Verteilung von E_{tot} gegen $|\Delta p_t|$ gemacht. Die Form des Untergrundes wird vom Monte Carlo schlecht wiedergegeben. Abb. 7.4 zeigt eine Projektion der zweidimensionalen Verteilung auf E_{tot}. Allerdings läßt sich die Zahl der Untergrundereignisse mit Hilfe der Akollinearitätsverteilung von Ereignissen bestimmen, die alle Schitte, mit Ausnahme derer gegen $\gamma\gamma$-Ereignisse erfüllen. Diese Prozedur erlaubt es leider nur, die Nachweiswahrscheinlichkeit über den gesamten Bereich der Verteilung, mit einer Genauigkeit von 1% zu bestimmen, wobei die Unsicherheit von der Untergrundsubtraktion dominiert wird. Deshalb wurde die Übereinstimmung innerhalb der Schnitte, wo die Abhängigkeit von der simulierten Untergrundverteilung klein ist, mit Hilfe eines Kolmogorov Tests überprüft. Die Wahrscheinlichkeit, daß die Verteilungen für Daten aus '91, '92 und '93 mit der Simulation übereinstimmen ist 96%, 62% bzw. 97%. In den anderen Topologien ist der abzuziehende Untergrund vernachlässigbar und die Nachweiswahrscheinlichkeit ist jedesmal 100%. Wegen der guten Übereinstimmung wird ein systematischer Fehler auf die topologischen Verzweigungsverhältnisse durch die Schnitte gegen $\gamma\gamma$-Ereignisse venachlässigt.

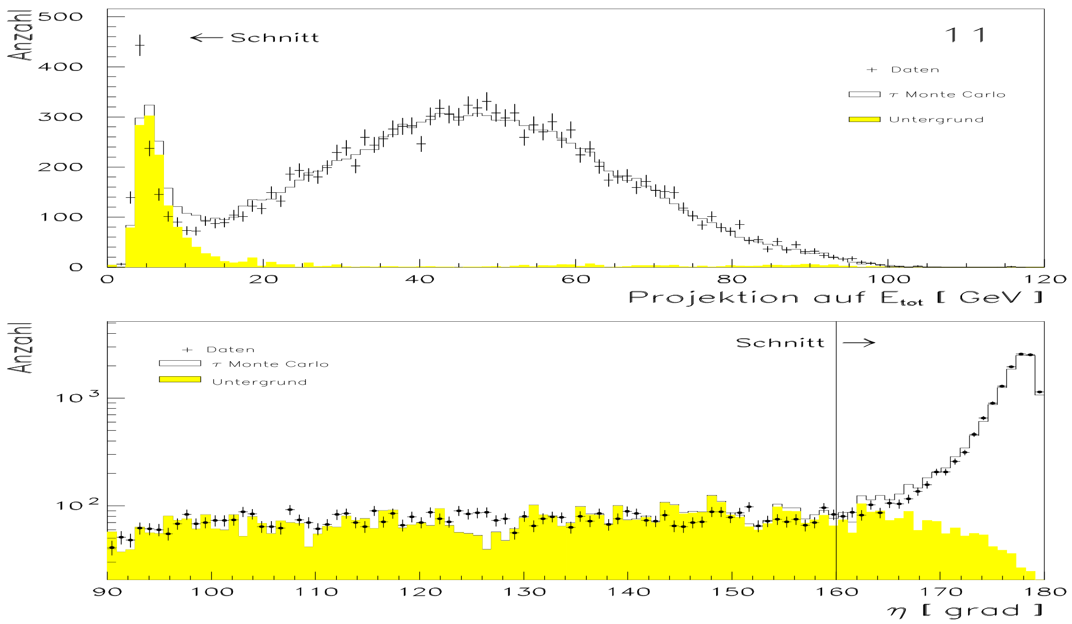

Abbildung 7.4: *$\gamma\gamma$-Schnitte: Projektion der zweidimensionalen Verteilung von E_{tot} gegen $|\Delta p_T|$ auf die Größe E_{tot} (oben) und die zur Normierung des Untergrundes herangezogene Akollinearitätsverteilung (η).*

Schnitte gegen hadronischen Untergrund

Die Verteilungen der Summe der Öffnungswinkel $\sum \Theta_{op}$ und des Produkts aus der Zahl der in den beiden Hemisphären rekonstruierten Energieflußobjekte $\prod N_{obj}$ werden in den Abbildungen 7.5 und 7.6 dargestellt. Die Schnitte auf die invariante Masse mußten noch nicht erfüllt sein. Damit wird von der Regel, alle Schnitte unter der Bedingung zu betrachten, daß die anderen Schnitte bereits erfüllt sind, abgewichen, um die gesamte Verteilung besser kontrollieren zu können. Dies zahlt sich insbesondere bei der $\sum \Theta_{op}$ Verteilung aus, da die Ausläufer nach hohen Werten, die mit großen invarianten Massen korrelieren, sonst nicht mehr in der Verteilung zu sehen wären.
In der $\prod N_{obj}$ Verteilung findet man in den Daten Ereignisse mit wesentlich höheren Werten von $\prod N_{obj}$ als sie die Simulation vorhersagt. Die Analyse einer zweidimensionalen Verteilung der beiden Größen $\sum \Theta_{op}$ und $\prod N_{obj}$ zeigt, daß der hadronische Untergrund in der Topologie 11 vom Monte Carlo nicht reproduziert wird. Der Untergrund hebt sich von den τ Ereignissen klar durch die Korrelation der beiden Größen ab. Aus diesem Grund wird der Test der $\sum \Theta_{op}$ Verteilung in der Topologie 11 mit einer verschärften Anforderung an $\prod N_{obj}$ ($\prod N_{obj} < 20$) gemacht, um die Abhängigkeit vom Untergrund zu reduzieren. Der beobachtete Überschuß stimmt quantitativ mit einem Überschuß bei hohen invarianten Massen (Abb. 7.8) überein und wird entsprechend als Untergrund interpretiert.
Die Schnitte auf die invarianten Massen sind unterschiedlich, je nach Anzahl geladener Spuren, wobei hierbei eine andere Definition einer „guten“ Spur (weniger strenge Kriterien an d_0 und z_0; vgl. Seite 45) verwendet wird. Ein leichter Überschuß in der Verteilung der invarianten Massen aus Abb. 7.8 (in einer Hemisphäre nur eine „gute“ Spur) für Topologie 13 rührt ähnlich dem in der Topologie 11 vermutlich auch vom Untergrund her, da er sich auch hier bis hinauf zu sehr hohen Werten erstreckt, wo keine τ-Ereignisse mehr vorhergesagt werden. Da dies allerdings nicht zweifelsfrei belegt werden kann, wird für den Vergleich der Nachweiswahrscheinlichkeiten der Schnitte auf die invarianten Massen in der Topologie 13 das Ergebnis aus der invarianten Massenverteilung für Ereignisse mit mehr als einer Spur in beiden Hemisphären gewertet. Die geringere Abhängigkeit vom Untergrund kompensiert dabei die statistisch geringere Präzision.
Für die Topologie 33 können innerhalb der statistischen Fehler keine Abweichungen festgestellt werden.
Alles in allem ergeben sich aus diesem Test folgende Unsicherheiten auf die hadronischen Schnitte:

Jahr	Topologie		
	11	13	33
91	2.4%	1.7%	6%
92	1.0%	1.1%	3%
93	1.4%	1.1%	2.5%

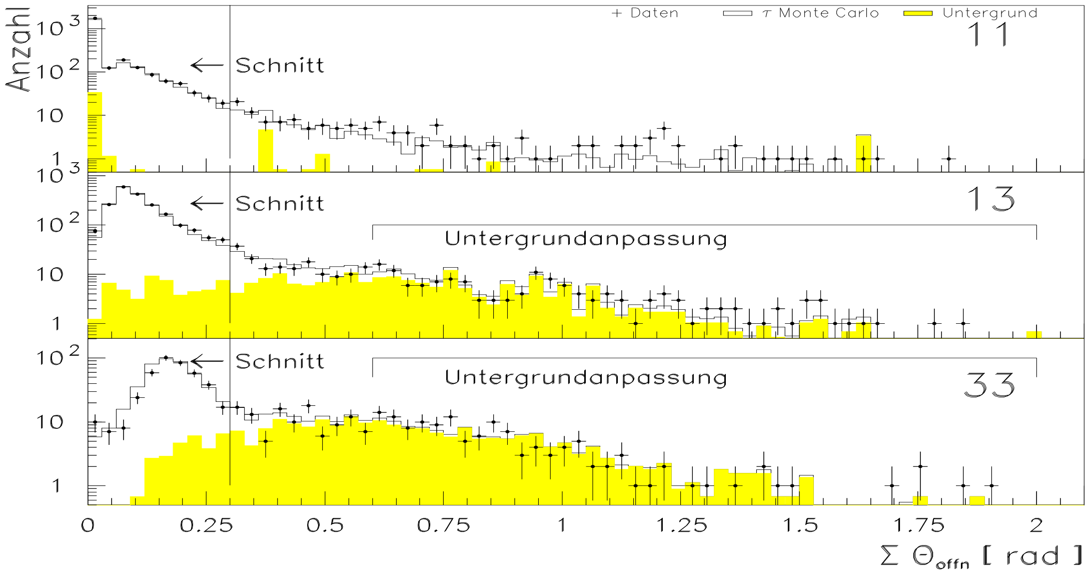

Abbildung 7.5: *$q\bar{q}$-Schnitte: Summe der Öffnungswinkel für Ereignisse verschiedener Topologien, die alle anderen Selektionsschnitte passiert haben. Für die Topologie 11 wurde der Schnitt auf $\prod N_{obj}$ von 40 auf 20 gesezt.*

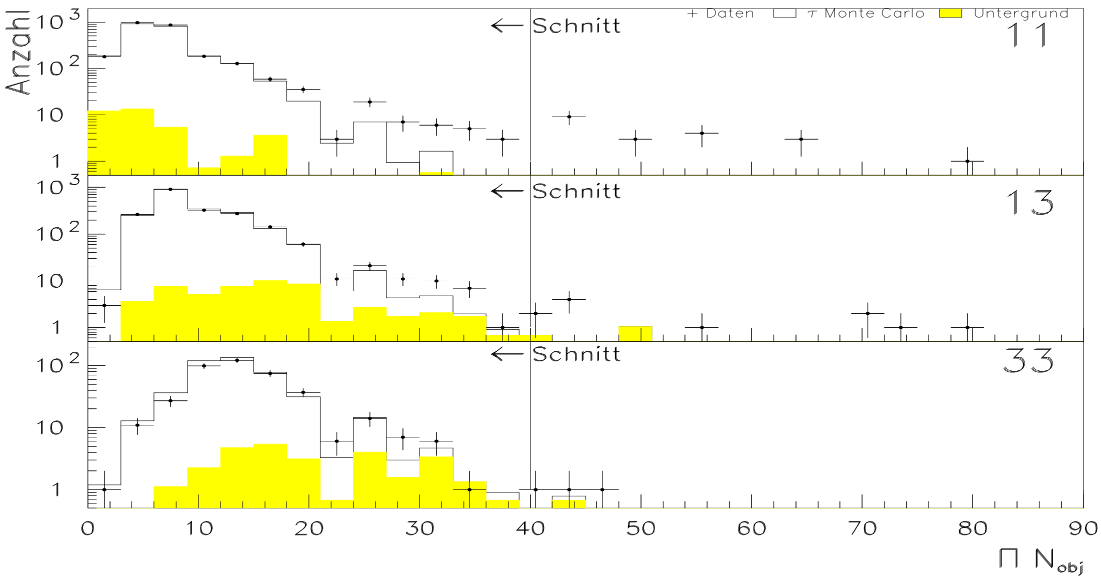

Abbildung 7.6: *$q\bar{q}$-Schnitte: Produkt der Zahl der Energieflußobjekte beider Hemisphären, für Ereignisse verschiedener Topologien, die alle anderen Selektionsschnitte passiert haben.*

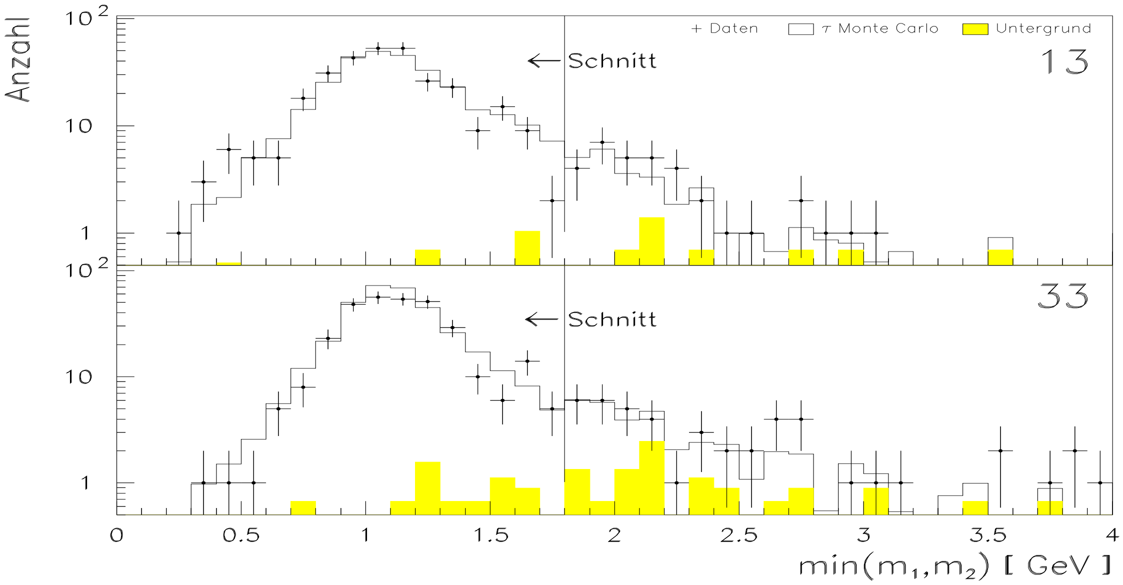

Abbildung 7.7: *$q\bar{q}$-Schnitte: Invariante Masse für Ereignisse verschiedener Topologien, die alle Selektionsschnitte passiert haben, wenn beide Hemisphären mehr als eine Spur enthalten.*

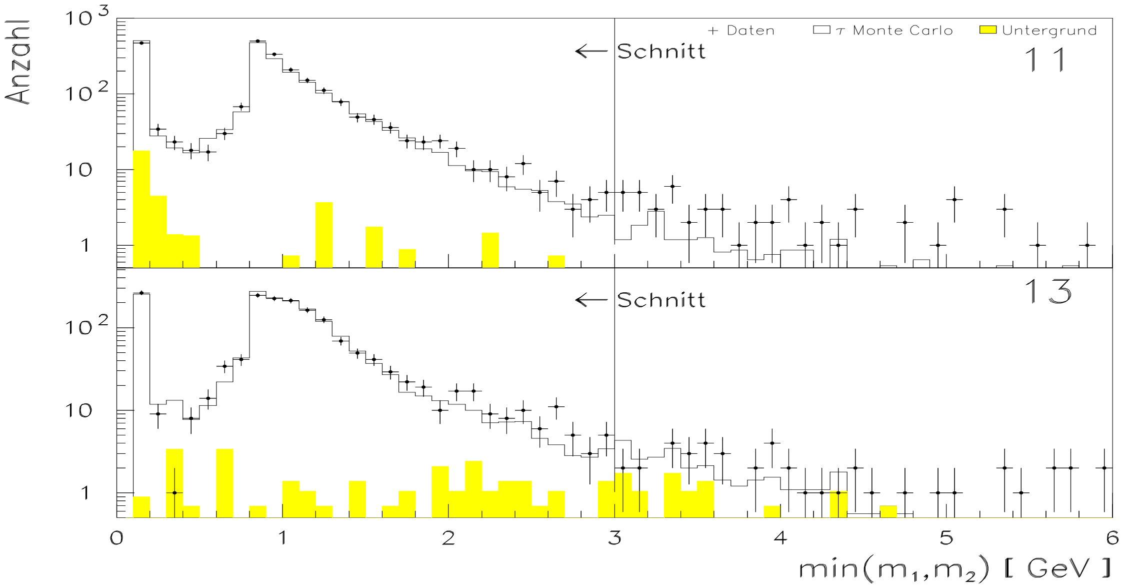

Abbildung 7.8: *$q\bar{q}$-Schnitte: Invariante Masse für Ereignisse verschiedener Topologien, die alle Selektionsschnitte passiert haben, wenn eine Hemisphäre nur eine Spur enthält.*

5-prong Selektion

Der wichtigste Schnitt der 5-prong Selektion ist der zweidimensionale Schnitt auf E^* gegen m_5. Wegen der besserern Statistik werden die gesamten Daten zusammen gefaßt. Die eindimensionalen Verteilungen werden für Ereignisse in Schnittregion I zwischen Daten und Monte Carlo verglichen (vgl. Abb. 7.9). Dazu werden wegen der höheren Reinheit die Ereignissen mit fünf Spuren verwendet. Die Mittelwerte beider Verteilungen sind in den Daten signifikant gegen das Monte Carlo verschoben ($(0.07 \pm 0.02) GeV$ für E^* und $(0.08 \pm 0.02) GeV/c^2$ für m_5). Eine entsprechende Verschiebung der Grenzen der Schnittregion würde zu 3% Änderung in der Nachweiswahrscheinlichkeit führen, was als Unsicherheit auf ϵ_{15} und ϵ_{35} gewertet wird.

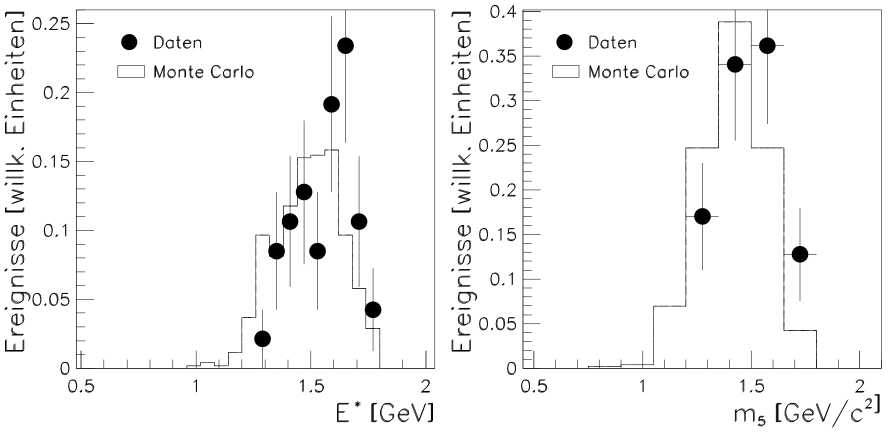

Abbildung 7.9: *5-prong Schnitte: Verteilung von E^* (links) und m_5 für Ereignisse in Schnitt Region I.*

Zusammenfassung

Die zuvor diskutierten Fehler aufgrund einzelner Selektionsschnitte werden zu einem Gesamtfehler für die einzelnen Topologien und Jahre zusammengefaßt und sind in Tabelle 7.1 aufgelistet. Dabei ist zu berücksichtigen, daß viele Schnitte nur auf eine Untermenge angewandt werden. Der Effekt auf die topologischen Verzweigungsverhältnisse der in den Tabellen 7.12 und 7.13 aufgelistet ist, wird bestimmt, indem die einzelnen Nachweiswahrscheinlichkeiten gleichzeitig innerhalb der in Tabelle 7.1 aufgelisteten Unsicherheiten variiert werden.

Jahr	ϵ_{11}	ϵ_{13}	ϵ_{15}	ϵ_{33}	ϵ_{35}
1991	0.81%	0.91%	3 %	6%	3 %
1992	0.44%	0.55%	3 %	3%	3 %
1993	0.58%	0.59%	3 %	2.5%	3 %

Tabelle 7.1: *Unsicherheiten auf die Nachweiswahrscheinlichkeiten für die verschiedenen Topologien.*

7.3 Untergrund

Der systematische Fehler auf die Untergrundklassifikation wird berechnet, indem die Beiträge der einzelnen Quellen unabhängig voneinander variiert werden. Der Variationsbereich wird durch die Unsicherheiten auf die Normierung der Untergrundbeiträge in Tabelle 5.2 festgelegt. Für den Untergrund der 5-prong Selektion ist der Fehler durch den statistischen Fehler auf die Untergrundverteilung für E^* gegen m_5 gegeben.
Topologieabhängige Effekte sind insofern berücksichtigt, als jede Untergrundquelle unabhängig variiert wird. Damit fluktuiert nicht nur die Gesamtzahl der Untergrundereignisse, sondern auch die relativen Beiträge zu verschiedenen Topologien. Der hadronische Untergrund ist dabei der einzige, der signifikant zu anderen als zu der Topologie 11 beiträgt.
Die sich daraus ergebenden Unsicherheiten auf die topologischen Verzweigungsverhältnisse finden sich in den Tabellen 7.12 und 7.13.
Es soll an dieser Stelle noch einmal auf Abb. 7.6 eingegangen werden. Dort entsteht der Eindruck, daß der durch die Simulation nicht vorhergesagte Überschuß für große Werte des Produkts der Energieflußobjekte beider Hemisphären einen topologieabhängigen systematischen Effekt zur Folge hat. Dieser Überschuß liegt zum Teil innerhalb des Schnittes, wird aber durch die für die Ereignisse in dieser Grapik noch nicht angewandten Schnitte auf die invariante Masse verworfen. Dies belegt Abb. 7.8, wo ein gleich großer Überschuß, hier jedoch außerhalb des Schnittes, zu erkennen ist. Die unzureichende Beschreibung der niedrigen Multiplizitäten durch das $q\bar{q}$ Monte Carlo hat also keinen Einfluß auf die topologischen Verzweigungsverhältnisse.

7.4 Exklusive Verzweigungsverhältnisse

Die Mischungsmatrix ist eine Effizienzmatrix. Zu einer Spalte der Matrix tragen verschiedene exklusive Zerfallsmoden des τ bei. Da alle Zerfallsmoden unterschiedliche Charakteristik haben, hängt die Nachweiswahrscheinlichkeit $\epsilon_{exkl_1,exkl_2}$ davon ab, in welche Zerfallskanäle $exkl_1$ bzw. $exkl_2$ die beiden τ-Leptonen zerfallen sind, wobei die Korrelation zwischen den beiden Hemisphären eine wichtige Rolle spielt. Die Gesamtnachweiswahrscheinlichkeit $\epsilon_{T_1T_2}$ errechnet sich als die mit den exklusiven Verzweigungsverhältnissen B_{exkl} gewichtete Summe der Nachweiswahrscheinlichkeiten für alle Kombinationen von Zerfallsmoden in den beiden Hemisphären.

$$\epsilon_{T_1T_2} = \sum_{exkl_1} \sum_{exkl_2} B_{exkl_1} \cdot B_{exkl_2} \cdot \epsilon_{exkl_1,exkl_2} \tag{7.2}$$

Die so bestimmte Nachweiswahrscheinlichkeit hängt also von den exklusiven Verzweigungsverhältnissen, die in die Simulation eingehen, ab. Es sei betont, daß das Ergebnis nicht von den topologischen Verzweigungsverhältnissen im Monte Carlo abhängt, da die Nachweiswahrscheinlichkeit $\epsilon_{T_1T_2}$ für jede Topologie T_1T_2 separat bestimmt wird, indem man jede Spalte der Mischungsmatrix getrennt normiert.
Um den aus der Unsicherheit auf die Kenntnis der exklusiven Verzweigungsverhältnisse B_{exkl} resultierenden systematischen Fehler zu bestimmen, werden die B_{exkl} variiert. Dazu werden die Monte Carlo Ereignisse bei der Berechnung der Mischungsmatrix mit einem vom generierten Zerfallsmodus abhängigen Gewichtungsfaktor versehen, der es erlaubt, das Monte Carlo Verzweigungsverhältnis genau einzustellen und zu variieren. Eine Variation aller Gewichtungsfaktoren und Wiederholung der Anpassungsprozedur mit den jeweiligen veränderten Mischungsmatrizen liefert den Fehler aus der Verteilung der Resultate.
Die verwendeten Werte für die B_{exkl} und deren Unsicherheiten sind in Tabelle 7.2 aufgelistet und den Monte Carlo Werten gegenübergestellt. Die bei der Erzeugung der Monte Carlo Simulation verwendeten Werte beziehen sich teilweise noch auf ältere Veröffentlichungen. Die Verzweigungsverhältnisse werden exakt auf die derzeit aktuellsten Zahlen eingestellt. Dabei werden auch statistische Schwankungen der einzelnen simulierten Datensätze individuell kompensiert, da die Präzision einiger Verzweigungsverhältnisse von der gleichen Größenordnung wie diese Schwankungen ist. Soweit vorhanden werden die neusten ALEPH-Resultate herangezogen. Nimmt man an, daß eine Abweichung des ALEPH-Wertes vom „wahren Wert“ auf eine rein statistische Fluktuation zurückzuführen ist, ist es besser, wenn die gleiche Fluktuation auch in die Bestimmung der Nachweiswahrscheinlichkeit eingeht.
Der Einfluß einzelner exklusiver Verzweigungsverhältnisse hängt davon ab, wie weit die zugehörige Nachweiswahrscheinlichkeit von der mittleren Nachweiswahrscheinlichkeit abweicht. Die Größe des Verzweigungsverhältnisses geht entscheidend ein, da der Effekt sich mit der Zahl der Ereignisse multipliziert. Zerfallskanäle mit neutralen Kaonen haben trotz ihrer geringen Verzweigungsverhältnisse einen relativ großen Einfluß. Das kommt daher, daß die geladenen Zerfälle des K_s^0 die Topologie ändern und über die Mischungsmatrix korrigiert werden müssen.
Die systematischen Fehler werden für jeden Datensatz getrennt bestimmt und sind in den Tabellen 7.12 und 7.13 aufgelistet. Wie zu erwarten unterscheiden sie sich kaum zwischen den Datensätzen. Sie werden durch eine gewichtete Mittelung kombiniert.

Kanal	MC Wert	Verwendeter Wert	$\Delta B/B$	Quelle
$\tau \to e\nu\nu$	18.01	17.79	0.73	ALEPH [77]
$\tau \to \mu\nu\nu$	17.42	17.31	0.70	ALEPH [77]
$\tau \to \pi^{\pm}\nu$	11.08	11.06	1.6	ALEPH [78]
$\tau \to \rho\nu$	24.31	25.30	0.79	ALEPH [78]
$\tau \to a_1\nu$	18.41	18.11	1.4	ALEPH [78]
$\tau \to K^{\pm}\nu$	0.663	0.72	8.3	ALEPH [78]
$\tau \to K^{*}\nu$	1.365	1.39	9.3	ALEPH [78]
$\tau \to 3\pi^{\pm}\pi^0\nu$	4.501	4.30	2.8	ALEPH [78]
$\tau \to \pi^{\pm}3\pi^0\nu$	0.329	1.17	12.	ALEPH [78]
$\tau \to 3\pi^{\pm}2\pi^0\nu$	0.535	0.50	20.	ALEPH [78]
$\tau \to 5\pi^{\pm}\nu$	0.068	0.08	21.	ALEPH [78]
$\tau \to 5\pi^{\pm}\pi^0\nu$	0.059	0.018	78.	ALEPH [78]
$\tau \to 3\pi^{\pm}3\pi^0\nu$	0.128	0.11	55.	ALEPH [78]
$\tau \to K^{\pm}\pi^{\pm}K^{\pm}\nu$	0.194	0.17	41.	DELCO [79],TPC[80]
$\tau \to K^0\pi^{\pm}\bar{K}^0\nu$	0.295	0.30	50.	L3 [81]
$\tau \to K^{\pm}\pi^0K^0\nu$	0.101	0.10	60.	ALEPH [78]
$\tau \to K^{\pm}2\pi^0\nu$	0.167	0.08	38.	ALEPH [78]
$\tau \to K^{\pm}2\pi^{\pm}\nu$	0.504	0.39	31.	DELCO [79],TPC[80]
$\tau \to \pi^-\bar{K}^0\pi^0\nu$	0.425	0.32	38.	ALEPH [78]
$\tau \to \eta\pi^{\pm}\pi^0\nu \quad (\eta \to \gamma\gamma)$	0.167	0.07	14.	CLEO [82]
$\tau \to \omega\pi^{\pm}\nu \quad (\omega \to \pi^0\gamma)$	0.148	0.17	11.	ALEPH [83]
$\tau \to K^{\pm}\bar{K}^0\nu$	0.119	0.26	35.	ALEPH [78]

Tabelle 7.2: *Exklusive Verzweigungsverhältnisse und ihre Unsicherheiten (in %), die zur Bestimmung des systematischen Fehlers aus den im Monte Carlo enthaltenen exklusiven Verzweigungsverhältnissen benutzt wurden.*

7.5 Systematische Fehler auf die Rekonstruktion der Ereignistopologie

Eine fehlerhafte Rekonstruktion der Ereignistopologie wird über die Mischungsmatrix korrigiert. Da diese Matrix mit Hilfe simulierter Daten gewonnen wird, muß getestet werden, ob die verschiedenen Effekte wie Konversionen, hadronische Wechselwirkungen, Fehlidentifikation und Spurrekonstruktion von der Monte Carlo Simulation richtig wiedergegeben werden.
Abweichungen zwischen dem Ergebnis der Anpassung und den Daten, wie sie in den Einzelhemisphärenprojektionen in den Abbildungen 6.2 und 6.3 dargestellt sind, werden benutzt, um systematische Fehler abzuschätzen und zum Teil auch Korrekturen anzubringen.

Um den Einfluß einer etwaigen Abweichung auf die Verzweigungsverhältnisse zu ermitteln, werden die verschiedenen Effekte in den Monte Carlo Ereignissen variiert. Bei den Konversionen und hadronischen Wechselwirkungen wird diese Variation technisch durch eine Gewichtungsmethode realisiert, für die Variation der Fehlidentifikationsraten werden skalierbare Verschiebungen innerhalb der Mischungsmatrix eingeführt.

7.5.1 Konversionen

In Kapitel 4.2 wurde beschrieben, wie Photonkonversionen aus dem Ereignis entfernt werden, um die Ereignistopologie richtig wiederzugeben. Die Anzahl beobachteter Konversionen hängt von drei Faktoren ab:

- Zahl der erzeugten Photonen aus π^0-Zerfällen und Strahlungsprozessen.
- Materialbelegung des Detektors.
- Identifikationswahrscheinlichkeit von Konversionen durch Elektronenidentifikation und Paarfindungsalgorithmus.

Um die Abhängigkeit der Verzweigungsverhältnise von der Konversionsrate bestimmen zu können, werden im Monte Carlo Ereignisse mit Konversionen mit einem Gewichtungsfaktor G_{Konv} versehen, der es erlaubt, die Konversionsrate im Monte Carlo zu variieren.
Die Übereinstimmung der Zahl beobachteter Konversionen wird über die Zahl der Ereignisse, die in der Unterklasse *SymKonv* rekonstruiert werden, getestet. In diesen Ereignissen wurde mindestens eine Spur als Elektron identifiziert und die Identifikation wurde durch den Paarfindungsalgorithmus bestätigt. Als Indikator für die Güte der Übereinstimmung zwischen Daten und Monte Carlo wird die Größe

$$\chi^2_{SymKonv} = \sum_{\substack{N \in \{0,1,2,2+,3\} \\ L \in \{0,1\}}} \frac{\left(Z^{Daten}_{(N^{SymKonv})^L} - Z^{erwartet}_{(N^{SymKonv})^L}\right)^2}{Z^{erwartet}_{(N^{SymKonv})^L}} \tag{7.3}$$

verwendet. $Z_{(N^{SymKonv})^L}$ bezeichnet die Zahl der Ereignisse mit Ladungsbilanz L in denen eine Hemisphäre als $N^{SymKonv}$ klassifiziert wurde (Einzelhemisphärenprojektion). Eine Minimierung von $\chi^2_{SymKonv}$ in Bezug auf G_{Konv} liefert die Monte Carlo Konversionsrate, die am besten mit den Daten übereinstimmt. Eine Darstellung von $\chi^2_{SymKonv}$ als Funktion von G_{Konv} findet sich in Abbildung 7.10. Darunter sind die topologischen Verzweigungsverhältnisse B_i als Funktion von G_{Konv} aufgetragen. Der Fehler auf das Verhältnis zwischen Daten und Monte Carlo ist gegeben durch den Wert von G_{Konv} dort wo $\chi^2_{SymKonv} = \chi^2_{SymKonv}(min) + 1$ ist. Damit wird der zugehörige sytematische Fehler auf die B_i ermittelt. In Tabelle 7.3 werden die Werte für die verschiedenen

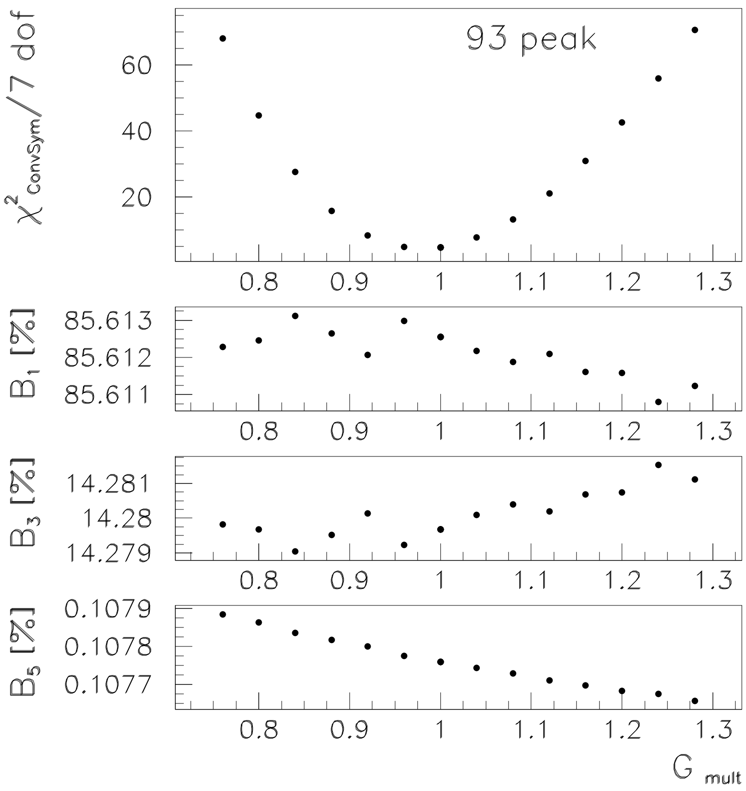

Abbildung 7.10: $\chi^2_{SymKonv}$ *als Funktion des variablen Gewichtsfaktors* G_{Konv} *von Monte Carlo Ereignissen mit Konversionen am Beispiel der 1993 auf dem Resonanz-Peak aufgenommenen Daten. Darunter: Topologische Verzweigungsverhältnisse* B_i *(i=1,3,5) als Funktion von* G_{Konv}.

Datensatz	$\chi^2_{SymKonv}$	Daten/MC	ΔB_1	ΔB_3	ΔB_5
1991	2.5/7 dof	0.96±0.04	0.001	0.001	0.0002
1992	10/7 dof	1.03±0.04	0.001	<0.001	0.0002
1993 peak-2	0.8/7 dof	1.11±0.06	<0.001	<0.001	<0.0001
1993 peak	4.5/7 dof	0.98 ±0.03	<0.001	<0.001	<0.0001
1993 peak+2	0.8/7 dof	$1.11^{+0.09}_{-0.06}$	0.002	<0.001	<0.0001

Tabelle 7.3: *Konversionen: Minimum von* $\chi^2_{SymKonv}$ *für 7 Freiheitsgrade (dof) und das zugehörige Gewicht für Ereignisse mit Konversionen, entsprechend dem Verhältnis der Raten in Daten und Monte Carlo, sowie zugehörige sytematische Fehler.*

Datensätze zusammengestellt. Die Verhältnisse zwischen Daten und Monte Carlo sind in allen Fällen mit eins verträglich, was zeigt, daß das Produkt aus Rate und Nachweiswahrscheinlichkeit für die Konversionen gut von der Monte Carlo Simulation beschrieben wird. Die entsprechenden systematischen Fehler sind ebenfalls aufgelistet, wenngleich sie vernachlässigbar klein sind.

7.5.2 Fehlidentifikation

Fehlidentifikation führt zur einer Überschätzung der geladenen Multiplizität wenn ein Elektron nicht als solches identifiziert wird ($e \rightarrow \not{e}$) und zu einer Unterschätzung, wenn ein Zerfallsprodukt des τ als Elektron identifiziert wird ($\not{e} \rightarrow e$) und deshalb nicht mitgezählt wird.
Zuerst wird die Abhängigkeit des Ergebnisses vom Verhältnis der Fehlidentifikationsraten in Daten und Monte Carlo bestimmt, indem die Fehlidentifikationsrate im Monte Carlo variiert wird. Dazu wird eine Methode vorgestellt, die es erlaubt, die Fehlidentifikationsrate kontinuierlich zu verändern, und die zugehörigen Änderungen der topologische Verzweigungsverhältnisse zu bestimmen. Die Größe des Effekts zu kennen ist wichtig, um die Präzisionsanforderungen an einen Test der Übereinstimmung zwischen Daten und Monte Carlo festzulegen und danach das Ergebnis eines solchen Tests in einen systematischen Fehler auf die Verzweigungsverhältnise umsetzen zu können. Anschließend wird vorgestellt, wie diese Übereinstimmung in unabhängigen Messungen mit Elektronen aus $\gamma\gamma e^+e^-$-Eignissen bzw. mit Pionen aus $\tau \rightarrow 3\pi^\pm\nu$ Ereignissen bestimmt werden.

Abhängigkeit der topologischen Verzweigungsverhältnisse von Verhältns der Misidentifikationsraten in Daten und Monte Carlo

Eine Variation der Fehlidentifikationsrate macht Verschiebungen innerhalb der Mischungsmatrix erforderlich. Um dies zu realisieren, wird die Mischungsmatrix $\mathcal{M}$ in zwei Anteile aufgeteilt:

$$\mathcal{M} = \mathcal{M}^* + G \cdot \mathcal{V} \qquad . \tag{7.4}$$

Dabei stellt $\mathcal{M}^*$ die Mischungsmatrix ohne die Beiträge, die die Fehlidentifikation beschreiben, dar und $\mathcal{V}$ beschreibt die Fehlidentifikation. G ist ein Skalenfaktor, der für die Standardmatrix den Wert 1 hat. Sollten die Fehlidentifikationsraten in den Daten R^D und in der Simulation R^{MC} verschieden sein, kann $\mathcal{M}$ mit

$$G = \frac{R^D}{R^{MC}} \tag{7.5}$$

an die Daten angepaßt werden.
In Abbildung 7.11 ist die Abhängikeit der topologischen Verzweigungsverhältnisse B_1

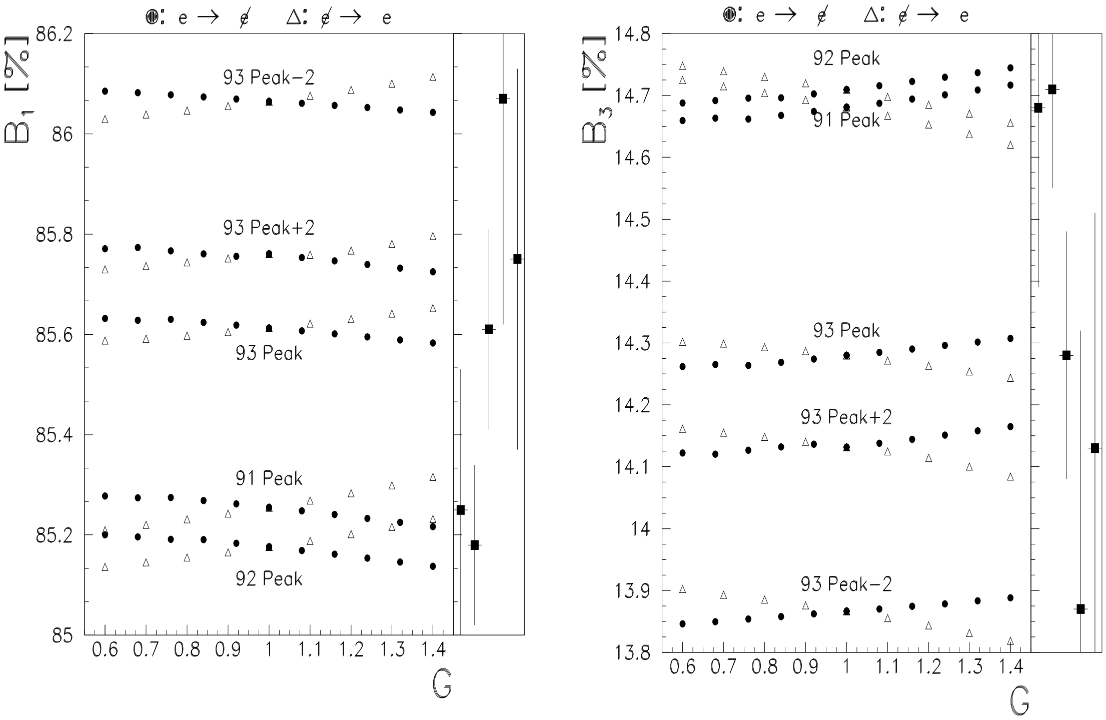

Abbildung 7.11: *Abhängigkeit der topologischen Verzweigungsverhältnisse B_i von einer möglichen Korrektur der Fehlidentifikationsrate. Die Punkte zeigen eine Variation der Rate für $\not e \to e$, die Dreiecke eine Variation der Rate für $e \to \not e$. Zum Vergleich sind die statistischen Fehler der B_i neben jeder Graphik dargestellt.*

und B_3 von der Skalierung G dargestellt.

Um die Misidentifikation in der Simulation mit den Daten vergleichen zu können, werden Spuren selektiert, deren Identität aus einer unabhängigen Informationquelle bereits bekannt ist.

Vergleich der Simulation von $\not e \to e$ mit den Daten

Für diesen Vergleich werden Pion-Spuren aus 3-prong τ-Zerfällen benutzt. Zunächst werden Ereignisse selektiert, die folgenden Bedingungen genügen:

- Alle Kriterien der τ-Selektion sind erfüllt.
- Topologie 13
- Keine zusätzlichen schlechten Spuren
- Keine Kombination zweier Spuren aus der 3-prong Seite bildet ein mit einem Photon verträgliches Paar.

Aus der Zahl der auf der 3-prong Seite als Elektronen identifizierten Spuren wird die Wahrscheinlichkeit dafür, daß ein Pion als Elektron misidentifiziert wurde, errechnet. Der Untergrund von Elektronen die tatsächlich aus Konversionen stammen, wird aus dem Monte Carlo als vernachlässigbar bestimmt.
Diese Prozedur läßt sich in Daten und Monte Carlo in gleicher Weise durchführen. Die Fehlidentifikationsraten werden zueinander in Bezug gesetzt. Sie sind in Tabelle 7.4 zusammengestellt.

Jahr	Fehlidentifikationsrate		Verhältnis
	Daten	MC	$\frac{R^{D}_{\not e \to e}}{R^{MC}_{\not e \to e}}$
1991	0.77±0.12	0.86±0.06	0.90±0.15
1992	0.90±0.12	0.81±0.04	1.12±0.15
1993	0.97±0.09	0.77±0.03	1.26±0.13

Tabelle 7.4: *Fehlidentifikationsraten $\not e \to e$ aus 3-prong τ-Ereignissen in Daten und Monte Carlo*

Vergleich der Simulation von $e \to \not e$ mit den Daten

Elektronen aus $\gamma\gamma e^+e^-$-Ereignissen decken ungefähr den Impulsbereich von Konversionselektronen ab und lassen sich leicht über eine Identifikation in der Gegenhemisphäre selektieren. Die verwendeten Ereignisse müssen folgenden Bedingungen genügen:

- Alle Kriterien der τ-Selektion sind erfüllt, mit Ausnahme derer zur Unterdrückung des $\gamma\gamma$-Untergrunds.
- Die $\gamma\gamma$-Schnitte werden umgedreht:
  $E_{tot} < 0.35 \cdot E_{Strahl}$
  und
  $|\Delta p_t| < 0.066 \cdot E_{Strahl}$
- $\gamma\gamma$-Ereignisse werden angereichert durch:
  $4GeV < W_{vis} < 25GeV$.
  W_{vis} ist die sichtbare Masse.
- Genau 2 geladene Spuren im Ereignis

Wird mindestens eine der beiden Spuren als Elektron identifiziert, wird davon ausgegangen, das es sich um ein Ereignis vom Typ $\gamma\gamma e^+e^-$handelt und beides Elektronen sind. Aus der Zahl der Spuren, die als $\not e$ identifiziert wurden, wird die Misidentifikationsrate in den Daten bestimmt. Es werden nur Spuren mit Impulsen kleiner als 8 GeV

Datensatz	Fehlidentifikationsrate		Verhältnis
	Daten	MC	$\frac{R^D_{e\to\not e}}{R^{MC}_{e\to\not e}}$
1991	1.05±0.34	0.89±0.05	1.18 ± 0.39
1992	1.11±0.26	0.92±0.03	1.21 ± 0.29
1993	1.01±0.15	0.87±0.03	1.16 ± 0.18

Tabelle 7.5: *Fehlidentifikationsraten* $e \to \not e$ *aus* $\gamma\gamma e^+e^-$*-Ereignssen im Vergleich mit dem Monte Carlo Wert*

verwendet.
Die entsprechende Rate für die Simulation wird direkt aus dem τ-Monte Carlo, unter Hinzuziehung der Monte Carlo-Wahrheitsinformation, ermittelt. Die Fehlidentifikationsraten werden in Tabelle 7.5 angegeben.

Systematischer Fehler aus Misidentifikation

Bei beiden Tests der Misidentifikationsraten wird die Impulsabhängigkeit nicht berücksichtigt. Die Messung der Abhängigkeit der Verzweigungsverhältnisse vom Verhältnis der Fehlidentifikationsraten zwischen Daten und Monte Carlo hat gezeigt, daß ein relativ grober Test schon genügt, um die systematische Unsicherheit klein genug zu halten. Alle Messungen sind innerhalb der Genauigkeit (<20%) mit eins verträglich. Eine Korrektur wird deshalb nicht angebracht. Die zu einer Korrektur von ±20% gehörigen Änderungen der topologischen Verzweigungsverhältnisse werden als systematische Fehler angenommen und sind in Tabelle 7.6 aufgelistet.

Datensatz	ΔB_1		ΔB_3		ΔB_5	
	$e \to \not e$	$\not e \to e$	$e \to \not e$	$\not e \to e$	$e \to \not e$	$\not e \to e$
1991	0.017	0.025	0.015	0.026	0.001	0.001
1992	0.017	0.024	0.016	0.023	0.002	0.001
1993 peak-2	0.011	0.021	0.009	0.021	<0.001	<0.001
1993 peak	0.015	0.017	0.013	0.015	0.001	0.002
1993 peak+2	0.010	0.010	0.010	0.017	0.001	<0.001

Tabelle 7.6: *Systematische Fehler aus der Misidentifikation*

7.5.3 Hadronische Wechselwirkungen

Hadronische Wechselwirkungen können die rekonstruierte Topologie in beiden Richtungen verfälschen, eine Korrektur erfolgt über die Mischungsmatrix. Die korrekte Beschreibung der Wechselwirkungen durch die Simulation hängt von folgenden Punkten ab:

- **Materialbeschreibung:** Geometrische Anordnung und Zusammensetzung des Detektors müssen möglichst genau simuliert werden.
- Die **Wirkungsquerschnitte** für hadronische Wechselwirkungen mit den verschiedenen im Detektor verwendeten Materialien müssen stimmen.
- **Spurmultiplizität und Winkelverteilung:** Die Anzahl sekundärer Spuren nach einer hadronischen Wechselwirkung und deren Winkelverteilung beeinflussen die Wahrscheinlichkeit, daß eine Sekundärspur die Kriterien einer „guten" Spur erfüllt und somit die Topologie verfälscht.

Getestet wird dies mit der gleichen Methode, die auch auf die Konversionen angewandt wird: Monte Carlo Ereignissen, die den zu testenden Effekt aufweisen, wird ein variables Gewicht zugeordnet, um die Rate der Wechselwirkungen variieren und gegebenenfalls den Daten anzupassen zu können. Reaktionen mit hoher Multiplizität und solche mit zweifacher Multiplizität werden getrennt behandelt. Die Güte der Übereinstimmung wird an Unterklassen gemessen, die für den zu testenden Effekt charakteristisch sind. Als Indikator wird die Zahl der Hemisphären benutzt, die den Unterklassen *VertVdet* und *VertITC/TPC* zugeordnet wurden. Die Größe

$$\chi^2_{MultVert} = \sum_{\substack{N\in\{0,1,2,2+,3\}\\ L\in\{0,1\}\\ sub\in\{VertVdet,\,VertITC/TPC\}}} \frac{\left(Z^{Daten}_{\left(N^{sub}\right)^L} - Z^{erwartet}_{\left(N^{sub}\right)^L}\right)^2}{Z^{erwartet}_{\left(N^{sub}\right)^L}} \tag{7.6}$$

wird in Bezug auf Gewichtungsfaktoren G_{mult} für Monte Carlo Ereignisse, die auf Generatorniveau einen sekundären Vertex hoher Multiplizität ($M \geq 3$) haben, minimiert. Die Multiplizität M wird über die Zahl der rekonstruierten Spuren, die mehr als drei Spurpunkte mit einer, aus einer hadronischen Wechselwirkung kommenden, Monte Carlo Spur gemein haben, definiert.
Eine Darstellung von $\chi^2_{MultVert}$ als Funktion des Gewichtsfaktors G_{mult} findet sich in Abbildung 7.12. Der Wert am Minimum von $\chi^2_{MultVert}$ entspricht der besten Übereinstimmung der Reaktionsrate zwischen Daten und Monte Carlo. In Tabelle 7.7 werden diese Verhältnisse zwischen Daten und Monte Carlo und die zugehörigen systematischen Fehler zusammengestellt. Mit Ausnahme der 1991 aufgezeichneten Daten, wo das Verhältnis mit eins verträglich ist, wird eine signifikante Uberschätzung der Reaktionsrate durch das Monte Carlo beobachtet, weswegen die Reaktionsrate von Wechselwirkungen mit hoher Multiplizität im Monte Carlo für 1992 und 1993 mit einem

Faktor 0.85 skaliert wird, wenngleich der Effekt dieser Korrektur auf die Verzweigungsverhältnisse klein ist ($\Delta B_1 = -0.003$, $\Delta B_3 = +0.003$, $\Delta B_5 = +0.001$).
Obwohl die meisten hadronischen Wechselwirkungen nur geringe Multiplizität haben,

Datensatz	$\chi^2_{MultVert}$	Daten/MC	ΔB_1	ΔB_3	ΔB_5
1991	10/14 dof	0.99±0.08	0.003	0.002	0.0006
1992	15.5/14 dof	0.83±0.04	0.001	0.0005	0.0002
1993 peak-2	21/14 dof	0.75±0.14	0.0005	0.0003	0.0001
1993 peak	10/14 dof	0.88 ±0.06	0.001	0.0005	0.0004
1993 peak+2	13.7/14 dof	0.85 ± 0.15	0.001	0.0012	0.0001

Tabelle 7.7: *Wechselwirkungen mit dem Detektormaterial: Minimum von $\chi^2_{Multvert}$ für 14 Freiheitsgrade (dof) und das zugehörige Gewicht für Ereignisse mit hadronischen Wechselwirkungen, entsprechend dem Verhältnis der Raten in Daten und Monte Carlo, sowie zugehörige sytematische Fehler.*

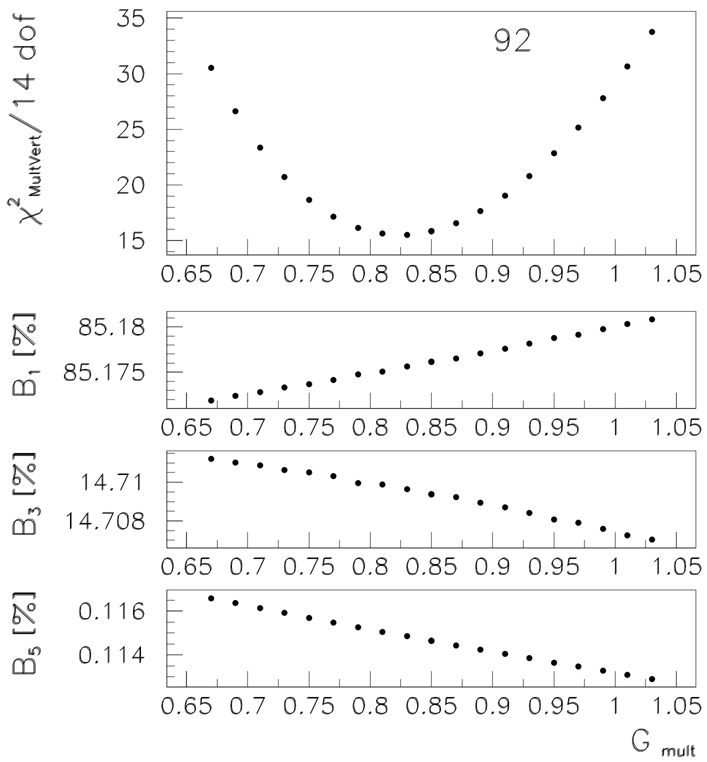

Abbildung 7.12: $\chi^2_{MultVert}$ *als Funktion der Gewichtung G_{mult} von Monte Carlo Ereignissen mit hadronischen Wechselwirkungen am Beispiel der 1992 aufgezeichneten Daten. Darunter: topologische Verzweigungsverhältnisse B_i (i=1,3,5) als Funktion von G_{mult}.*

werden Vertices der Multiplizität 2 vorerst von dem Test hadronischer Wechselwirkungen ausgeklammert. Die Unterklasse *2Vert* enthält nämlich nicht nur hadronische

Wechselwirkungen und echte V^0 (K_s^0) , sondern in hohem Maße falsche Vertices aus sich überkreuzenden Spuren. Eine nähere Untersuchung der Klasse 3^{2Vert}, wo ein Überschuß in den Daten zu beobachten ist, ergibt daß 62% der Ereignisse in dieser Klasse keine schlechten Spuren enthalten. (Entsprechend wird der Überschuß in der nächsten Unterklasse (*Gut*) kompensiert, wo diese Ereignisse fehlen.) Da der K_s^0 -Anteil nur 8.3% beträgt, kann man folgern, daß der Anteil an falschen Vertices sehr hoch ist. Es liegt nahe, daß ein großer Teil der Diskrepanz durch unzureichende Beschreibung falscher Vertices aus Spurkreuzungen kommt, was die topologischen Verzweigungsverhältnisse nicht beeinflussen würde.
Ein χ^2 analog zu $\chi^2_{MultVert}$ kann durch Skalierung der Zahl von Ereignissen mit Wechselwirkungen, sowie der Rate falscher Vertices minimiert werden. Damit scheidet die Möglichkeit, Reaktionen mit 2-fach Vertices unabhängig zu testen aus. Es bleibt den Einfluß auf die topologischen Verzweigungsverhältnisse zu testen, indem die Rate solcher Ereignisse variiert wird. Für die Wahl des Variationsbereichs wird das Ergebnis des Tests mit den Vertices hoher Multiplizität herangezogen. Jener Test ist sensitiv auf die Materialbeschreibung des Detektors, was für alle Arten von Wechselwirkungen gelten sollte. Ob auch die Wirkungsquerschnitte richtig beschrieben sind, wird anhand der in Abb. 4.2 gezeigten Multiplizitätsverteilung überprüft, wo das Verhältnis zwischen großen Multiplizitäten und Multipliztät 2 innerhalb einer Standartabweichung zwischen Daten und Monte Carlo übereinstimmt. Eine Korrektur, wie bei den Vertices hoher Multiplizität wird nicht angewandt, da die Übertragbarkeit von dem kleinen Teil der hadronischen Wechselwirkungen auf die Gesamtheit nicht explizit getestet werden konnte. Stattdessen wird die bei den Vertices hoher Multiplizität beobachtete Abweichung von eins, erhöht um eine Standartabweichung, als Variationsbereich genommen um den Fehler auf die Verzweigungsverhältnisse zu bestimmen (vgl. Tabelle 7.8).

Datensatz	Variationsbereich G_{2Vert} Korrektur	ΔB_1	ΔB_3	ΔB_5
1991	± 0.09	0.0001	0.0001	< 0.0001
1992	± 0.21	0.003	0.003	< 0.0001
1993 peak-2	± 0.39	0.013	0.013	0.0002
1993 peak	± 0.18	0.004	0.004	0.0002
1993 peak+2	± 0.30	0.001	0.001	< 0.0001

Tabelle 7.8: *Wechselwirkungen mit dem Detektormaterial: Variationsbereich für die Gewichtung von Vertices mit Multiplizität 2 in der Monte Carlo Simulation und sich daraus ergebende systematische Fehler.*

Der Überschuß in Klasse 3^{2Vert} hat durch den K_s^0 Anteil einen indirekten Einfluß auf die Verzweigungsverhältnisse. Nimmt man nämlich an, daß der gesamte Überschuß durch die Abweichung in falschen Vertices zustande kommt, so wird der Teil davon, der dem Anteil an K_s^0 in dieser Klasse entspricht, fälschlicherweise den 1-prong Zerfällen zugerechnet. Diese Fehlzuweisung wird mit den in Tabelle 7.9 aufgelisteten Werten korrigiert, die Größe der Korrektur als systematischer Fehler behandelt.

Datensatz	$\Delta B_1 (= -\Delta B_3)$
1991	0.0246±0.003
1992	0.0023±0.0006
1993 peak-2	0.006±0.003
1993 peak	0.026±0.003
1993 peak+2	0.031±0.005

Tabelle 7.9: *Ereignisse der Klasse 3^{2vert} kommen zum Teil aus 1-prong K_s^0-Ereignssen. Dies wird über die Mischungsmatrix kompensiert. Der in dieser Klasse beobachtete Überschuß aus falschen Vertices enthält keine K_s^0. Die Fehlkompensation wird korrigiert. Die Korrektur als systematischer Fehler behandelt.*

7.5.4 Spurrekonstruktion

In Kapitel 4.4 wurde das Problem diskutiert, daß Spuren verloren gehen können, weil sie zu stark überlappen und von der Spurrekonstruktion nicht mehr als zwei getrennte Spuren nachgewiesen werden können. Es wurde eine Methode vorgestellt solche Spuren mittels der Energieverlustmessung zu identifizieren. Zwei eigene Hauptklassen (2+ und 4+) wurden eingerichtet, um Ereignisse mit solchen Spuren richtig zuweisen zu können und die Simulation des Effekts mit den Daten vergleichen zu können. Die Tatsache, daß keine Ereignisse als Klasse 4+ rekonstruiert werden, zeigt, daß der Effekt für hohe Multiplizitäten wegen der geringen Häufigkeit vernachläßigbar ist. Dies ist nicht der Fall für die Klasse 2+. Der Vergleich Daten und Monte Carlo zeigt eine Differenz von (8±9)%, aus der die Unsicherheit auf die Spurrekonstruktion abgeleitet wird. Da Ereignisse in dieser Klasse voll aus 3-prong τ-Zerfälen kommen, spielt es hier keine Rolle, wenn die Rate von Doppelspuren vom Monte Carlo nicht richtig vorhergesagt wird, da die Ereignisse dennoch richtig zugeordnet werden. Ein systematischer Effekt ergibt sich erst aus der Tatsache, daß die Nachweiswahrscheinlichkeit des Doppelspurnachweises nur 65 % beträgt, da 35% der Doppelspuren keine Energieverlustinformation haben. Man muß davon ausgehen, daß dieser Anteil der Doppelspuren fälschlicherweise in Klasse 2 einsortiert wird. Der Überschuß in den Daten wird über die Mischungsmatrix wie ein durchschnittliches Klasse 2 Ereignis behandelt, d.h. etwa 20% davon werden bei den 1-prong und nicht den 3-prong Ereignissen aufgerechnet. Ein systematischer Fehler entsprechend der Größe dieser Falschzuweisung wird symetrisch auf B_1 und B_3 angenommen (Tabelle 7.10).

Datensatz	ΔB_1	ΔB_3
1991	0.017	0.017
1992	0.021	0.021
1993 peak-2	0.044	0.044
1993 peak	0.016	0.016
1993 peak+2	0.036	0.036

Tabelle 7.10: *Systematischer Fehler auf die Spurrekonstruktion aus Spurüberlapp.*

7.5.5 Spurrekonstruktion für 5-prong Ereignisse

Die Zahl der beobachteten Ereignisse mit nur 2 guten Spuren wird zur Abschätzung der Ineffizienz der Spurrekonstruktion herangezogen, da man hier sieht, wie oft eine von drei Spuren nicht rekonstruiert wurde. Das Verhältnis der Zahl solcher Ereignisse in den Daten zu der in der Simulation ist 1.03 ± 0.03. Eine Unsicherheit von 3% wird auf die 5-prong Ereignisse übertragen. Der Fehler von 0.5% auf B_5 in der mit „Spurrekonstruktion" überschriebenen Spalte der Tabelle 7.11 ist der Effekt, der sich ergibt, wenn man 3% der 5-prong Ereignisse so behandelt, als seien nur 4 Spuren rekonstruiert worden.

7.5.6 Ereignisse mit falscher Ladungskorrelation

In der Einzelhemisphärenprojektion für Ereignisse mit unausgeglichener Ladungsbilanz L=1 (Abb. 6.3) zeigt sich ein Überschuß in den Daten für die Hauptklassen 1,2 und 2+ von $(16 \pm 1)\%$,$(29 \pm 6)\%$ und $(44 \pm 10)\%$.
Es gibt zwei mögliche Erklärungen für solch einen Überschuß: Eine ist, daß der Effekt aus 1-prong Ereignissen mit einer hadronischen Wechselwirkung stammt, wo die ursprüngliche Spur verlorengegangen ist und eine oder zwei der Sekundärspuren die Kriterien einer guten Spur erfüllen. Die andere ist, daß eine oder zwei Spuren aus einem 3-prong Ereignis verlorengegangen sind, da die Spurrekonstruktion fehlschlug.
Die Monte Carlo Vorhersage ist, daß 91.5% der Ereignisse in Klasse 1 aus 1-prong Zerfällen stammen, während 8.5% aus 3-prong Zerfällen kommen. Für Klasse 2 sind das 16.4% bzw. 83.4% , während in Klasse 2+ ausschließlich 3-prong Ereignisse sind. Die Bedeutung eines Überschusses in der letztgenannten Klasse wurde bereits diskutiert.
Wenn man den gesamten Überschuß als 1-prong mit Wechselwirkung erklärt, würde das bedeuten, daß 8.5% davon fälschlicherweise als 3-prong gezählt werden, was einen Fehler auf B_3 von 0.012 (absolut in %) nach sich zöge.
Den ganzen Überschuß dagegen als 3-prong mit nicht rekonstruierten Spuren zu erklären, wäre mit dem in Klasse 2 beobachteten Überschuß nicht kompatibel. Die Spurrekonstruktionsineffizienz müßte sich dort nämlich stärker bemerkbar machen, da es

wahrscheinlicher ist, nur eine anstatt zwei Spuren zu verlieren. Deshalb wird der Überschuß in Klasse 2 als eine obere Grenze genommen, indem man annimmt, daß der relative Überschuß von Ereignissen, die als aus 3-prong Ereignissen kommend vorhergesagt werden, in der Klasse 1 der gleiche wie in Klasse 2 ist. Auf diese Weise läßt sich ein Überschuß von 3% in Klasse 1 durch Spurrekonstruktionsineffizienz erklären. Da 91.5% von diesem Überschuß nun wiederrum fälschlicherweise wie 1-prong Ereignisse behandelt werden würden, bekommt man einen Fehler auf B_1 von 0.023 (absolut in %).
Da bei der relativen Messung B_1 und B_3 nahezu vollständig korreliert sind, wird für die Randbedingung $\sum B_i = 1$ der größere der beiden Fehler (0.023 absolut in %) symmetrisch auf B_1 und B_3 angegeben (vgl. Tabelle 7.11).

7.5.7 Zusammenfassung der systematischen Fehler auf die Rekonstruktion der Ereignistopologie

Die systematischen Fehler auf die Rekonstruktion der Ereignistopologie sind in Tabelle 7.11 für die relative Messung dargestellt. Der kombinierte Fehler der in der Spalte „Rekonstruktion" in den Tabellen 7.12 und 7.13 erscheint ist die quadratische Summe dieser Quellen.

7.6 Kombination der systematischen Fehler

Alle systematischen Fehler, die in den vorangegangenen Abschnitten disutiert wurden, werden in den Tabellen 7.12 für die relative ($\sum B_i = 1$) und 7.13 für die absolute Messung (Normierung auf $N_{\tau^+\tau^-}$) zsammengefaßt. Die Fehler werden für die einzelnen Datensätze separat bestimmt, da für jedes Jahr das der gültigen Detektorgeometrie angepaßte Monte Carlo verwendet wird. Außerdem kann man auf diese Weise Effekte, die sich möglicherweise im Lauf der Zeit verändern, besser kontrollieren. Da die Ergebnisse miteinander übereinstimmen wird der Gesamtfehler als ein gewichtetes Mittel aus den Fehlern der einzelnen Datensätze bestimmt. Das bedeutet, daß die Bestimmung der Fehler jedes einzelnen Datensatzes als ein unabhängiger Test gleicher systematischer Abweichungen betrachtet werden. Das gilt natürlich nicht für den Fehler auf die Monte Carlo Statistik, der in jedem Datensatz unabhängig ist. Er wird entsprechend behandelt. Die kombinierten Fehler finden sich in der mit „total" bezeichneten Spalte der gleiche Tabelle.

Systematische Fehler auf die Rekonstruktion der Ereignistopologie									
Jahr	$\sqrt{s}$ (GeV)	Konversionen	had. Wechselwirkungen M≥3	had. Wechselwirkungen M=2	Fehlidentifikation $e \to \not e$	Fehlidentifikation $\not e \to e$	K_s^0 falsche 2Vert	Spurrekonstruktion	L=1 Ereignisse
B_1									
1991	91.2	0.001	0.003	0.0001	0.017	0.025	0.0246	0.017	0.023
1992	91.2	0.001	0.001	0.003	0.017	0.024	0.0023	0.021	
1993	89.4	<0.001	0.0005	0.013	0.011	0.021	0.006	0.044	
	91.2	<0.001	0.001	0.004	0.015	0.017	0.026	0.016	
	93.0	0.002	0.0013	0.001	0.010	0.010	0.031	0.036	
B_3									
1991	91.2	0.001	0.002	0.0001	0.015	0.026	0.0246	0.017	0.023
1992	91.2	<0.001	0.0005	0.003	0.016	0.023	0.0023	0.021	
1993	89.4	<0.001	0.0003	0.004	0.009	0.021	0.006	0.044	
	91.2	<0.001	0.0005	0.013	0.013	0.015	0.026	0.016	
	93.0	<0.001	0.0012	0.001	0.010	0.017	0.031	0.036	
B_5									
1991	91.2	0.0002	0.0006	<0.0001	0.001	0.001	0.0004	—	—
1992	91.2	0.0002	0.0002	<0.0001	0.002	0.001	0.0006	—	—
1993	89.4	<0.0001	0.0001	0.0002	<0.001	<0.001	0.0003	—	—
	91.2	<0.0001	0.0004	0.0002	0.001	0.002	0.0005	—	—
	93.0	<0.0001	0.0001	<0.0001	0.001	<0.001	0.0005	—	—

Tabelle 7.11: *Zusammenstellung der systematischen Fehler auf die Rekonstruktion der Ereignistopologie, aufgeschlüsselt nach Datennahmeperioden.*

RELATIV ($\sum B_i = 1$)							
		Systematische Fehler auf B_i					Stat. Fehler
Jahr	$\sqrt{s}$ (GeV)	MC Stat.	Selektion	Untergrund	Rekonstruktion	$B_{excl.}$	
B_1							
1991	91.2	0.056	0.172	0.013	0.048	0.055	0.29
1992	91.2	0.038	0.094	0.012	0.041	0.055	0.16
1993	89.4	0.089	0.103	0.024	0.057	0.051	0.46
	91.2	0.039		0.009	0.045	0.058	0.20
	93.0	0.087		0.017	0.053	0.049	0.38
total		0.023	0.108	0.012	0.045	0.055	0.11
B_3							
1991	91.2	0.056	0.154	0.013	0.048	0.055	0.29
1992	91.2	0.037	0.095	0.012	0.041	0.055	0.16
1993	89.4	0.093	0.102	0.024	0.055	0.047	0.46
	91.2	0.039		0.008	0.045	0.056	0.20
	93.0	0.088		0.017	0.056	0.048	0.38
total		0.023	0.106	0.012	0.045	0.054	0.11
B_5							
1991	91.2	0.007	0.002	0.003	0.001	0.002	0.027
1992	91.2	0.007	0.003	0.001	0.002	0.006	0.019
1993	89.4	0.012	0.003	0.006	0.0004	0.006	0.044
	91.2	0.007		0.002	0.002	0.002	0.022
	93.0	0.011		0.003	0.001	0.008	0.040
total		0.004	0.003	0.002	0.002	0.004	0.012

Tabelle 7.12: *Systematische Fehler für die relative Messung (Zwangsbedingung $\sum B_i = 1$), aufgeschlüsselt nach Datennahmeperioden.*

ABSOLUT (Normierung auf $N_{\tau^+\tau^-}$)							
		Systematische Fehler auf B_i					Stat. Fehler
Jahr	$\sqrt{s}$ (GeV)	MC Stat.	Selektion	Untergrund	Rekonstruktion	$B_{excl.}$	
B_1							
1991	91.2	0.093	0.40	0.041	0.043	0.054	0.54
1992	91.2	0.064	0.21	0.040	0.035	0.054	0.31
1993	89.4	0.116	0.28	0.083	0.054	0.041	0.91
	91.2	0.061		0.034	0.043	0.055	0.39
	93.0	0.131		0.061	0.052	0.047	0.74
total		0.036	0.27	0.042	0.047	0.051	0.21
B_3							
1991	91.2	0.055	0.16	0.009	0.045	0.052	0.29
1992	91.2	0.041	0.10	0.008	0.038	0.052	0.17
1993	89.4	0.085	0.10	0.011	0.053	0.046	0.48
	91.2	0.041		0.004	0.046	0.053	0.21
	93.0	0.089		0.008	0.057	0.045	0.40
total		0.024	0.11	0.007	0.044	0.051	0.11
B_5							
1991	91.2	0.008	0.002	0.003	0.001	0.002	0.026
1992	91.2	0.007	0.003	0.001	0.002	0.007	0.018
1993	89.4	0.013	0.003	0.006	0.001	0.006	0.044
	91.2	0.007		0.002	0.002	0.002	0.022
	93.0	0.010		0.003	0.002	0.009	0.040
total		0.004	0.003	0.002	0.002	0.005	0.012
$\sum B_i$							
1991	91.2	0.07	0.37	0.04	0.003	—	0.54
1992	91.2	0.06	0.20	0.04	0.01	—	0.32
1993	89.4	0.12	0.27	0.08	0.01	—	0.92
	91.2	0.06		0.03	0.01	—	0.38
	93.0	0.12		0.06	0.01	—	0.75
total		0.033	0.25	0.05	0.05	—	0.21

Tabelle 7.13: *Systematische Fehler für die absolute Messung (Normierung auf* $N_{\tau^+\tau^-}$*), aufgeschlüsselt nach Datennahmeperioden.*

Kapitel 8

Ergebnisse und Diskussion

Die Ergebnisse der Anpassung an die einzelnen Datensätze sind in den Tabellen 8.1 für die relative Messung ($\sum B_i = 1$) und 8.2 für die absolute Messung (Normierung auf $N_{\tau\tau}$) mit ihren statistischen Fehlern aufgelistet.
Die kombinierten Ergebnisse für die topologischen Verzweigungsverhältnisse aus der absoluten und relativen Messung sind in Tabelle 8.3 angegeben.
Die absolute Messung ist in sehr guter Übereinstimmung mit der relativen Messung, mit etwa doppelt so großen statistischen und systematischen Fehlern auf B_1, wegen der fehlenden Zwangsbedingung und einer zusätzlichen Unsicherheit aus der Normierung.

Bemerkenswert ist, daß die Summe der B_i keinen Raum für fehlende Zerfälle läßt. Ein Limit von

$$B_{unentdeckt} < 0.68\% \qquad 95\% \text{ Signifikanzniveau}$$

kann daraus abgeleitet werden.

Zuerst soll das Ergebnis der relativen Messung den exklusiven Verzweigungsverhältnissen aus den ALEPH-Messungen gegenübergestellt werden. Neben einer Analyse der leptonischen Verzweigungsverhältnisse [77] wurden bei ALEPH alle hadronischen Zerfälle in einer globalen Analyse [78] bestimmt, die alle τ-Zerfälle eindeutig einer von 13 Klassen ($e\nu$, $\mu\nu$, hν, h$\pi_0\nu$, h$2\pi_0\nu$, h$3\pi_0\nu$, h $\geq 4\pi_0\nu$, 3hν, 3h$\pi_0\nu$, 3h$2\pi_0\nu$, 3h $\geq 3\pi_0\nu$, 5hν, 5h$\pi_0\nu$) zuordnet. Für die 1-prong Klassen ist eine Teilchenidentifikation erforderlich, um Elektronen und Myonen von Hadronen zu unterscheiden. Aus diesem Grund können 1-prong Zerfälle ohne rekonstruiertes π^0, in denen ein geladenes Teilchen in eine Spalte des ECAL läuft oder, falls als Myon oder Hadron identifiziert, einen Impuls kleiner als $2GeV/c$ hat, nicht klassifiziert werden.
Zerfälle des K^0 in zwei geladene Pionen werden bei der Analyse der hadronischen Verzweigungsverhältnisse zunächst als zwei geladene Spuren gezählt und später mit den Ergebnissen separater Analysen für Verzweigungsverhältnisse mit Kaonen im Endzustand korrigiert. Bei der Analyse der topologischen Verzweigungsverhältnisse wird der

Einfluß aus geladenen K_s^0-Zerfällen bei der Entfaltung korrigiert. Dabei gehen die gleichen Verzweigungsverhältnisse für Kaonen in die Simulation ein.
Um die Summe der exklusiven 1-, 3- und 5-prong Verzweigungsverhältnisse zu bilden, werden die unkorrigierten Ergebnisse aus Tabelle 9 in [78] und die Korrelationskoeffizienten aus Tabelle 10 herangezogen. Da über die Korrelation der systematischen Fehler keine Angaben gemacht werden, kann hier nur der statistische Fehler betrachtet werden. Zum Vergleich mit den topologischen Verzweigungsverhältnissen wird ein aus den in [78] zusammengestellten Verzweigungsverhältnissen für Kaonen errechneter Wert von $B(\tau^- \to K_s^0 X^- \nu_\tau) = 0.69 \pm 0.09$ von $B_{exkl,3}$ abgezogen und zu $B_{exkl,1}$ addiert. Die so erhaltenen Werte sind in Tabelle 8.3 den Ergebnissen dieser Arbeit gegenübergestellt.

$\sum B_i = 1$					
Jahr	$\sqrt{s}[GeV]$	B_1	B_3	B_5	$N_{\tau^+\tau^-}$
1991	91.2	85.23 ± 0.29	14.70 ± 0.29	$0.073^{+0.029}_{-0.024}$	11016 ± 120
1992	91.2	85.18 ± 0.16	14.70 ± 0.16	$0.111^{+0.020}_{-0.018}$	33647 ± 209
1993	89.4	86.05 ± 0.46	13.88 ± 0.46	$0.067^{+0.052}_{-0.038}$	4002 ± 736
	91.2	85.56 ± 0.20	14.33 ± 0.20	$0.105^{+0.023}_{-0.021}$	21273 ± 166
	93.0	85.73 ± 0.38	14.16 ± 0.38	$0.105^{+0.045}_{-0.035}$	6043^{+895}_{-886}

Tabelle 8.1: *Topologische Verzweigungsverhältnisse (in %) aufgeschlüsselt nach Datennahmeperioden mit der Zwangsbedingung* $\sum B_i = 1$.

Normierung auf $N_{\tau^+\tau^-}$							
Jahr	$\sqrt{s}$ [GeV]	B_1	B_3	B_5	$\sum B_i$	Δ (norm.)	$N_{\tau^+\tau^-}$ (fest)
1991	91.2	84.47 ± 0.54	14.56 ± 0.29	$0.073^{+0.029}_{-0.024}$	99.11 ± 0.54	0.40	11214
1992	91.2	85.48 ± 0.31	14.75 ± 0.17	$0.112^{+0.018}_{-0.017}$	100.34 ± 0.32	0.36	33415
1993	89.4	86.38 ± 0.91	13.91 ± 0.48	$0.066^{+0.052}_{-0.036}$	100.32 ± 0.92	0.48	3997
	91.2	85.31 ± 0.39	14.22 ± 0.21	$0.105^{+0.023}_{-0.021}$	$99.64^{+0.40}_{-0.36}$	0.37	21515
	93.0	85.75 ± 0.74	14.19 ± 0.40	$0.109^{+0.045}_{-0.035}$	100.05 ± 0.75	0.36	6077

Tabelle 8.2: *Topologische Verzweigungsverhältnisse normiert auf* $N_{\tau^+\tau^-}$ *(Normierungsunsicherheit* Δ *(norm.)), aufgeschlüsselt nach Datennahmeperioden.*

Es soll nun diskutiert werden, welche Aussagen über die interne Konsistenz der ALEPH-Messungen gemacht werden können.

	ALEPH ('91 - '93)							
	Topologische Verzweigungsverhältnisse						Summe exklusiver Verzweigungsverhältnisse	
	ABSOLUT ($N_{\tau^+\tau^-}$ fest)			RELATIV ($\sum B_i = 1$)				
		(stat.)	(sys.)		(stat.)	(sys.)		(stat.)
B_1	85.35	$\pm$ 0.21	$\pm$ 0.28	85.39	$\pm$ 0.11	$\pm$ 0.13	85.46	$\pm$ 0.11
B_3	14.48	$\pm$ 0.11	$\pm$ 0.13	14.51	$\pm$ 0.11	$\pm$ 0.13	14.44	$\pm$ 0.13
B_5	0.099	$^{+0.012}_{-0.011}$	$\pm$ 0.008	0.099	$^{+0.013}_{-0.010}$	$\pm$ 0.007	0.098	$\pm$ 0.012
$\sum B_i$	99.93	$\pm$ 0.21	$\pm$ 0.26	100			100	
			$\pm$ 0.17 (norm.)					

Tabelle 8.3: *Gegenüberstellung der topologischen Verzweigungsverhältnisse mit der Summe der exklusiven Verzweigungsverhältnisse.*

Selbstverständlich sind die Ergebnisse stark korreliert, da sich die untersuchten Datensätze stark überschneiden und auch die exklusive Analyse mit einer Klassifikation nach der geladenen Multiplizität beginnt. Beide Analysen gehen nicht exakt vom gleichen Datensatz aus, da sie verschiedene Varianten der ALEPH-τ-Selektion benutzen, deren Nachweiswahrscheinlichkeit sich etwa um 1% und der Untergrund etwa um Faktor 1.5 unterscheiden. Der Unterschied in der Nachweiswahrscheinlichkeit und im Untergrund, sowie die Tatsache, daß es sich um zwei unabhängig voneinander durchgeführte Analysen handelt, gewährleisten eine gewisse gegenseitige Kontrolle.
Wesentlich wichtiger und spezifischer für einen Vergleich exklusiver Verzweigungsverhältnisse mit topologischen Verzweigungsverhältnissen ist jedoch die Tatsache, daß etwa 4% der 1-prong Ereignisse von der exklusiven Klassifikation ausgeklammert werden müssen, weil eine Identifikation nicht möglich ist. Unkritisch ist sicherlich, wenn dies geschieht, weil das geladene Teilchen in eine Spalte des ECAL läuft, doch die Forderung eines Impulses größer als $2GeV/c$ für Hadronen- oder Myonenspuren hätte einen Einfluß, wenn das Impulsspektrum eines hypothetischen, unbekannten Endzustandes zu sehr verschieden von den Spektren der bekannten Zerfälle wäre. Solche Zerfallsmoden würden von der topologischen Analyse besser erfaßt werden, als bei der exklusiven Analyse. In diese Richtung gingen auch einige Lösungsversuche für das damals bestehende 1-prong Problem, die in Kapitel 2.4 ausführlich besprochen wurden, wie zum Beispiel der Versuch einer Erklärung über Zerfälle mit zusätzlichen schweren Neutrinos.
Aussagen über einen fehlenden Zerfallsmodus können anhand der absoluten Messung gemacht werden, einmal über die Summe, wie bereits oben diskutiert, aber auch über einen Vergleich mit der Summe der exklusiven Messungen einer bestimmten Multipli-

zität.
Obwohl die relative Messung die Vollständigkeit aller Verzweigungsverhältnisse voraussetzt, würde sich die Existenz eines fehlenden Zerfallsmodus auch in der relativen Messung zeigen, wenn die Nachweiswahrscheinlichkeit für diesen hypothetischen Zerfallskanal von der durchschnittlichen Nachweiswahrscheinlichkeit aller Kanäle mit der gleichen geladenen Multiplizität wie der des unbekannten Kanals, abweicht. Dann käme es zu Verzerrungen in den relativen Verzweigungsverhältnissen, die zu Abweichungen zwischen den topologischen und der Summe der exklusiven Verzweigungsverhältnissen führen würden. Solche Abweichungen könnten nicht direkt mit der Größe des Verzweigungsverhältnisses in den unbekannten Kanal in Verbindung gebracht werden, aber wenn keine Inkonsistenzen gefunden werden, kann dies sowohl bei der absoluten, als auch bei der relativen Messung dahingehend interpretiert werden, daß es keinen Hinweis auf einen fehlenden Zerfallsmodus gibt.
Um die statistische Signifikanz der Differenz zwischen beiden Analysen bestimmen zu können, wurde der Anteil f nicht gemeinsamer Ereignisse der beiden Analysen aus den Daten von 1993 zu $f_{topol.} = 6.7\%$ für die topologische und $f_{exkl.} = 4.2\%$ für die exklusive Analyse bestimmt. Der statistische Fehler $\sigma_i^{Diff.}$ auf die Differenz $B_i^{topol.} - \sum B_i^{exkl}$ ergibt sich aus den statistischen Fehlern $\sigma_i^{topol.}$ und σ_i^{exkl} zu

$$\sigma_i^{Diff.} = \sqrt{f_{topol.} \cdot (\sigma_i^{topol.})^2 + f_{exkl.} \cdot (\sigma_i^{exkl.})^2} \tag{8.1}$$

Da die Korrelation der systematischen Fehler nicht bekannt ist, kann nur die statistische Signifikanz der Differenzen genau berechnet werden, die systematische Unsicherheit wird konservativ abgeschätzt, indem die Korrelation der systematischen Fehler beider Analysen vernachlässigt wird und der systematische Fehler auf die topologischen Verzweigungsverhältnisse als Fehler auf die Differenz angenommen wird. Es ergibt sich:

$$\begin{aligned} B_1^{topol.} - \sum B_1^{excl.} &= 0.07 \pm 0.04(stat.) \pm 0.13(sys.) && (8.2) \\ B_3^{topol.} - \sum B_3^{excl.} &= 0.07 \pm 0.04(stat.) \pm 0.13(sys.) && (8.3) \\ B_5^{topol.} - \sum B_5^{excl.} &= 0.001 \pm 0.004(stat.) \pm 0.007(sys.) \end{aligned}$$

Schon innerhalb der statistischen Fehler gibt es keinen signifikanten Hinweis auf Inkonsistenz, das Präzisionsniveau der Übereinstimmung wird durch den Gesamtfehler nach oben hin abgeschätzt und ist besser als 0.14 % für B_1 und B_3.

Diesen Zahlen lassen sich entsprechende Vergleiche der Weltmittelwerte exklusiver und inklusiver Messungen gegenüberstellen. Die von der „Particle Data Group“ 1995 [43] veröffentlichten Einzelmessungen, die die oben verwendeten ALEPH Resultate nicht enthalten, führen auf 1-, 3- und 5-prong Defizite [46] von $(1.94 \pm 0.90)\%$, $(0.92 \pm 0.63)\%$ und $(0.011 \pm 0.016)\%$. Eine Auflistung der verwendeten Werte findet sich in Tabelle 8.4. Wenn gleich die hier beobachteten Abweichungen wenig signifikannt sind, ist die Präzision dieses Vergleichs deutlich geringer. Seine Aussagekraft wird zusätzlich durch Inkonsistenzen bei einzelnen Verzweigungsverhältnissen vermindert.
Die Möglichkeit sowohl topologische als auch alle exklusiven Verzweigungsverhältnisse

in einem Experiment zu messen zeigt hierin ihre Stärke.

Zerfallsmodus	B (%)
$e\nu\nu$	17.44 ±0.23
$\mu\nu\nu$	17.90 ±0.17
$h\nu$	12.47 ±0.33
$h\pi^0\nu$	25.4 ±0.5
$h2\pi^0\nu$	9.0 ±0.4
$h3\pi^0\nu$	1.15 ±0.15
$h4\pi^0\nu$	0.16 ±0.07
$\sum B_1(exkl.)$	83.52 ±0.79
$B_1(topol.)$	85.46 ±0.3
$3h\nu$	8.0 ±0.4
$3h \geq 1\pi^0\nu$	5.4 ±0.4
$\sum B_3(exkl.)$	13.4 ±0.6
$B_3(topol.)$	14.32 ±0.27
$5h\nu$	0.071±0.009
$5h\pi^0\nu$	0.021±0.008
$\sum B_5(exkl.)$	0.092±0.012
$B_5(topol.)$	0.103±0.011
$\sum$ (exkl.)	97.01 ±0.99
$\sum$ (topol.)	99.88 ±0.40

Tabelle 8.4: *Von der „Particle Data Group" 1995 veröffentlichte Weltmittelwerte der exklusiven und topologischen Verzweigungsverhältnisse.*

Die Ergebnisse dieser Analyse werden nun mit den Daten anderer Experimente verglichen. Die Abb. 8.1, 8.2 und 8.3 zeigen einen Vergleich mit anderen Messungen topologischer Verzweigungsverhältnisse.

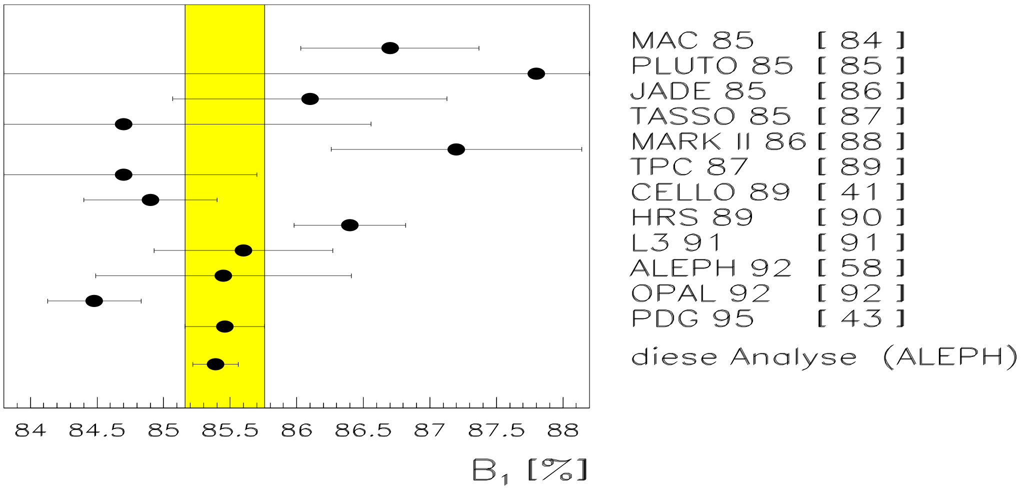

Abbildung 8.1: *Vergleich des Ergebnisses mit verschiedenen veröffentlichten Messungen des inklusiven Verzweigungsverhältnisses B_1 und des von der „Particle Data Group“(PDG) angegebenen Mittelwertes.*

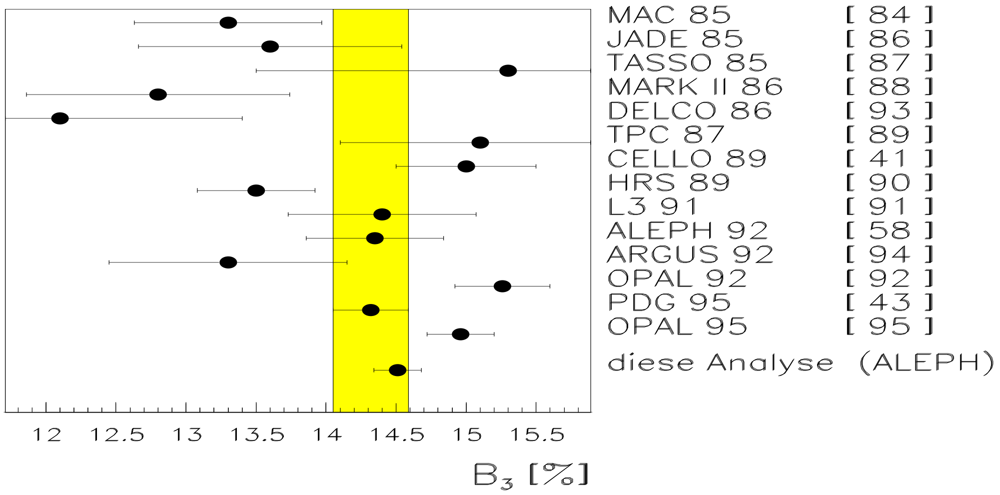

Abbildung 8.2: *Vergleich des Ergebnisses mit verschiedenen veröffentlichten Messungen des inklusiven Verzweigungsverhältnisses B_3 und des von der „Particle Data Group“(PDG) angegebenen Mittelwertes. Das erst kürzlich veröffentlichte OPAL-Resultat ist noch nicht im PDG-Mittelwert enthalten.*

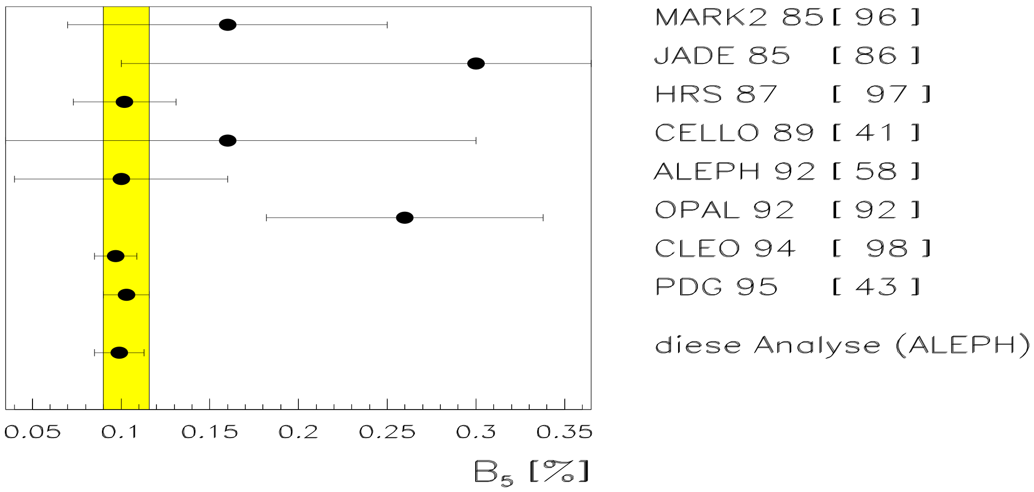

Abbildung 8.3: *Vergleich des Ergebnisses mit verschiedenen veröffentlichten Messungen des inklusiven Verzweigungsverhältnisses B_5 und des von der „Particle Data Group"(PDG) angegebenen Mittelwertes.*

Zusammenfassend läßt sich folgendes sagen:

Der Vergleich exklusiver mit inklusiven Messungen wurde vor zehn Jahren dadurch begrenzt, daß schlecht vermessene Zerfallsmoden durch theoretische Limits ersetzt werden mußten. Heute kann man alle wichtigen Zerfallsmoden mit hoher Genauigkeit messen. Ein Vergleich von Mittelwerten aus allen verfügbaren Messungen ist problematisch, weil die Messungen für einige Zerfallsmoden untereinander inkonsistent sind und damit die Richtigkeit der gebildeten Mittelwerte in Frage gestellt ist.
Mit dieser Messung erschließt sich eine neue Möglichkeit: Alle Verzweigungsverhältnisse können in einem Experiment gemessen werden, was bis jetzt nur einmal, durch die in ihrer Präzision überholte Messung von CELLO (1990) [40] erreicht wurde.
Die Präzision des Vergleichs der ALEPH-Messungen ist zudem noch wesentlich besser, als die aus dem Vergleich der Weltmittelwerte.

Eine verbesserte Analysemethode verringert die Abhängigkeit von der Modellierung der Effekte, die die Rekonstruktion der Ereignistopologie beeinträchtigen. Die Separation einzelner Effekte über eine erweiterte Mischungsmatrix erlaubt zudem eine detaillierte Kontrolle der Effekte. So werden genaue systematische Studien möglich, die dazu führen, daß der systematische Fehler die statistische Präzision aus 120 000 τ-Zerfällen nicht übersteigt.
Die so erzielte Genauigkeit bei der Bestimmung der topologischen Verzweigungsverhältnisse übertrifft die aller bisherigen Messungen.
Die Messungen von B_1 und B_3 sind für sich alleine schon genauer als der bisherige Weltmittelwert und setzen damit einen neuen Maßstab für weitere Messungen.
Die Messung von B_5 steht in Einklang mit dem CLEO II Resultat, das trotz der 25-fachen Statistik nur wenig genauer als das ALEPH Resultat ist.
Vergleichbare Ergebnisse der anderen LEP-Kollaborationen stehen noch aus.

Eine Fülle von Einzelmessungen auf dem τ-Sektor und insbesodere der Verzweigungsverhältnisse erlaubt Präzisionstests des Standardmodells durch Vergleich der experimentellen Ergebnisse mit genauen Vorhersagen. Die Genauigkeit der einzelnen Messungen ist in den letzten Jahren stark gestiegen. Das Standardmodell konnte immer wieder bestätigt werden. Der Vergleich zwischen inklusiven und exklusiven Verzweigungsverhältnissen zeigt auch bei deutlich gesteigerter Präzision keinen Hinweis auf Inkonsistenzen. Dort wo früher ein Problem in der Größenordnung von mehr als 5% existierte, kann heute Konsistenz auf einem Niveau besser als 0.14% konstatiert werden. Damit ist die Konsistenz der Messungen der τ-Verzweigungsverhältnisse auf dem Niveau der besten Einzelmessungen bewiesen. Die Glaubhaftigkeit der Einzelmessungen, die die Vorhersagen des Standardmodells bestätigen, wird dadurch gestützt, daß wir heute ein konsistentes Bild der τ-Physik haben.

Abbildungsverzeichnis

Tabellenverzeichnis

Literaturverzeichnis

[1] The Royal Swedish Academy of Sciences,
URL: http://sunsite.unc.edu/nobel/fy2.html

[2] Y. Tsai, Phys. Rev. **D4** (1971) 2821

[3] M. L. Perl et al., Phys. Rev. Lett. **35** (1975) 1489

[4] W. J. Marciano, Proc. 3^{rd} Workshop on Tau Lepton Physics,
Montreux 1994, L. Rolandi ed., Nucl. Phys. (Proc. Suppl.) **B40** (1995) 3

[5] S. L. Glashow, Nucl. Phys. **22** (1961) 579
S.Weinberg, Phys. Rev. Lett. **19** (1967) 1264
A. Salam, Phys. Rev. **127** (1962) 331; Rev. Mod. Phys. **52** (1980) 525

[6] E. Fermi, Nuovo Cimento **11** (1934) 1; Z. Phys. **88** (1934) 161

[7] N. Cabibbo, Phys. Rev. Lett. **10** (1963) 531

[8] S. L. Glashow, J. Iliopoulos, L. Maiani, Phys. Rev. **D2** (1970) 1285

[9] B. C. Barish, R. Stroynowski, Phys. Rep. **157** (1988) 1

[10] B. Mele, Vortrag „XIV Encontro Nacional de Fisica de Campos e Particulas“,
Caxambu, Brasilien, (1993), hep-ph/9312285

[11] BES-Kollaboration, J.Z. Bai et al., Phys. Rev. **D53** (1996) 20

[12] W. J. Marciano, A. Sirlin, Phys. Rev. Lett. **61** (1988) 1815

[13] ALEPH-Kollaboration, D. Buskulic et al., Phys. Lett. **B346** (1995) 379

[14] F. J. Gilman, S. H. Rhie, Phys. Rev. **D31** (1985) 1066

[15] R. P. Feynman, M. Gell-Mann, Phys. Rev. **109** (1958) 193

[16] J. H. Kühn, A. Santamaria, Z. Phys. **C48** (1990) 445

[17] S. I. Eidelman , V. N. Ivanchenko, Phys. Lett. **B257** (1991) 437

[18] S. I. Eidelman , V. N. Ivanchenko, Proc. 3^{rd} Workshop on Tau Lepton Physics, Montreux 1994, L. Rolandi ed., Nucl. Phys. (Proc. Suppl.) **B40** (1995) 131

[19] S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. **18** (1967) 507

[20] T. N. Pham, C. Roiesnel, T. N. Truong, Phys. Lett. **78B** (1978) 623

[21] T. Das, V. S. Mathur, S. Okubo, Phys. Rev. Lett. **18** (1967) 761

[22] A. Pais, Annals of Physics: **9** (1960) 548

[23] M. Peshkin, L. Rosner, Nucl. Phys. **B122** (1977) 144

[24] A. Rouge, X-LPNHE-95-09 (1995)

[25] Die LEP-Kollaborationen ALEPH, DELPHI, L3 und OPAL und die LEP Electroweak Working Group, CERN-PPE/95-172 (1995)

[26] T. N. Truong, Phys. Rev. **D30** (1984) 1509

[27] W. J. Marciano, Phys. Rev. **D45** (1992) 721

[28] L. Montanet et al., Phys. Rev. **D50** (1994) 1173

[29] M. L. Perl, SLAC-PUB-4632 (1988) und Proc. „Les Rencontres de Physique de la Vallée d'Aoste“, La Thuile, Aoste Tal, (1988), 275

[30] K. G. Hayes, M. L. Perl, Phys. Rev. **D38** (1988) 3351

[31] K. G. Hayes, M. L. Perl, Phys. Rev. **D39** (1989) 274

[32] M. L. Perl, Phys. Rev. **D38** (1988) 845

[33] M. L. Perl, SLAC Heavy Flavors (1987), 516; SLAC-PUB-4481 (1987)

[34] F. J. Gilman, Phys. Rev. **D35** (1987) 3541

[35] R. M. Baltrusaitis et al., Phys. Rev. Lett. **55** (1985) 1842

[36] J. G. Smith, Proc. 3^{rd} Workshop on Tau Lepton Physics, Montreux 1994, L. Rolandi ed., Nucl. Phys. (Proc. Suppl.) **B40** (1995) 145

[37] Y. Kubota, Nucl. Inst. Meth. Phys. Res., Sect. **A320** (1992) 66

[38] ALEPH-Kollaboration, D.Buskulic et al., Nucl. Inst. Meth. **A360** (1995) 481

[39] CLEO-Kollaboration, M. Procario et al., Phys. Rev. Lett. **70** (1993) 1207

[40] CELLO-Kollaboration, H. J. Behrend et al., Z. Phys. **C46** (1990) 537

[41] CELLO-Kollaboration, H. J. Behrend et al., Phys. Lett. **B222** (1989) 163

[42] J. M. Roney, Proc. XXVI Int. Conf. High Energy Physics, Dallas 1992, J. R. Sanford ed., AIP Conference Proceedings no. 272, 439

[43] L. Montanet et al., Phys. Rev. **D50** (1994) 1173 und „1995 off-year partial update for the 1996 edition“ (URL: http://pdg.lbl.gov/)

[44] J. J. Hernandez et al., Phys. Lett. **B239** (1990) 1

[45] M. L. Perl, Proc. 3^{rd} Workshop on Tau Lepton Physics, Montreux 1994, L. Rolandi ed., Nucl. Phys. (Proc. Suppl.) **B40** (1995) 541

[46] B. K. Heltsley, Proc. 3^{rd} Workshop on Tau Lepton Physics, Montreux 1994, L. Rolandi ed., Nucl. Phys. (Proc. Suppl.) **B40** (1995) 413

[47] S. Myers et al., Contemp. Phys. **31** (1990) 387
R. Turlay, Europhys. News **20** (1989) 75
„Large Electron-Positron Storage Ring“, Technical Notebook, CERN Publications, (1988)

[48] ALEPH-Kollaboration, D.Decamp et al., Nucl. Inst. Meth. **A294** (1990) 121

[49] DELPHI-Kollaboration, P. Arnio et al., Nucl. Inst. Meth. **A303** (1991) 233

[50] L3-Kollaboration, B. Adeva al., Nucl. Inst. Meth. **A289** (1990) 35

[51] OPAL-Kollaboration, K. Ahmet et al., Nucl. Inst. Meth. **A305** (1991) 275

[52] D. Bederede et al., Nucl. Inst. Meth. **A365** (1995) 117

[53] C. Bauer, Dissertation, MPI-PhE/95-12 (1995)

[54] G. Batignani et al., 1991 IEEE Nuclear Science Symposium, Santa Fe, IEEE Trans. Nucl. Sci. NS-39 (4/5) (1992) Vol. 1, 438

[55] G. J. Barber et al., Nucl. Inst. Meth. **A279** (1989) 212

[56] W. B. Atwood et al., Nucl. Inst. Meth. **A306** (1991) 446

[57] B. Rensch, Dissertation, HD-IHEP/92-9, (1992)

[58] ALEPH-Kollaboration, D. Decamp et al., Z. Phys. **C54** (1992) 211

[59] A. Gregorio, private Mitteilung

[60] G. Ganis, private Mitteilung

[61] ALEPH-Kollaboration, D. Decamp et al., Phys. Rep. **V216** (1992) 253

[62] ALEPH-Kollaboration, D.Buskulic et al., Z. Phys. **C62** (1994) 539

[63] G. Ganis, M. Girone, A. Gregorio, ALEPH interne Mitteilung, ALEPH 93-184, PHYSIC 93-159, (1993)

[64] G. Ganis, M. Girone, A. Gregorio, ALEPH interne Mitteilung, ALEPH 94-182, PHYSIC 94-154 (1994)

[65] S. W. Snow, Proc. 2^{nd} Workshop on τ -Lepton Physics, Columbus, Ohio, USA, K. K. Gan ed. (1992) 308

[66] M. Schmidt, ALEPH interne Mitteilung, ALEPH 94-039, PHYSIC 94-035 (1994)
ALEPH-Kollaboration, D. Buskulic et al., Contrib. Paper, Int. Conf. on High Energy Physics, Glasgow, Scotland, 1994
R. J. Sobie, Proc. XXVII Int. Conf. on High Energy Physics, Glasgow 1994, P. J. Bussey ed., I. G. Knowles ed., 1087

[67] KORALZ version 3.8, TAUOLA version 2.0
S. Jadach, B. Ward, Z. Was, Comp. Phys. Comm. **66** (1991) 276
M. Jezabek, Z. Was, S. Jadach, J.H. Kuhn,
Comp. Phys. Comm. **70** (1992) 69

[68] KORALZ version 4.0, TAUOLA version 2.5
S. Jadach, B. Ward, Z. Was, Comp. Phys. Comm. **79** (1994) 503
S. Jadach, Z. Was, R. Decker and J. H. Kuhn,
Comp. Phys. Comm. **76** (1993) 361

[69] H. Anlauf, H. D. Dahmen, P. Manakos, T. Ohl, Comp. Phys. Comm.**79** (1994) 466

[70] S. Jadach, B. Ward, Z. Was, Comp. Phys. Comm. **66** (1991) 276

[71] T. Sjostrand, Comp. Phys. Comm. **82** (1994) 74

[72] E. Barberio, Z. Was, CERN-TH 7033/93

[73] J.Hilgart, R. Kleiss and F. le Diberder, Comp. Phys. Comm. **75** (1993) 191

[74] M. Martinez, private Mitteilung

[75] L. Rolandi, ALEPH interne Mitteilung, ALEPH 93-014, PHYSIC 93-010 (1993)

[76] B. Gobbo, ALEPH interne Mitteilung, ALEPH 95-047, PHYSIC 95-043 (1995)

[77] ALEPH-Kollaboration, D. Buskulic et al., CERN-PPE-95-127 (1995)

[78] ALEPH-Kollaboration, D. Buskulic et al., CERN-PPE-95-140 (1995)

[79] DELCO-Kollaboration, G.B. Mills et al., Phys. Rev. Lett. **54** (1985) 62

[80] TPC/Two Gamma-Kollaboration, D.A. Bauer et al., Phys. Rev. **D50** (1994) 13

[81] L3-Kollaboration, M. Acciarri et al., Phys. Lett. **B352** (1995) 487

[82] CLEO-Kollaboration, M. Artuso et al., Phys.Rev.Lett. **69** (1992) 3278

[83] P. Bourdon, Proc. 3^{rd} Workshop on Tau Lepton Physics, Montreux 1994, L. Rolandi ed., Nucl. Phys. (Proc. Suppl.) **B40** (1995) 203

[84] MAC-Kollaboration, E. Fernandez et al., Phys. Rev. Lett. **54** (1985) 1624

[85] PLUTO-Kollaboration, C. Berger et al., Z. Phys. **C28** (1985) 1

[86] JADE-Kollaboration, W. Bartel et al., Phys. Lett. **B161** (1985) 188

[87] TASSO-Kollaboration, M. Althoff et al., Z. Phys. **C26** (1985) 521

[88] MARKII-Kollaboration, W. B. Schmidtke et al., Phys. Rev. Lett. **57** (1986) 527

[89] TPC/Two Gamma-Kollaboration, H. Aihara et al., Phys. Rev. **B35** (1987) 1553

[90] HRS-Kollaboration, S. Abachi et al. Phys. Rev **D40** (1989) 902

[91] L3-Kollaboration, B. Adeva et al., Phys. Lett. **B265** (1991) 451

[92] OPAL-Kollaboration, P. D. Acton et al., Phys. Lett. **B288** (1992) 373

[93] DELCO-Kollaboration, W. Ruckstuhl et al., Phys. Rev. Lett **56** (1986) 2132

[94] ARGUS-Kollaboration, H. Albrecht et al., Z. Phys. **C53** (1992) 367

[95] OPAL-Kollaboration, R. Akers, CERN-PPE/95-070 (1995) erscheint in Z. Phys. C

[96] MARKII-Kollaboration, P. Burchat et al., Phys. Rev. Lett. **54** (1985) 2489

[97] HRS-Kollaboration, B. G. Bylsma et al., Phys. Rev. **D35** (1987) 2269

[98] CLEO-Kollaboration, D. Gibaut et al., Phys. Rev. Lett. **73** (1994) 934

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich allen danken, die mir bei der Durchführung dieser Arbeit geholfen haben:

Herrn Prof. Dr. K. Tittel danke ich für die Möglichkeit der Mitarbeit in der ALEPH-Kollaboration und am TGT-Projekt.

Meinem Doktorvater Herrn Prof. Dr. E.-E. Kluge danke ich für sein stetes Interesse am Fortgang dieser Arbeit.

Mein ganz besonderer Dank gilt Herrn Dr. C. Geweniger für seine stete Bereitschaft zu langen Diskussionen, die mir viele Anregungen brachten und für die konstruktive Kritik bei der Durchsicht dieser Arbeit und der während meiner Doktorarbeit entstandenen ALEPH internen Mitteilungen.

Allen Mitarbeitern des Instituts für Hochenergiephysik möchte ich für das angenehme Arbeitsklima danken.

S. Dhamotharan, J. Sommer und Dr. S. Werner danke ich besonders für die Durchsicht meiner Arbeit. Darüberhinaus möchte ich ihnen und meinen anderen Arbeitskollegen und -kolleginnen U. Becker, C. Brune, O. Buchmüller, G. Graefe, G. Hansper, Dr. H. Stenzel und Dr. M. Wunsch für gute Zusammenarbeit, zahlreiche Diskussionen und den herzlichen Umgang danken.

Den Mitgliedern der Kaffeerunde danke ich für die geselligen Aspekte meiner Zeit an diesem Institut.

Den Mitgliedern der Tau-Gruppe danke ich für gute Zusammenarbeit. Hervorheben möchte ich dabei Dr. F. Cerutti, Dr. G. Ganis, Dr. M. Girone Dr. H. J. Park und Dr. L. Passalaqua, für die stete Hilfsbereitschaft in technischen Fragen, Dr. R. Alemany für gute Kooperation beim Vergleich der Analysen und A. Gregorio für die Überlassung ihres Programmes VERTICES.

Prof. Dr. M. Davier danke ich für die Aufnahme in die Arbeitsgruppe zum Thema „Verzweigungsverhältnisse“ und für wertvolle Anregungen.

Meinen Eltern möchte ich dafür danken, daß Sie mir mein Studium ermöglicht haben und mich durch ihre Förderung bis hierhin gebracht haben.

Meiner Freundin Maria danke ich für ihr Verständnis und ihre Geduld was diese Arbeit betrifft und für alles andere, was mit dieser Arbeit nichts zu tun hat.

Diese Arbeit wurde mit Mitteln des BMBF gefördert.